

УДК: 527.62, 629.05

Автономная навигация на аналитических траекториях с использованием инерциально-оптических измерений

С. В. Соколов^{1,2}, В. А. Погорелов³, И. В. Решетникова^{2,3,а}

¹Ростовский государственный экономический университет,
Россия, 344002, г. Ростов-на-Дону, ул. Большая Садовая, д. 69

²Московский технический университет связи и информатики,
Россия, 111024, г. Москва, ул. Авиамоторная, д. 8а

³Донской государственный технический университет,
Россия, 344003, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, д. 1

Е-mail: ^а irina_reshetnikova@mail.ru

Получено 05.07.2025, после доработки — 25.06.2026.

Принято к публикации 06.07.2026.

Взросший потенциал средств подавления сигналов систем спутниковой навигации, обеспечивающих наибольшую точность позиционирования подвижных объектов, делает чрезвычайно актуальной разработку альтернативных навигационных систем, сравнимых с ними по точности, но при этом автономных. Одним из наиболее эффективных таких подходов является интеграция инерциальных и оптических навигационных систем (НС) как наиболее устойчивых к помехам искусственного происхождения. В классе данных НС можно выделить системы, использующие при обработке оптического потока метод вычисления поля скоростей, позволяющий определять векторы линейной и угловой скоростей объекта при отсутствии карт местности и опорных точек. Но серьезным недостатком этого метода является большой объем вычислительных затрат при определении поля скоростей (параметров оптического потока), трудно реализуемый на борту объекта. В связи с этим в статье рассмотрен подход, позволяющий для объектов, движущихся по известным (программным) траекториям, построить сильносвязанную схему автономной инерциально-оптической навигации, использующую навигационный алгоритм, легко реализуемый в бортовых вычислителях за счет найденной возможности оценки навигационного вектора без предварительного вычисления параметров оптического потока, а также за счет использования функциональных зависимостей навигационных переменных, возникающих на аналитических (ортодромических) траекториях. Для иллюстрации общности решения исследованы случаи жесткого крепления видеокамеры на объекте и ее двухступенной стабилизации. Навигационный алгоритм, обеспечивающий стохастическую оценку полного вектора параметров линейного и углового движения по измерениям интегрированной сильносвязанной инерциально-оптической НС, построен на основе расширенного фильтра Калмана для коррелированных шумов объекта и наблюдателя. Проведен численный эксперимент, иллюстрирующий эффективность предложенного подхода.

Ключевые слова: аналитическая траектория, ортодромия, параметры оптического потока, сильносвязанная инерциально-оптическая навигационная система, расширенный фильтр Калмана

UDC: 527.62, 629.05

Autonomous navigation on analytical trajectories using inertial-optical measurements

S. V. Sokolov^{1,2}, V. A. Pogorelov³, I. V. Reshetnikova^{2,3,a}

¹Rostov State University of Economics,
69 Bolshaya Sadovaya st., Rostov-on-Don, 344002, Russia

²Moscow Technical University of Communications and Informatics,
8a Aviamotornaya st., Moscow, 111024, Russia

³Don State Technical University,
1 Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344003, Russia

E-mail: ^a irina_reshetnikova@mail.ru

Received 05.07.2025, after completion — 25.06.2026.

Accepted for publication 06.07.2026.

The increased potential for jamming satellite navigation signals, which provide the highest positioning accuracy for moving objects, makes the development of alternative navigation systems comparable in accuracy but autonomous extremely important. One of the most effective such approaches is the integration of inertial and optical navigation systems (NS), as they are more resistant to artificial interference. Among NS data, one can distinguish systems that use a velocity field calculation method when processing optical flow, allowing the determination of the linear and angular velocity vectors of an object in the absence of terrain maps and reference points. However, a serious drawback of this method is the high computational cost of determining the velocity field (optical flow parameters), which is difficult to implement onboard an object. In this regard, the article considers an approach that allows for constructing a tightly coupled autonomous inertial-optical navigation scheme for objects moving along known (programmed) trajectories. This scheme utilizes a navigation algorithm that is easily implemented in onboard computers due to the discovered possibility of estimating the navigation vector without preliminary calculation of optical flow parameters, as well as by utilizing functional dependencies of navigation variables arising on analytical (orthodromic) trajectories. To illustrate the generality of the solution, cases of a rigidly mounted video camera on the object and its two-degree stabilization are studied. The navigation algorithm, providing a stochastic estimate of the full vector of linear and angular motion parameters based on measurements of an integrated tightly coupled inertial-optical NS, is built on the basis of an extended Kalman filter for correlated noise of the object and the observer. A numerical experiment illustrating the effectiveness of the proposed approach is conducted.

Keywords: analytical trajectory, orthodrome, optical flow parameters, tightly coupled inertial-optical navigation system, extended Kalman filter

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2026, vol. 18, no. 4, pp. 793–808 (Russian).

Введение

В связи с резким ростом в последнее время эффективности средств подавления сигналов спутниковой навигации, обеспечивающих на сегодняшний день наибольшую точность позиционирования подвижных объектов, особую актуальность приобретает разработка помехоустойчивых методов автономной навигации, обеспечивающих требуемую точность на длительном интервале времени. На сегодняшний день основными методами автономной навигации являются инерциальная и оптическая. Так как инерциальная навигация обеспечивает необходимую точность лишь на небольших временных интервалах, то одним из наиболее перспективных направлений повышения точности автономных навигационных систем (НС) является интеграция инерциальных НС с системами автономной навигации по оптическому потоку, в которых отсутствует накопление ошибок измерений [Хорн, 1989; Fleet, Weiss, 2005; Baker et al., 2011; Steinbrücker et al., 2011; Raudies, Neumann, 2012; Пономарев, Григорьев, 2015; Mur-Artal, Tardós, 2017; Ummenhofer et al., 2017; Dharmasiri et al., 2018; Engel et al., 2018; Zhao et al., 2018; Жук и др., 2020; Али и др., 2022; Пешехонов, 2022; Foehn et al., 2022; Kotina et al., 2022; Kühne et al., 2024].

В свою очередь, методы оптической автономной навигации, или визуальной одометрии, подразделяются на прямые (*direct*) [Али и др., 2022] и непрямые (*indirect*) [Mur-Artal, Tardós, 2017], плотные (*dense*) [Steinbrücker et al., 2011] и разреженные (*sparse*) [Engel et al., 2018]. Прямые методы работают непосредственно с изображениями и используют их полный формат, а непрямые — с извлеченными из изображений признаками и используют только ключевые точки, определяемые с помощью специального поискового алгоритма ключевых точек. Очевидно, что для успешного решения задачи визуальной одометрии на заранее неизвестной местности применение прямых методов оказывается более предпочтительным. Так как функционирование прямых методов основано на оценке собственного движения камеры относительно сцены, то основной обрабатываемой в них информацией является оптический поток — изображение видимого движения точек сцены, спроецированного на плоскость фотоприемника видеокамеры [Хорн, 1989; Fleet, Weiss, 2005; Baker et al., 2011; Raudies, Neumann, 2012; Пономарев, Григорьев, 2015; Жук и др., 2020; Пешехонов, 2022]. Но отсутствие в оптическом потоке информации о движении видеокамеры вдоль оси, перпендикулярной плоскости изображения, требует для оценки ее собственного трехмерного движения дополнительных измерений [Foehn et al., 2022; Kühne et al., 2024]. Например, карт глубины [Ummenhofer et al., 2017; Dharmasiri et al., 2018] (использование которых исключает возможность применения на заранее неизвестной местности). До настоящего времени в области визуальной одометрии не сформирован единый подход к комплексированию информации о движении, извлекаемой из параметров оптического потока, и глубине изображения. В отдельных частных решениях оптический поток, карты глубины и некоторые дополнительные данные (например, исходные монокулярные изображения, карты достоверности предсказанного оптического потока и пр.) объединяются путем простой поканальной конкатенации (что является неочевидным решением в силу разной физической природы этих данных и существенно увеличивает объем вычислений), в других методах вычисляются параметры движения вдоль оси, перпендикулярной плоскости изображения, поступающие далее для обработки вместе с оптическим потоком [Zhao et al., 2018], что требует новых измерений и также приводит к росту вычислительных затрат и др. В то же время проблема измерения пространственных параметров движения легко решается в инерциальных НС, что делает интеграцию инерциальных и оптических НС чрезвычайно актуальной. Существующие инерциально-оптические НС построены в основном на принципах раздельной или слабой интеграции, когда и инерциальные, и оптические измерения обрабатываются раздельно, с последующей обработкой выходных данных каждой НС традиционными статистическими методами. Существенного повышения точности решения навигационной задачи здесь можно добиться, используя сильносвязанную схему интеграции — при обработке измерений обеих НС в едином стохастическом фильтре [Соколов,

Чуб, 2024]. Но при подобной интеграции остается проблема больших вычислительных затрат, трудно осуществимых в бортовых вычислителях в реальном масштабе времени. В данной схеме значительный объем вычислений является следствием большой размерности расширенного фильтра Калмана, определяемой в свою очередь размерностью оцениваемого полного вектора параметров углового и линейного движения объекта. В то же время для широкого класса объектов, движущихся по заранее известным (программным) траекториям — линиям авиасообщений, автострадам, железным дорогам и пр., существует возможность радикального сокращения размерности вектора оценки параметров линейного движения за счет аппроксимации известной траектории набором ортодромических отрезков (кратчайших интервалов), на которых возникает аналитическая зависимость между текущими координатами объекта [Розенберг и др., 2018]. Что позволяет оценивать не три координаты и три проекции скорости, а одну, определяя остальные по известным зависимостям [Розенберг и др., 2018]. В связи с этим рассмотрим далее реализацию данной возможности, обеспечивающей решение навигационной задачи в сильносвязанной инерциально-оптической НС в реальном времени, полагая для общности решения высоту движения объекта ненулевой и постоянной, координаты начала и конца ортодромического отрезка (аналитической траектории) — произвольными.

Постановка задачи

Измерительный комплекс исследуемой инерциально-оптической НС (ИОНС) состоит из трех ортогональных акселерометров и трех датчиков угловой скорости (ДУС) (т. е. чувствительных элементов (ЧЭ) бесплатформенной инерциальной НС) и видеокамеры. Ниже рассмотрим два случая расположения видеокамеры на борту объекта, характерных для практики, — с жестким креплением в центре масс (ЦМ) объекта и с помощью двухстепенного гиростабилизатора. При последующем построении модели инерциально-оптической НС рассмотрим сферическую модель Земли, так как использование сфероидальной модели на дальностях и высотах, характерных для применения данной НС, выигрыша в точности практически не приносит, увеличивая лишь вычислительные затраты.

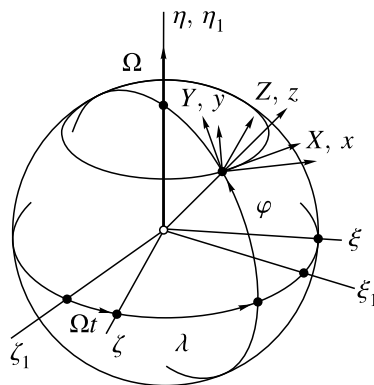


Рис. 1. Ориентация осей СК

Для решения задачи введем следующие системы координат (СК) [Соколов, Чуб, 2024; Розенберг и др., 2018] (рис. 1):

- приборную СК (ПСК) $Ox_1y_1z_1$ с началом в ЦМ объекта, оси которой направлены по взаимно ортогональным осям чувствительности ЧЭ измерительного комплекса БИНС;

- геоцентрическую СК (ГСК) $O\xi\eta\zeta$ с началом в центре сферы Земли, осью $O\eta$, совпадающей с вектором угловой скорости вращения Земли Ω , осью $O\zeta$, лежащей в плоскости нулевого меридиана, и осью $O\xi$, дополняющей систему координат до правой;
- невращающуюся инерциальную СК (ИСК), совпадающую в начальный момент времени с ГСК;
- географическую СК $OXYZ$ с началом в ЦМ объекта, ось OY которой лежит в плоскости местного меридиана, ось OZ направлена от центра Земли по местной вертикали, а ось OX дополняет систему координат до правой (λ — долгота объекта, φ — широта).

Решение задачи

Использование показаний ЧЭ БИНС позволяет описать движение ЦМ объекта по произвольной траектории в ГСК следующей системой стохастических уравнений в симметризованной форме [Розенберг и др., 2018]:

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \\ \dot{\zeta} \end{vmatrix} &= V, \\ \dot{V} &= G(\Omega t)D^T(\alpha, \beta, \gamma)Z_a - \left(2 \begin{vmatrix} 0 \\ \Omega \\ 0 \end{vmatrix} + \frac{1}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}} B^T(\xi, \eta, \zeta) \mathfrak{R}(\xi, \eta, \zeta) B(\xi, \eta, \zeta) V \right) \times V + \\ &+ \frac{g}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}} \begin{vmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{vmatrix} - G(\Omega t)D^T(\alpha, \beta, \gamma)W_a, \end{aligned} \quad (1)$$

где ξ, η, ζ — текущие координаты ЦМ в ГСК, $V = [V_\xi \ V_\eta \ V_\zeta]^T$ — вектор скорости ЦМ в ГСК, Z_a — вектор выходных сигналов акселерометров, W_a — вектор помех акселерометров (центрированный белый гауссовский шум (БГШ) с матрицей интенсивностей D_a), α, β, γ — углы Эйлера–Крылова, $D(\alpha, \beta, \gamma)$ — матрица поворота второго рода ПСК относительно ИСК, $B(\xi, \eta, \zeta)$ — матрица поворота географической СК относительно ГСК, t — текущее время, g — гравитационное ускорение,

$$\begin{aligned} \mathfrak{R}(\xi, \eta, \zeta) &= \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ \frac{\eta}{\sqrt{\xi^2 + \zeta^2}} & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad G(\Omega t) = \begin{vmatrix} \cos \Omega t & 0 & -\sin \Omega t \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \Omega t & 0 & \cos \Omega t \end{vmatrix}, \\ B(\xi, \eta, \zeta) &= \begin{vmatrix} \frac{\zeta}{\sqrt{\xi^2 + \zeta^2}} & 0 & -\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + \zeta^2}} \\ -\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + \zeta^2}} \frac{\eta}{\sqrt{\xi^2 + \zeta^2 + \eta^2}} & \frac{\sqrt{\xi^2 + \zeta^2}}{\sqrt{\xi^2 + \zeta^2 + \eta^2}} & -\frac{\zeta}{\sqrt{\xi^2 + \zeta^2}} \frac{\eta}{\sqrt{\xi^2 + \zeta^2 + \eta^2}} \\ \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + \zeta^2 + \eta^2}} & \frac{\eta}{\sqrt{\xi^2 + \zeta^2 + \eta^2}} & \frac{\zeta}{\sqrt{\xi^2 + \zeta^2 + \eta^2}} \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

Текущее изменение углов пространственной ориентации объекта α, β, γ , измеряемое с помощью ДУС, в свою очередь, описывается известной системой уравнений Эйлера–Крылова:

$$\begin{vmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{vmatrix} = \Phi(\beta, \gamma)(Z_d - W_d), \quad (2)$$

где Z_d — вектор измерений ДУС, W_d — вектор помех измерения ДУС,

$$\Phi(\beta, \gamma) = \begin{vmatrix} \frac{\sin \gamma}{\cos \beta} & \frac{\cos \gamma}{\cos \beta} & 0 \\ \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma \operatorname{tg} \beta & \cos \gamma \operatorname{tg} \beta & 1 \end{vmatrix}.$$

Вследствие того, что помехи измерения акселерометров и ДУС обусловлены воздействием множества равномошных случайных факторов различной физической природы, то в силу центральной предельной теоремы аппроксимируем их далее центрированным белым гауссовским шумом (БГШ) с матрицами интенсивностей D_a и D_d соответственно.

Система уравнений (1), (2) полностью описывает текущие позиционирование и ориентацию объекта по показаниям ЧЭ БИНС на произвольной траектории. В то же время движение объекта по программной траектории наряду с возможностью ее аппроксимации набором ортодромических интервалов позволяет использовать аналитическую зависимость навигационных параметров, возникающую на ортодромии (аналитической траектории) и существенно сокращающую размерность оцениваемого навигационного вектора. В ГСК подобная зависимость координатных переменных имеет вид [Розенберг и др., 2018]

$$\begin{aligned} \xi &= \cos P_0 \cdot P \cdot \eta - \sin P_0 \cdot a_0 \cdot \sqrt{a_1 - \eta^2}, \\ \zeta &= \sin P_0 \cdot P \cdot \eta + \cos P_0 \cdot a_0 \cdot \sqrt{a_1 - \eta^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\sqrt{1 + P^2} = a_0$, $\frac{r^2}{1 + P^2} = a_1$, $r = R + h$, $h = \text{const}$, R — радиус Земли,

$$\begin{aligned} P &= P(\xi_0, \eta_0, \zeta_0, \xi_1, \eta_1, \zeta_1) = \frac{\xi_0 \xi_1 - \xi_0 \zeta_1}{\sqrt{\eta_0^2 (\xi_1^2 + \zeta_1^2) + \eta_1^2 (\xi_0^2 + \zeta_0^2) - 2\eta_0 \eta_1 (\zeta_0 \zeta_1 + \xi_0 \xi_1)}}, \\ P_0 &= P_0(\xi_0, \eta_0, \zeta_0, \xi_1, \eta_1, \zeta_1) = \operatorname{arctg} \frac{\eta_0 \xi_1 - \eta_1 \xi_0}{\eta_1 \zeta_0 - \eta_0 \zeta_1}, \end{aligned}$$

ξ_0, η_0, ζ_0 — координаты начальной точки ортодромического участка (аналитической траектории), ξ_1, η_1, ζ_1 — координаты конечной точки ортодромического участка.

Аналитические зависимости соответствующих проекций вектора скорости $V = [V_\xi \ V_\eta \ V_\zeta]^T$ при этом описываются следующим образом:

$$\begin{aligned} V_\xi &= \left(\cos P_0 \cdot P + \sin P_0 \cdot a_0 \cdot \frac{\eta}{\sqrt{a_1 - \eta^2}} \right) \cdot V_\eta, \\ V_\zeta &= \left(\sin P_0 \cdot P - \cos P_0 \cdot a_0 \cdot \frac{\eta}{\sqrt{a_1 - \eta^2}} \right) \cdot V_\eta. \end{aligned} \quad (4)$$

Использование функциональных связей (3) и (4) позволяет трансформировать общие уравнения движения ЦМ объекта, резко уменьшив их размерность:

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= V_\eta, \\ \dot{V}_\eta &= \left\{ G(\Omega t) D^T(\alpha, \beta, \gamma) \right\}_{(2)} Z_a - \frac{V_\eta^2}{r} \begin{vmatrix} f_1(\eta) & 0 & f_2(\eta) \end{vmatrix} B^T(\eta) \mathfrak{R}(\eta) B(\eta) \begin{vmatrix} f_2(\eta) \\ 1 \\ -f_1(\eta) \end{vmatrix} + \\ &+ g \frac{\eta}{r} - \left\{ G(\Omega t) D^T(\alpha, \beta, \gamma) \right\}_{(2)} W_a, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\{G(\Omega t)D^T\}_{(2)}$ — вторая строка матрицы $G(\Omega t)D^T$,

$$B(\eta) = \begin{bmatrix} \frac{\sin P_0 \cdot P \cdot \eta + \cos P_0 \cdot a_0 \cdot \sqrt{a_1 - \eta^2}}{\sqrt{r^2 - \eta^2}} & 0 & -\frac{\cos P_0 \cdot P \cdot \eta - \sin P_0 \cdot a_0 \cdot \sqrt{a_1 - \eta^2}}{\sqrt{r^2 - \eta^2}} \\ -\frac{\cos P_0 \cdot P \cdot \eta - \sin P_0 \cdot a_0 \cdot \sqrt{a_1 - \eta^2}}{\sqrt{r^2 - \eta^2}} \cdot \frac{\eta}{r} & \frac{\sqrt{r^2 - \eta^2}}{r} & -\frac{\sin P_0 \cdot P \cdot \eta + \cos P_0 \cdot a_0 \cdot \sqrt{a_1 - \eta^2}}{\sqrt{r^2 - \eta^2}} \cdot \frac{\eta}{r} \\ \frac{\cos P_0 \cdot P \cdot \eta - \sin P_0 \cdot a_0 \cdot \sqrt{a_1 - \eta^2}}{r} & \frac{\eta}{r} & \frac{\sin P_0 \cdot P \cdot \eta + \cos P_0 \cdot a_0 \cdot \sqrt{a_1 - \eta^2}}{r} \end{bmatrix},$$

$$\mathfrak{K}(\eta) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ \frac{\eta}{\sqrt{r^2 - \eta^2}} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad f_1(\eta) = - \left(P \sin P_0 - a_0 \cos P_0 \frac{\eta}{\sqrt{a_1 - \eta^2}} \right),$$

$$f_2(\eta) = P \cos P_0 + a_0 \sin P_0 \frac{\eta}{\sqrt{a_1 - \eta^2}}.$$

При этом остальные параметры линейного движения (ξ , ζ , V_ξ , V_ζ) определяются с помощью соотношений (3), (4).

Окончательно уравнения полного вектора навигационных параметров объекта, движущегося по аналитической траектории (ортодромии), с учетом уравнений (2), (5) принимают вид

$$\dot{Y} = F(Y, t) + F_1(Y, t)W_Y, \quad (6)$$

$$Y = [\alpha \quad \beta \quad \gamma \quad \eta \quad V_\eta]^T, \quad W_Y = [W_d^T \quad W_a^T]^T,$$

$$F(Y, t) = \begin{bmatrix} \Phi(\beta, \gamma)Z_d \\ V_\eta \\ \left\{ G(\Omega t)D^T(\alpha, \beta, \gamma) \right\}_{(2)} Z_a - \frac{V_\eta^2}{r} \begin{bmatrix} f_1(\eta) & 0 & f_2(\eta) \end{bmatrix} B^T(\eta) \mathfrak{K}(\eta) B(\eta) \begin{bmatrix} f_2(\eta) \\ 1 \\ -f_1(\eta) \end{bmatrix} + g \frac{\eta}{r} \end{bmatrix},$$

$$F_1(Y, t) = \begin{bmatrix} -\Phi(\beta, \gamma) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\left\{ G(\Omega t)D^T(\alpha, \beta, \gamma) \right\}_{(2)} \end{bmatrix}.$$

Уравнения (6) являются исходными для последующего построения уравнений стохастической оценки: в терминах теории нелинейной фильтрации — уравнениями объекта. Но для окончательного построения уравнений оценки в соответствии с основными положениями теории стохастической фильтрации [Тихонов, Харисов, 2004] необходимо наличие уравнений наблюдения, сформированных по сигналам измерения, информационно зависящим от оцениваемого вектора состояния. В качестве таких сигналов измерения используем интенсивность оптического потока, фиксируемого видеокамерой.

Уравнение наблюдателя вектора навигационных параметров

В предположении, что оптическая информация снимается с поверхности Земли (линия визирования видеокамеры, жестко закрепленной в ЦМ объекта, в невозмущенном состоянии направлена к центру Земли), параметры оптического потока u , v в проекциях на оси ПСК описываются следующим образом [Хорн, 1989; Пономарев, Григорьев, 2015]:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \frac{f}{Z} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -y \\ 1 & 0 & -x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} + f \begin{bmatrix} -(y^2 + 1) & yx & x \\ -yx & x^2 + 1 & -y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где x, y — известные координаты проекции точки сканирования P на плоскость изображения, $Z = Z(x, y)$ — глубина точки сканирования P , f — фокусное расстояние видеокамеры, V_x, V_y, V_z — проекции вектора линейной скорости ЦМ объекта на оси ПСК, $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ — проекции вектора угловой скорости объекта на оси ПСК.

Для возможности использования уравнений (7) в качестве уравнений наблюдателя вектора Y представим входящие в них переменные в ГСК. В случае невозмущенного движения видеокамеры при сканировании подстилающей поверхности глубина изображения точки сканирования P определяется как $Z(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 + h^2}$, следовательно, в общем случае, при вращении приборного трехгранника (т. е. видеокамеры), глубина изображения равна

$$Z(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 + \frac{h^2}{\{D(\alpha, \beta, \gamma)G^T(\Omega t)B^T(\eta)\}_{(33)}^2}},$$

где $\{D(\alpha, \beta, \gamma)G^T(\Omega t)B^T(\eta)\}_{(33)}$ — соответствующий элемент матрицы $D(\alpha, \beta, \gamma)G^T(\Omega t)B^T(\eta)$. Так как векторы линейной и угловой скоростей (с учетом вращения Земли и географического трехгранника при движении ЦМ объекта) в ПСК могут быть представлены как

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_x & V_y & V_z \end{bmatrix}^T &= D(\alpha, \beta, \gamma)G^T(\Omega t) \begin{bmatrix} V_\xi & V_\eta & V_\zeta \end{bmatrix}^T = D(\alpha, \beta, \gamma)G^T(\Omega t) \begin{bmatrix} f_2(\eta) & 1 & -f_1(\eta) \end{bmatrix}^T V_\eta, \\ \begin{bmatrix} \omega_x & \omega_y & \omega_z \end{bmatrix}^T &= \left(Z_d - D(\alpha, \beta, \gamma)G^T(\Omega t) \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ \Omega \\ 0 \end{bmatrix} + r^{-1}B^T(\eta) \begin{bmatrix} -V_{*(2)} \\ \frac{r}{\sqrt{r^2 - \eta^2}} \\ 0 \end{bmatrix} \right\} - W_d \right), \\ V_* &= B(\eta) \begin{bmatrix} f_2(\eta) & 1 & -f_1(\eta) \end{bmatrix}^T V_\eta, \end{aligned}$$

где $V_{*(i)}$ — i -й элемент вектора V_* , то окончательно параметры оптического потока в функции оцениваемого вектора Y для общего случая (жесткого крепления видеокамеры) могут быть записаны в следующей стохастической форме:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} &= f \left(x^2 + y^2 + \frac{h^2}{\{D(\alpha, \beta, \gamma)G^T(\Omega t)B^T(\eta)\}_{(33)}^2} \right)^{-1/2} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -y \\ 1 & 0 & -x \end{bmatrix} D(\alpha, \beta, \gamma)G^T(\Omega t) \times \\ &\times \begin{bmatrix} f_2(\eta) & 1 & -f_1(\eta) \end{bmatrix}^T V_\eta + f \begin{bmatrix} -(y^2 + 1) & yx & x \\ -yx & x^2 + 1 & -y \end{bmatrix} \times \\ &\times \left(Z_d - D(\alpha, \beta, \gamma) \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ \Omega \\ 0 \end{bmatrix} + G^T(\Omega t)B^T(\eta) \begin{bmatrix} -\frac{V_{*(2)}}{r} \\ \frac{V_{*(1)}}{\sqrt{r^2 - \eta^2}} \\ 0 \end{bmatrix} \right\} - f \begin{bmatrix} -(y^2 + 1) & yx & x \\ -yx & x^2 + 1 & -y \end{bmatrix} W_d \right). \quad (8) \end{aligned}$$

Учитывая, что реализация существующих методов определения параметров оптического потока u, v на сегодняшний день представляет для бортовых вычислителей сложную вычислительную задачу в отличие от непосредственного измерения интенсивности освещенности $I(x, y, t)$ и вычисления ее частных производных $\frac{\partial I}{\partial t}, \frac{\partial I}{\partial x}, \frac{\partial I}{\partial y}$, наблюдатель вектора навигационных параметров Y сформируем следующим образом. Преобразуем известное основное уравнение оптического потока [Хорн, 1989; Пономарев, Григорьев, 2015; Fleet, Weiss, 2005] —

$$\frac{\partial I}{\partial t} + u \frac{\partial I}{\partial x} + v \frac{\partial I}{\partial y} = 0$$

— к виду

$$\frac{\partial I}{\partial t} = - \left| \frac{\partial I}{\partial x} \quad \frac{\partial I}{\partial y} \right| \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \quad (9)$$

и рассмотрим далее в качестве сигнала наблюдения измеренную текущую скорость изменения интенсивности освещенности $I(x, y, t)$ во времени $\frac{\partial I}{\partial t}$. В общем случае с учетом (8), (9) это позволяет представить выходной сигнал наблюдателя Z_I вектора навигационных параметров Y как

$$Z_I = \frac{\partial I}{\partial t} = -f \left| \frac{\partial I}{\partial x} \quad \frac{\partial I}{\partial y} \right| \left(x^2 + y^2 + \frac{h^2}{\{D(\alpha, \beta, \gamma)G^T(\Omega t)B^T(\eta)\}_{(33)}^2} \right)^{-1/2} \begin{vmatrix} 0 & 1 & -y \\ 1 & 0 & -x \end{vmatrix} \times \\ \times D(\alpha, \beta, \gamma)G^T(\Omega t) \begin{vmatrix} f_2(\eta) & 1 & -f_1(\eta) \end{vmatrix}^T V_\eta + \begin{vmatrix} -(y^2 + 1) & yx & x \\ -yx & x^2 + 1 & -y \end{vmatrix} \times \\ \times \left(Z_d - D(\alpha, \beta, \gamma) \left\{ \begin{vmatrix} 0 \\ \Omega \\ 0 \end{vmatrix} + G^T(\Omega t)B^T(\eta) \begin{vmatrix} -\frac{V_{*(2)}}{r} \\ \frac{V_{*(1)}}{\sqrt{r^2 - \eta^2}} \\ 0 \end{vmatrix} \right\} - \begin{vmatrix} -(y^2 + 1) & yx & x \\ -yx & x^2 + 1 & -y \end{vmatrix} W_d \right).$$

Правая часть полученного выражения содержит известную составляющую

$$-f \left| \frac{\partial I}{\partial x} \quad \frac{\partial I}{\partial y} \right| \begin{vmatrix} -(y^2 + 1) & yx & x \\ -yx & x^2 + 1 & -y \end{vmatrix} Z_d,$$

не содержащую информацию о навигационных параметрах, исключая которую получаем модель наблюдателя вектора состояния Y в виде

$$Z_{It} = Z_I + f \left| \frac{\partial I}{\partial x} \quad \frac{\partial I}{\partial y} \right| \begin{vmatrix} -(y^2 + 1) & yx & x \\ -yx & x^2 + 1 & -y \end{vmatrix} Z_d = \\ = -f \left| \frac{\partial I}{\partial x} \quad \frac{\partial I}{\partial y} \right| \left(x^2 + y^2 + \frac{h^2}{\{D(\alpha, \beta, \gamma)G^T(\Omega t)B^T(\eta)\}_{(33)}^2} \right)^{-1/2} \begin{vmatrix} 0 & 1 & -y \\ 1 & 0 & -x \end{vmatrix} \times \\ \times D(\alpha, \beta, \gamma)G^T(\Omega t) \begin{vmatrix} f_2(\eta) & 1 & -f_1(\eta) \end{vmatrix}^T V_\eta - \begin{vmatrix} -(y^2 + 1) & yx & x \\ -yx & x^2 + 1 & -y \end{vmatrix} \times \\ \times D(\alpha, \beta, \gamma) \left\{ \begin{vmatrix} 0 \\ \Omega \\ 0 \end{vmatrix} + G^T(\Omega t)B^T(\eta) \begin{vmatrix} -\frac{V_{*(2)}}{r} \\ \frac{V_{*(1)}}{\sqrt{r^2 - \eta^2}} \\ 0 \end{vmatrix} \right\} - \begin{vmatrix} -(y^2 + 1) & yx & x \\ -yx & x^2 + 1 & -y \end{vmatrix} W_d \right).$$

Реальные измерения интенсивности освещенности $I(x, y, t)$ всегда осуществляются с неизбежными помехами наблюдения W [Хорн, 1989; Steinbrücker et al., 2011; Raudies, Neumann, 2012; Mur-Artal, Tardós, 2017; Engel et al., 2018; Жук и др., 2020; Пешехонов, 2022; Foehn et al., 2022; Kotina et al., 2022; Kühne et al., 2024], учет которых приводит к следующей модели стохастиче-

ского наблюдателя Z_{It} :

$$\begin{aligned}
 Z_{It} = & -f \left| \frac{\partial I}{\partial x} \quad \frac{\partial I}{\partial y} \right| \left(x^2 + y^2 + \frac{h^2}{\{D(\alpha, \beta, \gamma)G^T(\Omega t)B^T(\eta)\}_{(33)}^2} \right)^{-1/2} \begin{vmatrix} 0 & 1 & -y \\ 1 & 0 & -x \end{vmatrix} D(\alpha, \beta, \gamma) G^T(\Omega t) \times \\
 & \times \begin{vmatrix} f_2(\eta) & 1 & -f_1(\eta) \end{vmatrix}^T V_\eta - \begin{vmatrix} -(y^2 + 1) & yx & x \\ -yx & x^2 + 1 & -y \end{vmatrix} D(\alpha, \beta, \gamma) \left\{ \begin{vmatrix} 0 \\ \Omega \\ 0 \end{vmatrix} + G^T(\Omega t)B^T(\eta) \begin{vmatrix} -\frac{V_{*(2)}}{r} \\ \frac{V_{*(1)}}{\sqrt{r^2 - \eta^2}} \\ 0 \end{vmatrix} \right\} + \\
 & + f \left| \frac{\partial I}{\partial x} \quad \frac{\partial I}{\partial y} \right| \begin{vmatrix} -(y^2 + 1) & yx & x \\ -yx & x^2 + 1 & -y \end{vmatrix} W_d + W_{It}. \quad (10)
 \end{aligned}$$

Для возможности использования данной модели в существующих алгоритмах нелинейной фильтрации, ориентированных на оценку в условиях гауссовского распределения помех измерения, при неизвестных вероятностных характеристиках помех W_{It} используем процедуру усреднения полученных во всех N точках сканирования (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, N$, сигналов наблюдения Z_{Iti} (10). В силу равномогности помех W_{Iti} для каждой точки сканирования и центральной предельной теоремы распределение шума

$$W_{It*} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N W_{Iti},$$

уже при $N \geq 3$ будет близко к гауссовскому, приближаясь к нему с ростом N , что позволяет аппроксимировать помеху W_{It*} центрированным БГШ с интенсивностью D_{It*} . Тогда оптический наблюдатель вектора навигационных параметров, обеспечивающий возможность применения методов нелинейной фильтрации [Тихонов, Харисов, 2004], окончательно принимает вид

$$\begin{aligned}
 Z &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Z_{Iti} = H(Y, t) + H_0(t)W_Z, \quad W_Z = \begin{vmatrix} W_d^T & W_{It*}^T \end{vmatrix}^T, \\
 H(Y, t) &= G_1(\alpha, \beta, \gamma, t) D(\alpha, \beta, \gamma) G^T(\Omega t) \begin{vmatrix} f_2(\eta) & 1 & -f_1(\eta) \end{vmatrix}^T V_\eta + \\
 &+ G_2(t) D(\alpha, \beta, \gamma) \left\{ \begin{vmatrix} 0 \\ \Omega \\ 0 \end{vmatrix} + G^T(\Omega t)B^T(\eta) \begin{vmatrix} -\frac{V_{*(2)}}{r} \\ \frac{V_{*(1)}}{\sqrt{r^2 - \eta^2}} \\ 0 \end{vmatrix} \right\}, \quad H_0(t) = \begin{vmatrix} G_2(t) \end{vmatrix}^T, \quad (11)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 G_1(\alpha, \beta, \gamma, t) &= -\frac{f}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{\partial I}{\partial x} \quad \frac{\partial I}{\partial y} \right|_{\substack{x=x_i \\ y=y_i}} \left(x_i^2 + y_i^2 + \frac{h^2}{\{D(\alpha, \beta, \gamma)G^T(\Omega t)B^T(\eta)\}_{(33)}^2} \right)^{-1/2} \begin{vmatrix} 0 & 1 & -y_i \\ 1 & 0 & -x_i \end{vmatrix}, \\
 G_2(t) &= \frac{f}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{\partial I}{\partial x} \quad \frac{\partial I}{\partial y} \right|_{\substack{x=x_i \\ y=y_i}} \begin{vmatrix} -(y_i^2 + 1) & y_i x_i & x_i \\ -y_i x_i & x_i^2 + 1 & -y_i \end{vmatrix}.
 \end{aligned}$$

Здесь следует отметить, что информационная часть полученного наблюдателя (11) зависит явно от всех компонентов оцениваемого вектора Y , что при практическом использовании фильтра обеспечивает положительное влияние на сходимость и точность процесса фильтрации.

Полученная для случая жесткого крепления видеокамеры в ЦМ объекта форма наблюдателя (11), являясь наиболее общей, обеспечивает также возможность синтеза на ее основе наблюдателя навигационных параметров для двухступенной стабилизации видеокамеры, используемой на многих подвижных объектах.

Рассмотрим данный случай размещения видеокамеры, полагая далее, что БИНС по-прежнему жестко закреплена на объекте.

Наблюдатель навигационных параметров при размещении видеокамеры на двухосном гиростабилизаторе

В этом случае отсутствует вращение видеокамеры относительно ИСК по углам β , γ : $\beta_0, \gamma_0 = \text{const}$ — углы начальной ориентации ПСК относительно ИСК, определяющие также начальную ориентацию видеокамеры относительно ИСК [Соколов, Чуб, 2024]. При этом необходимо учитывать тот факт, что сохраняется вращение видеокамеры в ИСК в плоскости стабилизации по углу рыскания α , описываемого уравнением

$$\dot{\alpha} = \begin{vmatrix} \frac{\sin \gamma}{\cos \beta} & \frac{\cos \gamma}{\cos \beta} & 0 \end{vmatrix} (Z_d - W_d)$$

из системы (2). Подобное вращение приводит, в свою очередь, к возникновению дополнительной составляющей угловой скорости видеокамеры относительно сцены, проецируемой на ось визирования видеокамеры в виде $(-\dot{\alpha})$. С учетом вышеизложенного уравнение наблюдателя трансформируется к виду

$$\begin{aligned} Z = & G_1(\alpha, \beta_0, \gamma_0, t) D(\alpha, \beta_0, \gamma_0) G^T(\Omega t) \begin{vmatrix} f_2(\eta) & 1 & -f_1(\eta) \end{vmatrix}^T V_\eta + \\ & + G_2(t) D(\alpha, \beta_0, \gamma_0) \left\{ \begin{vmatrix} 0 \\ \Omega \\ 0 \end{vmatrix} + G^T(\Omega t) B^T(\eta) \begin{vmatrix} -\frac{V_{*(2)}}{r} \\ \frac{V_{*(1)}}{\sqrt{r^2 - \eta^2}} \\ 0 \end{vmatrix} \right\} + \\ & + G_2(t) \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ \frac{\sin \gamma}{\cos \beta} & \frac{\cos \gamma}{\cos \beta} & 0 \end{vmatrix} Z_d - G_2(t) \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ \frac{\sin \gamma}{\cos \beta} & \frac{\cos \gamma}{\cos \beta} & 0 \end{vmatrix} W_d + W_{It*}, \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} Z &= H_1(Y, t) + H_2(Y, t) W_Z, \\ H_1(Y, t) &= G_1(\alpha, \beta_0, \gamma_0, t) D(\alpha, \beta_0, \gamma_0) G^T(\Omega t) \begin{vmatrix} f_2(\eta) & 1 & -f_1(\eta) \end{vmatrix}^T V_\eta + \\ & + G_2(t) D(\alpha, \beta_0, \gamma_0) \left\{ \begin{vmatrix} 0 \\ \Omega \\ 0 \end{vmatrix} + G^T(\Omega t) B^T(\eta) \begin{vmatrix} -\frac{V_{*(2)}}{r} \\ \frac{V_{*(1)}}{\sqrt{r^2 - \eta^2}} \\ 0 \end{vmatrix} \right\} - G_*(t) \begin{vmatrix} \frac{\sin \gamma}{\cos \beta} & \frac{\cos \gamma}{\cos \beta} & 0 \end{vmatrix} Z_d, \\ H_2(Y, t) &= \begin{vmatrix} G_*(t) \begin{vmatrix} \frac{\sin \gamma}{\cos \beta} & \frac{\cos \gamma}{\cos \beta} & 0 \end{vmatrix} : 1 \end{vmatrix}, \quad G_*(t) = -\frac{f}{N} \sum_{i=1}^N \begin{vmatrix} \frac{\partial I}{\partial x} & \frac{\partial I}{\partial y} \end{vmatrix}_{\substack{x=x_i \\ y=y_i}} \begin{vmatrix} x_i \\ -y_i \end{vmatrix}. \end{aligned} \tag{12}$$

Информационная часть наблюдателя (12), как и в предыдущем случае (11), явно зависит от всех компонентов навигационного вектора Y , но при этом содержит более сложную стохастическую составляющую. В связи с более общим видом наблюдателя (12), по сравнению с наблюдателем (11), синтез алгоритма стохастической оценки вектора Y проведем, используя уравнения наблюдения (12).

Стохастическая фильтрация навигационных параметров в интегрированной НС

Уравнение наблюдателя (12) совместно с уравнениями объекта (6) позволяют решить поставленную задачу стохастической оценки навигационного вектора Y , используя расширенный

фильтр Калмана с коррелированными шумами объекта и наблюдателя [Тихонов, Харисов, 2004]:

$$\begin{aligned}\hat{\dot{Y}} &= F(\hat{Y}, t) + K(\hat{Y}, t)(Z - H_1(\hat{Y}, t)), \\ K(\hat{Y}, t) &= \left(R(\hat{Y}, t) \frac{\partial H_1^T(\hat{Y}, t)}{\partial \hat{Y}} + \Psi(\hat{Y}, t) \right) D_Z^{-1}(\hat{Y}, t), \\ \dot{R}(\hat{Y}, t) &= \left(\frac{\partial F(\hat{Y}, t)}{\partial \hat{Y}} - \Psi(\hat{Y}, t) \cdot D_Z^{-1}(\hat{Y}, t) \cdot \frac{\partial H_1(\hat{Y}, t)}{\partial \hat{Y}} \right) R(\hat{Y}, t) + \\ &+ R(\hat{Y}, t) \left(\frac{\partial F(\hat{Y}, t)}{\partial \hat{Y}} - \Psi(\hat{Y}, t) \cdot D_Z^{-1}(\hat{Y}, t) \cdot \frac{\partial H_1(\hat{Y}, t)}{\partial \hat{Y}} \right)^T - \\ &- R(\hat{Y}, t) \frac{\partial H_1^T(\hat{Y}, t)}{\partial \hat{Y}} \cdot D_Z^{-1}(\hat{Y}, t) \cdot \frac{\partial H_1(\hat{Y}, t)}{\partial \hat{Y}} R(\hat{Y}, t) + \\ &+ F_1(\hat{Y}, t) D_Y F_1^T(\hat{Y}, t) - \Psi(\hat{Y}, t) \cdot D_Z^{-1}(\hat{Y}, t) \cdot \Psi^T(\hat{Y}, t),\end{aligned}\tag{13}$$

где $\hat{Y}$ — оценка вектора навигационных параметров $Y(t)$, $R(\hat{Y}, t)$ — апостериорная ковариационная матрица,

$$\begin{aligned}D_Y &= \begin{vmatrix} D_d & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & D_a \end{vmatrix}, \quad D_Z(\hat{Y}, t) = H_2(\hat{Y}, t) \begin{vmatrix} D_d & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & D_{It*} \end{vmatrix} H_2^T(\hat{Y}, t), \\ \Psi(\hat{Y}, t) &= F_1(\hat{Y}, t) \begin{vmatrix} D_d & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{0} & & \end{vmatrix} H_2^T(\hat{Y}, t).\end{aligned}$$

Результаты использования расширенного фильтра Калмана во многих практических случаях свидетельствуют о возможности достижения требуемого компромисса по критерию «точность – вычислительные затраты» при его реализации в вычислителях как общего, так и специального назначения. В связи с этим для иллюстрации эффективности рассмотренного подхода был проведен следующий численный эксперимент для случая двухстепенной стабилизации видеокамеры.

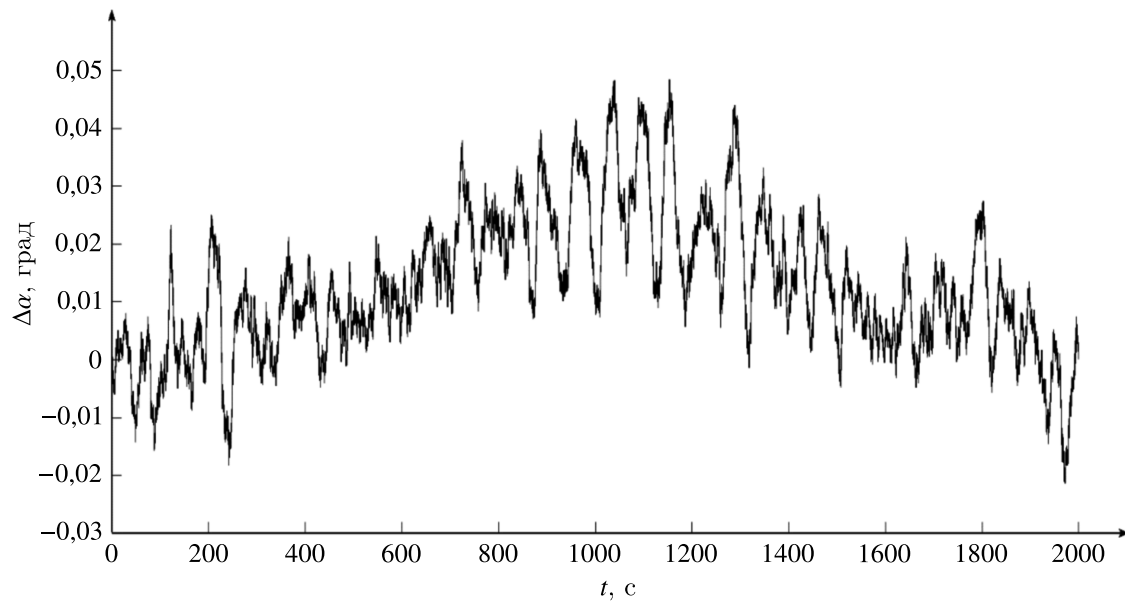
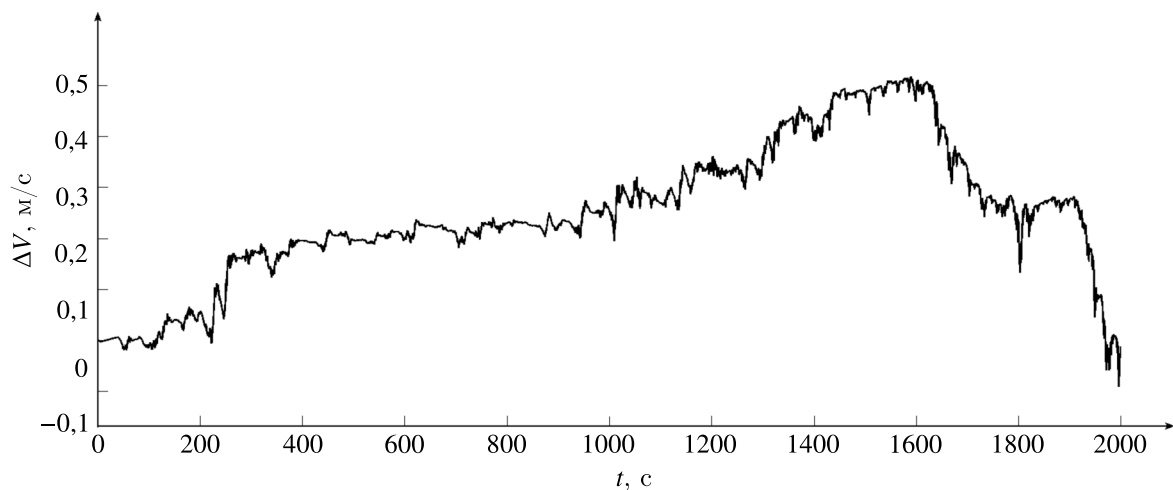
Пример

В процессе моделирования рассматривалось движение беспилотного летательного аппарата (БПЛА) на временном интервале $[0, 2000]$ секунд с параметрами линейного и углового движения, а также дрейфами чувствительных элементов БИНС (в демпферном исполнении) и условиями видеосъемки, приведенными в описании численного эксперимента в работе [Соколов, Чуб, 2024].

При моделировании измерений оптического потока в качестве помех измерения W_{It*} использовались центрированные гауссовские последовательности с дисперсией: $D_{It*} = (3 \cdot 10^{-3})^2 \text{ лм}^2/\text{с}^2$.

По полученным измерениям с использованием метода Рунге–Кутты 4-го порядка с шагом 0,01 с был реализован алгоритм расширенного фильтра Калмана (13). На рис. 2 представлен график погрешностей оценки угла α , на рис. 3, 4 — графики погрешностей оценки скорости V_η и координаты η БПЛА.

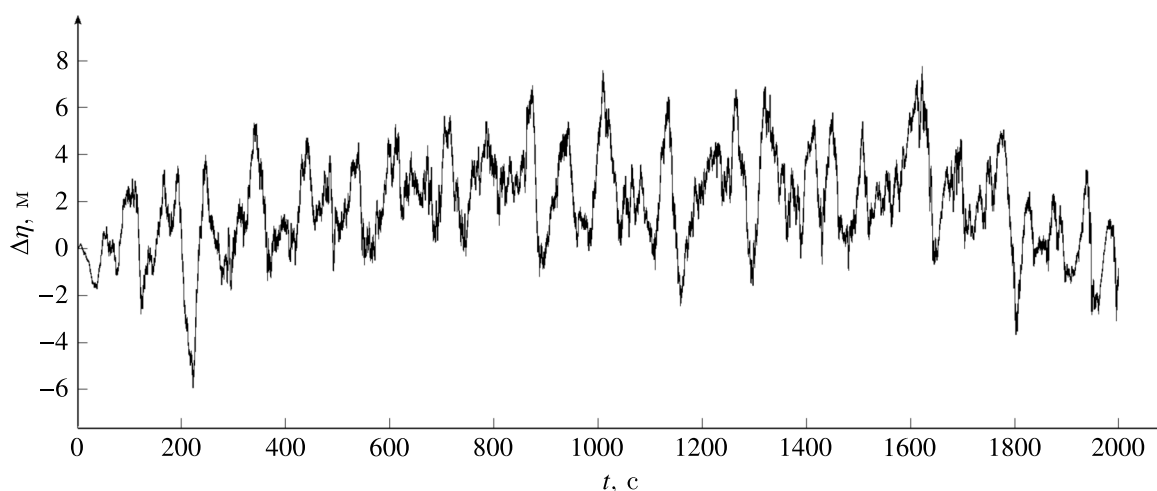
Сравнительный анализ приведенных значений погрешностей оценивания навигационных параметров БПЛА позволяет сделать вывод об устойчивости процесса оценки при стабилизации видеокамеры: диапазоны изменения значений погрешностей удовлетворяют требованиям, предъявляемым не только к современным, но и к перспективным автономным навигационным

Рис. 2. График погрешности оценки угла α Рис. 3. График погрешности оценки скорости V_η БПЛА

системам: погрешность оценки угла α на всем интервале моделирования не превысила 0,05 град (в конце интервала — не более 0,02 град), по координате η ошибка оценки не превышала 8 м (в конце интервала — 2 м), по скорости — 0,5 м/с (в конце интервала — 0,1 м/с).

Заключение

Таким образом, полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что рассмотренный подход к построению сильносвязанной инерциально-оптической навигационной системы объекта, совершающего движение по аналитической траектории, обеспечивает не только точность позиционирования и определения угловой ориентации, удовлетворяющую требованиям к современным и перспективным автономным НС, но и существенное снижение вычислительных затрат. Так, например, по сравнению с подходом, описанным в [Соколов, Чуб, 2024] и использующим общие уравнения линейного и углового движения объекта, а также процедуру

Рис. 4. График погрешности оценки координаты η БПЛА

предварительного определения параметров оптического потока, вычислительные затраты сократились в среднем в 4,6 раз. Подобные преимущества предложенного подхода обеспечивают возможность его эффективной реализации в бортовых вычислителях не только перспективных, но и уже существующих БПЛА [Биард, МакЛэйн, 2018].

Список литературы (References)

- Али Б., Садеков Р. Н., Цодокова В. В. Алгоритмы навигации беспилотных летательных аппаратов с использованием систем технического зрения // Гироскопия и навигация. — 2022. — Т. 30, № 4 (119). — С. 87–105.
- Ali B., Sadekov R. N., Tsodokova V. V. Algoritmy navigatsii bespilotnykh letatel'nykh apparatov s ispol'zovaniem sistem tekhnicheskogo zreniya [Algorithms for navigation of unmanned aerial vehicles using technical vision systems] // Gyroscopy and navigation. — 2022.— Vol. 30, No. 4 (119). — P. 87–105 (in Russian).
- Биард Р. У., МакЛэйн Т. У. Малые беспилотные летательные аппараты. Теория и практика. — М.: Техносфера, 2018.
- Biard R. U., MakLein T. U. Malye bespilotnye letatel'nye apparaty. Teoriya i praktika [Small unmanned aerial vehicles. Theory and practice]. — Moscow: Tekhnosfera, 2018 (in Russian).
- Жук Р. С., Залесский Б. А., Троцкий Ф. С. Визуальная навигация автономно летящего БПЛА с целью его возвращения в точку старта // Информатика. — 2020. — Т. 17, № 2. — С. 17–24. — DOI: 10.37661/1816-0301-2020-17-2-17-24
- Zhuk R. S., Zaleskii B. A., Trotskii F. S. Vizual'naya navigatsiya avtonomno letyashchego BPLA s tsel'yu ego vozvrashcheniya v točku starta [Solution of problem of returning to the starting point of autonomously flying UAV by visual navigation] // Informatika. — 2020. — Vol. 17, No. 2. — P. 17–24. — DOI: 10.37661/1816-0301-2020-17-2-17-24 (in Russian).
- Пешехонов В. Г. Высокоточная навигация без использования информации глобальных навигационных спутниковых систем // Гироскопия и навигация. — 2022. — Т. 30, № 1 (116). — С. 3–11.
- Peshekhonov V. G. Vysokotochnaya navigatsiya bez ispol'zovaniya informatsii global'nykh navigatsionnykh sputnikovyykh sistem [Visual navigation of an autonomously flying UAV for the purpose of returning to the starting point] // Gyroscopy and navigation. — 2022. — Vol. 30, No. 1 (116). — P. 3–11 (in Russian).
- Пономарев Е. С., Григорьев А. С. Алгоритмы вычисления оптического потока в задаче определения собственного движения // Сборник трудов 39-й междисциплинарной школы-конференции ИППИ РАН «Информационные технологии и системы 2015». — М.: Институт проблем передачи информации им. А. А. Харкевича РАН, 2015. — С. 457–470.
- Ponomarev E. S., Grigor'ev A. S. Algoritmy vychisleniya opticheskogo potoka v zadache opredeleniya sobstvennogo dvizheniya [Algorithms for calculating optical flow in the problem of determining proper motion] // Collection of works of the 39th interdisciplinary school-conference of the ITP RAS "Information technologies and systems 2015". — Moscow: A. A. Kharkevich Institute for Information Transmission Problems RAS, 2015. — P. 457–470 (in Russian).

- Розенберг И. Н., Соколов С. В., Уманский В. И., Погорелов В. А. Теоретические основы тесной интеграции инерциально-спутниковых навигационных систем. — М.: Физматлит, 2018. — 312 с.
- Rozenberg I. N., Sokolov S. V., Umanskii V. I., Pogorelov V. A. Teoreticheskie osnovy tesnoi integratsii inertsial'no-sputnikovykh navigatsionnykh sistem [Theoretical foundations of close integration of inertial-satellite navigation systems]. — Moscow: Fizmatlit, 2018. — 312 p. (in Russian).
- Соколов С. В., Чуб Е. Г. Решение задачи автономной навигации на основе интеграции инерциальной и оптической навигационных систем // Автотметрия. — 2024. — Т. 60, № 6. — С. 75–84.
- Sokolov S. V., Chub E. G. Reshenie zadachi avtonomnoi navigatsii na osnove integratsii inertsial'noi i opticheskoi navigatsionnykh sistem [Solution of the problem of autonomous navigation based on the integration of inertial and optical navigation systems] // Avtometriya. — 2024. — Vol. 60, No. 6. — P. 75–84 (in Russian).
- Тихонов В. И., Харисов В. Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. — М.: Радио и связь, 2004. — 608 с.
- Tikhonov V. I., Kharisov V. N. Statisticheskii analiz i sintez radiotekhnicheskikh ustroystv i sistem [Statistical analysis and synthesis of radio engineering devices and systems]. — Moscow: Radio and Communications, 2004 (in Russian).
- Хорн Б. К. П. Зрение роботов. — М.: Мир, 1989.
- Khorn B. K. P. Zrenie robotov [Robot vision]. — Moscow: Mir, 1989 (in Russian).
- Baker S., Scharstein D., Lewis J. P., Roth S., Black M. J., Szeliski R. A database and evaluation methodology for optical flow // International Journal of Computer Vision. — 2011. — P. 1–31.
- Dharmasiri T., Spek A., Drummond T. Eng: End-to-end neural geometry for robust depth and pose estimation using CNNs // arXiv preprint. — 2018. — arXiv:1807.05705
- Ding L., Zhou J., Meng L., Long Z. A practical cross-view image matching method between UAV and satellite for UAV-based geo-localization // Remote Sensing. — 2021. — Vol. 13, No. 47. — DOI: 10.3390/rs13010047
- Engel J., Koltun V., Cremers D. Direct sparse odometry // IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence. — 2018. — Vol. 40, No. 3. — P. 611–625.
- Fleet D. J., Weiss Y. Optical flow estimation. Mathematical models in computer vision: the handbook. — 2005. — P. 239–258.
- Foehn P., Kaufmann E., Romero A., Penicka R., Sun S., Bauersfeld L., Laengle T., Cioffi G., Song Y., Loquercio A. Agilicious: Open source and open-hardware agile quadrotor for vision-based flight // Science Robotics. — 2022. — Vol. 7. — P. 1–14. — DOI: 10.1126/scirobotics.abl6259
- Geiger A., Lenz P., Stiller C., Urtasun R. Vision meets Robotics: The KITTI dataset // International Journal of Robotics Research (IJRR). — 2013. — <http://www.cvlibs.net/datasets/kitti/>
- Kotina E., Ovsyannikov D., Elizarova M. Optimization approach to the velocity field determining problem // Cybernetics and Physics. — 2022. — Vol. 11. — P. 131–135. — DOI: 10.35470/2226-4116-2022-11-3-131-135
- Kühne J., Magno M., Benini L. Low latency visual inertial odometry with on-sensor accelerated optical flow for resource-constrained UAVs // IEEE Sensors Journal. — 2024. — Vol. 5. — P. 7838–7847. — DOI: 10.48550/arXiv.2406.13345
- Mirabdollah H., Mertsching B. On the second order statistics of essential matrix elements // 36th German Conference, GCPR 2014, Munster, Germany, September 2–5, 2014. Proceedings. — P. 547–557.
- Mittal M., Mohan R., Burgard W., Valada A. Vision-based autonomous UAV navigation and landing for urban search and rescue // Proceedings of the International Symposium on Robotics Research (ISRR). — 2019. — DOI: 10.48550/arXiv.1906.01304
- Mur-Artal R., Tardós J. D. Orb-slam2: An open-source slam system for monocular, stereo, and RGB-d cameras // IEEE Transactions on Robotics. — 2017. — Vol. 33, No. 5. — P. 1255–1262.
- Raudies F., Neumann H. A review and evaluation of methods estimating ego-motion // Computer Vision and Image Understanding. — 2012. — Vol. 116. — P. 606–633.

- Steinbrücker F., Sturm J., Cremers D.* Real-time visual odometry from dense RGB-d images // Computer Vision Workshops (ICCV Workshops), IEEE International Conference on Robotics. — 2011. — P. 719–722.
- Ummenhofer B., Zhou H., Uhrig J., Mayer N., Ilg E., Dosovitskiy A., Brox T.* Demon: Depth and motion network for learning monocular stereo // IEEE Conference on computer vision and pattern recognition (CVPR). — 2017. — Vol. 5. — P. 6.
- Xu L., Jia J.* Motion detail preserving optical flow estimation // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence (TPAMI). — 2012. — Vol. 34, No. 9. — P. 1744–1757.
- Zhao C., Sun L., Purkait P., Duckett T., Stolkin R.* Learning monocular visual odometry with dense 3D mapping from dense 3D flow // Intelligent Robots and Systems (IROS), 2018 International Conference on Robotics. — 2018.