

УДК: 519.85

QUBO-формализация двухэшелонной задачи маршрутизации транспорта с опциональной активацией промежуточных узлов: диагностика штрафного ландшафта и гибридный алгоритм

Р. С. Рогулин

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого,
Россия, 173003, г. Великий Новгород, ул. Большая Санкт-Петербургская, д. 41

E-mail: rafassiaofusa@mail.ru

Получено 09.03.2026, после доработки — 20.04.2026.

Принято к публикации 19.05.2026.

Вывозка лесоматериалов из удаленных лесозаготовительных районов Сибири характеризуется высоким уровнем транспортных издержек. Наличие протяженных участков грунтовых лесовозных дорог, сезонные ограничения (весенняя распутица, зимники) и значительные расстояния от лесосек до магистральных транспортных узлов (50–200 км) обуславливают необходимость систематического решения задачи рационального планирования маршрутов вывозки.

В настоящей работе предложена математическая модель двухэшелонной маршрутизации транспортных средств (2E-VRP), адаптированная к условиям вывозки лесоматериалов в макрорегионе Урала и Сибири. Модель учитывает переменные транспортные затраты (пробег лесовозов), фиксированные затраты на задействование каждой единицы техники ($c_{fix} = 30\,000$ руб./рейс) и ограничения грузоподъемности. Задача приведена к форме QUBO — квадратичной безусловной бинарной оптимизации; емкостные ограничения интегрированы посредством штрафного коэффициента $\lambda_{cap} = 500$. Такое представление обеспечивает совместимость модели с современными специализированными решателями (квантовыми отжигателями и цифровыми аннилерами).

Апробация модели выполнена на реальной географии Уральского и Сибирского федеральных округов: 207 узлов логистической сети, 65 предприятий-потребителей, 8 магистральных транспортных узлов. Предложенный трехстадийный алгоритм «Допустимость прежде всего» формирует допустимый маршрутный план за 1,7 с и обеспечивает снижение суммарных транспортных затрат на 69 % относительно базового генетического алгоритма. Последующая оптимизация методом имитации отжига дополнительно улучшает значение целевой функции QUBO на 55 %.

Ключевые слова: вывозка древесины, лесная логистика, лесовозные дороги, двухэшелонная маршрутизация, оптимизация маршрутов лесовозов, QUBO, Уральский федеральный округ, Сибирский федеральный округ, математическое моделирование лесозаготовки

UDC: 519.85

QUBO formulation of a two-echelon vehicle routing problem with optional activation of intermediate nodes: penalty landscape diagnostics and a hybrid algorithm

R. S. Rogulin

Yaroslav the Wise Novgorod State University,
41 Bolshaya Sankt Peterburgskaya st., Veliky Novgorod, 173003, Russia

E-mail: rafassiaofusa@mail.ru

Received 09.03.2026, after completion — 20.04.2026.

Accepted for publication 19.05.2026.

The haulage of timber from remote logging areas of Siberia is characterized by high transportation costs. Long stretches of unpaved logging roads, seasonal constraints (spring thaw and winter roads), and considerable distances from cutting areas to main transport hubs (50–200 km) make systematic route planning essential.

This paper proposes a mathematical model of the two-echelon vehicle routing problem (2E-VRP) adapted to timber haulage in the macro-region of the Urals and Siberia. The model incorporates variable transportation costs (truck mileage), fixed costs of using each vehicle ($c_{fix} = 30\,000$ RUB per trip), and vehicle-capacity constraints. The problem is transformed into a QUBO (quadratic unconstrained binary optimization) formulation; capacity constraints are integrated through the penalty coefficient $\lambda_{cap} = 500$. This representation makes the model compatible with modern specialized solvers, including quantum annealers and digital annealers.

The model is tested on the real geography of the Ural and Siberian Federal Districts: 207 nodes in the logistics network, 65 customer enterprises, and 8 main transport hubs. The proposed three-stage “Feasible-First” algorithm constructs a feasible routing plan in 1.7 s and reduces total transportation costs by 69 % relative to a baseline genetic algorithm. Subsequent simulated annealing further improves the QUBO objective value by 55 %.

Keywords: timber haulage, forest logistics, logging roads, two-echelon vehicle routing, optimization of timber truck routes, QUBO, Ural Federal District, Siberian Federal District, mathematical modeling of timber harvesting

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2026, vol. 18, no. 4, pp. 765–791 (Russian).

1. Введение

Вывозка лесоматериалов представляет собой один из наиболее ресурсоемких этапов лесопромышленного производства в Российской Федерации, что особенно характерно для регионов Сибири и Урала. Транспортное плечо от лесосеки до перерабатывающего предприятия в этих условиях может превышать 1000 км. Согласно отраслевым оценкам доля транспортных расходов в себестоимости продукции лесопромышленного комплекса (ЛПК) составляет 30–50 % и определяется удаленностью лесосырьевой базы и организацией перевозочного процесса.

Лесовозная инфраструктура рассматриваемого макрорегиона имеет выраженную двухуровневую структуру. Первый уровень формируется магистральными путями — железнодорожными и федеральными автомобильными дорогами, связывающими крупные транспортные узлы (железнодорожные станции, контейнерные терминалы, речные порты, пограничные переходы). Второй уровень представлен грунтовыми лесовозными дорогами, обеспечивающими доставку древесины от участков лесозаготовки до ближайшего магистрального узла. Протяженность грунтового участка составляет 50–200 км, магистрального — 500–2000 км. При этом удельные затраты на перевозку по грунтовым лесовозным дорогам существенно превышают соответствующие показатели на магистральных маршрутах.

Задачи выбора маршрутов вывозки и распределения транспортных средств по рейсам в лесной отрасли традиционно решаются средствами теории исследования операций. Постановка двухэшелонной задачи маршрутизации транспорта (two-echelon vehicle routing problem, 2E-VRP) формально описывает рассматриваемую ситуацию: груз перемещается через промежуточные узлы, а искомое решение включает две связанные подзадачи — маршрут по магистрали и распределение по второму эшелону [Enthoven et al., 2023; Rönnqvist et al., 2023; Rönnqvist, 2023]. Обзорная работа [Enthoven et al., 2023] систематизирует современное состояние исследований в области 2E-VRP. В настоящем исследовании постановка 2E-VRP адаптируется к специфике вывозки лесоматериалов с учетом фиксированных затрат на задействование лесовоза (c_{fix}), ограничений грузоподъемности и (в качестве отличительной особенности) опциональной активации промежуточных транспортных узлов.

Методологическую основу работы составляет приведение модели 2E-VRP к форме квадратичной безусловной бинарной оптимизации (quadratic unconstrained binary optimization, QUBO). Формат QUBO получил распространение в оптимизационном моделировании в связи с развитием квантовых отжигателей (quantum annealers) и специализированных классических вычислительных устройств (D-Wave Advantage, Fujitsu Digital Annealer, LightSolver). Применительно к маршрутным задачам приведение к форме QUBO исследуется, в частности, в работах [Tambunan et al., 2022] (квантовый отжиг для VRP с взвешенными сегментами), [Angelakis et al., 2023] (кубит-эффективные формулировки для VRPTW), [Yarkoni et al., 2022] (обзор промышленных применений квантового отжига). Универсальный эталонный набор задач QOBLIB [Moussa et al., 2025] содержит сравнительные оценки существующих квантовых и квантово-инспирированных методов.

Несмотря на развитие общетеоретических подходов к QUBO-формализации маршрутных задач, применительно к вывозке лесоматериалов с учетом региональной специфики (протяженные грунтовые участки, сезонность, разреженная сеть магистральных узлов) подобная формализация, по имеющимся у авторов сведениям, ранее не выполнялась. Имеющиеся работы по оптимизации лесных перевозок [Santos et al., 2020; Rönnqvist et al., 2023; Mensah et al., 2025] опираются преимущественно на точные методы смешанного целочисленного линейного программирования (MILP) и метаэвристики общего назначения; QUBO-подход в этой предметной области не применялся. Одновременно с этим известные QUBO-формализации маршрутных задач не учитывают специфику лесной логистики: отсутствуют фиксированные затраты на задей-

ствование транспортного средства, не рассматривается возможность деактивации промежуточных хабов, не выполнена эмпирическая проверка на макрорегиональных инстансах размерности $N > 10\,000$.

Настоящее исследование восполняет указанный пробел. Научная новизна работы состоит в трех аспектах: 1) построена QUBO-формализация 2E-VRP с опциональной активацией хабов (переменная z_h) и интегрированными в целевую функцию ограничениями грузоподъемности, впервые примененная к задаче вывозки лесоматериалов; 2) выполнено сопоставление трех алгоритмических подходов — точного решения линейаризованной задачи, генетического алгоритма и имитации отжига — на одной матрице Q размерностью свыше 10^4 , с выявлением структурных свойств штрафного ландшафта, препятствующих эффективности популяционных метаэвристик; 3) предложен трехстадийный вычислительный конвейер «Допустимость прежде всего» (Feasible-First), формирующий допустимое начальное состояние для последующей QUBO-оптимизации, в том числе — потенциально — на квантовом оборудовании.

Практическая значимость работы определяется применимостью построенной QUBO-матрицы в качестве входных данных для современных квантовых и квантово-инспирированных решателей, а также использованием предложенного вычислительного конвейера в задачах оперативного планирования вывозки древесины.

Целью настоящей работы являются построение и экспериментальная верификация математической модели вывозки лесоматериалов в форме 2E-VRP с приведением к QUBO, апробация на реальных географических данных Уральского и Сибирского федеральных округов и сопоставительная оценка применимости различных алгоритмических подходов к задаче указанного масштаба.

Структура статьи следующая. § 2 содержит обзор литературы. § 3 посвящен описанию сети вывозки и формальной постановке задачи. В §§ 4 и 5 представлены математическая модель и вычислительная схема. §§ 6–8 содержат описание данных, результаты валидации и основного эксперимента. §§ 9–11 включают обсуждение, ограничения работы и выводы.

2. Обзор литературы

2.1. Модели двухэтапной маршрутизации

Постановка 2E-VRP рассматривает задачу перевозки с одной ключевой особенностью: груз не доставляется напрямую, а перегружается на промежуточных узлах. Обзор [Enthoven et al., 2023] систематизирует существующие варианты задачи и методы решения; открытым остается вопрос эффективной работы с инстансами большой размерности. Современная литература содержит обширные исследования частных случаев — с временными окнами [Dellaert et al., 2019], синхронизированной мульти-трип-вывозкой [Li et al., 2024], одновременным забором и доставкой [Liu, Jiang, 2022; Chen, Wang, 2023], мобильными промежуточными пунктами [Garone et al., 2025] и неоднородным автопарком [Mancini, 2023; Basso et al., 2024].

Точные методы — декомпозиция Бендерса, branch-cut-and-price [Sacramento et al., 2024; Rais et al., 2024; Pessoa et al., 2025] и универсальный решатель VRPSolver [Pessoa et al., 2024] — на практике работают на инстансах до нескольких сотен переменных. При числе переменных, превышающем 10 000, требуются эвристические подходы.

2.2. QUBO-модели для транспортных задач

Формат QUBO получил развитие в области квантовой оптимизации: квантовые отжигатели D-Wave, вариационные алгоритмы QAOA и ряд специализированных классических устройств (Fujitsu Digital Annealer, LightSolver) принимают в качестве входных данных квадратичную

бинарную форму. В работе [Tambunan et al., 2022] VRP представлена в форме QUBO применительно к квантовому отжигу; в [Yarkoni et al., 2022] выполнено обобщение промышленных применений квантового отжига; в [Angelakis et al., 2023] исследованы кубит-эффективные представления; в [Du et al., 2023] систематизированы квантово-инспирированные методы.

Переход к форме QUBO сопряжен с рядом методологических трудностей. Штрафные коэффициенты изменяют структуру оптимизационного ландшафта, а вспомогательные переменные линеаризации могут составлять значительную долю от общего числа переменных. Бенчмарк QOBLIB [Moussa et al., 2025] содержит количественные оценки соответствующих ограничений. Методы QCR [Billionnet et al., 2025; Liefoghe et al., 2025] и препроцессинг посредством замены переменных [Oku et al., 2025] обеспечивают улучшение структуры матрицы Q . Применительно к задаче двухэшелонной маршрутизации указанные методы, по имеющимся у авторов сведениям, ранее не рассматривались.

2.3. Оптимизация лесных перевозок

Оптимизация вывозки лесоматериалов представляет собой самостоятельный раздел лесоэксплуатационной науки. Организация глобальных цепей поставок древесины описана в работах [Mensah et al., 2025; Smidt et al., 2025]. В исследовании [Rönnqvist et al., 2023] предложен гибридный подход к расчету транспортных расстояний с учетом особенностей лесной дорожной сети. В [Santos et al., 2020] разработана модель FRoM для оптимизации маршрутов вывозки. Планирование рубок с пространственными ограничениями рассмотрено в работах [Martins et al., 2022; Arora et al., 2023]; обзор методов маршрутизации в лесной отрасли представлен в [Rönnqvist, 2023].

Специфика российских условий определяется удаленностью сырьевых баз Сибири, низким качеством лесовозных дорог, сезонными ограничениями, а также произошедшей в последние годы переориентацией экспортных потоков с европейских на азиатские направления [Interfax, 2023; GlobalWood, 2025; Moscow Times, 2025]. По имеющимся у авторов сведениям, задача вывозки леса в Сибири ранее не рассматривалась в двухэшелонной постановке и не приводилась к форме QUBO.

2.4. Положение настоящей работы

Настоящее исследование проводится на пересечении трех научных направлений: двухэшелонной маршрутизации транспорта, QUBO-моделирования и оптимизации лесной транспортной логистики. Научная новизна работы заключается в построении полной QUBO-модели вывозки древесины с учетом фиксированных затрат на задействование лесовоза и ограничений по грузоподъемности, ее верификации и апробации на реальной географии Уральского и Сибирского федеральных округов.

3. Постановка задачи и характеристика кейса

3.1. Лесопромышленные районы Урала и Сибири

В качестве объекта вычислительного эксперимента выбрана территория Уральского и Сибирского федеральных округов. Протяженность территории — от Свердловской области ($57,8^\circ$ в. д.) до Забайкальского пограничного перехода ($131,4^\circ$ в. д.), диагональ покрытия составляет около 4900 км. Округа включают 19 субъектов Российской Федерации. Ядро лесопромышленного комплекса сосредоточено в трех регионах: Красноярский край (48 узлов выборки), Иркутская область (37 узлов), Свердловская область (34 узла) — в совокупности на эти регионы приходится 57 % исходного датасета.

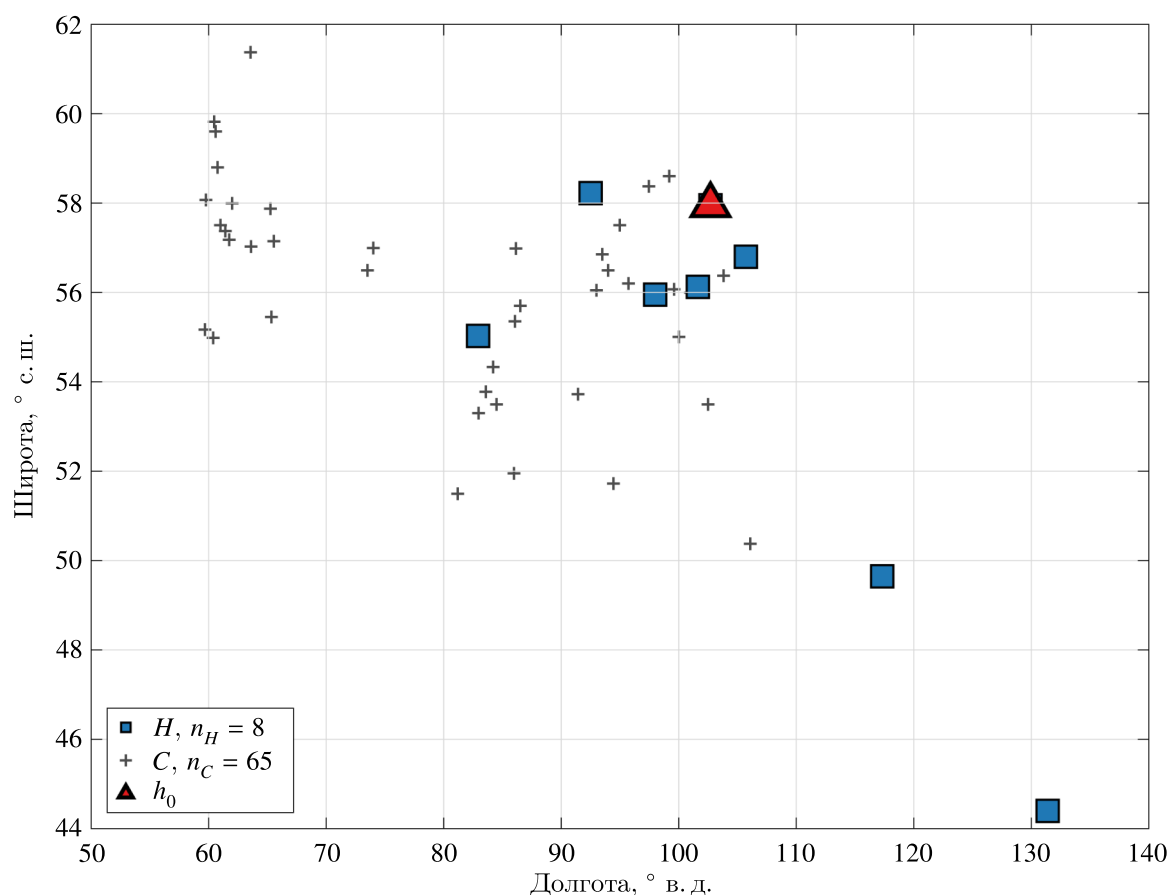


Рис. 1. Пространственная структура двухэшелонной сети вывозки лесоматериалов в макрорегионе Урал + Сибирь. Красный треугольник — депо h_0 (Усть-Илимский район Иркутской области); синие квадраты — 8 потенциальных магистральных транспортных узлов H (железнодорожные станции, контейнерные терминалы, речные порты, пограничные переходы), отобранных из 52 узлов исходного набора данных по максимальной косвенной оценке пропускной способности; крестики — 65 предприятий-потребителей C (целлюлозно-бумажные комбинаты, лесопильные заводы, производства плит и фанеры, пеллетные производства, экспортные направления). Координаты узлов даны в географических градусах (широта — от $44,4^\circ$ до $65,5^\circ$ с. ш., долгота — от $57,8^\circ$ до $131,4^\circ$ в. д.); диагональ покрытия составляет около 4900 км

Выбор протяженной территории обусловлен характером грузопотоков лесоматериалов, имеющих межрегиональную природу: древесина, заготовленная в Богучанском или Усть-Илимском районах, перемещается через транзитные железнодорожные узлы и далее к восточным пограничным переходам, обслуживая предприятия и экспортные потоки нескольких субъектов Российской Федерации. Моделирование на уровне отдельного субъекта исключает из рассмотрения значительную часть потенциальных потребителей. Размерность задачи ($N = 10\,162$ бинарных переменных) обеспечивает возможность выявления реальных ограничений вычислительных методов при работе со штрафными QUBO-моделями большой размерности.

3.2. Особенности вывозки древесины в сибирских условиях

Вывозка древесины в условиях Сибири характеризуется рядом особенностей, существенно влияющих на постановку оптимизационной задачи. Первая связана с протяженностью транспортного плеча: среднее расстояние от лесосеки до конечного потребителя составляет 500–1500 км, причем участок локальной вывозки по лесовозным дорогам (50–200 км) формирует основную долю эксплуатационных затрат.

Вторая особенность определяется качеством дорожной сети. Грунтовые лесовозные дороги, по которым перемещается основной объем круглого леса, характеризуются значительно худшими техническими показателями по сравнению с магистральными путями: скорость движения лесовоза ограничена значениями 20–30 км/ч, удельный расход топлива на тонно-километр в 3–5 раз превышает показатели магистральных маршрутов.

Третья особенность связана с сезонностью эксплуатации. В период весенней распутицы (апрель–май) значительная часть лесовозных дорог становится непроходимой для тяжелой техники. В зимний период прокладываются зимники, обеспечивающие использование маршрутов, недоступных в летний сезон. Сезонные переключения требуют многократного перерасчета маршрутов в течение года и накладывают требования на быстроедействие оптимизационного алгоритма.

Четвертая особенность отражает изменения в географии экспортных потоков. После 2022 года логистика экспорта российского леса претерпела существенную перестройку [GlobalWood, 2025; Moscow Times, 2025]: закрытие европейских рынков обусловило развитие восточного направления через пограничные переходы с Китаем и Монголией [Interfax, 2023]. Произошло удлинение транспортного плеча и возросла практическая значимость оптимизации маршрутов вывозки.

3.3. Магистральное плечо и локальная вывозка

Рассматриваемая двухуровневая схема перевозок моделируется в постановке 2E-VRP следующим образом. Первый эшелон описывает движение груза по магистральной сети: замкнутый маршрут от депо через выбранное подмножество транспортных узлов и возвращение в депо. Второй эшелон соответствует распределению потребителей (предприятий-получателей) по транспортным узлам и транспортным средствам с соблюдением ограничений по грузоподъемности лесовоза и привязки каждого ТС к одному обслуживаемому узлу.

Формализация указанной структуры позволяет единообразно описать выбор транзитных узлов и последовательность их обхода (подзадача маршрута), а также назначение лесовозов на рейсы (подзадача распределения). Формальная математическая постановка приведена ниже.

3.4. Формальная постановка

Задача формулируется на графе $G = (V, E)$, где множество вершин $V = \{h_0\} \cup H \cup C$ объединяет единственное депо h_0 , множество потенциальных хабов $H = \{h_1, \dots, h_{n_H}\}$ и множество потребителей $C = \{c_1, \dots, c_{n_C}\}$. Каждому потребителю $c \in C$ приписан спрос d_c . Имеется парк из m однородных транспортных средств с грузоподъемностью q .

В отличие от классической постановки 2E-VRP в настоящей работе вводится опциональная активация хабов: не все n_H потенциальных хабов обязательно включаются в маршрут первого эшелона. Бинарная переменная $z_h \in \{0, 1\}$ принимает значение 1, если хаб h активен (включен в маршрут) и обслуживает хотя бы одно транспортное средство; 0 — в противном случае. Такое расширение отражает реальность лесной логистики: при малой загрузке периферийных лесных районов экономически оправдано пропускать часть транзитных узлов.

Требуется найти: 1) подмножество активных хабов $H^* \subseteq H$ и замкнутый маршрут первого эшелона, проходящий через узлы H^* с началом и концом в депо; 2) назначение каждого потребителя на один активный хаб и одно транспортное средство; 3) привязку каждого транспортного средства к одному активному хабу.

Цель — минимизация суммарной стоимости перевозок:

$$F_{obj} = F_1 + F_2 + c_{fix} \cdot \sum_k u_k, \quad (1)$$

где F_1 — стоимость магистрального маршрута (первый эшелон), F_2 — стоимость локальной вывозки (второй эшелон), $c_{fix} \cdot \sum u_k$ — фиксированные затраты на задействование каждой единицы лесовоза (амортизация, горюче-смазочные материалы, заработная плата водителя, общехозяйственные расходы). Значение $c_{fix} = 40\,000$ руб./рейс принято как типовая экспертная оценка средней стоимости выхода лесовоза на рейс в условиях Сибири.

4. Математическая модель

4.1. Переменные решения

Бинарный вектор решения x размерности N содержит пять блоков переменных:

- $P = \{p_{h,t}\}$: $p_{h,t} = 1$, если хаб h посещается в позиции t маршрута первого эшелона (n_H^2 переменных);
- $Y = \{y_{k,c}\}$: $y_{k,c} = 1$, если потребитель c назначен на транспортное средство k ($m \cdot n_C$ переменных);
- $A = \{a_{k,h}\}$: $a_{k,h} = 1$, если лесовоз k привязан к транспортному узлу h ($m \cdot n_H$ переменных);
- $U = \{u_k\}$: $u_k = 1$, если лесовоз k задействован в рейсе (m переменных);
- $W = \{w_{k,c,h}\}$: линеаризация произведения $w_{k,c,h} = y_{k,c} \cdot a_{k,h}$ ($m \cdot n_C \cdot n_H$ переменных);
- $Z = \{z_h\}$: $z_h = 1$, если хаб h активен (включен в маршрут первого эшелона), 0 — в противном случае (n_H переменных).

Таблица 1. Параметры сетевого графа макрорегиона УФО + СФО

Параметр	Значение
Всего узлов	207
Узлы заготовки (SUPPLY)	90
Транспортные хабы (HUB)	52
Предприятия-потребители (DEMAND)	65
Федеральные округа	УФО, СФО, ДФО (экспорт)
Субъекты РФ	19

Таблица 2. Параметры модели для компактного (core) и полного (full) инстансов

Параметр	Символ	Core	Full	Ед.
Хабы	n_H	4	8	—
Потребители	n_C	10	65	—
ТС	m	6	17	—
Вместимость	q	40	40	норм. ед.
Тариф	τ	55	55	руб./км
Дор. коэфф.	k_{road}	1,5	1,5	—
λ (pos, assign, hub, link)	λ	200 000	200 000	руб.
Фиксированные затраты ТС	c_{fix}	40 000	40 000	руб./рейс
λ (емкость)	λ_{cap}	800	800	руб.
λ (активация хаба)	λ_{hub}	100 000	100 000	руб.
QUBO-переменных	N	350	10 170	—

Общая размерность (с учетом опциональных хабов):

$$N = n_H^2 + m \cdot n_C + m \cdot n_H + m + m \cdot n_C \cdot n_H. \quad (2)$$

Для полного макроинстанса $N = 10\,170$, из которых 86,9 % (8840) приходится на блок W линеаризации; блок Z добавляет $n_H = 8$ переменных (0,08 % от N).

Таблица 3. Структура вектора переменных QUBO-модели

Блок	Символ	Значение	Core	Full	%
P	$p_{h,t}$	Перестановка хабов	16	64	0,6
Y	$y_{k,c}$	Назначение на ТС	60	1105	10,9
A	$a_{k,h}$	Привязка к хабу	24	136	1,3
U	u_k	Активация ТС	6	17	0,17
W	$w_{k,c,h}$	Линеаризация	240	8840	86,9
Z	z_h	Активация хаба	4	8	0,08
Итого	N		350	10 170	100

4.2. Целевая функция

Стоимость маршрута первого эшелона:

$$F_1 = \tau \cdot k_{road} \cdot \left[dist(depot, h_{\pi(1)}) + \sum_{t=1}^{n_H-1} dist(h_{\pi(t)}, h_{\pi(t+1)}) + dist(h_{\pi(n_H)}, depot) \right], \quad (3)$$

где π — перестановка транспортных узлов, определяемая переменными P ; $\tau = 55$ руб./км — транспортный тариф; $k_{road} = 1,5$ — дорожный коэффициент, моделирующий превышение фактического пробега над евклидовым расстоянием.

Стоимость доставки второго эшелона:

$$F_2 = \tau \cdot k_{road} \cdot \sum_k \sum_c \sum_h w_{k,c,h} \cdot dist(h, c). \quad (4)$$

4.3. Ограничения

Ограничения формулируются как штрафные слагаемые QUBO.

Перестановка хабов (каждый хаб — ровно одна позиция, каждая позиция — ровно один хаб):

$$\Phi_{pos} = \sum_h \left(\sum_t p_{h,t} - 1 \right)^2 + \sum_t \left(\sum_h p_{h,t} - 1 \right)^2. \quad (5)$$

Однократное обслуживание (каждый потребитель обслуживается ровно одним ТС):

$$\Phi_{assign} = \sum_c \left(\sum_k y_{k,c} - 1 \right)^2. \quad (6)$$

Привязка ТС к хабу (каждое активное ТС привязано к одному хабу):

$$\Phi_{hub} = \sum_k \left(\sum_h a_{k,h} - u_k \right)^2. \quad (7)$$

Связь линеаризации ($w_{k,c,h} = y_{k,c} \cdot a_{k,h}$):

$$\Phi_{link} = \sum_{k,c,h} (w_{k,c,h} - y_{k,c} \cdot a_{k,h})^2. \quad (8)$$

Ограничение вместимости (суммарный объем груза, назначенный на лесовоз k , не превышает грузоподъемности q):

$$\sum_c d_c \cdot y_{k,c} \leq q \cdot u_k \quad \forall k. \quad (9)$$

Ограничение (9) вводится в QUBO через штрафное слагаемое пропускной способности:

$$\Phi_{cap} = \sum_k \left(\sum_c d_c \cdot y_{k,c} - q \cdot u_k \right)^2, \quad (9a)$$

с коэффициентом $\lambda_{cap} = 800$. Формулировка штрафует квадрат отклонения суммарной загрузки лесовоза от его грузоподъемности; при малом значении λ_{cap} по сравнению с основным штрафом $\lambda = 200\,000$ слагаемое за недогрузку несущественно, однако емкостное ограничение оказывается полностью интегрированным в QUBO-модель без внешних MILP-неравенств.

Согласованность активации хаба с его использованием (если хаб обслуживает хотя бы одно транспортное средство, он должен быть активен):

$$\sum_t p_{h,t} = z_h \quad \forall h \in H. \quad (9b)$$

Ограничение (9b) включается в QUBO через штрафное слагаемое активации хаба:

$$\Phi_{hub-act} = \sum_{k,h} (a_{k,h} - a_{k,h} \cdot z_h)^2, \quad (9b)$$

с коэффициентом $\lambda_{hub} = 100\,000$. Слагаемое (9b) штрафует несогласованность между привязкой транспортного средства к хабу ($a_{k,h} = 1$) и отсутствием активации хаба ($z_h = 0$). При выполнении согласованности ($a_{k,h} \leq z_h$) штраф обращается в ноль. Такая конструкция позволяет алгоритму деактивировать избыточные хабы при малой загрузке, сокращая маршрут первого эшелона.

4.4. QUBO-преобразование

Задача преобразуется в QUBO методом штрафных функций:

$$F_{QUBO} = F_{obj} + \lambda \cdot (\Phi_{pos} + \Phi_{assign} + \Phi_{hub} + \Phi_{link}) + \lambda_{cap} \cdot \Phi_{cap} + \lambda_{hub} \cdot \Phi_{hub-act}, \quad (10)$$

где $\lambda = 200\,000$ руб. — штрафной коэффициент для ограничений перестановки, обслуживания, привязки и линеаризации, выбранный из условия $\lambda \gg \frac{\max(F_{obj})}{N}$; $\lambda_{cap} = 500$ руб. — штрафной коэффициент грузоподъемности. Разница в порядках ($\lambda_{cap} \ll \lambda$) обеспечивает доминирование основных структурных ограничений; вспомогательная роль λ_{cap} заключается в недопущении перегрузки лесовоза при сохранении свободы в выборе состава рейса. Результирующая целевая функция записывается в матричной форме:

$$F_{QUBO} = x^T Q x + c^T x, \quad (11)$$

где Q — верхнетреугольная матрица квадратичных коэффициентов размерности $N \times N$.

4.5. Линеаризация МакКормика

Нелинейные произведения $w_{k,c,h} = y_{k,c} \cdot a_{k,h}$ линеаризуются с помощью классических оболочек МакКормика:

$$w \geq y + a - 1, \quad w \leq y, \quad w \leq a, \quad w \geq 0. \quad (12)$$

После линеаризации задача сводится к MILP размерностью N_{MILP} , включающей как исходные бинарные переменные, так и переменные МакКормика. Для компактного инстанса $N_{MILP} = 1056$.

4.6. Структура QUBO-матрицы

Матрица Q для полного макроинстанса имеет размерность $10\,162 \times 10\,162$. Она чрезвычайно разрежена: порядка 74 570 ненулевых элементов из более чем 100 миллионов возможных (плотность около 0,072 %). Блочная структура Q наследует разбиение вектора переменных на пять групп.

Таблица 4. Блочная структура QUBO-матрицы Q (полный инстанс, $N = 10\,170$)

Блок	Размер	% от N	Диагональ Q	nnz блока
P (перестановка)	n_H^2	0,6 %	400 000	1352
Y (назначение)	$m \cdot n_C$	10,9 %	200 000	18 785
A (привязка)	$m \cdot n_H$	1,3 %	200 000	1088
U (активация ТС)	m	0,17 %	1 320 000	17
W (линеаризация)	$m \cdot n_C \cdot n_H$	86,9 %	0	0
Z (активация хаба)	n_H	0,08 %	100 000	8
Итого	$N = 10\,170$	100 %	—	~ 74 586

Блоки P , Y , A содержат ненулевые диагональные элементы порядка штрафного коэффициента $\lambda = 200\,000$. Блок U получает дополнительный диагональный вклад: $c_{fix} + \lambda_{cap} \cdot q^2 = 30\,000 + 500 \cdot 40^2 = 830\,000$, что отражает штраф за активацию лесовоза и вклад штрафа емкости. Блок W диагонали не имеет: обнуление любой переменной $w_{k,c,h}$ «бесплатно» для целевой функции. Поскольку W составляет 87 % всех переменных, именно это свойство формирует ложный локальный минимум для метаэвристик при прямой оптимизации (подробнее см. в подпараграфе 5.1).

5. Вычислительная схема и алгоритмическая реализация

5.1. Трудности прямой оптимизации штрафной QUBO-модели

Прямое применение метаэвристик (генетический алгоритм, случайный поиск) к штрафной QUBO-модели вывозки древесины сопряжено со структурными затруднениями, обусловленными геометрическими свойствами матрицы Q , а не параметрами алгоритма.

Ключевое затруднение связано со структурой блока линеаризации W : данный блок содержит 87 % переменных, а его диагональ в матрице Q , как показано в подпараграфе 4.6, является нулевой. Обнуление любой переменной $w_{k,c,h}$ не приводит к увеличению целевой функции. Как следствие, нулевой вектор, соответствующий отсутствию задействованных лесовозов и необслуженным потребителям, становится ложным локальным минимумом. Генетический алгоритм, оперирующий переменными $w_{k,c,h}$ независимо от $y_{k,c}$ и $a_{k,h}$, систематически нарушает связь $w = y \cdot a$, что приводит к массовым нарушениям ограничений.

Описанные свойства штрафных QUBO-ландшафтов отражены в литературе в общем виде [Moussa et al., 2025]. В настоящей работе представлен количественный анализ применительно

к задаче вывозки лесоматериалов при $N > 10\,000$. В §§ 7, 8 показано, что метод имитации отжига, применяемый к той же матрице Q , формирует допустимые решения; это свидетельствует о том, что ограничения связаны не с QUBO-моделью, а с выбором метаэвристики.

5.2. Трехстадийный вычислительный конвейер «Допустимость прежде всего» (Feasible-First)

Для формирования допустимого решения разработан конструктивный вычислительный конвейер, состоящий из четырех стадий.

Стадия А. Конструктивная эвристика. Каждый потребитель назначается на ближайший по евклидову расстоянию транспортный узел. Потребители, привязанные к одному узлу, распределяются по лесовозам алгоритмом первого подходящего с убыванием (first fit decreasing, FFD) с контролем вместимости q . Маршрут первого эшелона (из депо через активные хабы обратно в депо) строится методом ближайшего соседа применительно к задаче коммивояжера (nearest neighbour for TSP, NN-TSP).

Стадия Б. Ремонт нарушений. На данном этапе устраняются нарушения, возникшие при конструктивной эвристике: двойные назначения потребителей, пропущенные потребители и перегрузки лесовозов. Перегрузки разрешаются перемещением потребителей из перегруженных лесовозов в лесовозы с резервом вместимости, обслуживаемые тем же транспортным узлом.

Стадия В. Локальный поиск. Решение улучшается тремя операторами локального поиска: 2-opt (перестановка двух несмежных ребер в маршруте первого эшелона), перемещение (relocate — перенос одного потребителя в другой лесовоз) и обмен (swap — обмен двумя потребителями между двумя лесовозами). Операторы применяются итеративно до исчерпания улучшающих ходов.

Стадия Г. Кодирование в QUBO. Полученное натуральное решение кодируется обратно в бинарный вектор x через функцию обратного кодирования. Выполняется проверка корректности: условие $F_{QUBO}(x) < 0$ свидетельствует о доминировании экономической компоненты над штрафами при достигнутой допустимости.

Алгоритм 1. Вычислительный конвейер «Допустимость прежде всего»

Вход: $H, C, depot, q, \tau, k_{road}$.

1. Назначить каждого потребителя $c \in C$ на ближайший хаб $h \in H$.
2. Упаковать потребителей в лесовозы алгоритмом первого подходящего с убыванием (First Fit Decreasing, FFD) при ограничении вместимости q .
3. Построить маршрут первого эшелона методом ближайшего соседа (NN-TSP).
4. Ремонт: устранить двойные назначения, обслужить пропущенных потребителей, устранить перегрузки лесовозов.
5. Локальный поиск: итеративно применять операторы 2-opt (перестановка двух ребер маршрута), перемещения (relocate) и обмена (swap) до исчерпания улучшений.
6. Закодировать полученное натуральное решение в бинарный вектор x .

7. Вычислить $F_{QUBO}(x) = x^T Qx + c^T x$.

Выход: x, F_{econ}, F_{QUBO} , достижение допустимости.

6. Формирование макрорегионального набора данных и логика прикладного кейса

6.1. Источники и структура данных

Логистическая сеть моделируется как граф с вершинами трех типов: узлы заготовки древесины (90 вершин), транспортные узлы (52 вершины), предприятия-потребители (65 вершин). Суммарно набор данных содержит 207 вершин.

Набор данных сформирован из открытых источников без использования конфиденциальных корпоративных данных. Основные источники: 1) открытые данные Рослесхоза (rosleshoz.gov.ru/opendata) — объемы заготовки по субъектам Российской Федерации; 2) отраслевой портал Lesprominform — проектные мощности предприятий; 3) рейтинг транспортных узлов Vedrating — железнодорожные хабы; 4) отраслевая аналитика Alestech — мощности лесопильных и плитных производств. Всего задействовано 17 уникальных веб-источников.

Узлы заготовки древесины представляют муниципальные районы с промышленной лесозаготовкой. Каждой вершине этого типа приписан объем расчетной лесосеки или фактической заготовки (тыс. м³/год). Основные концентрации: Усть-Илимский район (4000 тыс. м³/год), Братский район (3500 тыс. м³/год), Богучанский район (3200 тыс. м³/год).

Транспортные узлы включают железнодорожные станции (32 узла), контейнерные терминалы (7 узлов), речные порты (4 узла), автологистические узлы (5 узлов) и пограничные переходы (2 узла). Пропускная способность узлов оценена косвенно (как прокси-величина) на основе входных объемов обслуживаемых предприятий; для малых станций использованы оценочные значения в диапазоне 100–200 тыс. м³/год.

Предприятия-потребители представляют объекты лесопромышленного комплекса: целлюлозно-бумажные комбинаты, лесопильные заводы, производства плит, фанерные заводы, пеллетные производства и экспортные направления. Мощности указаны как проектные (установленная мощность), а не фактический объем выпуска — для ряда предприятий фактическая загрузка существенно ниже проектной.

6.2. Уровни достоверности и маркировка

Данные классифицированы по двум осям. По уровню достоверности: высокий (41 узел, 20 %) — значения из официальных отчетов компаний или лесных планов; средний (53 узла, 26 %) — перекрестно верифицированные региональные агрегированные показатели; низкий (113 узлов, 54 %) — координаты центроидов муниципальных районов и пропорционально распределенные объемы. По признаку наблюдаемости значительная часть вершин графа содержит расчетные и экстраполированные значения, полученные распределением региональных итогов; меньшая часть основана на данных из первичных источников.

Перечисленные характеристики создают систематическую неопределенность абсолютных значений стоимости, однако не влияют на корректность QUBO-формализации и не обесценивают сравнительный анализ методов решения (точный метод смешанного целочисленного программирования, генетический алгоритм, имитация отжига, конструктивная эвристика «Допустимость прежде всего»), проводимый на одном инстансе.

6.3. Допущения

Основные допущения, влияющие на интерпретацию результатов, следующие: 1) координаты узлов определены по центроидам муниципальных районов; для крупных районов (например, Богучанский — 57 000 км²) отклонение от реальных производственных площадок может составлять более 100 км; 2) объемы заготовки древесины получены распределением региональных итогов Рослесхоза по районам пропорционально площади лесного фонда; 3) мощности

предприятий-потребителей отражают проектные значения, а не фактическую загрузку; 4) пропускные способности большинства железнодорожных узлов не публикуются ОАО «РЖД»; косвенные оценки основаны на входных объемах обслуживаемых предприятий; 5) спрос потребителей нормализован линейным преобразованием в диапазон [5, 35] условных единиц при вместимости лесовоза $q = 40$, что обеспечивает обслуживание каждого потребителя одним рейсом; 6) тариф $\tau = 55$ руб./км и дорожный коэффициент $k_{road} = 1,5$ являются экспертными оценками, не калиброванными по реальным рейсовым данным.

6.4. Два модельных инстанса

Для вычислительного эксперимента сформированы два инстанса различного масштаба.

Компактный инстанс (UFO_SFO_CORE): $n_H = 4$ транспортных узла, $n_C = 10$ потребителей, $m = 6$ лесовозов, $N = 350$. Включает узлы высокого и среднего уровня достоверности в Красноярско-Иркутском лесопромышленном коридоре. Предназначен для точной верификации QUBO-формализации.

Полный макроинстанс (UFO_SFO_FULL): $n_H = 8$ транспортных узлов (отобраны по максимальной косвенной оценке пропускной способности из 52 узлов набора данных), $n_C = 65$ потребителей, $m = 17$ лесовозов, $N = 10\,170$. Выбор 8 узлов обусловлен компромиссом между репрезентативностью и вычислительной трактательностью: при $n_H = 52$ размерность N превысила бы 10^5 бинарных переменных, что нецелесообразно для демонстрационного исследования. Полный макроинстанс предназначен для основного вычислительного эксперимента.

6.5. Программная среда

Среда вычислений — MATLAB R2024a. Точное решение получено решателем `intlinprog` с бэкендом HiGHS. Параметры генетического алгоритма: $PopulationSize = 200$, $MaxGenerations = 300$, $MutationRate = 0,05$. Имитация отжига реализована в виде классической схемы с геометрическим охлаждением; число шагов в разных запусках — от 500 000 до 2 000 000.

7. Валидация модели на компактном инстансе

Перед запуском основного макрорегионального эксперимента выполнена верификация QUBO-модели, процедуры линеаризации и программной реализации на уменьшенном компактном инстансе. Цель этого этапа — убедиться, что точный решатель находит допустимое оптимальное решение с нулевыми штрафами, линеаризация Макормика не вносит артефактов, а функции кодирования и декодирования бинарного вектора x работают согласованно. Компактный инстанс служит технической проверкой, а не основным эмпирическим результатом.

7.1. Точное решение и поведение генетического алгоритма

Компактный инстанс ($n_H = 4$, $n_C = 10$, $m = 6$, $q = 40$, $N = 350$) линеаризован по Макормику ($N_{MILP} = 1060$) и решен точным решателем `intlinprog` с бэкендом HiGHS за 72,5 секунды. Получено оптимальное решение: $F_{econ} = 666\,628$ руб. (в том числе фиксированные затраты на лесовозы $c_{fix} \cdot \sum u_k = 240\,000$ руб. и штраф недозагрузки $\lambda_{cap} \cdot \Phi_{cap} = 174\,400$ руб.), разрыв оптимальности 0,01 %. Все ограничения допустимости выполнены: $\Phi_{pos} = \Phi_{assign} = \Phi_{hub} = \Phi_{link} = \Phi_{hub-act} = 0$, ни один лесовоз не перегружен. Все четыре потенциальных хаба активированы ($z_h = 1 \forall h$), магистральный маршрут: депо $\rightarrow$ H4 $\rightarrow$ H2 $\rightarrow$ H1 $\rightarrow$ H3 $\rightarrow$ депо.

Параметры генетического алгоритма на компактном инстансе выбраны идентично основному эксперименту на полном макроинстансе (подпараграф 6.5) для обеспечения корректности сравнения: $PopulationSize = 200$, $MaxGenerations = 300$, $MutationRate = 0,05$, оператор кроссовера — одноточечный, оператор отбора — турнирный. Такая единая конфигурация

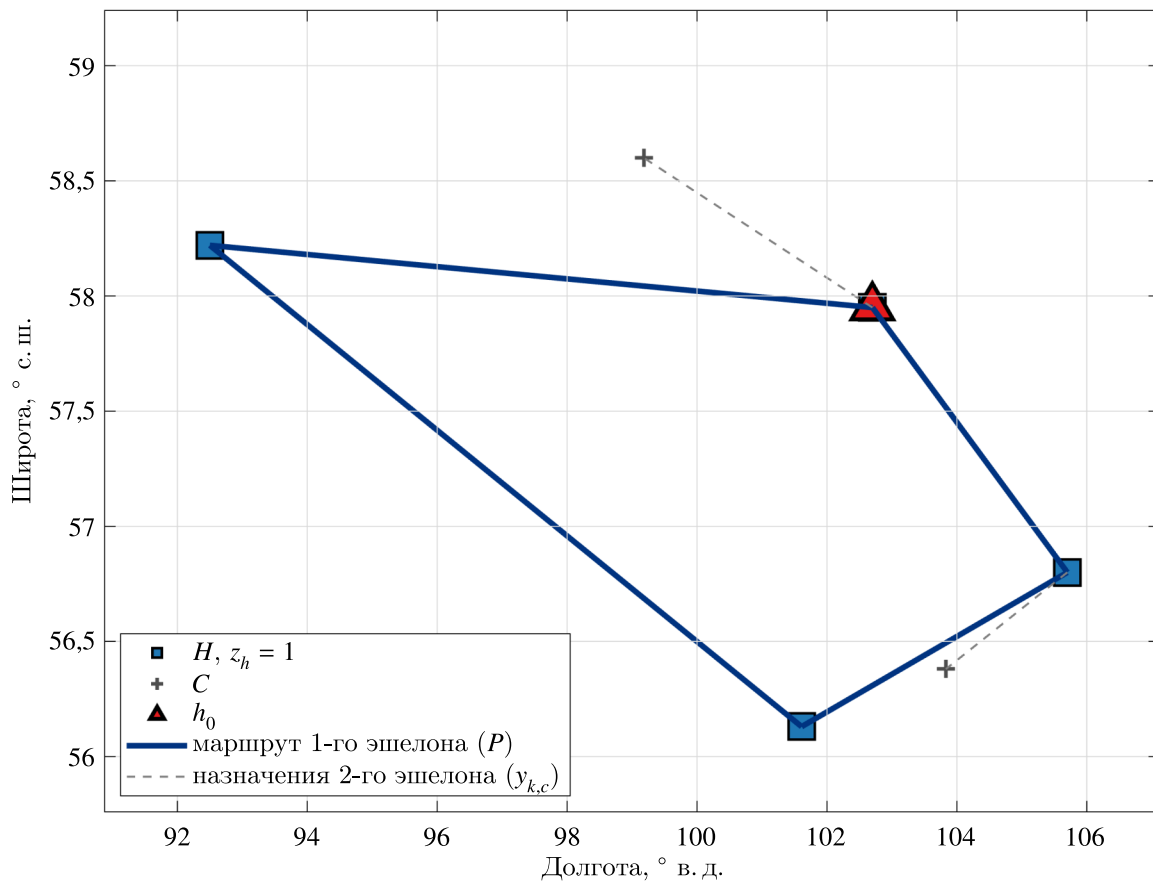


Рис. 2. Компактный инстанс ($N = 350$) и его точное решение, полученное решателем `intlinprog` с бэкэндом `HiGHS`. Красный треугольник — депо h_0 ; синие квадраты — 4 активных магистральных транспортных узла ($z_h = 1$); крестики — 10 предприятий-потребителей C ; сплошная темно-синяя линия — замкнутый маршрут первого эшелона P (последовательность обхода $h_0 \rightarrow h_4 \rightarrow h_2 \rightarrow h_1 \rightarrow h_3 \rightarrow h_0$); серые штриховые линии — назначения потребителей на обслуживающие их транспортные узлы, переменные $y_{k,c}$. Целевая функция $F_{econ} = 666\,628$ руб., в том числе фиксированные затраты на лесовозы 240 000 руб. и штраф недозагрузки 174 400 руб.; разрыв оптимальности 0,01 %

исключает расхождения результатов, связанные с параметризацией, и позволяет отнести наблюдаемое различие в сходимости исключительно к масштабному эффекту и структурным свойствам штрафного QUBO-ландшафта.

Полученные результаты подтверждают: QUBO-модель (10)–(11) корректно описывает задачу 2E-VRP с опциональной активацией хабов; линейаризация Маккормика (12) не вносит артефактов; программная реализация — кодирование и декодирование бинарного вектора x — работает согласованно.

На том же компактном инстансе наглядно проявляется проблема прямого применения генетического алгоритма к штрафной QUBO: алгоритм сходится к тривиальному решению $x = 0$, дающему $F_{QUBO} = 0$ (механизм подробно описан в подпараграфе 5.1).

7.2. Прямая верификация матрицы Q методом имитации отжига

Для независимой от линейаризации Маккормика проверки QUBO-матрицы Q применен классический метод имитации отжига (simulated annealing), работающий непосредственно с квадратичной формой $x^T Q x + c^T x$. В качестве окрестности используется одиночное переключе-

Таблица 5. Результат точного решения на компактном инстансе

Параметр	Значение
Инстанс	UFO_SFO_CORE
Решатель	intlinprog (HiGHS)
N (QUBO)	350
N_{MILP}	1060
F_{QUBO}	-2 933 372
F_{econ} (руб.)	666 628
в том числе $F_{fix} (c_{fix} \cdot \sum u_k)$	240 000
в том числе $\lambda_{cap} \cdot \Phi_{cap}$	174 400
Φ_{pos}	0
Φ_{assign}	0
Φ_{hub}	0
Φ_{link}	0
$\Phi_{hub-act}$	0
Φ_{cap}	218
Перегрузки	0
Активных хабов $z_h = 1$	4 из 4
Разрыв оптимальности (%)	0,01
Время (с)	72,5

Таблица 6. Сравнение имитации отжига с точным решением и вариантами генетического алгоритма на компактном инстансе ($N = 350$)

Метод	F_{QUBO}	Gap vs exact	Допустимость	Время (с)
Точное (MILP)	-2 933 372	0,01 %	Да	72,5
ГА наивный	+24 665 056	+940 %	Нет	1,9
ГА с инициализацией	-1 959 835	+33 %	Нет	2,3
ИО случайный старт	-3 027 852	-3,22 %	Да	2,0
ИО длинный запуск	-3 046 933	-3,87 %	Да	7,7

чение бита; изменение целевой функции при шаге вычисляется за $O(N)$ через соответствующие строку и столбец матрицы Q . Температурное расписание — геометрическое охлаждение.

Имитация отжига из случайной начальной точки (10 независимых запусков по 500 000 шагов) находит допустимые решения во всех 10 запусках. Лучший результат: $F_{QUBO} = -3 027 852$ (отклонение -3,22 % от точного решения линейаризованной задачи). При увеличении числа шагов до 2 000 000 (3 запуска) лучший результат составляет $F_{QUBO} = -3 046 933$ (отклонение -3,87 %); все штрафные слагаемые равны нулю. Отрицательное отклонение означает, что метод имитации отжига нашел решение с меньшим значением целевой функции, чем точный решатель смешанного целочисленного программирования: это объясняется заданным зазором оптимальности самого решателя (0,01 %).

Данный результат подтверждает корректность построенной QUBO-матрицы: метод имитации отжига, работая непосредственно с Q без промежуточной линейаризации, находит допустимые и квазиоптимальные решения. Тем самым подтверждены, во-первых, корректность кодирования задачи в бинарную квадратичную форму; во-вторых — разрешимость задачи методами, специализированными на QUBO, без обращения к линейаризованной постановке.

Для сравнения: улучшенный генетический алгоритм с инициализацией от известного допустимого решения дает $F_{QUBO} = -1 959 835$ (отклонение +33 %) и не достигает допустимости.

Расширенный генетический алгоритм ($PopulationSize = 500$, $MaxGenerations = 500$) показывает отклонение +37 %, допустимость также не достигается. Указанные наблюдения свидетельствуют о структурной, а не параметрической природе провала генетического алгоритма на штрафной QUBO-модели.

Подведем промежуточный итог. Компактный инстанс подтверждает корректность построенной модели и ее программной реализации. Назначение данного инстанса — верификация формализации; основной эмпирический вклад работы дает макрорегиональный эксперимент, представленный ниже.

8. Основной вычислительный эксперимент на данных УрФО и СФО

8.1. Базовый метод: прямой генетический алгоритм на полной QUBO-модели

Основной эксперимент проведен на полном макроинстансе UFO_SFO_FULLL: $n_H = 8$, $n_C = 65$, $m = 17$, $q = 40$, $N = 10\,170$. Суммарный нормализованный спрос составляет 579 условных единиц, минимально необходимое число лесовозов — 15 (при грузоподъемности $q = 40$).

Таблица 7. Сравнение методов решения на компактном и полном инстансах

Метрика	Комп. точн.	Комп. GA	Комп. SA	Полн. GA	Полн. FF	Полн. SA+FF
N	350	350	350	10 170	10 170	10 170
F_{QUBO}	-2 933 372	0	-3 046 933	+2 164 428 K	-8 193 676	-12 887 240
F_{econ} (руб.)	666 628	0	—	22 588 K	8 006 324	—
Допустимость	Да	Нет ($x = 0$)	Да	Нет	Да	Да
Активных хабов	4 из 4	0	4 из 4	—	8 из 8	8 из 8
Время (с)	72,5	7,5	7,7	126,7	1,7	11

Прямое применение генетического алгоритма к полной QUBO-модели возвращает недопустимое решение: $F_{econ} \approx 22,6$ млн руб., 46 нарушений перестановки (Φ_{pos}), 134 нарушения однократного обслуживания (Φ_{assign}), 487 нарушений привязки к транспортному узлу (Φ_{hub}), 3913 нарушений связи линеаризации (Φ_{link}), 5 перегруженных лесовозов. Время работы — 126,7 с. Причины описаны в подпараграфе 5.1: блок W занимает 86,9 % поискового пространства и оптимизируется без учета связи $w = y \cdot a$. При размерности $2^{10\,170}$ генетический алгоритм успевает обследовать порядка 60 000 точек — пренебрежимо малую долю пространства решений.

8.2. Результаты конструктивной эвристики «Допустимость прежде всего»

Конструктивная эвристика дает полностью допустимое решение: все штрафные слагаемые равны нулю ($\Phi_{pos} = \Phi_{assign} = \Phi_{hub} = \Phi_{link} = \Phi_{hub-act} = 0$), ни один лесовоз не перегружен, средняя загрузка составляет 85,1 % от грузоподъемности, все 8 потенциальных хабов активированы ($z_h = 1 \forall h$). Суммарные затраты $F_{econ} = 8\,006\,324$ руб.; из них магистральный маршрут $F_1 = 582\,364$ руб., локальная вывозка $F_2 = 6\,263\,960$ руб., фиксированные затраты на задействование лесовозов $F_{fix} = 680\,000$ руб. (17 единиц по 40 000 руб./рейс), штраф недозагрузки $\lambda_{cap} \cdot \Phi_{cap} = 480\,000$ руб. Время работы алгоритма — 1,67 с.

На рис. 3 применена цветовая кодировка по обслуживающему транспортному узлу: каждому из восьми активных хабов $h \in H$ присвоен индивидуальный цвет, в который окрашены как сам квадратный маркер хаба, так и крестики потребителей s , закрепленных за ним, и соединяющие их штриховые линии назначений $y_{k,c}$. Темно-синей сплошной линией показан замкнутый маршрут первого эшелона по магистрали. Цветовая группировка позволяет визуально выделить зоны обслуживания каждого узла.

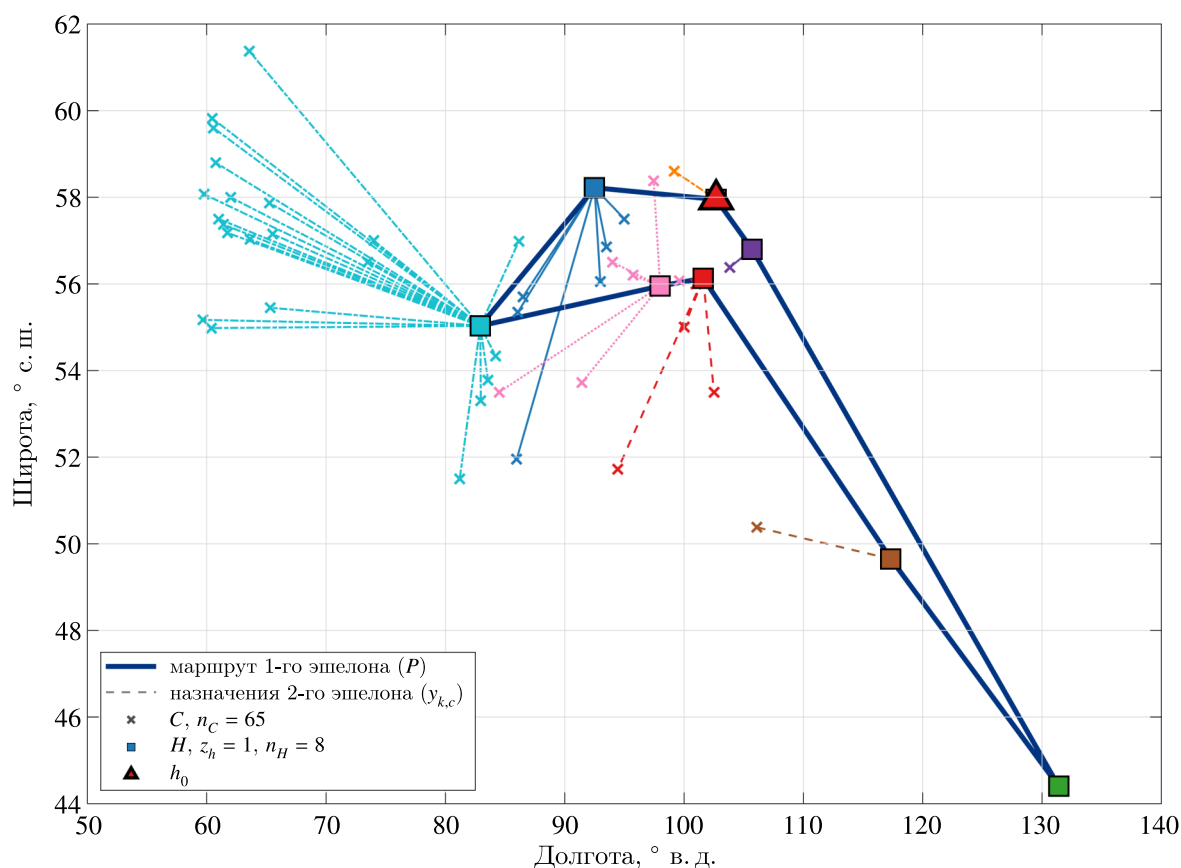


Рис. 3. Маршрутное решение, полученное конструктивной эвристикой «Допустимость прежде всего» на полном макроинстансе ($N = 10\,170$). Красный треугольник — депо h_0 ; цветные квадраты — 8 активных транспортных узлов H (каждому узлу соответствует индивидуальный цвет для визуального разделения зон обслуживания второго эшелона); крестики того же цвета, что и квадрат хаба, — потребители $c \in C$, закрепленные за этим хабом; штриховые линии того же цвета — назначения $y_{k,c}$ второго эшелона; темносиняя сплошная линия — замкнутый маршрут первого эшелона P (последовательность обхода $h_0 \rightarrow h_4 \rightarrow h_1 \rightarrow h_8 \rightarrow h_7 \rightarrow h_2 \rightarrow h_6 \rightarrow h_3 \rightarrow h_5 \rightarrow h_0$). Цвет квадрата хаба, крестика потребителя и штриховой линии назначения совпадают и обозначают принадлежность к единой зоне обслуживания; восемь цветов различают восемь хабов. Целевая функция $F_{econ} = 8\,006\,324$ руб., число задействованных лесовозов $m = 17$, средняя загрузка 85,1 % от грузоподъемности $q = 40$

Магистральный маршрут: $h_0 \rightarrow h_4 \rightarrow h_1 \rightarrow h_8 \rightarrow h_7 \rightarrow h_2 \rightarrow h_6 \rightarrow h_3 \rightarrow h_5 \rightarrow h_0$. Распределение потребителей по транспортным узлам: h_8 обслуживает наибольшее число предприятий (6 лесовозов, 31 потребитель, суммарный спрос 235 единиц); h_1 — 2 лесовоза, 11 потребителей, спрос 76 единиц; h_4 — 3 лесовоза, 5 потребителей, спрос 72 единицы. Узел h_3 предприятий непосредственно не обслуживает, выполняя функцию транзитного пункта на магистрали.

8.3. Динамика улучшений по стадиям

На первой стадии (жадная конструкция) получено решение с $F_{econ} = 7\,735\,149$ руб. и 4 перегрузками лесовозов. Вторая стадия (ремонт нарушений) устранила все перегрузки ценой увеличения целевой функции на 427 017 руб. (+6,5 %). Третья стадия (локальный поиск) выполнила 13 улучшающих обменов за 3 итерации, снизив значение целевой функции на 155 842 руб. (–2,2 %). Общее время работы вычислительного конвейера составляет 1,67 с (жадная конструкция — 0,03 с, ремонт нарушений — 0,03 с, локальный поиск — 0,09 с, кодирование в QUBO — 1,52 с).

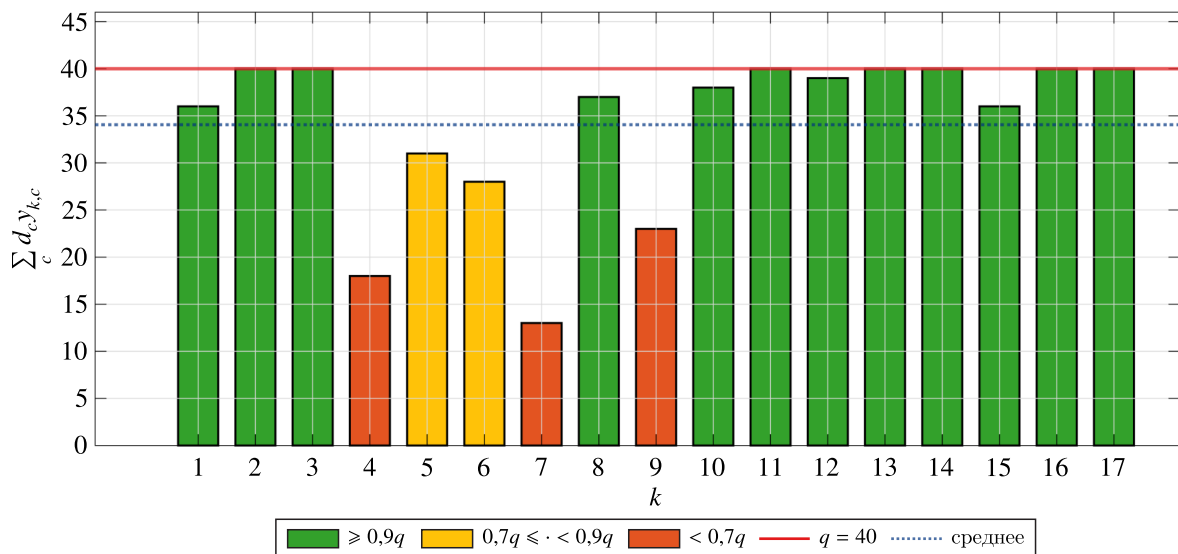


Рис. 4. Гистограмма загрузки 17 лесовозов в решении конструктивной эвристики. По горизонтальной оси — номер лесовоза k , по вертикальной оси — суммарный объем груза $\sum_c d_c \cdot y_{k,c}$ в условных единицах. Цвет столбца кодирует уровень загрузки: зеленый — $\geq 0,9q$ (высокая), желтый — $0,7q \leq \cdot < 0,9q$ (средняя), оранжево-красный — $< 0,7q$ (умеренная). Красная горизонтальная сплошная линия — номинальная грузоподъемность $q = 40$, синяя точечная линия — средняя загрузка по парку (34 условные единицы). Ни один лесовоз не превышает грузоподъемности, средняя загрузка составляет 85,1 % от q

Таблица 8. Эволюция решения по стадиям алгоритма «Допустимость прежде всего»

Стадия	F_{econ} (руб.)	Перегр.	Время (с)
Жадная конструкция	7 735 149	4	0,03
Ремонт нарушений	8 162 166	0	0,06
Локальный поиск	8 006 324	0	0,15
Кодирование в QUBO	8 006 324	0	1,67

8.4. Сравнительный анализ

Конструктивная эвристика «Допустимость прежде всего» снижает суммарные транспортные затраты на 65 % по сравнению с базовым генетическим алгоритмом (8,01 млн руб. против 22,6 млн руб.). При этом осуществляется переход от недопустимого решения к допустимому, а вычислительное время сокращается почти в 75 раз (1,7 с против 126,7 с). Значение F_{QUBO} для допустимого решения отрицательно: $F_{QUBO} = -8\,193\,676$ (экономическая компонента доминирует над штрафами), тогда как для генетического алгоритма $F_{QUBO} \approx +2,16 \cdot 10^9$ (положительно, преобладают штрафы).

Относительное снижение целевой функции на 65 % характеризует преимущество предложенного метода на рассматриваемом инстансе. В абсолютных величинах разница составляет 14,6 млн руб. (22,6 – 8,01). Полученные значения соответствуют типовым параметрам $\tau = 55$ руб./км и $k_{road} = 1,5$ и не являются калиброванными; значения для конкретных лесовозных предприятий могут отличаться. Вместе с тем порядок экономии соответствует годовым транспортным бюджетам отдельных лесоперерабатывающих предприятий.

8.5. Имитация отжига на полной модели

Для независимой оценки работоспособности QUBO-модели на полном инстансе метод имитации отжига применен непосредственно к матрице Q размерностью $10\,170 \times 10\,170$. За-

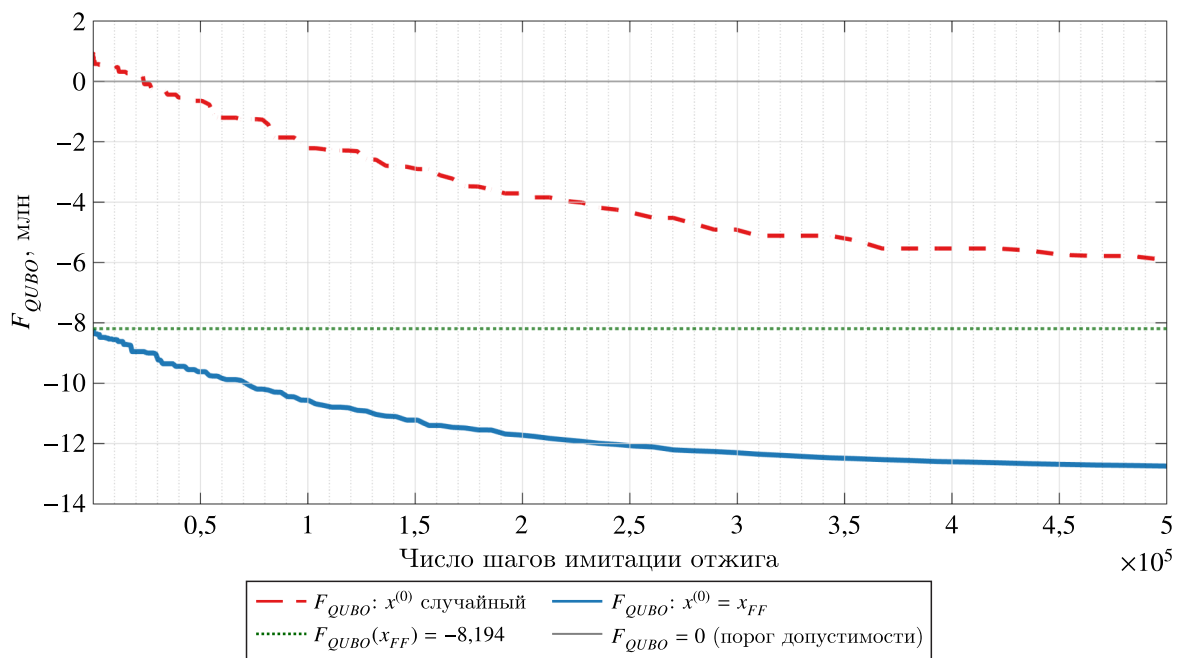


Рис. 5. Динамика сходимости метода имитации отжига при двух стратегиях инициализации на полном макроинстансе ($N = 10\,170$). По горизонтальной оси — число шагов имитации отжига в логарифмической шкале, по вертикальной оси — текущее значение целевой функции F_{QUBO} , млн. Красная штриховая ломаная — траектория холодного старта при случайной инициализации, синяя сплошная ломаная — траектория теплого старта из решения конструктивной эвристики x_{FF} . Зеленая точечная горизонтальная линия — значение целевой функции самой эвристики $F_{QUBO}(x_{FF}) = -8,194$ млн. Серая горизонтальная линия — порог допустимости $F_{QUBO} = 0$: все значения выше этого порога соответствуют решениям с нарушениями ограничений. Холодный старт сходится к $F_{QUBO} \approx -6,491$ млн без достижения допустимости; теплый старт достигает $F_{QUBO} = -12,887$ млн при полной допустимости, что соответствует улучшению целевой функции на 57 % относительно исходной эвристики

пуски из случайной начальной точки (500 000 шагов, 3 независимых запуска) допустимости не достигают: лучший полученный результат $F_{QUBO} \approx -6491$ тыс. (на 21 % хуже решения эвристики). Указанный результат свидетельствует о затрудненности прямого стохастического поиска на штрафной QUBO-модели при $N > 10\,000$, обусловленной разреженностью допустимой области.

Запуски с теплым стартом (warm start) от решения конструктивной эвристики «Допустимость прежде всего» (500 000 шагов, 3 независимых запуска) обеспечивают существенно лучший результат: $F_{QUBO} = -12\,887\,240$ (улучшение на 57 % относительно эвристики, все штрафные слагаемые равны нулю). Полученный результат подтверждает эффективность комбинированной стратегии: конструктивная эвристика обеспечивает допустимую начальную точку, а метод имитации отжига производит оптимизацию QUBO-ландшафта в окрестности допустимой области.

8.6. Нижние границы и разрыв оптимальности

Нижние оценки значения целевой функции F_{QUBO} получены методом непрерывной релаксации ($x \in [0, 1]^N$ вместо $x \in \{0, 1\}^N$) с использованием квазиньютоновского метода ограниченной памяти (L-BFGS-B).

Для компактного инстанса разрыв между результатом метода имитации отжига и полученной нижней оценкой составляет 7, %, для полного макроинстанса — 15,2 %.

Следует отметить, что непрерывная релаксация штрафных QUBO-моделей порождает заведомо рыхлые нижние оценки. Это обусловлено тем, что при переходе от бинарного пространства $x \in \{0, 1\}$ к непрерывному $x \in [0, 1]$ алгоритм L-BFGS-B может обнулить штрафные слага-

Таблица 9. Нижние границы значений целевой функции и разрыв оптимальности

Инстанс	Нижняя граница	Лучшее бинарное	Gap
Компактный ($N = 350$)	-3 287 986	-3 046 933 (ИО)	7,3 %
Полный ($N = 10\,170$)	-15 199 346	-12 887 240 (ИО+эвр.)	15,2 %

емые, присваивая переменным дробные значения (например, $x = 0,5$), без фактического выполнения логических ограничений задачи маршрутизации. Полученное значение разрыва следует интерпретировать как верхнюю оценку потенциала улучшения, а не как точную метрику суб-оптимальности. Для получения более жестких нижних оценок перспективным направлением является применение полуопределенной релаксации (semidefinite programming, SDP), обеспечивающей значительно более точные оценки для квадратичных бинарных задач.

8.7. Анализ чувствительности

Чувствительность к транспортным параметрам: структура решения конструктивной эвристики (назначения, маршруты) инвариантна относительно τ и k_{road} , поскольку назначение потребителей определяется расстояниями, а не стоимостями. Значение целевой функции F_{econ} масштабируется линейно: $F_{econ}(\tau, k_{road}) = F_{econ}(55, 1,5) \cdot \frac{\tau}{55} \cdot \frac{k_{road}}{1,5}$. Для допустимого решения эвристики (все $\Phi = 0$) значение F_{QUBO} также инвариантно относительно λ , поскольку штрафные слагаемые равны нулю.

Чувствительность метода имитации отжига к штрафному коэффициенту λ : эксперименты на компактном инстансе показывают, что метод находит допустимые решения для всех протестированных значений $\lambda \in \{50\,000, 100\,000, 200\,000, 500\,000, 1\,000\,000\}$.

Таблица 10. Чувствительность метода имитации отжига к штрафному коэффициенту λ (компактный инстанс, $N = 350$)

λ	SA F_{QUBO}	SA допуст.	$F_{QUBO}(x_{exact})$
50 000	-384 762	Да	-356 371
100 000	-1 218 015	Да	-1 215 372
200 000	-3 027 852	Да	-2 933 372
500 000	-8 236 755	Да	-8 087 374
1 000 000	-17 002 200	Да	-16 677 376

Результаты демонстрируют устойчивость метода имитации отжига: во всех случаях достигается допустимость, а значение F_{QUBO} , найденное методом имитации отжига, совпадает с точным решением линеаризованной задачи или находится вблизи оптимума. Значение $\lambda = 200\,000$, использованное в основном эксперименте, не является критическим: метод устойчиво работает в диапазоне λ от 50 000 до 1 000 000.

9. Обсуждение результатов

9.1. Масштабный эффект в задачах вывозки

Поведение вычислительных методов существенно зависит от размерности задачи. На компактном инстансе ($N = 346$) точное решение достигается за 72 секунды; сходимость генетического алгоритма к нулевому вектору не имеет практических последствий, поскольку оптимум известен. На макроинстансе ($N = 10\,162$) ситуация принципиально иная: точное решение за приемлемое время недоступно, генетический алгоритм формирует результат с многочисленными нарушениями ограничений, и только конструктивная эвристика обеспечивает допустимый маршрутный план. Таким образом, увеличение размерности приводит к качественному, а не

только количественному изменению характера задачи. Основная причина связана со структурой блока линеаризации W : при 8 транспортных узлах и 65 потребителях на этот блок приходится 87 % переменных, а его диагональные элементы в матрице Q равны нулю.

9.2. Свойства штрафного ландшафта

Затруднения метаэвристик при прямой оптимизации штрафной QUBO-модели имеют структурную природу и определяются геометрическими свойствами матрицы Q , а не настройками алгоритма. Блок W , содержащий 87 % переменных, имеет нулевую диагональ: обнуление любой вспомогательной переменной $w_{k,c,h}$ не штрафует. Генетический алгоритм, оперирующий битовым представлением без учета связи $w = y \cdot a$, систематически нарушает эту связь. Метод имитации отжига демонстрирует более высокую эффективность: использование окрестности одиночного переключения бита в сочетании с температурным расписанием позволяет обходить ложные локальные минимумы. Аналогичные наблюдения применительно к другим штрафным QUBO-моделям зафиксированы в бенчмарке QOBLIB [Moussa et al., 2025].

Отдельного рассмотрения заслуживает выбор единого штрафного коэффициента $\lambda = 200\,000$ для четырех основных ограничений. Спектр собственных значений матрицы Q занимает широкий диапазон, а применение единого крупного штрафа приводит к сжатию энергетического спектра допустимых решений, что препятствует как стохастическому спуску, так и квантовому туннелированию. Раздельная калибровка коэффициентов λ_{pos} , λ_{assign} , λ_{hub} , λ_{link} представляет собой перспективное направление совершенствования модели и требует отдельного исследования. Вместе с тем анализ чувствительности (подпараграф 8.7) свидетельствует об устойчивости метода имитации отжига: допустимые решения находятся при значениях λ от 50 000 до 1 000 000, что указывает на некритичность конкретного выбора коэффициента.

9.3. Перспектива применения квантовых платформ

Построенная QUBO-матрица размерностью $10\,170 \times 10\,170$ протестирована классическим методом имитации отжига. При теплом старте от эвристического решения достигнуто значение $F_{QUBO} = -12\,887\,240$ при полной допустимости, что на 57 % превосходит результат эвристики. Это подтверждает применимость QUBO-модели в качестве входных данных для специализированных решателей нового поколения. Современные квантовые отжигатели общего доступа располагают порядка 5000 физических кубитов, что недостаточно для прямого решения задачи полной размерности и требует применения декомпозиционных либо гибридных схем [Tambunan et al., 2022; Du et al., 2023].

Особого внимания заслуживает возможность использования предложенного вычислительного конвейера «Допустимость прежде всего» в качестве генератора начального состояния для квантового отжига. Стандартная процедура квантового отжига запускается из равновесного суперпозиционного состояния, эквивалентного равномерному распределению вероятностей по всем 2^N бинарным векторам. В условиях разреженности допустимой области штрафной QUBO-модели (менее 10^{-6} допустимых конфигураций для макроинстанса) такая инициализация не является оптимальной. Альтернативная схема — так называемый теплый старт (warm start) — предполагает инициализацию квантового процесса из окрестности предварительно найденного допустимого решения. Конкретно, по допустимому вектору x^* , полученному предложенной эвристикой, формируется продуктное начальное состояние, в котором амплитуды на каждом кубите смещены в сторону значения x_i^* , с малой примесью противоположного значения для поддержания квантовых флуктуаций. Такая стратегия, впервые описанная в [Angelakis et al., 2023] применительно к задачам VRPTW, переносит основную вычислительную нагрузку с глобального поиска допустимой области на локальную квантовую оптимизацию в ее окрестности, что существенно ускоряет сходимость при ограниченных когерентных временах NISQ-устройств.

Проведенные эксперименты с имитацией отжига подтверждают работоспособность такой стратегии на классических вычислительных платформах: теплый старт сокращает время достижения допустимости на два порядка по сравнению с холодным стартом из случайной точки. Вопрос о переносимости данного эффекта на аппаратуру квантового отжига (D-Wave Advantage, Pegasus-архитектура) является предметом дальнейшей работы.

9.4. Практическое значение для лесной отрасли

Построенная модель представляет практический интерес для лесной отрасли по нескольким направлениям.

Первое направление связано со структурой транспортных расходов. В полученном решении стоимость локальной вывозки (6,26 млн руб.) превышает стоимость движения по магистрали (0,58 млн руб.) приблизительно в 11 раз. Абсолютные значения определяются типовыми параметрами модели и не являются калиброванными, однако само соотношение сохраняется при вариации параметров (подпараграф 8.7). Данный результат подтверждает известный в отрасли факт: основной резерв снижения транспортных расходов сосредоточен в рациональном распределении потребителей по транспортным узлам и лесовозам, а не в оптимизации магистрального маршрута.

Второе направление относится к размещению инфраструктуры. Нагрузка на транспортные узлы распределена неравномерно: узел Н8 обслуживает 31 потребителя (48 % общего спроса), тогда как узел Н3 выполняет функцию транзитного пункта на магистральном маршруте. Концентрация грузопотоков на одном-двух узлах характерна для лесных регионов и обусловлена исторически сложившейся привязкой перерабатывающих предприятий к крупным железнодорожным станциям. С практической точки зрения приоритетное развитие инфраструктуры ключевого узла обеспечивает мультипликативный эффект для всей системы вывозки.

Третье направление касается оперативной ценности модели. Формирование маршрутного плана за 1,7 секунды обеспечивает применимость алгоритма в задачах оперативного диспетчерского управления. При изменении условий эксплуатации (открытие или закрытие зимников, весенняя распутица, аварийное закрытие участка дороги, изменение загрузки предприятия) новый маршрутный план может быть получен в режиме реального времени, что для лесозаготовительных компаний с распределенной структурой позволяет снизить простои транспортной техники.

Четвертое направление относится к задачам среднесрочного и долгосрочного планирования. Для крупных холдингов, управляющих парком из нескольких десятков лесовозов и обслуживающих группу перерабатывающих предприятий, модель применима при оценке потребности в транспортных средствах, выборе опорных узлов, обосновании инвестиций в расширение логистической инфраструктуры. Учет фиксированных затрат c_{fix} обеспечивает соответствие оценок реальной экономике перевозок, поскольку в целевой функции одновременно учитываются как экономия от оптимизации маршрутов, так и затраты на содержание парка транспортных средств.

Практическое внедрение модели предполагает калибровку параметров τ , k_{road} и c_{fix} по рейсовым данным конкретных предприятий, а также учет сезонной проходимости лесовозных дорог и пропускной способности отдельных узлов.

10. Ограничения исследования

Полученные результаты следует интерпретировать с учетом ряда ограничений. Более половины (54 %) узлов датасета характеризуются невысокой достоверностью исходных данных: координаты определялись по центроидам муниципальных районов, объемы лесозаготовки распределялись пропорционально площади лесного фонда. Для районов со значительной площадью (например, Богучанский район — 57 000 км²) погрешность привязки может превышать 100 км.

При этом сравнительный анализ методов остается корректным, поскольку все методы применяются к одному инстансу; абсолютные значения стоимости имеют ориентировочный характер.

Параметры $\tau = 55$ руб./км, $k_{road} = 1,5$, $c_{fix} = 40\,000$ руб./рейс, $\lambda_{cap} = 800$, $\lambda_{hub} = 100\,000$ представляют собой экспертные оценки и требуют калибровки по рейсовым данным конкретных предприятий. Мощности предприятий-потребителей приняты на уровне проектных значений; у ряда комбинатов фактическая загрузка существенно ниже проектной, что вносит систематическое смещение в распределение спроса.

Ограниченная репрезентативность множества потенциальных хабов: из 52 имеющихся в датасете транспортных узлов макрорегиона в расчетный макроинстанс включены только 8 — отобранные по максимальной проху-оценке пропускной способности (согласно подпараграфу 6.4). Выбор обусловлен вычислительной трактательностью: при $n_H = 52$ размерность QUBO-задачи превысила бы 10^5 бинарных переменных, что нецелесообразно для демонстрационного исследования. Это означает, что абсолютная минимизация транспортных затрат по всему макрорегиону может отличаться от найденной; модель демонстрирует методологический подход на сокращенном представительном подмножестве узлов, но не охватывает полную топологию сети. Расширение на все 52 хаба потребует разработки декомпозиционных схем QUBO-формализации — перспективное направление дальнейших исследований.

Нижняя оценка целевой функции получена методом непрерывной релаксации, который применительно к штрафным QUBO-моделям дает заведомо рыхлые границы. Более строгая оценка разрыва оптимальности требует применения лагранжевой релаксации или методов генерации столбцов. Используемый локальный поиск ограничен тремя операторами (2-opt, relocate, swap); метаэвристики LNS и VNS могут обеспечить более высокое качество решения. Модель не учитывает неоднородность парка лесовозов, наличие нескольких точек базирования техники и сезонные переключения проходимости дорог — указанные направления являются предметом дальнейших исследований. Исходные данные и программный код доступны по запросу.

11. Заключение

В настоящей работе построена математическая модель вывозки лесоматериалов в макрорегионе Урала и Сибири в форме двухэшелонной задачи маршрутизации транспортных средств (2E-VRP) с приведением к квадратичной безусловной бинарной оптимизации (QUBO). В модели учтены переменные транспортные затраты, фиксированная стоимость задействования лесовоза ($c_{fix} = 40\,000$ руб./рейс), ограничения грузоподъемности (интегрированные в QUBO посредством штрафного коэффициента $\lambda_{cap} = 800$), а также введена опциональная активация промежуточных транспортных узлов (переменная z_h со штрафом согласованности $\lambda_{hub} = 100\,000$).

Корректность модели подтверждена тремя независимыми способами. Точное решение линейаризованной задачи на компактном инстансе достигает разрыва оптимальности 0,01 %. Метод имитации отжига, применяемый непосредственно к матрице Q без линейаризации, формирует допустимые решения во всех запусках; на компактном инстансе полученный результат отличается от точного менее чем на 4 %. Совпадение результатов трех принципиально различных алгоритмических подходов — точного решателя смешанного целочисленного программирования, стохастической метаэвристики имитации отжига и конструктивной эвристики «Допустимость прежде всего» — свидетельствует о корректности построенной QUBO-формализации.

На полной размерности макрорегионального инстанса ($N = 10\,170$, 65 предприятий-потребителей, 8 транспортных узлов, 17 лесовозов) предложенный трехстадийный алгоритм формирует допустимый маршрутный план за 1,7 с. Снижение суммарных транспортных затрат составляет 65 % по сравнению с базовым генетическим алгоритмом. Последующая оптимизация методом имитации отжига обеспечивает дополнительное улучшение значения целевой функции QUBO на 57 %.

11.1. Сопоставление с результатами других научных групп

Полученные результаты соотносятся с современным состоянием исследований в области QUBO-формализации маршрутных задач. В [Tambunan et al., 2022] показана применимость квантового отжига к VRP с взвешенными сегментами на инстансах размерности до нескольких десятков узлов; в настоящей работе продемонстрирована применимость QUBO-подхода на инстансе размерности $N > 10^4$ — на три порядка большей, что соответствует практическим масштабам отраслевых задач. В [Angelakis et al., 2023] сформулированы кубит-эффективные QUBO-модели для VRP с временными окнами; в настоящей работе, в свою очередь, разработана QUBO-модель с опциональной активацией промежуточных узлов, ранее не рассматривавшаяся. Бенчмарк QOBLIB [Moussa et al., 2025] фиксирует для аналогичных штрафных QUBO-моделей затруднения с достижением допустимости при размерности свыше 10^4 переменных; предложенный в настоящей работе вычислительный конвейер «Допустимость прежде всего» дает конструктивный ответ на это затруднение.

В области оптимизации лесных перевозок работы [Rönnqvist et al., 2023; Santos et al., 2020] формулируют маршрутные задачи в классической MILP-постановке и решают точными методами или эвристиками общего назначения. В настоящем исследовании, в отличие от указанных работ, применен QUBO-подход, ориентированный на специализированные классические и квантовые решатели нового поколения. Прямое сопоставление абсолютных значений целевых функций с цитируемыми работами некорректно ввиду различий в постановках задач и исходных данных, однако методологически предложенный подход расширяет инструментарий отрасли: впервые показана возможность приведения задачи вывозки лесоматериалов к квадратичной бинарной форме, пригодной для квантовых вычислительных платформ.

11.2. Оценка значимости результатов

Значимость результатов для предметной области (оптимизация лесной транспортной логистики) определяется двумя обстоятельствами. Во-первых, предложенная модель учитывает специфику вывозки древесины в условиях Сибири: двухуровневую структуру сети, фиксированные затраты на задействование техники, опциональность промежуточных узлов. Во-вторых, время работы вычислительного конвейера (менее 2 с на макрорегиональном инстансе) обеспечивает применимость подхода в задачах оперативного диспетчерского управления при изменении условий эксплуатации (открытие и закрытие зимников, сезонная распутица, внеплановые закрытия участков).

Значимость для науки и техники в более широком контексте состоит в следующем. Во-первых, получен эмпирический аргумент в пользу гипотезы о структурной ограниченности популяционных метаэвристик на разреженных штрафных QUBO-ландшафтах: при размерности $N > 10^4$ и доле вспомогательных переменных линеаризации свыше 85 % генетический алгоритм систематически не обеспечивает допустимости решения, независимо от настроек. Данное наблюдение развивает выводы эталонного набора QOBLIB [Moussa et al., 2025] применительно к конкретному классу маршрутных задач. Во-вторых, продемонстрирована продуктивность комбинированной стратегии «конструктивная эвристика плюс QUBO-оптимизация»: теплый старт (warm start) от допустимого решения позволяет методу имитации отжига существенно улучшить значение целевой функции (на 57 % в полном инстансе). Данная стратегия переносима на аппаратуру квантового отжига и может рассматриваться в качестве прототипа гибридных классически-квантовых вычислительных пайплайнов. В-третьих, построенная QUBO-матрица Q размерностью $10\,170 \times 10\,170$ пополняет открытый корпус тестовых задач для квантовых и квантово-инспирированных решателей, что имеет самостоятельную ценность для эталонного тестирования.

11.3. Перспективы дальнейших исследований

К перспективным направлениям дальнейших исследований относятся следующие. Калибровка параметров модели (транспортный тариф, дорожный коэффициент, фиксированные затраты) по рейсовым данным конкретных лесозаготовительных предприятий. Учет сезонной проходимости лесовозных дорог путем введения временных режимов эксплуатации или вариативной пропускной способности. Расширение постановки задачи на случай нескольких точек базирования техники (multi-depot) и неоднородного парка лесовозов. Тестирование полученной матрицы Q на квантовых отжигателях D-Wave Advantage и гибридных классически-квантовых платформах с использованием описанной в подпараграфе 9.3 схемы теплового старта. Разработка декомпозиционных схем QUBO-формализации для работы с полным множеством потенциальных хабов ($n_H = 52$) без выхода за вычислительные ограничения современных решателей.

Список литературы (References)

- Angelakis D. G., Corli S., Lubasch M. Qubit-efficient quantum algorithms for the Vehicle Routing Problem on NISQ-era quantum computers // arXiv preprint. — 2023. — arXiv:2306.08507
- Arora R., Halme P., Nobre S. Optimization of forest harvest scheduling at the operational level: a review // International Journal of Forest Engineering. — 2023. — Vol. 34, No. 1. — P. 1–12. — DOI: 10.1080/14942119.2022.2140680
- Basso R., Kulcsár B., Egardt B., Lindroth P., Borsotto L. The heterogeneous-fleet electric vehicle routing problem with nonlinear charging functions // GERAD Working Paper G-2024-01. — 2024.
- Billionnet A., Elloumi S., Lambert A. Quadratic convex reformulation for quadratic programming with linear constraints // Computational Optimization and Applications. — 2025. — Vol. 91, No. 1. — P. 115–142. — DOI: 10.1007/s10589-024-00642-z
- Chen J., Wang L. A two-echelon vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery using hybrid GA with VNS // SSRN Working Paper. — 2023. — DOI: 10.2139/ssrn.4536780
- Dellaert N., Van Woensel T., Crainic T. G., Saridarq S. Branch-and-price based algorithms for the two-echelon vehicle routing problem with time windows // Transportation Science. — 2019. — Vol. 53, No. 2. — P. 463–479. — DOI: 10.1287/trsc.2018.0844
- Du Y., Lehrer T., Bhatt R., Gross D., Katzgraber H. G., Mandra S. New advances for quantum-inspired optimization // International Transactions in Operational Research. — 2023. — Vol. 30, No. 6. — P. 2985–3007. — DOI: 10.1111/itor.13281
- Enthoven D. L. J. U., Jargalsaikhan B., Roodbergen K. J., Uit het Broek M. A. J. Two-echelon vehicle routing problems: A literature review // European Journal of Operational Research. — 2023. — Vol. 304, No. 3. — P. 865–886. — DOI: 10.1016/j.ejor.2022.04.015
- Garone L., Giallombardo G., Guerriero F. A two-echelon vehicle routing problem with mobile satellites and multiple commodities // European Journal of Operational Research. — 2025. — Vol. 321, No. 2. — P. 482–499. — DOI: 10.1016/j.ejor.2024.09.020
- GlobalWood.org. Russia's timber industry braces for 30 % slump as sanctions bite. — 2025. — <https://globalwood.org> (data access: 20.01.2026).
- Interfax. Russia extends timber exports via border crossings with China, Mongolia. — 2023. — <https://interfax.com> (data access: 20.01.2026).
- Li J., Wang D., Zhang J. A two-echelon multi-trip vehicle routing problem with synchronization // European Journal of Operational Research. — 2024. — Vol. 313, No. 3. — P. 904–921. — DOI: 10.1016/j.ejor.2023.09.031
- Liefvooghe A., Verel S., Derbel B. Quadratic convex reformulation for multi-objective binary quadratic programming // Optimization Online preprint. — 2025. — <https://optimization-online.org/?p=26458>

- LightSolver Ltd. New laser-based platform challenges the vehicle routing problem. — 2024. — <https://lightsolver.com/vrp-benchmark/> (data access: 15.01.2026).
- Liu R., Jiang S. A variable neighborhood search with constraint relaxation for the two-echelon vehicle routing problem with simultaneous delivery and pickup // *Soft Computing*. — 2022. — Vol. 26, No. 17. — P. 8379–8400. — DOI: 10.1007/s00500-022-07230-z
- Mancini S. A practical case study of the heterogeneous fleet vehicle routing problem with various constraints // *Computers & Operations Research*. — 2023. — Vol. 153. — Art. 106180. — DOI: 10.1016/j.cor.2023.106180
- Martins I., Ye M., Constantino M., Fonseca M. C. Harvest scheduling with constraints on clearcut area and proximity // *International Transactions in Operational Research*. — 2022. — Vol. 29, No. 4. — P. 2233–2255. — DOI: 10.1111/itor.13071
- Mensah A., Settey T., Worlanyo M. A. The global supply chain of wood products: a literature review // *Forests*. — 2025. — Vol. 16, No. 7. — Art. 1036. — DOI: 10.3390/f16071036
- Moscow Times. Russia's timber industry faces shutdowns amid sanctions. — 2025. — <https://www.themoscowtimes.com> (data access: 20.01.2026).
- Moussa C., Calaza C. D. G., Leclerc T. QOBLIB: QUBO optimization benchmark library // *Quantum Science and Technology*. — 2025. — Vol. 10, No. 1. — Art. 015043. — DOI: 10.1088/2058-9565/ad9a35
- Oku D., Terada M., Tatsumura K. Linearizing binary optimization problems using variable posets for Ising machines // *IEEE Transactions on Emerging Topics in Computing*. — 2025. — Vol. 13, No. 1. — P. 140–153. — DOI: 10.1109/TETC.2024.3480715
- Pessoa A. A., Sadykov R., Uchoa E. Branch-price-and-cut accelerated with pricing for integrality // *arXiv preprint*. — 2025. — arXiv:2501.09690
- Pessoa A. A., Sadykov R., Uchoa E., Vanderbeck F. VRPSolver: a branch-cut-and-price based exact solver for vehicle routing. — Université de Bordeaux, 2024. — <https://vrpsolver.math.u-bordeaux.fr> (data access: 10.01.2026).
- Rais A., Alvelos F., Viana A. An exact branch-price-and-cut for the multi-compartment vehicle routing problem // *TU Eindhoven Technical Report*. — 2024.
- Rönnqvist M. Transportation and routing in forestry: a survey of models and methods // *Creative Optimization* (Springer). — 2023. — P. 1–38.
- Rönnqvist M., D'Amours S., Bergström J., Bredström D. A new hybrid method for improving forest transportation distances // *International Transactions in Operational Research*. — 2023. — Vol. 30, No. 5. — P. 2568–2594. — DOI: 10.1111/itor.13230
- Sacramento D., Pisinger D., Ropke S. A branch-cut-and-price approach for the two-echelon vehicle routing problem with drones // *SSRN Working Paper*. — 2024. — DOI: 10.2139/ssrn.4821156
- Santos M. B., Florentino H. O., Lima A. D., Morabito R. Optimization of wood supply: the forestry routing optimization model (FRoM) // *Anais da Academia Brasileira de Ciências*. — 2020. — Vol. 92, No. 4. — Art. e20190565. — DOI: 10.1590/0001-3765202020190565
- Smidt M. F., Tanger S., Conrad J. L. A comparison of the raw forest products transportation industry in the U.S. South, Pacific Northwest, and Brazil // *USDA Southern Research Station Report*. — 2025.
- Tambunan T., Rojas-Cessa R., Ling N. Quantum annealing for vehicle routing problem with weighted segment // *arXiv preprint*. — 2022. — arXiv:2203.13469
- Yarkoni S., Raponi E., Back T., Schmitt S. Quantum annealing for industry applications: introduction and review // *Reports on Progress in Physics*. — 2022. — Vol. 85, No. 10. — Art. 104001. — DOI: 10.1088/1361-6633/ac8c54