

УДК: 51-76, 616.36

Численное моделирование инверсии потока в воротной вене

Б. И. Казымов^{1,a}, М. Ю. Лимарева^{2,b}, А. И. Лобанов^{2,3,c},
Ю. В. Фишер^{2,d}, Б. И. Яремин^{1,4,e}

¹Научно-исследовательский институт скорой помощи им. Н. В. Склифосовского,
Россия, 129090, г. Москва, Большая Сухаревская пл., д. 3

²ООО «ТЕСИС»,

Россия, 127083, г. Москва, ул. Юннатов, д. 18, оф. 705

³Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),
Россия, 141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский пер., д. 9

⁴Кафедра трансплантологии и искусственных органов им. В. П. Демикова Института
биомедицины (МБФ), Пироговский университет,
Россия, 129090, г. Москва, Большая Сухаревская площадь, д. 3, к. 5

E-mail: ^a b.i.kazymov@transpl.moscow, ^b limareva@flowvision.ru, ^c lobanov.ai@phystech.edu,
^d jf@flowvision.ru, ^e b.i.yaremin@reaviz.online

Получено 30.03.2026, после доработки — 29.04.2026.

Принято к публикации 03.06.2026.

Рассматривается математическая модель движения жидкости в воротной вене. Фундаментальным обстоятельством, определяющим все многообразие порталных гемодинамических феноменов, является отсутствие клапанного аппарата. Направление потока есть исключительно функция градиента давления, и, следовательно, оно принципиально реверсильно при изменении граничных условий системы.

Проводились расчеты в области, представляющей фрагмент КТ изображения воротной вены конкретного пациента, не содержащий сосудистых бифуркаций. В качестве граничных условий для потока использована интерполяция данных доплерографии пациентов, опубликованных в печати. Расчеты проводились с использованием программного комплекса индустриальной гидродинамики FlowVision. Проведено сравнение расчетов при использовании модели идеальной жидкости и модели Куемады вязкопластического течения.

Расчеты проводились для разных значений коэффициента сопротивления, соответствующих физиологической норме, и при повышенном значении коэффициента сопротивления.

При нормальном значении коэффициента сопротивления течение в воротной вене характеризуется сильным конвективным перемешиванием.

В результате расчетов получено, что при использовании модели Куемады течение в воротной вене стратифицировано. Характер стратификации зависит от гематокрита. При нормальном значении коэффициента сопротивления при уменьшении скорости формируется пластическое ядро течения. При повышенном значении коэффициента сопротивления при инверсии потока также формируется ядро течения. При инверсии потока пластическое ядро продолжает движение в прямом направлении, в то время как пристеночные слои жидкости начинают двигаться в обратном направлении.

Отмечается, что для получения корректных результатов моделирования необходимы уточнение состава крови воротной вены и, возможно, уточнение реологической модели. Такая информация может быть получена как из сопоставления данных моделирования с клиническими данными, так и путем лабораторного исследования крови воротной вены.

Ключевые слова: воротная вена, инверсия потока, математическое моделирование, модель жидкости Куемады, программный комплекс FlowVision

© 2026 Бахтияр Исмет Оглы Казымов, Мария Юрьевна Лимарева, Алексей Иванович Лобанов, Юлия Владимировна Фишер,
Борис Иванович Яремин

Статья доступна по лицензии Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Unported License.
Чтобы получить текст лицензии, посетите веб-сайт <http://creativecommons.org/licenses/by-nd/3.0/>
или отправьте письмо в Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.

UDC: 51-76, 616.36

Numerical simulation of flow inversion in the portal vein

**B. I. Kazymov^{1,a}, M. J. Limareva^{2,b}, A. I. Lobanov^{2,3,c}, I. V. Fisher^{2,d},
B. I. Yaremin^{1,4,e}**

¹Sklifosovsky Institute for Emergency Medicine,
3 Bol'shaya Sukharevskaya sq., Moscow, 129090, Russia

²LLC TESIS,

off. 705, 18 Unnatov st., Moscow, 127083, Russia

³Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University),
9 Institutskiy per., Dolgoprudny, Moscow Region, 141701, Russia

⁴V. P. Demikhov Department of Transplantology and Artificial Organs, Institute of Biomedicine (MBF),
Pirogov University,
3/5 Bol'shaya Sukharevskaya sq., Moscow, 129090, Russia

E-mail: ^a b.i.kazymov@transpl.moscow, ^b limareva@flowvision.ru, ^c lobanov.ai@phystech.edu,
^d jf@flowvision.ru, ^e b.i.yaremin@reaviz.online

Received 30.03.2026, after completion – 29.04.2026.

Accepted for publication 03.06.2026.

A mathematical model of fluid movement in the portal vein is considered. The fundamental circumstance determining the whole variety of portal hemodynamic phenomena is the absence of a valve apparatus. The flow direction is solely a function of the pressure gradient, and, therefore, it is fundamentally reversible when the boundary conditions of the system change.

Calculations were performed in the area representing a CT image fragment of the portal vein of a particular patient, which does not contain vascular bifurcations. The interpolation of patient Dopplerography data published in the press was used as boundary conditions for the flow. The calculations were carried out using the FlowVision industrial hydrodynamics software package. A comparison of calculations using the ideal fluid model and the Quemada model of viscoplastic flow is carried out.

Calculations were performed for different values of the resistance coefficient corresponding to the physiological norm and with an increased value of the resistance coefficient.

At a normal value of the resistance coefficient, the flow in the portal vein is characterized by strong convective mixing.

As a result of calculations, it was found that when using the Quemada model, the flow in the portal vein is stratified. The nature of the stratification depends on the hematocrit. At a normal value of the resistance coefficient, a plastic core of the flow is formed as the velocity decreases. With an increased value of the resistance coefficient during flow inversion, the flow core is also formed. When the flow is inverted, the plastic core continues to move in the forward direction, while the wall layers of the liquid begin to move in the opposite direction.

It is noted that in order to obtain correct modeling results, it is necessary to refine the blood composition of the portal vein and, possibly, refine the rheological model. Such information can be obtained both from comparing simulation data with clinical data, and by laboratory examination of portal vein blood.

Keywords: portal vein, flow inversion, mathematical modeling, Quemada liquid model, FlowVision software package

Citation: Computer Research and Modeling, 2026, vol. 18, no. 3, pp. 659–674 (Russian).

Введение

Воротная вена (ВВ) — крупный кровеносный сосуд, осуществляющий транспорт крови от непарных органов брюшной полости к печени. В силу специфики расположения сосуда состав крови в ВВ может отличаться от состава крови в других сосудах венозного дерева. Течения в ВВ существенно нестационарные: из-за расположения ВВ вблизи диафрагмы на течения существенно влияет дыхательный ритм. Транспорт крови в воротной вене имеет исключительную важность, так как именно он обеспечивает основной приток крови к печени.

Клиническая актуальность количественного анализа портального кровотока определяется двумя ключевыми обстоятельствами. Во-первых, гепатофугальный (направленный от печени) поток является независимым предиктором печеночной энцефалопатии и снижения выживаемости при циррозе, а также создает угрозу синдрома портального обкрадывания (portal steal) в раннем послеоперационном периоде трансплантации печени. Во-вторых, переход от гепатопетального режима (нормального направленного к печени потока) к гепатофугальному является пороговым, нелинейным событием, которое стандартная доплерография фиксирует постфактум, не позволяя прогнозировать момент инверсии и оценивать риск тромбоза воротной вены при замедлении потока ниже 15 см/с.

Методы вычислительной гидродинамики (CFD) открывают принципиально новую возможность: воспроизвести пространственно-временную структуру потока в индивидуальной геометрии сосуда, включая переходные режимы при инверсии, и исследовать влияние реологических параметров крови, в первую очередь гематокрита, на характер стратификации течения.

Учет параметров течения в ВВ важен для построения математических моделей тромбозов, как постоперационных, так и предоперационных. Детальное моделирование портального кровотока помогает понять характерные особенности формирования инвертированных (гепатофугальных) течений и условия возникновения такой инверсии. Смена направления течения невозможна без стаза (замедления скорости кровотока). При малых скоростях течений и небольших локальных скоростях сдвига определяющую роль играют эффекты, связанные со сложной реологией крови. Если для коронарного кровотока использование модели вязкой несжимаемой жидкости является оправданным, то для портального кровотока возможно только использование тех или иных моделей неньютоновской жидкости.

Целью работы являются исследование характера течения крови с использованием реологической модели Куемады и сравнение результатов вычислительных экспериментов с результатами аналогичных расчетов для модели идеальной жидкости.

Модальности кровотока в воротной вене: характер потока, реверсия

Базовые характеристики нормального портального кровотока

Воротная вена (ВВ) формируется при слиянии верхней брыжеечной и селезеночной вен и представляет собой бесклапанный сосуд диаметром 10–14 мм, обеспечивающий около 70–75 % общего притока крови к печени. Физиологическое направление кровотока — гепатопетальное (к печени), обусловленное градиентом давления между спланхническим капиллярным руслом (≈ 10 – 15 мм рт. ст.) и синусоидальным давлением (≈ 3 – 5 мм рт. ст.) [Bosch, García-Pagán, 2000]. Средняя линейная скорость потока в норме составляет 15–25 см/с, объемный кровоток — 600–1200 мл/мин [Burkart et al., 1995; Moriyasu et al., 1986].

Фундаментальным обстоятельством, определяющим все многообразие портальных гемодинамических феноменов, является отсутствие клапанного аппарата. Направление потока есть исключительно функция градиента давления, и, следовательно, оно принципиально реверсильно при изменении граничных условий системы.

В нормальных условиях порталный поток характеризуется как непрерывный, низкоскоростной и ламинарный [McNaughton, Abu-Yousef, 2011]. Однако он не является стационарным. Даже в физиологическом состоянии кровотоков в воротной вене подвержен множественным модуляциям, каждая из которых вносит характерную временную компоненту в спектр потока.

Модуляции нормального потока

При спокойном дыхании кровотоков в воротной вене демонстрирует умеренную фазность: ускорение на выдохе и замедление на вдохе. Механизм обусловлен изменениями внутрибрюшного и внутригрудного давления, модулирующими отток через печеночные вены и, опосредованно, приток через воротную вену. В [Abu-Yousef, 1992] детально описаны нормальные респираторные вариации порталного доплеровского спектра с синхронной ЭКГ-регистрацией и показано, что у здоровых лиц амплитуда респираторной модуляции составляет 20–40 % от средней скорости потока. Глубокий вдох или проба Вальсальвы могут вызывать кратковременную полную остановку или даже кратковременную реверсию порталного потока — физиологическое явление, не несущее патологического значения [Abu-Yousef, 1992; Bolognesi et al., 1996].

В норме передача сердечной пульсации на порталный кровоток минимальна. Синусоидальная сеть печени выполняет функцию гидродинамического демпфера, гасящего ретроградную передачу давления от правых отделов сердца через печеночные вены [Wachsberg et al., 1995]. Появление выраженной кардиальной пульсативности является патологическим признаком.

Прием пищи вызывает увеличение порталного кровотока на 50–100 % вследствие функциональной гиперемии мезентериального русла, с максимумом через 30–60 минут. Белковая пища вызывает наиболее выраженный прирост мезентериального потока [Qamar, Read, 1988]. В [Gaiani et al., 1991] установлено, что постпрандиальная реакция порталного потока существенно ослаблена при циррозе, отражая ригидность спланхического русла и портосистемное шунтирование.

Реверсия кровотока (гепатофугальный поток)

Гепатофугальный кровоток — инверсия направления потока в воротной вене: кровь движется от печени к спланхическому руслу. Это гемодинамический парадокс, при котором внутрипеченочное сосудистое сопротивление превышает давление в порталном притоке [Groszmann, Atterbury, 1982]. Различают:

- тотальный — реверсия в основном стволе воротной вены;
- парциальный (сегментарный) — реверсия в одной из ветвей при сохранении гепатопетального потока в основном стволе;
- интермиттирующий — переменное направление, зависящее от фазы дыхания, постпрандиального статуса, положения тела [Ohnishi et al., 1985; Gaiani et al., 1991].

В [Gaiani et al., 1991] в проспективном исследовании 228 пациентов с циррозом выявлен спонтанный гепатофугальный поток у 8,3 % больных. При декомпенсированном циррозе (Child-Pugh C) частота возрастает до 15–23 % [Nery et al., 2015]. Сегментарная реверсия в отдельных ветвях встречается значительно чаще тотальной и нередко ускользает от рутинного доплерографического протокола.

Реверсия является следствием развития крупных портосистемных коллатералей — спленоренальных, гастроренальных, параумбиликальных шунтов. Когда суммарная проводимость коллатерального пути превышает транспеченочную, градиент давления инвертируется [Groszmann, Atterbury, 1982; Bosch et al., 2009].

Гепатофугальный поток — независимый предиктор печеночной энцефалопатии (портальная кровь, содержащая аммиак и нейротоксины, шунтируется мимо гепатоцитов) и ассоциирован

со снижением выживаемости [von Herbay et al., 2001; Tripodi, Mannucci, 2011]. В контексте трансплантации печени развитые шунты с гепатофугальным потоком создают угрозу синдрома портального обкрадывания (portal steal): после реперфузии трансплантата портальный кровоток «уходит» через сохранившийся шунт в системный кровоток, минуя пересаженную печень, что приводит к ишемии трансплантата и тромбозу воротной вены [Troisi et al., 2003; Quintini et al., 2013].

Направление потока у конкретного пациента может переключаться в зависимости от фазы дыхания, приема пищи, положения тела, приема вазоактивных препаратов (бета-блокаторов, терлипрессина) [Berzigotti et al., 2013]. Паттерн to-and-fro (маятниковый поток), при котором доплеровский спектр демонстрирует смену направления в пределах одного дыхательного цикла, фиксирует состояние системы вблизи точки переключения между двумя устойчивыми режимами. Малые возмущения входных параметров (внутрибрюшное давление, сердечный выброс, вазомоторный тонус спланхнических артериол) приводят к качественному переключению режима [De Gaetano et al., 1995].

Патологическая пульсативность воротной вены

Выраженная кардиальная пульсативность в воротной вене — патологический феномен, возникающий при двух различных механизмах.

Первый — ретроградная трансмиссия давления при правожелудочковой недостаточности, тяжелой трикуспидальной регургитации или констриктивном перикардите. Повышенное давление правого предсердия передается через печеночные вены и синусоиды в портальное русло; нормальная демпфирующая функция синусоидальной сети утрачивается при фиброзе и циррозе [Wachsberg et al., 1995; Scheinfeld et al., 2009]. Второй механизм — артериопортальное шунтирование при наличии фистулы (после биопсии печени, при гепатоцеллюлярной карциноме) — артериальная пульсация передается непосредственно в портальное русло [DeLeve et al., 2009].

В [Wachsberg et al., 1995] предложен индекс пульсативности воротной вены (PPI) в качестве количественного маркера. В последние годы PPI привлекает внимание как компонент VExUS-протокола (Venous Excess Ultrasound Score) для оценки венозного застоя у пациентов в критических состояниях [Beaubien-Souligny et al., 2020].

В [McNaughton, Abu-Yousef, 2011] наряду с PPI вводится индекс сопротивления:

$$RI = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{V_{\max}}. \quad (1)$$

Здесь V_{\max} и V_{\min} — максимальная и минимальная линейные скорости в воротной вене.

Нормальное значение RI находится в пределах от 0,55 до 0,7. Большое значение индекса ($RI > 0,7$) может соответствовать постпрандиальному состоянию (сразу после приема пищи), повышению периферического сосудистого сопротивления или раннему послеоперационному периоду после реконструкции портального анастомоза.

Интегральная оценка: индекс застоя и пороговые эффекты

В [Moriyasu et al., 1986] предложен индекс застоя (congestion index, CI) — отношение площади поперечного сечения воротной вены к средней линейной скорости кровотока: $CI = \frac{S}{V}$ [см·с]. Этот индекс повышается при портальной гипертензии и отражает гемодинамическую стоимость портального притока.

В [Zocco et al., 2009] установлено, что снижение средней скорости портального потока ниже 15 см/с является независимым предиктором тромбоза воротной вены. Данный пороговый

эффект соответствует представлению о том, что при замедлении потока ниже критического значения время контакта прокоагулянтных факторов с эндотелием и субэндотелиальными структурами превышает кинетический порог инициации коагуляционного каскада, и вероятность тромбообразования нелинейно возрастает.

Таким образом, кровоток в воротной вене представляет собой гемодинамически нетривиальный объект, не сводимый к модели стационарного ламинарного потока в прямом канале. Множественные модуляции (респираторная, кардиальная, постпрандиальная), принципиальная реверсibilität направления в бесклапанной системе, формирование спиральных и рециркуляторных структур в зонах конfluence и бифуркации, а также нелинейные пороговые эффекты, ассоциированные с тромбозом, определяют богатую динамику этой системы. Переход от доплерографических описаний к количественному пространственно-временному анализу (4D flow MRI, CFD) представляет актуальный исследовательский фронт, результаты которого имеют прямое значение для прогнозирования тромботических осложнений и оптимизации хирургических реконструкций при трансплантации печени.

Математические модели портального кровотока

Первые математические модели портального кровотока разработаны еще в 1970-х годах. Они представляли собой компартментные модели [Valentinuzzi, 1971]. Каждый сосуд сосудистого дерева печени приближался замкнутым объемом (компаратментом). На основе балансовых соотношений строилась система обыкновенных дифференциальных уравнений. Модели такого типа позволяли лишь оценить расходы через разные фрагменты сосудистого дерева, не реконструируя детали кровотока.

Работы по математическому моделированию кровотока в сосудах печени во многом продолжают исследования, начатые для коронарного кровотока. Они сводятся к решению осредненных по сечению сосуда уравнений Навье–Стокса на графе, моделирующем систему сосудов печени. Такой подход применен, например, в [Zhaleev et al., 2019].

Авторы [Ma et al., 2019; Ma et al., 2020] рассматривают ток крови в сложном сосудистом дереве печени, включающем как артериальную, так и венозную часть. В первую очередь авторов интересуют нестационарные эффекты в артериальной части, связанные с сердечным ритмом. Кровь рассматривается как идеальная несжимаемая жидкость.

В серии работ [Wang et al., 2021; Wang et al., 2022] авторы исследуют кровоток в воротной вене до и после операции удаления селезенки. В статье [Wang et al., 2021] строится вычислительная модель течения крови в системе воротной вены до и после удаления селезенки. Используется несколько геометрических моделей, представляющих собой фрагменты дерева сосудов печени на основе средних анатомических параметров с различными модификациями, учитывающими варианты расположения сосудов в системе воротной вены. Были созданы геометрические модели расположения сосудов после удаления селезенки с учетом блокирования тока через выход селезеночной вены. Для описания реологических свойств крови использовалась модель Каро. Система уравнений движения неньютоновской жидкости решалась с использованием ПО FLUENT.

В [Wang et al., 2022] рассматривались также пристеночные напряжения в воротной вене. Сама воротная вена приближалась либо цилиндрическим сосудом, либо трубкой с заданным диаметром и кривизной изгиба. Для определения кровотока через мелкие сосуды использована модель циркуляции в дереве сосудов печени.

Обзор современного состояния работ по моделированию кровотока в сосудах печени приведен в [Wu et al., 2025].

Попытка детализации течения в воротной вене предпринята в работе [Aktar, Islam, 2017]. Авторы рассматривали течения неньютоновской жидкости в двумерной области, представляющей собой упрощенную проекцию на плоскость воротной вены. Использована модель степенной

жидкости, расчеты проводились в среде FLUENT. Показан сложный характер течения в этом приближении для стенозированной ВВ.

Некоторые близкие по содержанию работы относились к моделированию сосудов артериального дерева. В [Skiadopoulos et al., 2017] модель жидкости Каро использовалась для моделирования течения в артерии. По гидродинамическим параметрам (число Рейнольдса $Re = 900$ для артерии и 700 для воротной вены) и геометрическим характеристикам сосуда были близки. Но, в отличие от портального кровотока, в артериях нет инверсии, что качественно меняет результирующую картину течений.

Работ по численному моделированию портального кровотока существенно меньше, чем по моделированию коронарного кровотока. По-видимому, это связано с меньшим количеством клинических данных.

Математическая модель

Рассматривалось нестационарное течение несжимаемой жидкости со сложной реологией в сосуде сложной формы. Уравнения движения записывались в приближении эффективной (кажущейся) вязкости:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \operatorname{div} \mu_e \operatorname{grad} \mathbf{u}, \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0. \quad (3)$$

Здесь μ_e — эффективная вязкость, в общем случае зависящая от второго (квадратичного) инварианта тензора скоростей деформации. Для идеальной жидкости $\mu_e = \operatorname{const}$, и система (2)–(3) переходит в систему Навье–Стокса. В (2)–(3) \mathbf{u} — скорость, P — давление, ρ — плотность крови.

Приближение эффективной вязкости часто применяют для решения инженерных задач. В математических моделях течений крови, например в [Skiadopoulos et al., 2017], также использовано такое приближение. Оно позволяет уйти от сложной задачи нелинейной оптимизации, которую необходимо решать при моделировании течений вязкопластических жидкостей [Климов и др., 2018], к которым относится кровь.

Для эффективной вязкости использована модель Куемады [Quemada, 1978]. Модель с успехом используется для описания движения самых разнообразных жидкостей — океанических масс с планктоном, буровой жидкости, крови. В случае крови

$$\mu_e = \mu_f \left(1 - \frac{k_0 + k_\infty \sqrt{\frac{|I_2|^{1/2}}{\dot{\gamma}_{cr}}}}{2 \left(1 + \sqrt{\frac{|I_2|^{1/2}}{\dot{\gamma}_{cr}}} \right)} H \right)^{-2}, \quad (4)$$

где H — гематокрит (пациент-ориентированный параметр, меняется в широких пределах от почти 0 при некоторых заболеваниях до 0,65 у маленьких детей), I_2 — второй (квадратичный) инвариант тензора скоростей деформации, μ_f — размерная величина, соответствует (с точностью до множителя) вязкости крови как идеальной жидкости (при бесконечно больших скоростях сдвига), k_0 — может принимать значения (в зависимости от температуры тела и насыщенности кислородом) от 3,90 до 4,04, k_∞ в зависимости от температуры и насыщенности кислородом может принимать значения от 1,5 до 1,96. Величина $\dot{\gamma}_{cr}$ — критическое значение скорости сдвига, ниже которого реологические свойства крови имеют определяющее значение. Для крови обычно этот параметр полагают равным 10 с^{-1} . Критическое значение скорости сдвига должно соответствовать такому напряжению сдвига, при котором у конкретного пациента начинают разрушаться «монетные столбики» (агрегаты эритроцитов).

Реологические эффекты, определяющие вязкопластический характер движения крови, обычно проявляются при медленных течениях, в то время как при быстрых течениях, например в коронарных сосудах, течение незначительно отличается от течения идеальной жидкости [Krivovichev, 2021].

Расчетная область представляла собой фрагмент воротной вены конкретного пациента. Изображение сосудов печени получено при помощи компьютерной томографии. Затем фрагмент воротной вены без бифуркации сосудов вырезался из сосудистого дерева с использованием ПО Blender и FreeCad. Геометрическая модель воротной вены сглаживалась и восстанавливалась в сеточном формате для загрузки в ПК FlowVision.

Граничные условия на входе представляли собой кусочно-линейную интерполяцию зависимости линейной скорости от времени:

$$\begin{cases} v = \frac{1}{S} \left(Q_{\max} - \frac{Q_{\max} - Q_{\min}}{0,6} \frac{t}{T} \right), & \frac{t}{T} < 0,6, \\ v = \frac{1}{S} \left(Q_{\min} + \frac{Q_{\max} - Q_{\min}}{0,4} \left(\frac{t}{T} - 0,6 \right) \right), & \frac{t}{T} \geq 0,6. \end{cases} \quad (5)$$

Здесь t — время с начала дыхательного периода, T — продолжительность дыхательного периода, Q_{\max} и Q_{\min} — максимальная и минимальная объемные скорости на выдохе и вдохе соответственно, S — площадь входного сечения.

Интерполяция построена по результатам ультразвуковой доплерографии [McNaughton, Abu-Yousef, 2011]. Дыхательный период полагался равным 4 с.

На стенке воротной вены задавалось условие $v = 0$ (условие прилипания). На выходе из сосуда задавалось фиксированное давление. Для расчетов параметры реологической модели Куемады взяты из [Marcinkowska-Gapińska et al., 2007]. В цитируемой публикации они были оценены на основе лабораторных анализов венозной крови пациентов. Параметры расчетов приведены в таблице 1. Сразу обращает внимание то, что при высоком гематокрите (например, 0,6) для покоящейся жидкости эффективная вязкость станет отрицательной, а при гематокрите 0,5 — бесконечно большой. Очевидно, для больших значений гематокрита надо подбирать параметры математической модели k_0 и k_∞ на основе сравнения численных результатов и клинических данных.

Таблица 1. Параметры расчетов

Номер расчета	RI	Q_{\max} , л/с	Q_{\min} , л/с	Реологическая модель	μ_e (Ньютон) / μ_f (Куемада), Па · с	H	k_0	k_∞	$\dot{\gamma}_{cr}$
1	0,6	0,03	0,008	Куемада	0,003	0,4	4	1,6	10
2	0,6	0,03	0,008	Куемада	0,003	0,3	4	1,6	10
3	1,3	0,015	-0,005	идеальная	0,0045	—	—	—	—
4	1,3	0,015	-0,005	Куемада	0,003	0,4	4	1,6	10
5	1,3	0,015	-0,005	Куемада	0,003	0,3	4	1,6	10
6	1,3	0,015	-0,005	Куемада	0,003	0,2	4	1,6	10
7	0,9	0,02	0,002	Куемада	0,003	0,3	4	1,6	10

Методы и программное обеспечение

Для решения задачи о нестационарном движении жидкости со сложной реологией в замкнутом объеме использован программный комплекс (ПК) FlowVision [Аксенов, 2017]. В основе численной реализации уравнений движения лежит метод конечных объемов. Для применения

к медицинским задачам проведены валидационные расчеты с использованием ПК FlowVision для двух тестовых задач FDA — в задаче о движении крови в сопле [Калугина и др., 2023] и задаче о насосе для перекачки крови [Аксёнов и др., 2023].

Во всех расчетах использовалась одинаковая расчетная сетка с размером ячейки 0,3 мм. Количество расчетных ячеек составляло 580 263. Расчет производился с использованием неявной схемы второго порядка аппроксимации по пространственным переменным. Значения тензора скоростей деформации брались с текущего временного слоя. Для модели Навье–Стокса число Куранта было выбрано равным 10, для модели Куемады — 2.

Результаты расчетов

Рассматривалась задача о нестационарном течении крови в воротной вене при различных значениях индекса RI.

Расчеты с нормальным коэффициентом сопротивления

Расчеты проводились для значения $RI = 0,6$ (нормальное значение коэффициента сопротивления, инверсии кровотока в ВВ нет). На рис. 1 показаны линии тока течения при максимальной скорости потока в вене и при минимальной скорости (максимальной скорости инвертированного потока). Видно, что для модели идеальной жидкости конвективное перемешивание максимально при быстром движении крови. Оно обусловлено формой кровеносного сосуда. Течения крови сравнительно медленные, при низких скоростях сдвига существенны вязкопластические свойства крови. Реологические свойства крови в ВВ достоверно не известны. Для детализации течений в ВВ существенную роль играют как медицинские измерения, в частности доплерография, так и методы вычислительного эксперимента.

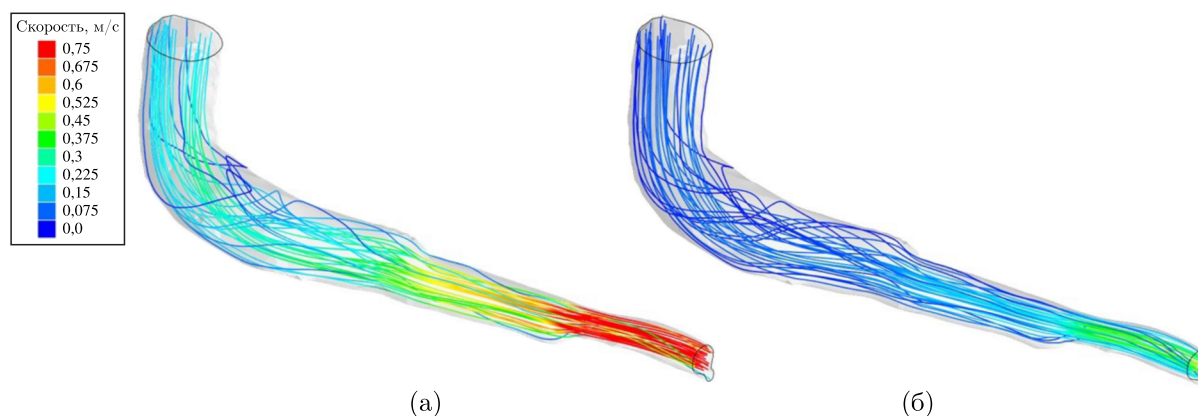


Рис. 1. Линии тока течения неньютоновской жидкости в воротной вене: а) при максимальной скорости потока; б) при минимальной скорости потока. Индекс сопротивления — $RI = 0,6$, гематокрит — $H = 0,4$. Конвективное перемешивание обусловлено формой сосуда и примерно постоянно

При использовании модели жидкости Куемады для $RI = 0,6$ качественная картина течения сохраняется. В потоке жидкости формируется вязкопластическое ядро с малой скоростью сдвига и повышенным значением вязкости. На рис. 2 приведено распределение эффективной вязкости в различных сечениях ВВ в те же фазы дыхательного цикла. Синий цвет на цветовых картах соответствует минимальной вязкости, цветовые карты приведены в нескольких сечениях вены. На рис. 3 приведены результаты сравнения течений при значениях гематокрита $H = 0,4$ (левая панель) и $H = 0,3$. При понижении значения гематокрита область ядра течения увеличивается, при этом абсолютное значение эффективной вязкости несколько уменьшается.

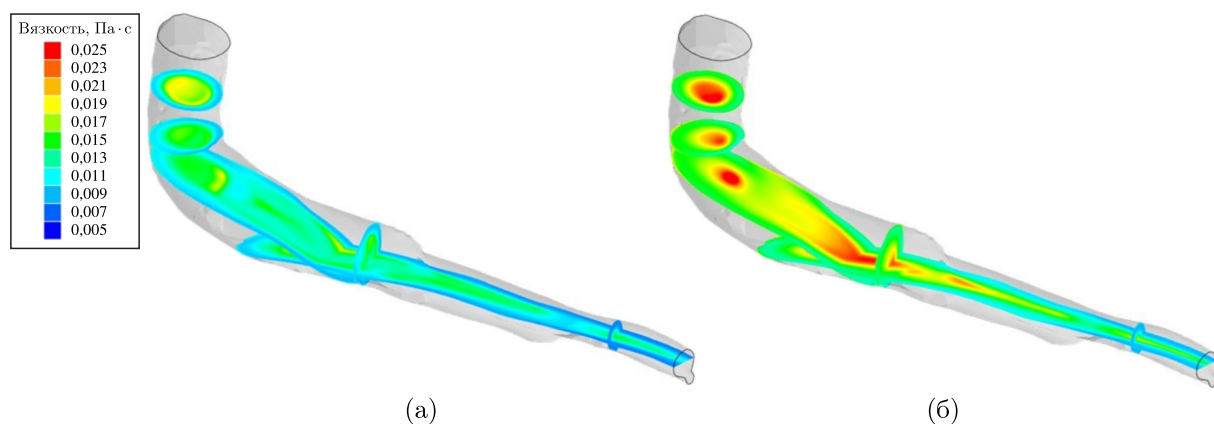


Рис. 2. Распределение эффективной вязкости в воротной вене а) при максимальной скорости потока, 0 с с начала цикла; б) при минимальной скорости потока, 2,5 с с начала цикла. Индекс сопротивления — $RI = 0,6$, гематокрит — $H = 0,4$. Видно формирование ядра потока с высокой вязкостью при замедлении течения (б)

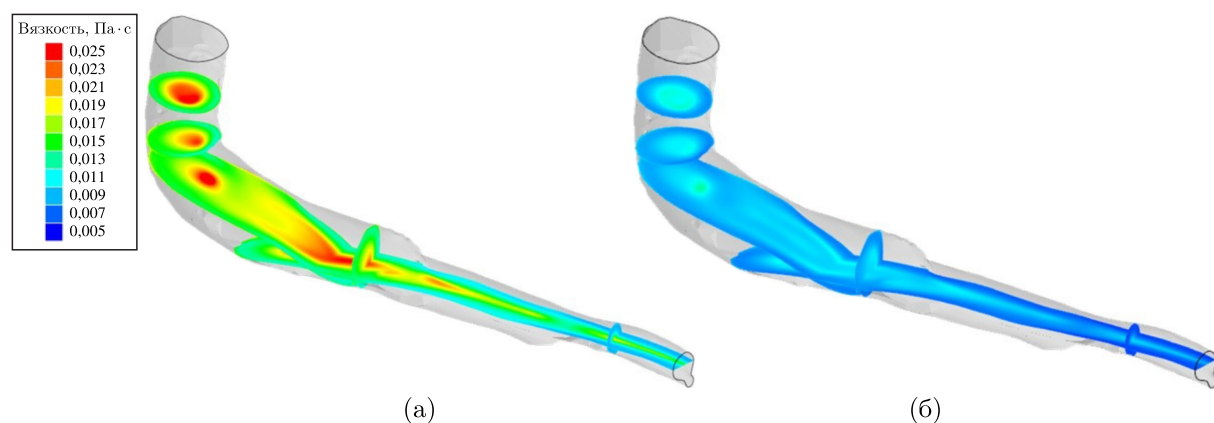


Рис. 3. Образование пластического ядра течения при различных значениях гематокрита $H = 0,4$ (а), $H = 0,3$ (б) при минимальной скорости потока

Для рассматриваемого значения индекса сопротивления расчеты с использованием модели идеальной жидкости или модели вязкопластической жидкости со значениями гематокрита 0,4 и ниже не демонстрируют качественных различий.

Расчеты с повышенным коэффициентом сопротивления

Расчеты проводились для значения $RI = 1,3$ (повышенное значение коэффициента сопротивления, есть патологическая инверсия кровотока в ВВ).

Идеальная жидкость. Рисунок 4 демонстрирует характер течения при использовании модели идеальной жидкости. Приведены линии тока течения в моменты максимальной скорости течения в вене (а), момента обращения скорости (б), максимальной скорости обратного потока (в). На рис. 4, з приведена временная зависимость модуля скорости течения в ВВ. Видно, что при инверсии абсолютное значение скорости не обращается в ноль из-за образования вихревых течений в ВВ. Для инверсии течения имеет место чередование режимов плавного поступательного движения крови и режима сильного конвективного перемешивания при торможении потока и инверсии скорости.

Вязкопластическая жидкость. Для модели жидкости Куемады ($H = 0,4$) в результате расчетов получена стратификация течения. В потоке формируется пластическое ядро, сохра-

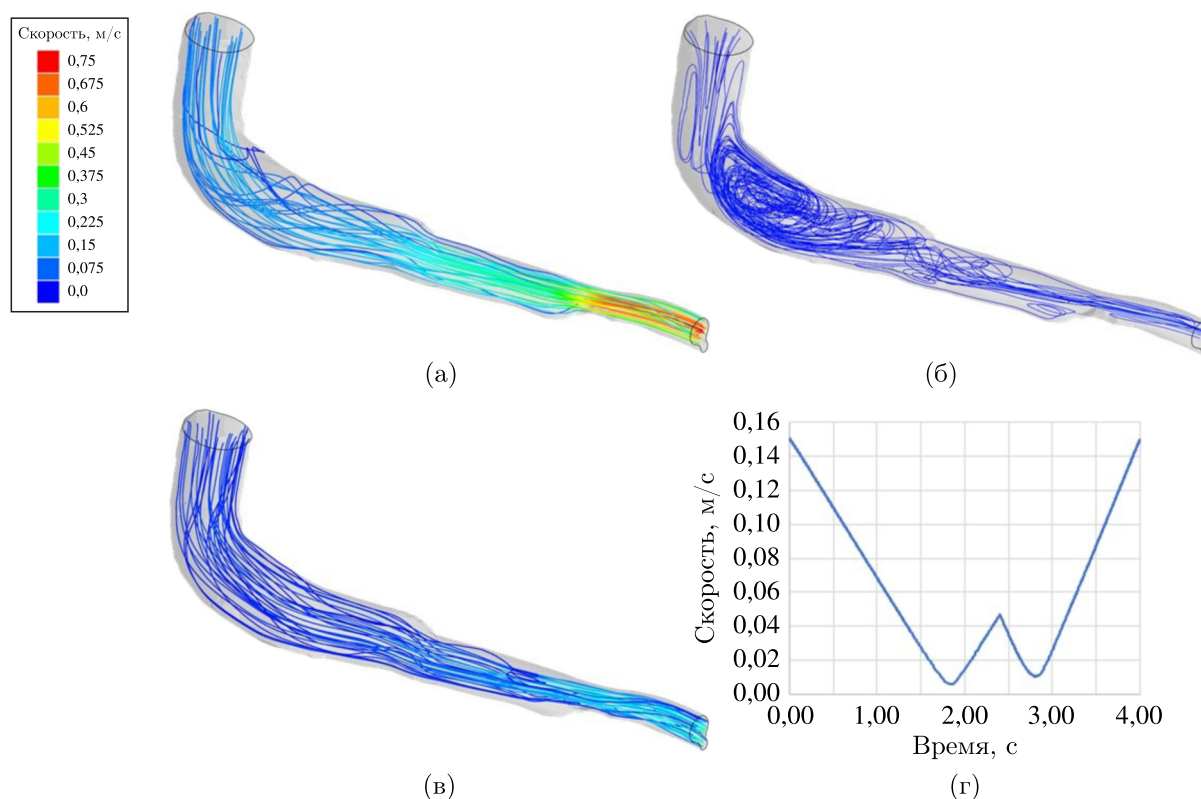


Рис. 4. Идеальная жидкость, течение с инверсией потока. Картина линий тока: а) в момент максимальной скорости прямого тока, время 0 с с начала очередного цикла; б) в момент смены направления потока, время 2 с с начала цикла; в) при максимальной скорости обратного потока, время 2,5 с с начала цикла; г) зависимость модуля скорости от времени; при инверсии он не обращается в ноль из-за вихревых потоков

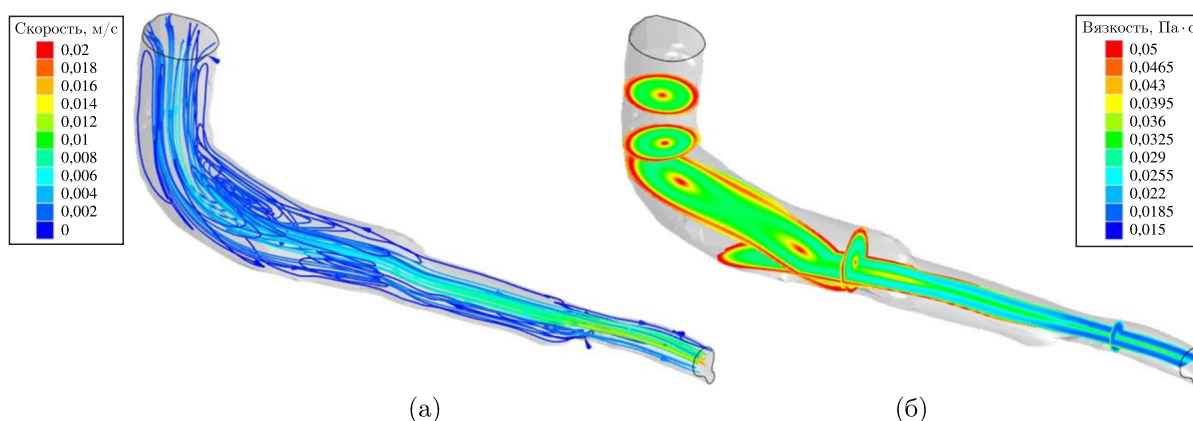


Рис. 5. Стратификация течения в воротной вене при инверсии кровотока: а) линии тока течения; б) эффективная вязкость. Модель жидкости Куемады, $H = 0,4$. Время 2 с с момента начала цикла (инверсия течения)

няющееся во время всего цикла. Наиболее сложный характер течения соответствует моменту инверсии потока в ВВ. На рис. 5 показано распределение линий тока, эффективной вязкости и абсолютного значения скорости при инверсии кровотока.

Видна стратификация течения. Формируется пластическое ядро потока с большой эффективной вязкостью. Это ядро некоторое время продолжает движение в прямом направлении. Вблизи стенок ток крови разворачивается быстрее, формируется вязкий слой с обратным направлением течения. Между этими двумя вязкими слоями в зоне малой вязкости растет азимутальная скорость и формируются зоны эффективного конвективного перемешивания.

При уменьшении гематокрита до значения $H = 0,3$ стратификация потока становится более выраженной, несмотря на уменьшение абсолютной величины эффективной вязкости.

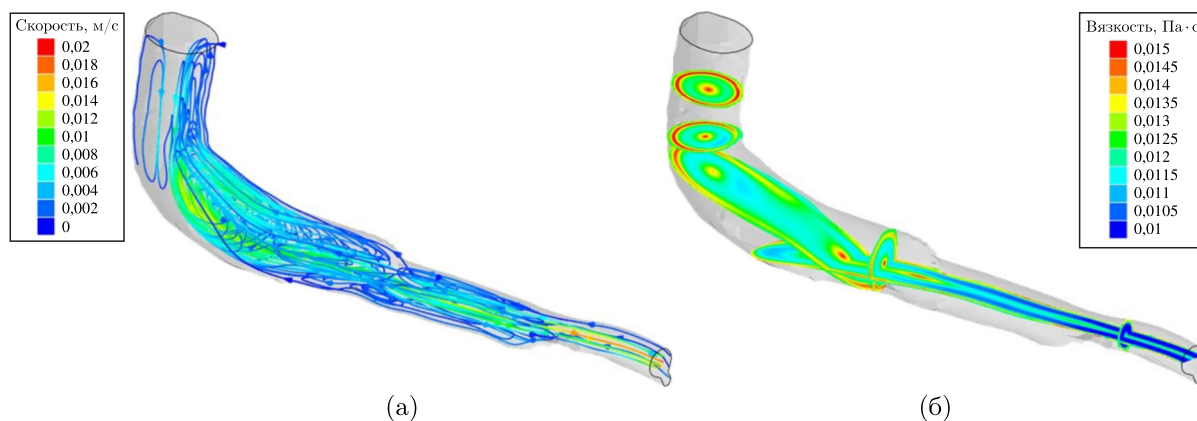


Рис. 6. Стратификация течения в модели жидкости Куемады, значение гематокрита — $H = 0,3$: а) линии тока с указанием направления движения вдоль линии тока, видна инверсия течения в пристеночной области; б) эффективная вязкость в различных сечениях

Дискуссия, заключение

При математическом моделировании движения крови в организме накоплен большой экспериментальный, теоретический и расчетный материал. Наибольшее число исследований относится к проблеме моделирования коронарного кровотока. Эта задача, безусловно, актуальна. Кроме того, подавляющее большинство клинических измерений скорости кровотока *in vivo* проведено именно для коронарных сосудов. Свою роль, кроме актуальности, здесь играет и удобство самих измерений.

По венозному дереву таких данных существенно меньше. Это связано со спецификой течения в венозном дереве: сравнительно медленные течения, невозможность использования контраста при измерении. Для глубоких вен данных по измерению кровотока *in vivo* мало.

Течения в ВВ для реальных пациентов исследованы в [Roldán-Alzate et al., 2013]. Течение в ВВ носит сложный характер. Это обусловлено как формой сосуда, так и нестационарным характером течения. По данным [Roldán-Alzate et al., 2013], течения могут существенно различаться в зависимости от постпрандиального статуса. Визуализация поля скоростей при инверсии кровотока не дает однозначного ответа на вопрос о характере стратификации течения в ВВ. Реология крови воротной вены не исследована, поэтому выбрать адекватную математическую модель течения затруднительно.

Приведенные демонстрационные расчеты показывают, что при значении индекса сопротивления RI в пределах нормы эти проблемы несущественны: течения носят поступательный характер, различные реологические модели качественного различия не демонстрируют. При повышении RI течения в воротной вене усложняются. Возникает чередование режимов: поступательные течения сменяются сложными вихревыми. При учете вязкопластического характера течения могут наблюдаться сложные стратифицированные течения, в которых пластическое ядро

движется в одну сторону, пристеночный слой — в противоположную, а между ними возникает слой конвективного перемешивания.

Для математического моделирования портального кровотока ранее использовались либо нестационарные модели на графах, либо упрощенные двумерные стационарные модели неньютоновской жидкости. В данной работе проведено исследование нестационарных эффектов с учетом реалистической геометрической модели воротной вены. Обнаружены новые нелинейные эффекты, такие как стратификация течения при инверсии кровотока. Обнаружить такой эффект в стационарной (осредненной по времени) постановке невозможно.

При повышении значения гематокрита приближение эффективной вязкости приводит к бесконечному значению вязкости в пластическом ядре. Для аккуратного учета сложных пороговых явлений в таких течениях необходимо решение соответствующей оптимизационной задачи для точного описания стратификации течения.

При расчетах использованы значения параметров модели Куемады, известные по литературным данным. Параметры оценивались на основе лабораторных исследований образцов крови из общей вены. Кровь в воротной вене отличается по своему составу от крови в общей вене. Меняться может не только гематокрит, но и содержание кислорода крови, концентрация внеклеточных везикул и т. п. По этим причинам параметры модели, оцененные для крови из общей вены, могут не соответствовать параметрам для крови ВВ. Необходимо не только исследование реологии крови ВВ, но и сравнение расчетных данных с данными клинических измерений. При наработке достаточного объема таких данных для определения параметров реологической модели необходимо решать обратную задачу оценки модельных параметров.

Список литературы (References)

- Аксенов А. А.* FlowVision: индустриальная вычислительная гидродинамика // Компьютерные исследования и моделирование. — 2017. — Т. 9, № 1. — С. 5–20. — DOI: 10.20537/2076-7633-2017-9-5-20
- Aksenov A. A.* FlowVision: industrial'naia vychislitel'naia gidrodinamika [FlowVision: industrial computational fluid dynamics] // Computer Research and Modeling. — 2017. — Vol. 9, No. 1. — P. 5–20 (in Russian). — DOI: 10.20537/2076-7633-2017-9-5-20
- Аксёнов А. А., Калугина М. Д., Лобанов А. И., Каширин В. С.* Численное моделирование течения жидкости в насосе для перекачки крови в программном комплексе FlowVision // Компьютерные исследования и моделирование. — 2023. — Т. 15, № 4. — С. 1025–1038. — DOI: 10.20537/2076-7633-2023-15-4-1025-1038
- Aksenov A. A., Kalugina M. D., Lobanov A. I., Kashirin V. S.* Chislennoe modelirovanie techeniia zhidkosti v nasose dlia perekachki krovi v programmnom komplekse FlowVision [Numerical simulation of fluid flow in a blood pump using the FlowVision software package] // Computer Research and Modeling. — 2023. — Vol. 15, No. 4. — P. 1025–1038 (in Russian). — DOI: 10.20537/2076-7633-2023-15-4-1025-1038
- Калугина М. Д., Каширин В. С., Лобанов А. И.* Валидационные расчеты задач гемодинамики с использованием программного комплекса FlowVision в режиме распараллеливания // Вычислительные методы и программирование. — 2023. — Т. 24, № 2. — С. 132–141. — DOI: 10.26089/NumMet.v24r210
- Kalugina M. D., Kashirin V. S., Lobanov A. I.* Validaczionnye raschety zadach gemodinamiki s ispolzovaniem programmnoho kompleksa FlowVision v rezhime rasparallelivaniya [Validation calculations of hemodynamic problems using the FlowVision software package in parallel mode] // Numerical Methods and Programming. — 2023. — Vol. 24, No. 2. — P. 132–141 (in Russian). — DOI: 10.26089/NumMet.v24r210
- Климов Д. М., Петров А. Г., Георгиевский Д. В.* Механика сплошной среды: вязкопластические течения: учебное пособие для бакалавриата и магистратуры. — 2-е изд., испр. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2018. — 394 с.
- Klimov D. M., Petrov A. G., Georgievskii D. V.* Mekhanika sploshnoi sredy: vyazkoplachesticheskie techeniya [Continuum mechanics: viscoplastic flows]. — Moscow: Yurait publ., 2018. — 394 p. (in Russian).
- Abu-Yousef M. M.* Normal and respiratory variations of the hepatic and portal venous duplex Doppler waveforms with simultaneous electrocardiographic correlation // Journal of Ultrasound in Medicine. — 1992. — Vol. 11, No. 6. — P. 263–268. — DOI: 10.7863/jum.1992.11.6.263

- Aktar M. K., Islam M. T.* A computational analysis of blood flow through portal vein under normal and extrahepatic obstructions // *Journal of Bangladesh Academy of Sciences.* — 2017. — Vol. 41, No. 2. — P. 183–199. — DOI: 10.3329/jbas.v41i2.35497
- Beaubien-Souligny W., Rola P., Haycock K., Bouchard J., Lamarche Y., Spiegel R., Denault A. Y.* Quantifying systemic congestion with Point-Of-Care ultrasound: development of the venous excess ultrasound grading system // *Ultrasound Journal.* — 2020. — Vol. 12, No. 1. — P. 16. — DOI: 10.1186/s13089-020-00163-w
- Berzigotti A., Reverter E., García-Criado A., Abraldes J. G., Cerini F., García-Pagán J. C., Bosch J.* Reliability of the estimation of total hepatic blood flow by Doppler ultrasound in patients with cirrhotic portal hypertension // *Journal of Hepatology.* — 2013. — Vol. 59, No. 4. — P. 717–722. — DOI: 10.1016/j.jhep.2013.04.037
- Bolognesi M., Sacerdoti D., Merkel C., Gerunda G., Maffei-Faccioli A., Angeli P., Jemolo R. M., Bombonato G., Gatta A.* Splenic Doppler impedance indices: influence of different portal hemodynamic conditions // *Hepatology.* — 1996. — Vol. 23, No. 5. — P. 1035–1040. — DOI: 10.1002/hep.510230515
- Bosch J., Abraldes J. G., Berzigotti A., García-Pagan J. C.* The clinical use of HVPG measurements in chronic liver disease // *Nature Reviews Gastroenterology and Hepatology.* — 2009. — Vol. 6, No. 10. — P. 573–582. — DOI: 10.1038/nrgastro.2009.149
- Bosch J., García-Pagán J. C.* Complications of cirrhosis. I. Portal hypertension // *Journal of Hepatology.* — 2000. — Vol. 32, No. 1. — P. 141–156. — DOI: 10.1016/s0168-8278(00)80422-5
- Burkart D. J., Johnson C. D., Reading C. C., Ehman R. L.* MR measurements of mesenteric venous flow: prospective evaluation in healthy volunteers and patients with suspected chronic mesenteric ischemia // *Radiology.* — 1995. — Vol. 194, No. 3. — P. 801–806. — DOI: 10.1148/radiology.194.3.7862982
- De Gaetano A. M., Lafortune M., Patriquin H., De Franco A., Aubin B., Paradis K.* Cavernous transformation of the portal vein: patterns of intrahepatic and splanchnic collateral circulation detected with Doppler sonography // *American Journal of Roentgenology.* — 1995. — Vol. 165, No. 5. — P. 1151–1155. — DOI: 10.2214/ajr.165.5.7572494
- DeLeve L. D., Valla D. C., Garcia-Tsao G.* Vascular disorders of the liver // *Hepatology.* — 2009. — Vol. 49, No. 5. — P. 1729–1764. — DOI: 10.1002/hep.22772
- Gaiani S., Bolondi L., Bassi S. L., Zironi G., Siringo S., Barbara L.* Prevalence of spontaneous hepatofugal portal flow in liver cirrhosis. Clinical and endoscopic correlation in 228 patients // *Gastroenterology.* — 1991. — Vol. 100, No. 1. — P. 160–167. — DOI: 10.1016/0016-5085(91)90596-d
- Groszmann R. J., Atterbury C. E.* The pathophysiology of portal hypertension // *Seminars in Liver Disease.* — 1982. — Vol. 2, No. 3. — P. 177–186. — DOI: 10.1055/s-2008-1040707
- von Herbay A., Frieling T., Häussinger D.* Association between duplex Doppler sonographic flow pattern in right hepatic vein and various liver diseases // *Journal of Clinical Ultrasound.* — 2001. — Vol. 29, No. 1. — P. 25–30. — DOI: 10.1002/1097-0096(200101)29:1<25::aid-jcu4>3.0.co;2-a
- Krivovichev G. V.* Comparison of non-Newtonian models of one-dimensional hemodynamics // *Mathematics.* — 2021. — Vol. 9, No. 19. — P. 2459. — DOI: 10.3390/math9192459
- Ma R., Hunter P., Cousins W., Ho H., Bartlett A., Safaei S.* Anatomically based simulation of hepatic perfusion in the human liver // *International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering.* — 2019. — Vol. 35, No. 9. — P. e3229. — DOI: 10.1002/cnm.3229
- Ma R., Hunter P., Cousins W., Ho H., Bartlett A., Safaei S.* Modeling the hepatic arterial flow in living liver donor after left hepatectomy and postoperative boundary condition exploration // *International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering.* — 2020. — Vol. 36, No. 3. — P. e3268. — DOI: 10.1002/cnm.3268

- Marcinkowska-Gapińska A., Gapinski J., Elikowski W., Jaroszyk F., Kubisz L.* Comparison of three rheological models of shear flow behavior studied on blood samples from post-infarction patients // *Medical and Biological Engineering and Computing*. — 2007. — Vol. 45, No. 9. — P. 837–844. — DOI: 10.1007/s11517-007-0236-4
- McNaughton D. A., Abu-Yousef M. M.* Doppler US of the liver made simple // *Radiographics*. — 2011. — Vol. 31, No. 1. — P. 161–188. — DOI: 10.1148/rg.311105093
- Moriyasu F., Nishida O., Ban N., Nakamura T., Sakai M., Miyake T., Uchino H.* “Congestion index” of the portal vein // *American Journal of Roentgenology*. — 1986. — Vol. 146, No. 4. — P. 735–739. — DOI: 10.2214/ajr.146.4.735
- Nery F., Chevret S., Condat B., de Raucourt E., Boudaoud L., Rautou P. E., Plessier A., Roulot D., Chaffaut C., Bourcier V., Trinchet J. C., Valla D. C.* Causes and consequences of portal vein thrombosis in 1243 patients with cirrhosis: results of a longitudinal study // *Hepatology*. — 2015. — Vol. 61, No. 2. — P. 660–667. — DOI: 10.1002/hep.27546
- Ohnishi K., Saito M., Nakayama T., Iida S., Nomura F., Koen H., Okuda K.* Portal venous hemodynamics in chronic liver disease: effects of posture change and exercise // *Radiology*. — 1985. — Vol. 155, No. 3. — P. 757–761. — DOI: 10.1148/radiology.155.3.3890004
- Qamar M. I., Read A. E.* Effects of ingestion of carbohydrate, fat, protein, and water on the mesenteric blood flow in man // *Scandinavian Journal of Gastroenterology*. — 1988. — Vol. 23, No. 1. — P. 26–30. — DOI: 10.3109/00365528809093842
- Quemada D.* Rheology of concentrated disperse systems III. General features of the proposed non-newtonian model. Comparison with experimental data // *Rheologica Acta*. — 1978. — Vol. 17, No. 6. — P. 643–653. — DOI: 10.1007/BF01522037
- Quintini C., Hashimoto K., Uso T. D., Miller C.* Is there an advantage of living over deceased donation in liver transplantation? // *Transplant International*. — 2013. — Vol. 26, No. 1. — P. 11–19. — DOI: 10.1111/j.1432-2277.2012.01550.x
- Roldán-Alzate A., Frydrychowicz A., Niespodzany E., Landgraf B. R., Johnson K. M., Wieben O., Reeder S. B.* In vivo validation of 4D flow MRI for assessing the hemodynamics of portal hypertension // *Journal of Magnetic Resonance Imaging*. — 2013. — Vol. 37, No. 5. — P. 1100–1108. — DOI: 10.1002/jmri.23906
- Scheinfeld M. H., Bilali A., Koenigsberg M.* Understanding the spectral Doppler waveform of the hepatic veins in health and disease // *Radiographics*. — 2009. — Vol. 29, No. 7. — P. 2081–2098. — DOI: 10.1148/rg.297095715
- Skiadopoulos A., Neofytou P., Housiadas C.* Comparison of blood rheological models in patient specific cardiovascular system simulations // *Journal of Hydrodynamics*. — 2017. — Vol. 29, No. 2. — P. 293–304. — DOI: 10.1016/S1001-6058(16)60739-4
- Tripodi A., Mannucci P. M.* The coagulopathy of chronic liver disease // *New England Journal of Medicine*. — 2011. — Vol. 365, No. 2. — P. 147–156. — DOI: 10.1056/NEJMra1011170
- Troisi R., Cammu G., Militerno G., De Baerdemaeker L., Decruyenaere J., Hoste E., Smeets P., Colle I., Van Vlierberghe H., Petrovic M., Voet D., Mortier E., Hesse U. J., de Hemptinne B.* Modulation of portal graft inflow: a necessity in adult living-donor liver transplantation? // *Annals of Surgery*. — 2003. — Vol. 237, No. 3. — P. 429–436. — DOI: 10.1097/01.SLA.0000055277.78876.B7
- Valentinuzzi M. E.* A mathematical model of the hepatic portal system // *Medical and Biological Engineering and Computing*. — 1971. — Vol. 9, No. 3. — P. 213–220. — DOI: 10.1007/BF02474816
- Wachsberg R. H., Needleman L., Wilson D. J.* Portal vein pulsatility in normal and cirrhotic adults without cardiac disease // *Journal of Clinical Ultrasound*. — 1995. — Vol. 23, No. 1. — P. 3–15. — DOI: 10.1002/jcu.1870230103

- Wang T., Liang F., Song G., Guan J., Zhou Z.* Predicting the risk of postsplenectomy thrombosis in patients with portal hypertension using computational hemodynamics models: A proof-of-concept study // *Clinical Biomechanics*. — 2022. — Vol. 98. — P. 105717. — DOI: 10.1016/j.clinbiomech.2022.105717
- Wang T., Zhou Z., Liang F.* Influences of anatomorphological features of the portal venous system on postsplenectomy hemodynamic characteristics in patients with portal hypertension: A computational model-based study // *Frontiers in Physiology*. — 2021. — Vol. 12. — P. 661030. — DOI: 10.3389/fphys.2021.661030
- Wu X., Xiao H., Ma L.* The application of computational fluid dynamics in hepatic portal vein haemodynamics research: a narrative review // *Quantitative Imaging in Medicine and Surgery*. — 2025. — Vol. 15, No. 3. — P. 2605–2620. — DOI: 10.21037/qims-24-1593
- Zhaleev T.R., Kubyshkin V.A., Mukhin S.I., Rubina A.F., Khrulenko A.B.* Mathematical modeling of the blood flow in hepatic vessels // *Computational Mathematics and Modeling*. — 2019. — Vol. 30, No. 4. — P. 364–377. — DOI: 10.1007/s10598-019-09462-x
- Zocco M.A., Di Stasio E., De Cristofaro R., Novi M., Ainora M.E., Ponziani F., Riccardi L., Lancellotti S., Santoliquido A., Flore R., Pompili M., Rapaccini G.L., Tondi P., Gasbarrini G.B., Landolfi R., Gasbarrini A.* Thrombotic risk factors in patients with liver cirrhosis: correlation with MELD scoring system and portal vein thrombosis development // *Journal of Hepatology*. — 2009. — Vol. 51, No. 4. — P. 682–689. — DOI: 10.1016/j.jhep.2009.03.013