

УДК: 519.872.6

Модель клеточных автоматов для описания смешанного потока легковых и грузовых автомобилей на многополосных магистралях

А. А. Чечина^а, Н. Г. Чурбанова^б, М. А. Трапезникова^с

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша Российской академии наук,
Россия, 125047, г. Москва, Миусская пл., д. 4

E-mail: ^а chechina.antonina@yandex.ru, ^б nataimamod@mail.ru, ^с mtrapez@yandex.ru

*Получено 05.09.2025, после доработки — 05.12.2025.
Принято к публикации 14.12.2025.*

Целью настоящей статьи является разработка модели для реалистичного описания смешанного потока автомобилей двух типов (легковые и грузовые автомобили) на многополосных магистралях с учетом не только различия в технических характеристиках транспортных средств (габариты, максимальная скорость), но также различия в стратегиях вождения. Статья включает обзор литературы, в том числе публикаций последних лет, подтверждающий актуальность моделирования неоднородных транспортных потоков.

Новая модель учитывает, что грузовики имеют более низкую (по сравнению с легковыми автомобилями) максимальную скорость и медленнее стартуют с места. Они менее маневренные, поэтому перестраиваться им сложнее. Кроме того, движение грузовиков может регламентироваться некоторыми ограничивающими правилами, например запретом движения по левым полосам.

Модель основана на теории клеточных автоматов, что позволяет всесторонне описывать особенности отдельных компонент потока. На каждом шаге по времени состояние ячеек автомата обновляется в два этапа: перестроение и движение вперед. Алгоритмы обоих подшагов отличаются для легковых и грузовых транспортных средств. Каждому автомобилю присваивается ряд параметров: вид транспортного средства, длина, максимальная скорость, стратегия при смене полосы, стратегия при движении по полосе.

Модель реализована в виде комплекса программ, позволяющего моделировать движение на различных участках улично-дорожной сети — перекрестках, участках с сужением и расширением дороги, въездах и съездах с автомагистрали. В рамках данной работы для тестирования модели выбраны участок дороги с переменным числом полос и прямой многополосный участок с виртуальным детектором. Результаты представлены в виде локальных диаграмм «скорость – плотность» и «поток – плотность», а также пространственно-временных диаграмм скорости.

Для апробации модели решается ряд задач с различным процентным составом легковых и грузовых транспортных средств, что позволяет продемонстрировать падение пропускной способности элементов улично-дорожной сети при увеличении доли грузовиков в потоке. Моделируется равномерное распределение грузовиков по полосам и движение грузовиков только по правой полосе. Иллюстрируется положительный эффект от введения ограничений на движение грузовиков по левым полосам на многополосной магистрали.

Ключевые слова: теория транспортных потоков, макроскопические и микроскопические модели, клеточные автоматы, многополосное движение, неоднородный поток, виртуальный детектор, пропускная способность

UDC: 519.872.6

Traffic cellular automata model for mixed car and truck flow on multilane highways

A. A. Chechina^a, N. G. Churbanova^b, M. A. Trapeznikova^c

Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS,
4 Miusskaya sq., Moscow, 125047, Russia

E-mail: ^a chechina.antonina@yandex.ru, ^b nataimamod@mail.ru, ^c mtrapez@yandex.ru

Received 05.09.2025, after completion — 05.12.2025.

Accepted for publication 14.12.2025.

The objective of this article is to develop a model for a realistic description of a mixed flow of two types of vehicles (cars and trucks) on multi-lane highways, taking into account differences not only in the technical characteristics of vehicles (dimensions, maximum speed), but also differences in driving strategies. The article includes a literature review, including publications of recent years, confirming the relevance of modeling heterogeneous traffic flows.

The new model takes into account that trucks have a lower maximum speed compared to cars and are slower to start. They are less maneuverable, so it is more difficult for them to change lanes. In addition, the movement of trucks can be regulated by some restrictive rules, for example, a ban on driving in left lanes.

The model is based on the cellular automata theory, which allows for a comprehensive description of the features of individual flow components. At each time step, the state of the automaton cells is updated in two stages — changing lanes and moving forward. The algorithms of both substeps for cars and trucks differ. Each vehicle is assigned a number of parameters: vehicle type, length, maximum speed, lane change strategy, in-lane movement strategy.

The model is implemented as a software package that allows simulating traffic on various sections of the road network — intersections, sections with narrowing and widening of the road, entrances and exits from the highway. In this work, a road section with a varying number of lanes and a straight multi-lane section with a virtual detector were selected for testing the model. The results are presented in the form of local speed-density and flow-density diagrams, as well as spatiotemporal speed diagrams.

To test the model, a number of problems with different percentages of passenger cars and trucks are solved, which allows demonstrating a drop in the capacity of elements of the road network with an increase in the share of trucks in the flow. The cases of uniform distribution by lanes and the restriction to the right lane for trucks are simulated. The positive effect of introducing a ban on the movement of trucks in left lanes on a multi-lane highway is illustrated.

Keywords: traffic flow theory, macroscopic and microscopic models, cellular automata, multi-lane traffic, heterogeneous flow, virtual detector, traffic capacity

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2026, vol. 18, no. 1, pp. 61–80 (Russian).

1. Введение

Одним из приоритетных направлений научно-технологического развития Российской Федерации являются интеллектуальные транспортные и телекоммуникационные системы, включая автономные транспортные средства, а транспортные технологии для различных сфер применения (море, земля, воздух) присутствуют в перечне важнейших наукоемких (критических) технологий [Указ Президента РФ . . . , 2024]. На сегодняшний день интеллектуальные транспортные системы стали неотъемлемой частью жизни больших городов [Интеллектуальные транспортные системы России]. Они представляют собой комплекс взаимосвязанных инновационных решений, среди которых ключевую роль играют технологии интеллектуального управления, основанные на различных методах моделирования. При этом возрастают требования к адекватности и приближенности моделей к реальности.

Адекватное описание неоднородных потоков автомобильного транспорта является чрезвычайно важным, поскольку к неоднородным потокам относится совместное движение разнородных транспортных средств (ТС), которое наблюдается как в городском, так и в междугородном трафике. Отметим, что охарактеризовать поток как неоднородный можно на основе различных признаков, например: виды транспорта (личный, общественный), типы транспортных средств (легковые автомобили, грузовики), классы авто (мини-автомобили, средний класс, бизнес-класс, внедорожники), цель движения (боковой съезд с дороги, поворот на светофоре, стремление занять определенную полосу), типы поведения водителей (агрессивные, осторожные, вежливые водители). Особым фактором неоднородности является присутствие в потоке беспилотных автомобилей: разделение ТС на управляемые человеком и беспилотные — это разделение по типу управления [Быков, 2022].

Несмотря на перспективность беспилотного транспорта и интенсивные исследования в данном направлении, на сегодняшний день беспилотные ТС на дорогах присутствуют в основном в экспериментальном режиме. Так, в рамках проекта «Беспилотные логистические коридоры» в 2023 году в России на трассе М-11 «Нева» начались коммерческие перевозки с помощью беспилотных грузовиков [Беспилотное движение в будущем]. Позже эксперимент был расширен на трассы М-12 «Восток» и ЦКАД [Новая эра в логистике. . .].

Оптимизация грузоперевозок, осуществляемых автомобильным транспортом, чрезвычайно актуальна во всем мире, а для России особенно. В качестве одной из проблем транспортного комплекса РФ отмечается высокая доля автомобильных перевозок на дальние расстояния и высокий процент грузовых автомобилей в составе транспортного потока [Транспортная стратегия. . . , 2021; Тураева, 2023], что снижает пропускную способность магистралей. Поэтому основным предметом исследований в области моделирования неоднородных потоков является именно смешанное движение легковых и грузовых автомобилей.

Если рассматривается транспортный поток, участников которого можно разбить на отдельные группы по их признакам и свойствам, то по аналогии с газовой динамикой будем эти группы называть компонентами, а соответствующий транспортный поток — многокомпонентным.

Большие возможности для многокомпонентного транспортного моделирования представляет использование моделей клеточных автоматов (в англоязычной литературе Cellular Automata, CA) [Maerivoet, de Moor, 2005], поскольку здесь многокомпонентность заложена в самой модели, когда каждый автомобиль изначально обладает своими специальными характеристиками. Поэтому подразделение на группы (например, легковые и грузовые автомобили) происходит естественным образом. Другая ситуация — в макроскопическом моделировании трафика [Treiber, Kesting, 2013; Гасников и др., 2013]. Здесь используется приближение сплошной среды, то есть движение должно быть достаточно плотным, чтобы можно было вводить понятия полей скорости и плотности и оперировать осредненными величинами. Транспортный поток при этом делится

на отдельные компоненты. И различные свойства в виде желания достичь определенной цели или различные ограничения по скорости присваиваются не отдельным единицам автомобилей, а компоненте, которая составляет некий процент от целого и внутри себя обладает одинаковыми свойствами.

Целью настоящей статьи является разработка модели для реалистичного описания смешанного потока автомобилей двух типов (легковые и грузовые автомобили) на многополосных магистралях с учетом различия не только в технических характеристиках ТС (габариты, максимальная скорость), но также различия в стратегиях вождения. Выбор авторы делают в пользу моделей клеточных автоматов как наиболее гибких и подходящих для описания многокомпонентных потоков. Для апробации модели решается ряд задач с различным процентным составом ТС, что позволяет продемонстрировать падение пропускной способности при увеличении доли грузовиков в потоке. Иллюстрируется эффект от введения ограничений на движение грузовиков. Результаты вычислительных экспериментов представлены в виде диаграмм «скорость – плотность» и «поток – плотность», полученных на основе моделирования данных виртуальных детекторов, а также в виде пространственно-временных диаграмм скорости. Проведенные расчеты подтверждают адекватность разработанной модели.

2. Краткий обзор литературы по моделированию неоднородных транспортных потоков

Моделированию неоднородных (многокомпонентных) потоков посвящено достаточное количество работ, как из области макроскопического моделирования, так и из области микромоделей, в особенности моделей, основанных на теории клеточных автоматов. Классические клеточные автоматы (КА) дискретны в пространстве и времени. Дискретность модели имеет то преимущество, что позволяет проводить прямые и очень эффективные вычисления без дополнительных ошибок дискретизации. Для представления любой системы эти модели используют решетку, ячейки которой могут находиться в одном из нескольких состояний. На каждом временном шаге состояние ячейки обновляется по заранее установленным правилам в зависимости от состояния соседних ячеек.

Возникновение теории клеточных автоматов в середине двадцатого века связывают с работами Станислава Улама по росту кристаллов и работами Джона фон Неймана по самовоспроизводящимся системам [von Neumann, 1951], одновременно развитием моделей клеточных автоматов (КА-моделей) занимался Норберт Винер. Позже большую популярность приобрела основанная на конечно-автоматном описании игра Джона Конвея «Жизнь». В конце двадцатого столетия большой вклад в эту теорию внес Стивен Вольфрам, создав атлас простых программ и опубликовав монографию [Wolfram, 2002]. Вкладу отечественных ученых в развитие клеточных автоматов для моделирования посвящен обзор [Матюшкин, Заплетина, 2019], в основном охватывающий период 2013–2017 гг., но также отсылающий к истории. В обзоре обосновывается актуальность тематики, обсуждается широкий спектр проблем и областей приложения теории, в том числе содержатся ссылки на работы по КА-моделированию транспортных потоков. Всестороннее обсуждение моделей транспортных клеточных автоматов содержится в обзоре [Maerivoet, de Moor, 2005]. Популярность транспортных КА начала расти с появлением модели Нагеля – Шрекенберга [Nagel, Schreckenberg, 1992], развитию которой и по сей день посвящено множество публикаций.

Как было отмечено во введении к данной статье, использование КА открывает большие возможности для многокомпонентного транспортного моделирования. Однако и модели макроскопического типа позволяют описывать многокомпонентные потоки. Пример применения такой макроскопической модели, основанной на квазигазодинамической (КГД) системе уравнений, приведен в работе [Трапезникова и др., 2011]. В ней рассматривается двухкомпонентный

многополосный поток с разными целевыми функциями у компонент, сравниваются результаты моделирования, полученные с использованием КГД-модели и КА-модели. В работе [Treiber, Helbing, 1999] демонстрируется, что с помощью нелокальной газокINETической модели для смеси нескольких типов транспортных средств с различными наборами параметров, таких как легковые и грузовые автомобили, может быть воспроизведен синхронизированный трафик, включая реалистичное рассеяние данных в диаграмме «поток – плотность». Результаты моделирования хорошо согласуются с эмпирическими данными с голландских автобанов. Достаточно сложный случай исследуется в статье [Naira et al., 2011]: предложена модель, основанная на приближении сплошной среды, рассматривающая неупорядоченный неоднородный транспортный поток. Водители маленьких транспортных средств используют свою маневренность, чтобы двигаться вперед через боковые зазоры. Авторы описывают транспортный поток как пористую среду, и каждое транспортное средство движется через поры — зазоры между автомобилями, определяемые другими транспортными средствами. В работе [Liu et al., 2021] предлагается двухполосная модель Lattice Boltzmann. Рассматривается гетерогенный транспортный поток (автомобили, автобусы и грузовые машины) на дороге с уклонами. Принимается во внимание, что скорости современных автомобилей практически не зависят от уклонов из-за того, что их двигатель и тормоза редко работают на максимуме, в то время как максимальная скорость грузовиков зависит от уклонов. Особый случай рассматривается в статье [Malecki et al., 2021]: моделируется движение с участием машин скорой помощи — образование «коридора жизни» — на основе микроскопической мультиагентной модели.

Достаточное количество работ посвящено взаимодействию личных автомобилей и городского транспорта. Например, в статье [Yuan et al., 2008] изучается интересная ситуация — транспортная система, состоящая из легковых автомобилей и такси с учетом того, что такси иногда останавливаются, чтобы подобрать или высадить пассажиров. Определяются параметры потока и коэффициенты, связанные с перевозкой пассажиров для того, чтобы можно было предложить оптимальное количество такси. В статье [Wang et al., 2023] предлагается модель Lattice Boltzmann для исследования феномена скопления автобусов, который значительно снижает надежность и привлекательность общественного транспорта. Наблюдаются различные фазовые диаграммы при различных условиях эволюции плотности транспортного потока. Влияние автобусов и такси исследуется также в работе [Zeng et al., 2018]. На основе анализа их эксплуатационных и тормозных характеристик создана двухполосная модель клеточного автомата для городских дорог с учетом влияния поведения при остановке. Изучаются характеристики транспортного потока при двух различных комбинированных настройках параметров транспорта, комбинаций остановок и расстояний между ними.

В статьях [Vasic, Ruskin, 2012; Hanumappa, Ramachandran, 2021] также рассматривается неоднородный трафик, при этом за основу взяты КА-модели. В [Vasic, Ruskin, 2012] используется одномерная модель КА с ячейками различных размеров, соответствующих разным типам транспортных средств — автомобилей и велосипедов (со своим типом поведения), накладывающихся друг на друга. Исследуются маневры и взаимодействия на перекрестках, а также боковые взаимодействия между автомобилями и велосипедами, едущими по одной полосе. В [Hanumappa, Ramachandran, 2021] рассматриваются особенности транспортных потоков в Индии при взаимодействии автомобилей и мотоциклов. В статье [Zhu et al., 2021] представлено взаимодействие колонны транспортных средств и обычных автомобилей.

В последнее время большое количество работ посвящается транспортным потокам с участием беспилотных автомобилей. Так, в работе [Быков, 2022] предложена имитационная модель кластерного движения беспилотных автомобилей в гетерогенной системе, состоящей из двух типов транспортных средств: управляемых человеком и беспилотных. В основу описания временной эволюции системы положены правила 184 и 240 для элементарных клеточных автома-

тов. Гетерогенный поток, состоящий из управляемых человеком транспортных средств и CAV (connected autonomous vehicle), изучается в статье [Wu et al., 2020]. В качестве базовой модели используются клеточные автоматы, предлагается алгоритм смены полосы на основе ожидаемого расстояния и модели следования за автомобилем CAV. Работа [Tan et al., 2024] использует макроскопическую модель: рассматривается взаимодействие автомобилей с водителем и автомобилями, оснащенных системой ADAS (advanced driving assistance systems – передовые системы помощи при вождении). В статье [Wang, Zhu, 2022] предлагается модель следования за лидером для описания гетерогенного потока с автомобилями, управляемыми человеком, и автономными автомобилями. В работе [Jiang et al., 2023] авторы исследуют безопасность движения с участием колонны CAV и обыкновенных автомобилей с водителями. Наконец, статья [Ma et al., 2022] включает исследование цепной устойчивости и построение фундаментальной диаграммы для гетерогенных потоков из автономных автомобилей и автомобилей с водителями.

Далее сосредоточимся на публикациях, посвященных смешанному движению легковых и грузовых автомобилей. Одной из первых таких работ, основанной на правилах КА-модели Нагеля – Шрекенберга, является работа [Ebersbach et al., 2000], в которой описывается движение двух групп автомобилей с разными средними скоростями: в общий поток легковушек вводится некоторое количество грузовиков и изучается эффект от этого действия.

Примерно в то же время в качестве дискретного варианта модели оптимальной скорости Бандо (непрерывная модель микроскопического типа) [Bando et al., 1995] была предложена многоклеточная модель Хельбинга – Шрекенберга [Helbing, Schreckenberg, 1999], в которой изначально различаются несколько типов транспортных средств по их длинам, максимальным и оптимальным скоростям. При этом каждое транспортное средство представимо несколькими клетками (рекомендованная длина клетки составляет 2,5 м). Моделирование проведено для потока из двух типов авто – легковых и грузовых, воспроизведены экспериментальные свойства транспортного потока, подкрепленные усредненными за минуту данными с детекторов на конкретном голландском шоссе. В статье [Helbing, Huberman, 1998] при изучении с помощью модели Хельбинга – Шрекенберга динамики разнородного набора транспортных средств (грузовые и легковые автомобили) обнаружен новый тип коллективного поведения в условиях умеренной плотности: формирование высококогерентного состояния из неорганизованного потока, при котором весь набор транспортных средств ведет себя как сплошной блок.

В [Moussaa, Daoudia, 2003] на примере двух двухполосных КА-моделей (Нагеля – Шрекенберга и расширения модели Фукуи – Ишибаши) исследуется влияние присутствия на дороге грузовых автомобилей и подтверждается, что наличие даже небольшого числа медленных машин оказывает доминирующее влияние на все движение в целом.

Статья [Bentaleb et al., 2016] рассматривает неоднородный поток – автомобили с разной длиной и различными максимальными скоростями. Изучаются условия, наиболее благоприятные для быстрых автомобилей. Обнаружено, что эти условия зависят не только от концентрации медленных автомобилей, но и от вероятностей обгона. Исследование [Baikajuli, Shi, 2023] направлено на анализ влияния нескольких распространенных рискованных стратегий поведения водителей на гетерогенный транспортный поток и формирование заторов. Отмечается, что в литературе недостаточно внимания уделяется моделированию опасных ситуаций в неоднородном потоке. Предложена модифицированная двухполосная КА-модель, согласующаяся с правилами Нагеля – Шрекенберга и учитывающая рискованное взаимодействие легковых и грузовых автомобилей.

Интересный случай рассматривается в работе [Lu et al., 2022]: моделируется воздействие участка туннеля на смешанный транспортный поток. При этом необходимо отобразить различное поведение водителей легковых автомобилей и грузовиков при въезде в туннель, соответствующее правилам дорожного движения. Предлагается двухполосная модель КА с участком

туннеля на основе однополосной модели КА. Учитываются влияние грузовиков на характер вождения автомобилей, а также индивидуальные различия в характере водителей, т. е. осторожный и агрессивный. В статье [Kong et al., 2021] представлена усовершенствованная КА-модель, построенная на основе взаимодействия комбинации «автомобиль – грузовик», ориентированная на точное воспроизведение характеристик неоднородного транспортного потока. Модель фокусируется на отражении сложного поведения следования за автомобилем и смены полосы движения легковых и грузовых автомобилей.

В заключение обзора литературы отметим, что близким к клеточным автоматам подходом, достаточно гибким и допускающим многокомпонентность, является описание транспортных потоков с помощью контурных сетей А. Буслаева [Яшина, Таташев, 2023]. Также отметим КА-модели, удовлетворяющие трехфазной теории Б. Кернера [Kerner, 2004], которая объясняет эмпирические свойства перехода от свободного к плотному потоку. Отмечается, что воспроизвести эмпирические свойства транспортных потоков невозможно без учета их неоднородного состава. В рамках данной теории также развиваются подходы к моделированию гетерогенного трафика с участием беспилотных автомобилей [Kerner, Klenov, 2022].

3. Многополосная модель клеточных автоматов для неоднородных транспортных потоков

В ИПМ им. М. В. Келдыша РАН создана оригинальная модель клеточных автоматов для описания транспортных потоков на многополосных магистралях, представляющая собой обобщение модели Нагеля – Шрекенберга [Трапезникова и др., 2017; Churbanova et al., 2019; Chetverushkin et al., 2022]. Модель позволяет учитывать индивидуальные особенности водителей, например «осторожный», «агрессивный» и «вежливый» стили вождения [Чечина, 2021]. Модель положена в основу комплекса программ для исследования потоков на дорожных сетях, адаптированного к вычислительным системам с распределенной памятью. Пример расчета на суперкомпьютере К-100 Центра коллективного пользования ИПМ им. М. В. Келдыша РАН приведен в статье [Тишкин и др., 2024]: с целью демонстрации возможностей программного комплекса проведено моделирование движения на реальном участке улично-дорожной сети (УДС), находящемся около ИПМ.

В рамках настоящей работы данная модель модифицирована для возможности описания многокомпонентного транспортного потока, в частности смешанного потока легковых и грузовых автомобилей, что повышает универсальность модели.

Выделим основные различия (в технических характеристиках, поведении и ограничениях) между автомобилями разных типов и заложим их в модель.

Рисунок 1 иллюстрирует клеточный автомат для многополосного неоднородного трафика. Дорога представлена в виде двумерной решетки с традиционно одинаковыми прямоугольными ячейками. В классических транспортных КА-моделях, основанных на правилах Нагеля – Шрекенберга, полоса движения поделена на ячейки длиной 7,5 м [Knospe et al., 2004], в каждой из которых может поместиться один легковой автомобиль с необходимым зазором между стоящими вплотную транспортными средствами. Чтобы описывать движение грузовых автомобилей, в первую очередь необходимо учитывать их длину – грузовик должен занимать большее число ячеек.

Грузовики имеют более низкую, по сравнению с легковыми автомобилями, максимальную скорость и медленнее стартуют с места. Они менее маневренные, поэтому перестраиваться им сложнее. Кроме того, движение грузовиков может регламентироваться некоторыми ограничивающими правилами, например запретом движения по левым полосам.

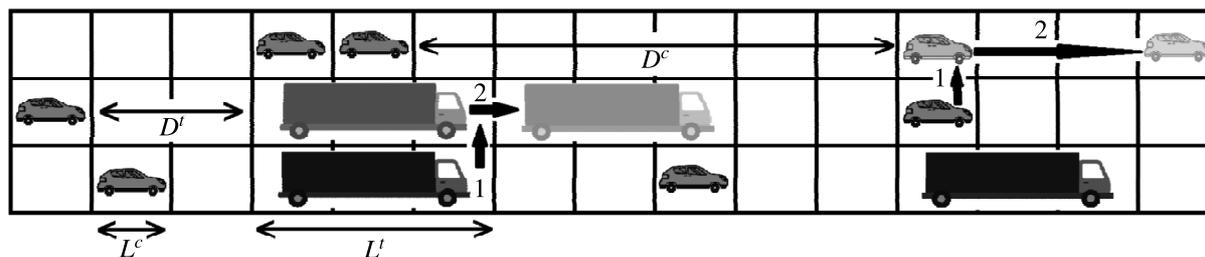


Рис. 1. Клеточный автомат для описания движения грузовых и легковых автомобилей по дороге: перестроение и движение вперед. Для одного грузовика и одного легкового автомобиля при помощи толстых стрелок продемонстрировано передвижение за один временной шаг: 1) перестроение — вертикальные стрелки; 2) продвижение вперед по выбранной полосе — горизонтальные стрелки. Разные стадии передвижения обозначены разными оттенками серого цвета

Чтобы формализовать эти свойства в модели, присвоим каждому ТС следующие атрибуты:

- грузовое или легковое ТС, обозначаемые в тексте соответственно верхними индексами t (truck) и c (car);
- длина — L^t и L^c ;
- максимальная скорость — V_{\max}^t и V_{\max}^c ;
- стратегия при смене полосы;
- стратегия при движении в полосе.

Пусть длина легкового автомобиля L^c составляет 1 ячейку, а длина грузового автомобиля — $L^t = 3 \cdot L^c = 3$ ячейки, значения максимальных скоростей в зависимости от постановки задачи могут быть разными, но $V_{\max}^c \geq V_{\max}^t$.

В пределах полосы движения ТС имеет индекс n и текущую скорость v_n . Нумерация начинается от первого въехавшего в расчетную область автомобиля.

Модель дискретна не только по пространству, но и по времени. Расстояние измеряется в количестве клеток, время — в шагах по времени, скорости — в количестве клеток за шаг по времени. В текущей версии модели величина шага по времени принимается равной 1 с.

Выше уже было отмечено, что на каждом временном шаге состояние автомата обновляется. В случае транспортных КА это интерпретируется как передвижение автомобилей.

Передвижение автомобилей по ячейкам многополосного КА состоит из двух подшагов:

- 1) перестроение, при необходимости и наличии возможности;
- 2) движение вперед по выбранной полосе.

Алгоритмы выполнения этих подшагов приведены ниже, они различаются для легковых и грузовых ТС.

На рис. 1 схематично изображены оба подшага. Более светлым цветом обозначено новое положение автомобиля после перестроения, еще светлее — после продвижения вперед по решетке.

Алгоритм смены полосы для легковых автомобилей

- ТС находится в зоне, где разрешена смена полосы.
- Смена полосы ведет к увеличению скорости, снижению плотности или необходима для достижения цели.

- На текущей полосе есть препятствие.
- Ячейка на целевой полосе свободна.
- Условие безопасности: расстояние D^c (см. рис. 1) на целевой полосе позади ТС после перестроения: $D^c \geq V_{\max} + A^c$, где V_{\max} — максимальная скорость в системе, A^c — определяемый водителем легкового авто интервал (исходя из его стиля вождения и особенностей ТС), это есть некоторое количество клеток, прибавляемое к V_{\max} , тем большее, чем осторожнее водитель, обеспечивающее дополнительное расстояние безопасности. Расстояние на целевой полосе впереди перестраивающегося автомобиля больше или равно v_n (текущая скорость данного ТС).
- Смена полосы происходит с вероятностью P_1 .

Алгоритм смены полосы для грузовых автомобилей

- ТС находится в зоне, где разрешена смена полосы.
- ТС разрешено двигаться по целевой полосе.
- Смена полосы ведет к увеличению скорости, снижению плотности или необходима для достижения цели.
- На текущей полосе есть препятствие.
- 3 ячейки на целевой полосе свободны (поскольку $L^t = 3$ — длина грузовика).
- Условие безопасности: расстояние D^t (см. рис. 1) на целевой полосе позади ТС после перестроения $D^t \geq V_{\max} + L^t + A^t$, где A^t — определяемый водителем грузового авто интервал (исходя из его стиля вождения и особенностей ТС). Предполагается, что $A^t > A^c$. Расстояние на целевой полосе впереди перестраивающегося автомобиля больше или равно v_n (текущая скорость данного ТС).
- Смена полосы происходит с вероятностью P_2 .

Здесь $P_2 \leq P_1$, что соответствует меньшей склонности водителей грузовых автомобилей к смене полосы.

Движение вперед происходит в соответствии с известными четырьмя правилами Нагеля – Шрекенберга, однако учитываются различия максимальных скоростей и вероятностей случайного торможения легковых и грузовых ТС.

Алгоритм движения вперед для легковых и грузовых автомобилей

1. Ускорение:

$$v_n(t) = \begin{cases} \min(v_n(t-1) + 1, V_{\max}^c) & \text{— легковое авто,} \\ \min(v_n(t-1) + 1, V_{\max}^t) & \text{— грузовое авто.} \end{cases}$$

2. Торможение:

$$v_n(t) = \min(v_n(t), d_n(t-1)).$$

3. Случайные возмущения:

$$v_n(t) = \max(v_n(t) - 1, 0)$$

с вероятностью P_3 (P_4).

4. Движение:

$$x_n(t) = x_n(t-1) + v_n(t).$$

Здесь t — текущий шаг по времени, $(t-1)$ — предыдущий шаг по времени; v_n , d_n и x_n — скорость, дистанция до впереди идущего ТС и позиция автомобиля с индексом n ; P_3 и P_4 — вероятности случайного торможения для легковых и грузовых автомобилей соответственно, которые в некоторых задачах могут отличаться. Дистанция d_n определяется с учетом длины впереди идущего ТС.

4. Тестовые расчеты

Исследования транспортных потоков опираются на данные, полученные различными способами. Для сбора статистических данных об интенсивности движения устанавливаются детекторы, среди которых наиболее распространенным на сегодняшний день являются индукционные контуры, заложенные в дорожное полотно. Так, по данным компании «СпецДорПроект», осуществляющей модернизацию ИТС ряда городов России, в Москве установлено более 24 000 индуктивных петлевых детекторов транспорта [СпецДорПроект]. Стационарные детекторы замеряют микроскопические данные одиночных автомобилей (в англоязычной литературе — *microscopic single-vehicle data* [Knospe et al., 2004; Treiber, Kesting, 2013]) по фиксированному поперечному сечению всей дороги или отдельных полос: напрямую подсчитывают количество проезжающих автомобилей и их скорости (двухконтурные детекторы). Из этих непосредственно измеренных величин можно вывести некоторые вторичные величины. Микроскопические данные могут быть агрегированы путем осреднения за фиксированный временной интервал и преобразованы в макроскопические величины, и уже эти агрегированные данные, как правило, собираются с детекторов.

В настоящей статье для анализа разработанной модели и верификации предложенных алгоритмов проводится моделирование виртуального детектора [Knospe et al., 2004; Treiber, Kesting, 2013]. Мы имитируем процедуру измерения и агрегирования данных детектором поперечного сечения, используя результаты вычислительных экспериментов на основе новой модели клеточных автоматов. Результаты моделирования оцениваются с точки зрения качественного соответствия известным эмпирическим закономерностям. Заметим, что в силу стохастичности моделей КА количественное совпадение с эмпирическими данными и результатами расчетов на основе других моделей невозможно.

Модель реализована в виде программного комплекса, позволяющего моделировать дорожное движение на различных элементах УДС: перекрестках различных типов, участках с переменным числом полос, въездах и съездах с автомагистрали.

Для тестовых расчетов были выбраны две конфигурации: участок прямой трехполосной дороги и участок дороги с сужением из трех полос в две (рис. 2).

На рис. 2 полосы пронумерованы от 0 до 2, где 0 — правая полоса, 1 — средняя, 2 — левая. Длина каждого участка — $L_1 = 10$ км. Участок на рис. 2, а оснащен виртуальным детектором D , который расположен за 375 м до середины. Сужение на рис. 2, б расположено посередине участка.

В начальный момент времени на участках ТС нет (пустые дороги). На левой границе задан постоянный общий для трех полос входящий поток Q_{in} , на правой границе — свободный выезд. Моделируется два часа движения.

Далее рассмотрены три задачи с различным входящим потоком и различными долями грузовиков в потоке. Результаты тестов 1 и 2 представлены в виде локальных диаграмм зависимости средней скорости или потока от плотности, полученных при помощи осреднения показаний виртуального датчика D . Заметим, что такой способ представления данных достаточно часто встречается в литературе [Treiber, Helbing, 1999; Knospe et al., 2004; Treiber, Kesting, 2013].

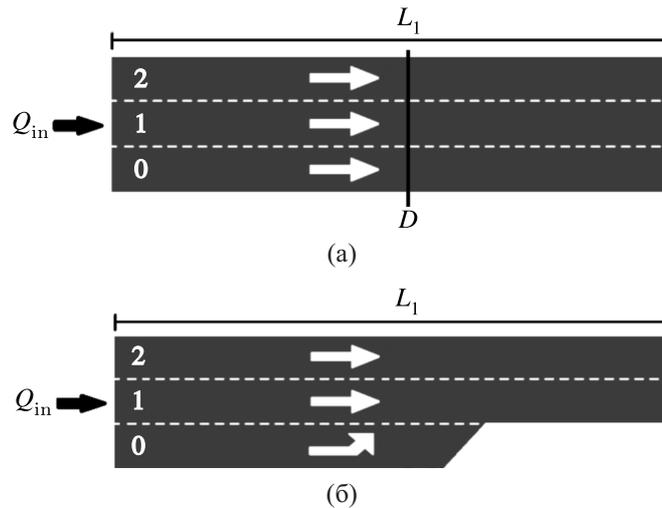


Рис. 2. Участки УДС длиной L_1 с входным потоком Q_{in} для тестовых расчетов: (а) участок трехполосной дороги с виртуальным детектором D ; (б) участок дороги с сужением из трех полос в две без детектора

Напомним, что модель полностью дискретна. На каждом шаге по времени имеем решетку, занятым ячейкам которой соответствуют дискретные значения скоростей в диапазоне от 0 до V_{max} . Для анализа результатов моделирования интерес представляют осредненные величины — плотность и скорость потока, которые должны быть определены в каждой ячейке в каждый момент времени (получим дискретный аналог макроскопических величин — полей плотности и скорости). Для этого на каждом шаге по времени для каждой полосы движения производится осреднение дискретных скоростей v_n по пространству (вдоль полосы) по методу среднего гармонического [Чечина и др., 2021], получаем средние локальные скорости V_i , где i — номер полосы.

Если необходимо определить скорость, осредненную по полосам, в частности, скорость среднюю по дорожному сечению, в котором установлен детектор, берется среднее арифметическое с весами от средних локальных скоростей, веса определяются значениями плотностей на соответствующих полосах [Treiber, Kesting, 2013]:

$$V = \sum_{i=1}^I V_i \cdot \frac{\rho_i}{\rho_{total}}, \quad \rho_{total} = \sum_{i=1}^I \rho_i. \tag{1}$$

Здесь I — число полос, V_i — локальная скорость на i -й полосе, ρ_i — плотность на i -й полосе, ρ_{total} — общая плотность.

Далее для построения диаграмм данные поперечного сечения (1) осредняются по времени (среднее арифметическое) с интервалом агрегирования 20 секунд, получаем агрегированные плотность ρ_{total_agg} и скорость V_{agg} . В то время как плотность и скорость определяются по результатам вычислительных экспериментов с использованием описанных процедур осреднения, поток вычисляется на основе гидродинамического соотношения: $Q_{total_agg} = \rho_{total_agg} \cdot V_{agg}$.

При реализации алгоритмов перестроения в расчетах брались следующие значения параметров: $A^c = 1$, $A^t = 3$, $P_1 = P_2 = P_3 = P_4 = 0,7$.

Данные параметры, как и все другие параметры модели, выбирались исходя из двух принципов: получения наглядных, логически адекватных результатов тестовых задач и вместе с тем их соответствия реальным свойствам движения транспорта. Поскольку исследование носит теоретический характер, задача калибровки по эмпирическим данным в работе не решалась.

Результат теста 3 представлен в виде пространственно-временной диаграммы скорости, что является традиционным способом представления динамики транспортных потоков.

4.1. Тест 1. Построение диаграмм для участка УДС без сужения для двух вариантов распределения грузовых автомобилей

Для сокращения временных затрат на передвижение некоммерческого транспорта для грузовиков часто вводят ограничительные меры: запрет на въезд на некоторые участки УДС, ограничение по времени (движение только ночью), запрет на движение по левым полосам многополосной дороги.

Посмотрим, какой эффект на транспортный поток оказывает последняя мера: рассмотрим участок дороги без сужения (рис. 2, а) и выполним расчеты для случая, когда грузовики могут ехать по всем полосам, и для случая, когда их движение ограничено только правой полосой.

Входящий поток — $Q_{in} = 15$ авт./мин, доля грузовиков в потоке — 50%. Значение максимальной скорости для легковых автомобилей составляет 108 км/ч, для грузовых — 54 км/ч.

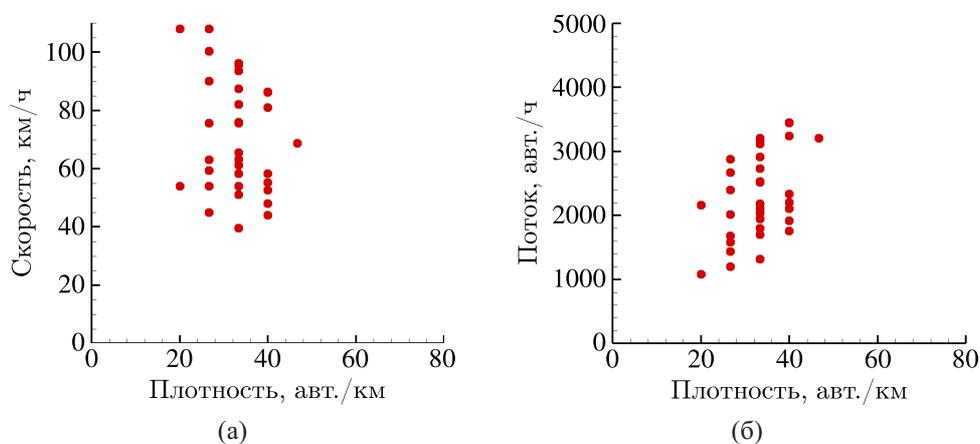


Рис. 3. Диаграммы зависимости скорости от плотности (а) и потока от плотности (б) для равномерного распределения грузовиков по полосам

На рис. 3 представлены диаграммы «скорость – плотность» и «поток – плотность» для случая, когда грузовики равномерно распределены в потоке и могут ехать по любой полосе.

На рис. 4 представлены диаграммы «скорость – плотность» и «поток – плотность» для случая, когда грузовики могут ехать только по правой полосе.

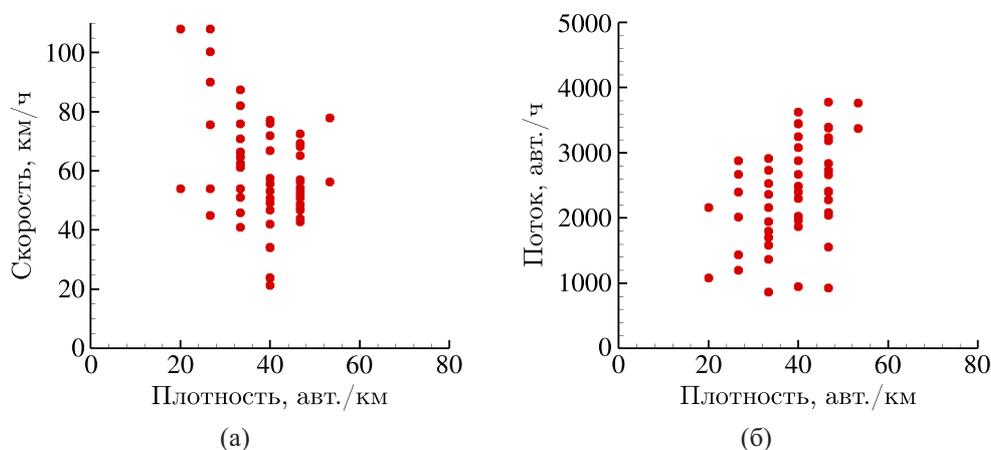


Рис. 4. Диаграммы зависимости скорости от плотности (а) и потока от плотности (б) для случая, когда грузовики есть только в правой полосе

Как видно из рисунков, при наличии ограничений для грузовиков поток принимает большие значения по сравнению с вариантом без ограничений. Учитывая, что максимум потока означает величину пропускной способности, можно сделать вывод, что ограничения для грузовиков приводят к повышению пропускной способности дороги. Проведенные расчеты демонстрируют повышение пропускной способности примерно на 15 %, что вполне реалистично.

4.2. Тест 2. Построение диаграмм для участка УДС без сужения для разных долей грузовиков в потоке

Посмотрим, как количество грузовых автомобилей в транспортном потоке влияет на средние скорости — для всех полос и для каждой в отдельности. Для данного расчета выбран участок дороги без сужения (рис. 2, а), значение входящего потока — $Q_{in} = 15$ авт./мин, доля грузовиков — 50 % и 100 %.

Расчет выполнен для случая, когда грузовики обязаны придерживаться правой полосы. Однако отметим, что во входном потоке грузовики случайным образом могут оказаться и на средней, и на левой полосе. Их вынужденное перестроение на правую полосу происходит в процессе движения в расчетной области.

На рис. 5 представлены диаграммы «скорость – плотность» для доли грузовиков 50 % (а) и 100 % (б) для всех полос, т. е. локальная зависимость осредненной по сечению дороги скорости от общей плотности. На рис. 6–8 показаны аналогичные диаграммы, но для каждой полосы в отдельности.

Рисунок 5, а демонстрирует, что в смешанном потоке максимальная скорость достигает значения 108 км/ч — это максимальная скорость, которую в расчете могут развивать легковые автомобили. В то время как для однородного потока, состоящего только из грузовиков (рис. 5, б), скорость достигает только 54 км/ч, что соответствует максимальной скорости грузовых автомобилей.

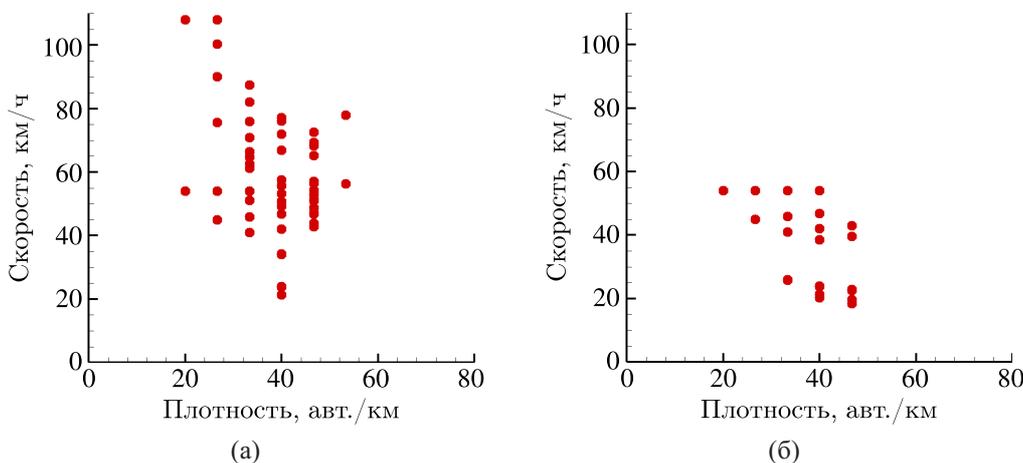


Рис. 5. Диаграммы «скорость – плотность» с осреднением по всем полосам. Доля грузовиков — 50 % (а) и 100 % (б)

На рис. 6–8 представлено распределение скорости в зависимости от плотности по полосам. Для правой полосы (полоса с номером 0 на рис. 2, а) для смешанного потока (рис. 6, а) значения скоростей в среднем ниже, чем при учете всех полос (рис. 5, а). Наличие достаточно высокой скорости при малой плотности объясняется тем, что при малых плотностях на нулевой полосе легковые авто чувствуют себя свободно и могут развивать скорости, превышающие максимальную скорость грузовых автомобилей. Однако при увеличении плотности вследствие

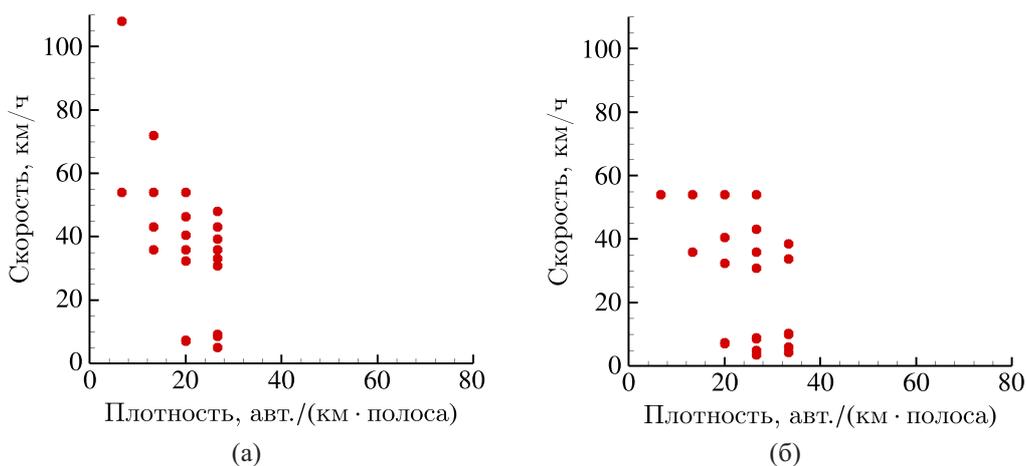


Рис. 6. Диаграммы «скорость–плотность» для правой (номер 0) полосы. Доля грузовиков — 50 % (а) и 100 % (б)

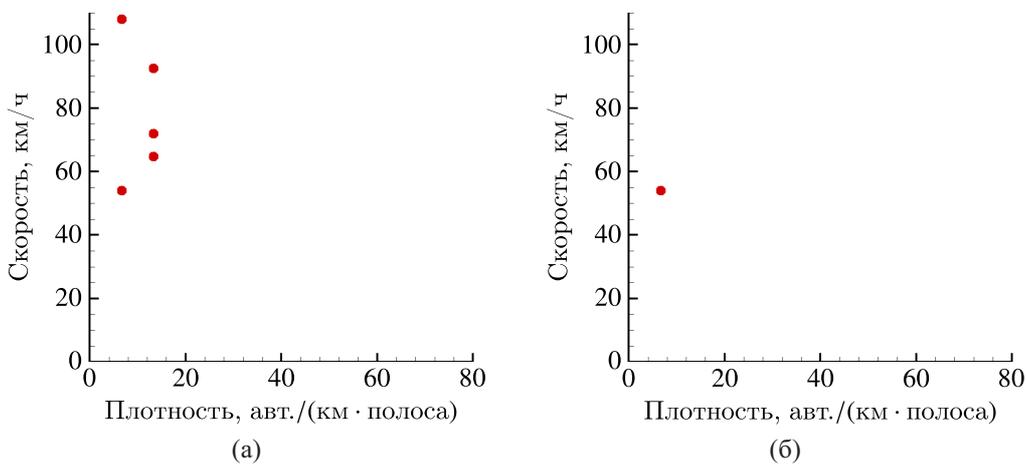


Рис. 7. Диаграммы «скорость–плотность» для средней (номер 1) полосы. Доля грузовиков — 50 % (а) и 100 % (б)

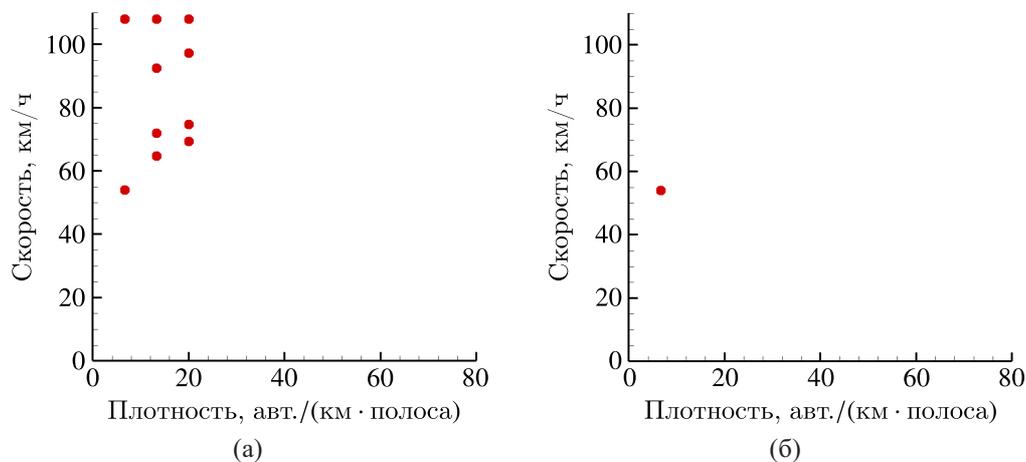


Рис. 8. Диаграммы «скорость–плотность» для левой (номер 2) полосы. Доля грузовиков — 50 % (а) и 100 % (б)

перестроения сюда грузовиков легковые авто вынуждены уезжать в левые полосы, а количество грузовиков в правой полосе увеличивается, и средние скорости начинают не превышать максимальную скорость для грузовиков. Для случая, представленного на рис. 6, б, скорости остались того же порядка, что и на рис. 5, б.

В полосах 1 и 2 на рис. 7, а и 8, а скорости смешанного потока выше, поскольку там присутствуют практически только легковые автомобили. Грузовых автомобилей на этих полосах нет, они перестраиваются на нулевую полосу. Рисунки 7, б и 8, б показывают, что в отсутствие легковых автомобилей грузовики тем не менее придерживаются ограничения и практически отсутствуют на средней и левой полосе.

4.3. Тест 3. Построение пространственно-временных диаграмм для участка с сужением для разных долей грузовиков в потоке

Рассмотрим участок дороги с сужением с трех до двух полос (рис. 2, б), входящий поток $Q_{in} = 40$ авт./мин. Выполним расчет скоростей в разные моменты времени для трех случаев: доля грузовых автомобилей — 0 %, 50 % и 100 %. При наличии грузовиков они во входящем потоке расположены равномерно по полосам, ограничений на их перестроения нет. Виртуального детектора в этом расчете нет — скорость вычисляется во всех ячейках отрезка дороги.

Результаты представлены на рис. 9–11. На рис. 9 представлена пространственно-временная диаграмма скорости для случая, когда в расчете присутствуют только легковые автомобили. На рис. 10 показан результат расчета с долей грузовиков 50 %, а на рис. 11 — для расчета с одними грузовиками, единицы измерения скорости — км/ч.

Сужение дороги расположено посередине маршрута — в точке 5 км. Разными оттенками цвета показана скорость. На рис. 9 в месте сужения скорость падает на незначительном расстоянии, однако это падение не оказывает влияния на движение транспорта до точки сужения. Пробка в этом случае не образуется.

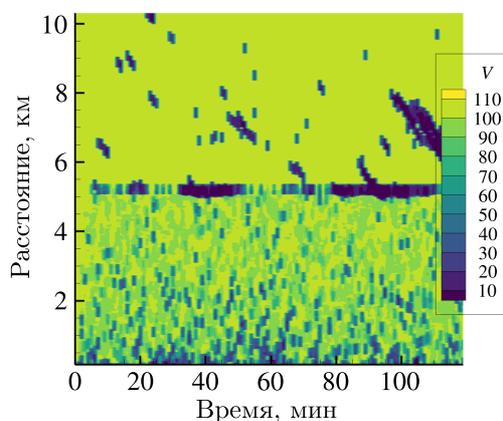


Рис. 9. Пространственно-временная диаграмма скорости для дороги с сужением. Доля грузовиков — 0 % (только легковые авто)

В случае смешанного потока картина меняется: на рис. 10 от места сужения вниз идет волна падения скорости, область пониженной скорости распространяется со временем вверх по потоку, то есть к началу дороги.

Если в движении участвуют одни грузовики (рис. 11), то картина ухудшается еще сильнее: область низкой скорости расширяется быстрее и занимает гораздо большую площадь на пространственно-временной диаграмме.

Как видно из расчета, наличие грузовиков значительно затрудняет движение, чем больше грузовиков, тем скорее образуется затор, что соответствует наблюдаемым процессам при

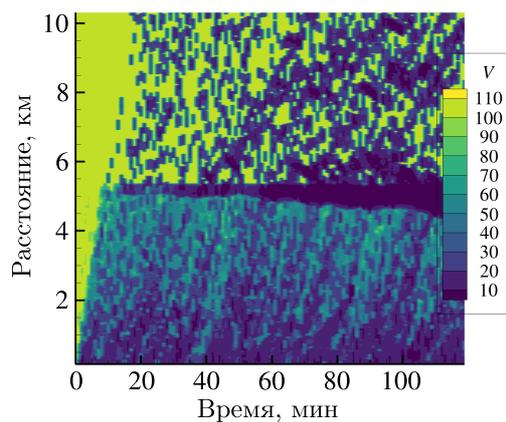


Рис. 10. Пространственно-временная диаграмма скорости для дороги с сужением. Доля грузовиков — 50 % (смешанный поток)

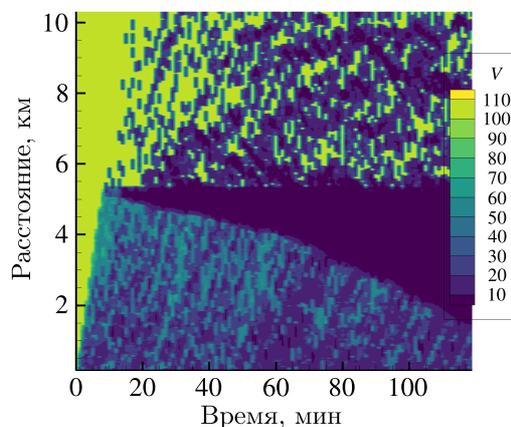


Рис. 11. Пространственно-временная диаграмма скорости для дороги с сужением. Доля грузовиков — 100 %

движении транспорта по улично-дорожной сети. Это еще раз демонстрирует адекватность представленной модели.

5. Заключение

В работе предложена модель на основе теории клеточных автоматов для описания многополосного движения неоднородного транспортного потока, состоящего из легковых и грузовых автомобилей. В связи с отличиями в габаритах, скоростях и стратегиях движения ТС разных типов были предложены алгоритмы, позволяющие воспроизвести эти особенности.

В статье представлены результаты тестовых расчетов для нескольких задач движения по трехполосной дороге с сужением до двух полос и по прямому трехполосному участку, оснащеному виртуальным детектором. Продемонстрировано влияние процентного соотношения видов ТС в потоке на общую пропускную способность элемента УДС. Исследовано влияние ограничительных мер для грузовых автомобилей на пропускную способность многополосной дороги. Результаты представлены в виде локальных диаграмм «скорость – плотность» и «поток – плотность», а также пространственно-временных диаграмм скорости.

Расчеты позволили сделать выводы о влиянии состава и распределения участников движения в транспортном потоке на его характеристики. Продемонстрировано адекватное воспроизведение моделью реальных особенностей потоков автотранспорта.

В заключение хотелось бы еще раз подчеркнуть, что основной целью исследования была разработка новой, адекватной модели многокомпонентного потока, свободной от внутренних противоречий при описании различных поведенческих характеристик водителей легковых и грузовых автотранспортных средств. В рамках данной работы удалось подобрать параметры, обеспечивающие наглядные и верные результаты с качественной точки зрения. Отметим, что для получения результатов, дающих количественно верные показатели, требуется решать отдельную большую задачу агрегации, обработки и интерпретации данных, полученных на трассах. Поэтому рассмотрение количественных характеристик, их влияния на движение в целом, будет являться следующим этапом исследований смешанных потоков авторами статьи. Работа с реальными данными в дальнейшем позволит провести калибровку модели, и тогда уже станет возможным предсказательное моделирование, в частности детальный анализ падения пропускной способности дороги и обрушения трафика при возрастании доли грузовых автомобилей в потоке.

Планируется также развитие предложенной модели для описания неоднородных потоков с учетом беспилотных транспортных средств.

Список литературы (References)

- Беспилотное движение в будущее. — [Электронный ресурс]. — <https://www.itsjournal.ru/articles/technologies/bespilotnoe-dvizhenie-v-budushchee/> (дата обращения: 02.08.2025).
Bespilotnoe dvizhenie v budushchee [Driverless movement into the future]. — [Electronic resource]. — <https://www.itsjournal.ru/articles/technologies/bespilotnoe-dvizhenie-v-budushchee/> (accessed: 02.08.2025, in Russian).
- Быков Н. В. Моделирование кластерного движения беспилотных транспортных средств в гетерогенном транспортном потоке // Компьютерные исследования и моделирование. — 2022. — Т. 14, № 5. — С. 1041–1058. — DOI: 10.20537/2076-7633-2022-14-5-1041-1058
Bykov N. V. Modelirovanie klasterного dvizheniya bespilotnykh transportnykh sredstv v geterogennom transportnom potoke [A simulation model of connected automated vehicles platoon dynamics in a heterogeneous traffic flow] // Computer Research and Modeling. — 2022. — Vol. 14, No. 5. — P. 1041–1058. — DOI: 10.20537/2076-7633-2022-14-5-1041-1058 (in Russian).
- Гасников А. В., Кленов С. Л., Нурминский Е. А., Холодов Я. А., Шамрай Н. Б. Введение в математическое моделирование транспортных потоков / под ред. А. В. Гасникова. — 2-е изд. — М.: МЦНМО, 2013. — 427 с.
Gasnikov A. V., Klenov S. L., Nurminskij E. A., Holodov Ya. A., Shamraj N. B. Vvedenie v matematicheskoe modelirovanie transportnykh potokov [Introduction to mathematical modeling of traffic flows] / pod red. A. V. Gasnikova. — 2-e izd. — Moscow: MCNMO, 2013. — 427 p. (in Russian).
- Интеллектуальные транспортные системы России. Информационно-аналитический журнал и портал. — [Электронный ресурс]. — <https://www.itsjournal.ru> (дата обращения: 02.08.2025).
Intellektual'nye transportnye sistemy Rossii. Informacionno-analiticheskij zhurnal i portal [Intelligent transport systems of Russia. Information and analytical journal and portal]. — [Electronic resource]. — <https://www.itsjournal.ru> (accessed: 02.08.2025, in Russian).
- Матюшкин И. В., Заплетина М. А. Обзор по тематике клеточных автоматов на базе современных отечественных публикаций // Компьютерные исследования и моделирование. — 2019. — Т. 11, № 1. — С. 9–57. — DOI: 10.20537/2076-7633-2019-11-1-9-57
Matyushkin I. V., Zapletina M. A. Obzor po tematike kletochnykh avtomatov na baze sovremennykh otechestvennykh publikatsii [Cellular automata review based on modern domestic publications] // Computer Research and Modeling. — 2019. — Vol. 11, No. 1. — P. 9–57. — DOI: 10.20537/2076-7633-2019-11-1-9-57 (in Russian).
- Новая эра в логистике Московского региона. Сайт Министерства транспорта РФ. — [Электронный ресурс]. — <https://mintrans.gov.ru/press-center/news/11810> (дата обращения: 02.08.2025).
Novaya era v logistike Moskovskogo regiona. Sajt Ministerstva transporta RF [A new era in logistics of the Moscow Region. Website of the Ministry of transport of the Russian Federation]. — [Electronic resource]. — <https://mintrans.gov.ru/press-center/news/11810> (accessed: 02.08.2025, in Russian).
- СпецДорПроект. Интеллектуальная транспортная система. — [Электронный ресурс]. — <https://www.spetsdor.ru/its/> (дата обращения: 02.08.2025).
SpecDorProekt. Intellektual'naya transportnaya sistema [SpetsDorProekt. Intelligent transport system]. — [Electronic resource]. — <https://www.itsjournal.ru> (accessed: 02.08.2025, in Russian).

- Тишкин В. Ф., Трапезникова М. А., Чечина А. А., Чурбанова Н. Г.* Моделирование транспортных потоков на основе квазигазодинамического подхода и теории клеточных автоматов с использованием суперкомпьютеров // Компьютерные исследования и моделирование. — 2024. — Т. 16, № 1. — С. 175–194. — DOI: 10.20537/2076-7633-2024-16-1-175-194
Tishkin V.F., Trapeznikova M.A., Chechina A.A., Churbanova N.G. Modelirovanie transportnyh potokov na osnove kvazigazodinamicheskogo podhoda i teorii kletochnyh avtomatov s ispol'zovaniem superkomp'yutеров [Simulation of traffic flows based on the quasi-gasdynamic approach and the cellular automata theory using supercomputers] // Computer Research and Modeling. — 2024. — Vol. 16, No. 1. — P. 175–194. — DOI: 10.20537/2076-7633-2024-16-1-175-194 (in Russian).
- Транспортная стратегия Российской Федерации до 2030 года с прогнозом до 2035 года, утверждена распоряжением Правительства РФ от 27 ноября 2021 года № 3 363-р.
 Transportnaya strategiya Rossijskoj Federacii do 2030 goda s prognozom do 2035 goda, utverzhdena rasporyazheniem Pravitel'stva RF ot 27 noyabrya 2021 goda No. 3 363-r [The transport strategy of the Russian Federation until 2030 with a forecast until 2035, approved by Decree of the Government of the Russian Federation dated November 27, 2021 No. 3 363-r] (in Russian).
- Трапезникова М. А., Фурманов И. Р., Чурбанова Н. Г., Липп Р.* Моделирование многополосного движения автотранспорта на основе теории клеточных автоматов // Математическое моделирование. — 2011. — Т. 23, № 6. — С. 133–146.
Trapeznikova M.A., Furmanov I.R., Churbanova N.G., Lipp R. Simulating multilane traffic flows based on cellular automata theory // Mathematical Models and Computer Simulations. — 2012. — Vol. 4, No. 1. — P. 53–61. — <https://doi.org/10.1134/S2070048212010139> (Original Russian paper: *Trapeznikova M.A., Furmanov I.R., Churbanova N.G., Lipp R.* Modelirovanie mnogopolosnogo dvizheniya avtotransporta na osnove teorii kletochnyh avtomatov // Matematicheskoe modelirovanie. — 2011. — Vol. 23, No. 6. — P. 133–146.)
- Трапезникова М. А., Чечина А. А., Чурбанова Н. Г.* Двумерная модель клеточных автоматов для описания динамики транспортных потоков на элементах улично-дорожной сети // Математическое моделирование. — 2017. — Т. 29, № 9. — С. 110–120.
Trapeznikova M.A., Chechina A.A., Churbanova N.G. Dvumernaya model' kletochnyh avtomatov dlya opisaniya dinamiki transportnyh potokov na elementah ulichno-dorozhnoj seti [Two-dimensional cellular automata model for describing the dynamics of traffic flows on elements of the road network] // Matematicheskoe modelirovanie. — 2017. — Vol. 29, No. 9. — P. 110–120 (in Russian).
- Тураева М. О.* Грузовой транспорт России: некоторые итоги 2022 года // Вестник Института экономики Российской академии наук. — 2023. — № 3. — С. 45–63. — DOI: 10.52180/2073-6487_2023_3_45_63
Turaeva M. O. Gruzovoj transport Rossii: nekotorye itogi 2022 goda [Performance of Russian freight transport in 2022: some outcomes] // Vestnik Instituta ekonomiki Rossijskoj akademii nauk. — 2023. — No. 3. — P. 45–63. — DOI: 10.52180/2073-6487_2023_3_45_63 (in Russian).
- Указ Президента РФ от 18.06.2024 № 529 «Об утверждении приоритетных направлений научно-технологического развития и перечня важнейших наукоемких технологий».
 Ukaz Prezidenta RF ot 18.06.2024 No. 529 "Ob utverzhdenii prioritetnyh napravlenij nauchno-tehnologicheskogo razvitiya i perechnya vazhnejshih naukoemkih tekhnologij" [Decree of the President of the Russian Federation of 18.06.2024 No. 529 "On approval of priority areas of scientific and technological development and a list of the most important science-intensive technologies"] (in Russian).
- Чечина А. А.* Алгоритмы поведения водителей на нерегулируемых перекрестках с приоритетом и при объезде препятствий // Математическое моделирование. — 2021. — Т. 33, № 9. — С. 47–59. — <https://doi.org/10.20948/mm-2021-09-04>
Chechina A.A. Driver behavioral algorithms at unregulated priority intersections and when bypassing obstacles // Mathematical Models and Computer Simulations. — 2022. — Vol. 14, No. 2. — P. 297–304. — <https://doi.org/10.1134/S2070048222020053> (Original Russian paper: *Chechina A.A.* Algoritmy povedeniya voditelej na nereguliruemyh perekrestkah s prioritetom i pri ob'ezde prepyatstvij // Matematicheskoe modelirovanie. — 2021. — Vol. 33, No. 9. — P. 47–59.)
- Чечина А. А., Чурбанова Н. Г., Трапезникова М. А.* Сравнение воспроизведения пространственно-временных структур транспортных потоков при использовании различных способов осреднения данных // Математическое моделирование. — 2021. — Т. 33, № 1. — С. 25–35. — <https://doi.org/10.20948/mm-2021-01-02>
Chechina A.A., Churbanova N.G., Trapeznikova M.A. Reproduction of spatiotemporal structures of traffic flows using various ways of averaging data // Mathematical Models and Computer Simulations. — 2021. — Vol. 13, No. 5. — P. 756–762. — <https://doi.org/10.1134/S2070048221050070> (Original Russian paper: *Chechina A.A., Churbanova N.G., Trapeznikova M.A.* Sravnenie vosproizvedeniya prostranstvenno-vremennyh struktur transportnyh potokov pri ispol'zovanii razlichnyh sposobov osredneniya dannyh // Matematicheskoe modelirovanie. — 2021. — Vol. 33, No. 1. — P. 25–35.)

- Яшина М. В., Таташев А. Г.* Сети Буслаева: динамические системы потоков частиц на регулярных сетях. — М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2023. — 216 с.
Yashina M. V., Tatashev A. G. Seti Buslaeva: dinamicheskiye sistemy potokov chastits na regulyarnykh setyakh [Buslaev networks: dynamical systems of particle flows on regular networks]. — Moscow–Izhevsk: Institut kompyuternykh issledovaniy, 2023 (in Russian).
- Baikejuli M., Shi J.* A cellular automata model for car–truck heterogeneous traffic flow considering drivers' risky driving behaviors // *Int. J. of modern physics C.* — 2023. — Vol. 34, No. 12. — DOI: 10.1142/s0129183123501541
- Bando M., Hasebe K., Nakayama A., Shibata A., Sugiyama Y.* Dynamical model of traffic congestion and numerical simulation // *Phys. Rev. E.* — 1995. — Vol. 51, No. 2. — P. 1035–1042. — <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.51.1035>
- Bentaleb K., Llakouari N., Ez-Zahraouy H., Benyoussef A.* Simulation study of satisfaction rate in the mixed traffic flow with open boundary conditions // *Int. J. of Modern Physics C.* — 2016. — Vol. 27, No. 2. — P. 1650023. — DOI: 10.1142/S0129183116500236
- Chetverushkin B., Chechina A., Churbanova N., Trapeznikova M.* Development of parallel algorithms for intelligent transportation systems // *Mathematics.* — 2022. — Vol. 10, No. 4. — P. 643.
- Churbanova N. G., Chechina A. A., Trapeznikova M. A., Sokolov P. A.* Simulation of traffic flows on road segments using cellular automata theory and quasigasdynamic approach // *Mathematica Montisnigri.* — 2019. — Vol. XLVI. — P. 72–90.
- Ebersbach A., Schneider J., Morgenstern L., Hammohner R.* The influence of trucks on traffic flow an investigation on the Nagel Schreckenberg-model // *Int. J. of Modern Physics C.* — 2000. — Vol. 11, No. 4. — P. 837–842.
- Hanumappa D., Ramachandran P.* Cellular automata model for mixed traffic flow with lane changing behavior // *Modelling and simulation in engineering.* — 2021. — Vol. 2021. — P. 9142790. — DOI: 10.1155/2021/9142790
- Helbing D., Huberman B. A.* Coherent moving states in highway traffic // *Nature.* — 1998. — Vol. 396. — P. 738–740. — <https://doi.org/10.1038/25499>
- Helbing D., Schreckenberg M.* Cellular automata simulating experimental properties of traffic flow // *Phys. Rev. E.* — 1999. — Vol. 59, No. 3. — P. R2505–R2508. — <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.59.R2505>
- Jiang Ya., Ren T., Ma Yu., Wu Yu., Yao Zh.* Traffic safety evaluation of mixed traffic flow considering the maximum platoon size of connected automated vehicles // *Physica A: Statistical mechanics and its applications.* — 2023. — Vol. 612. — P. 128452. — DOI: 10.1016/j.physa.2023.128452
- Kerner B. S.* *The Physics of traffic.* — Berlin: Springer, 2004.
- Kerner B. S., Klenov S. L.* Microscopic traffic prediction for automated driving // *2022 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications, IEEE.* — 2022. — P. 1–6.
- Knospe W., Santen L., Schadschneider A., Schreckenberg M.* An empirical test for cellular automaton models of traffic flow // *Phys. Rev. E.* — 2004. — Vol. 70. — P. 016115. — <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.70.016115>
- Kong D., Sun L., Li J., Xu Y.* Modeling cars and trucks in the heterogeneous traffic based on car–truck combination effect using cellular automata // *Physica A: Statistical mechanics and its applications.* — 2021. — Vol. 562. — P. 125329. — DOI: 10.1016/j.physa.2020.125329
- Liu H., Cheng R., Ge H.* A novel two-lane lattice hydrodynamic model on a gradient road considering heterogeneous traffic flow // *Modern physics letters B.* — 2021. — Vol. 35, No. 20. — P. 2150340. — DOI: 10.1142/s0217984921503401
- Lu X., Zhu H., Wang J., Zhang M., Zhou Ch., Zhang H.* Modeling impacts of the tunnel section on the mixed traffic flow: a case study of Jiaodong'ao tunnel in China // *Physica A: Statistical mechanics and its applications.* — 2022. — Vol. 603. — P. 127840. — DOI: 10.1016/j.physa.2022.127840

- Ma L., Qu Sh., Ren J., Zhang X.* Mixed traffic flow of human-driven vehicles and connected autonomous vehicles: string stability and fundamental diagram // *Mathematical biosciences and engineering*. — 2022. — Vol. 20, No. 2. — P. 2280–2295. — DOI: 10.3934/mbe.2023107
- Maerivoet S., de Moor B.* Cellular automata models of road traffic // *Physics Reports*. — 2005. — Vol. 419, No. 1. — P. 1–64. — <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2005.08.005>
- Malecki K., Kaminski M., Was J.* A multi-cell cellular automata model of traffic flow with emergency vehicles: effect of a corridor of life // *Lecture notes in computer science*. — 2021. — Vol. 12742 LNCS. — P. 34–40. — DOI: 10.1007/978-3-030-77961-0_4
- Moussaa N., Daoudia A.K.* Numerical study of two classes of cellular automaton models for traffic flow on a two-lane roadway // *Eur. Phys. J. B*. — 2003. — Vol. 31. — P. 413–420. — DOI: 10.1140/epjb/e2003-00049-y
- Nagel K., Schreckenberg M.* A cellular automaton model for freeway traffic // *J. Phys. I France*. — 1992. — Vol. 2. — P. 2221–2229.
- Naira R., Mahmassanib H.S., Miller-Hooks E.* A porous flow approach to modeling heterogeneous traffic in disordered systems // *Transportation Research Part B*. — 2011. — Vol. 45, No. 9. — P. 1331–1345.
- von Neumann J.* The general and logical theory of automata // *Cerebral Mechanisms in Behavior: the Hixon Symposium* / L. A. Jeffress (ed.). — New York: John Wiley & Sons, 1951. — P. 1–41.
- Tan H., Sun Y.U., Peng G.* Phase transition in heterogeneous macro continuum model integrating the jerk effect with the mixed traffic flow involving human driving and ADAS vehicles // *Int. J. of Modern Physics C*. — 2024. — Online first. — DOI: 10.1142/s0129183124502383
- Treiber M., Helbing D.* Macroscopic simulation of widely scattered synchronized traffic states // *J. Phys. A: Math. Gen.* — 1999. — Vol. 32. — P. L17–L23. — DOI: 10.1088/0305-4470/32/1/003
- Treiber M., Kesting A.* *Traffic flow dynamics. Data, models and simulation*. — Berlin, Heidelberg: Springer, 2013. — 503 p.
- Vasic J., Ruskin H.J.* Cellular automata simulation of traffic including cars and bicycles // *Physica A: Statistical mechanics and its applications*. — 2012. — Vol. 391. — P. 2720–2729.
- Wang Sh., Zhu W.X.* Modeling the heterogeneous traffic flow considering mean expected velocity field and effect of two-lane communication under connected environment // *Physica A: Statistical mechanics and its applications*. — 2022. — Vol. 607. — P. 128202. — DOI: 10.1016/j.physa.2022.128202
- Wang X., Liu T., Xu M.* Bus bunching simulation based on the Lattice Boltzmann model of traffic flow // *Simulation*. — 2023. — Vol. 99, No. 2. — P. 183–199. — DOI: 10.1177/00375497221112915
- Wolfram S.* *A new kind of science*. — Wolfram Media, Inc., 2002.
- Wu W., Sun R., Ni A., Liang Z.H., Jia H.* Simulation and evaluation of speed and lane-changing advisory of cavs at work zones in heterogeneous traffic flow // *Int. J. of Modern Physics B*. — 2020. — Vol. 34, No. 21. — P. 2050201. — DOI: 10.1142/s021797922050201x
- Yuan Y., Jiang R., Hu M., Wu Q.* Traffic behavior in a two-lane system consisting of a mixture of taxies and cars // *Traffic and Transportation Studies*. — 2008. — P. 678–687. — [https://doi.org/10.1061/40995\(322\)63](https://doi.org/10.1061/40995(322)63)
- Zeng J.W., Qian Y.S., Wang H., Wei X.T.* Modeling and simulation of traffic flow under different combination setting of taxi stop and bus stop // *Modern Physics Letters B*. — 2018. — Vol. 32, No. 25. — 1850301. — DOI: 10.1142/S0217984918503013
- Zhu L., Tang Ya., Yang D.* Cellular automata-based modeling and simulation of the mixed traffic flow of vehicle platoon and normal vehicles // *Physica A: Statistical mechanics and its applications*. — 2021. — Vol. 584. — P. 126368. — DOI: 10.1016/j.physa.2021.126368