

УДК: 51-77

Формализованная модель принятия решений: учет ценностной мотивации

С. Ю. Малков^{1,a}, О. А. Шпырко^{2,b}

¹Центр долгосрочного прогнозирования и стратегического планирования МГУ имени М. В. Ломоносова,
Россия, 119991, г. Москва, ул. Ленинские горы, д. 1

²Филиал МГУ имени М. В. Ломоносова в городе Севастополе,
Россия, 299001, г. Севастополь, ул. Героев Севастополя, д. 7

E-mail: ^a s@malkov.org, ^b shpyrko@mail.ru

Получено 16.01.2025, после доработки — 12.03.2025.

Принято к публикации 15.03.2025.

В работе рассмотрены проблемы математического описания *деонтологических* аспектов, влияющих на поведение ЛПР (лиц, принимающих решения). Предложена методология соотнесения *утилитарных* (материальных) и *деонтологических* (ценностных) аспектов при принятии ими решений с учетом их психологических особенностей. Предложена математическая модель совместного учета *утилитарных* и *деонтологических* факторов при принятии ЛПР решений в различных ситуациях. Выявлены некоторые закономерности, связанные с этим учетом, приведено их формальное описание. Модель показывает, что существует тенденция постепенного снижения уровня *деонтологичности* в оценке альтернатив при принятии решений (по сравнению с тем, к чему склоняет внешний мир) к большей *утилитарности*. Эта тенденция с течением времени начинает влиять на общественное мнение и на отношение общества к моральным нормам, постепенно снижая общий уровень моральности в обществе. Остановить этот процесс можно только путем постоянного и целенаправленного поддержания обществом и государством высокого уровня *деонтологичности* (идеологическая работа, пропаганда традиционных ценностей, воспитательная работа в школе и т. п.), в противном случае общество с неизбежностью со временем станет *утилитарным*, ориентирующимся при принятии решений исключительно на материальные факторы.

В дальнейшем планируется использовать разработанный инструментарий для анализа конкретных ситуаций, в том числе для анализа закономерностей цивилизационных циклов: взлета и падения Римской империи, СССР, современной западной цивилизации).

Ключевые слова: принятие решений, деонтологические факторы, моральный выбор, математическая модель, сравнение альтернатив

Работа выполнена при поддержке Программы развития МГУ, проект № 24-П05-12.

UDC: 51-77

Formalized decision-making model: taking into account value motivation

S. Yu. Malkov^{1,a}, O. A. Shpyrko^{2,b}

¹Center for Long-Term Forecasting and strategic planning of Moscow State University,
1 Leninskie gory st., Moscow, 119991, Russia

²Branch of Moscow State University named after M. V. Lomonosov in the city of Sevastopol,
7 Geroev Sevastopolja st., Sevastopol, 299001, Russia

E-mail: ^a s@malkov.org, ^b shpyrko@mail.ru

Received 16.01.2025, after completion — 12.03.2025.

Accepted for publication 15.03.2025.

The paper considers the problems of mathematical description of deontological aspects influencing the behavior of decision makers. A methodology is proposed for correlating utilitarian (material) and deontological (value) aspects in their decision-making, taking into account their psychological characteristics. A mathematical model is proposed for the joint consideration of utilitarian and deontological factors in decision-making in various situations. Some patterns related to this consideration are identified, and their formal description is given. The model shows that there is a tendency for a gradual decrease in the level of deontology in evaluating alternatives when making decisions (compared to what the outside world inclines to) towards greater utilitarianism. Over time, this trend begins to influence public opinion and society's attitude to moral norms, gradually reducing the overall level of morality in society. This process can be stopped only by constantly and purposefully maintaining a high level of deontology by society and the state (ideological work, promotion of traditional values, educational work at school, etc.), otherwise society will inevitably become utilitarian over time, focusing exclusively on material factors when making decisions.

In the future, it is planned to use the developed tools for analyzing specific situations, including for analyzing the patterns of civilizational cycles: the rise and fall of the Roman Empire, the USSR, and modern Western civilization).

Keywords: decision-making, deontological factors, moral choice, mathematical model, comparison of alternatives

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2025, vol. 17, no. 2, pp. 323–338 (Russian).

This work was done with the support of MSU Program of Development, Project No. 24-SCH05-12.

Введение

Несмотря на то что научная литература по теории принятия решений включает в себя огромное количество работ (см., например, [Keeney, Raiffa, 1976; Saaty, 1980; Айзерман, Алескеров, 1990; Малков, 2008; Розен, 2002; Подиновский, Потапов, 2003; Подиновский, Ногин, 2007; Соболев, Статников, 2006; Соколов, Токарев, 2011; Aleskerov, Bouyssou, Monjardet, 2007; Brams, Taylor, 1996; Clemen, 1996; Raiffa, 1997; Roth, Sotomayor, 1990; Smith, 1988]), в ней отсутствуют ответы на некоторые важные вопросы. Речь идет о вопросах о том, каким образом следует учитывать в соответствующих математических моделях влияние *деонтологических* (то есть ценностных/моральных/религиозных) факторов на принятие решений субъектами в различных ситуациях.

Действительно, на ЛПР (лиц, принимающих решения¹) при принятии ими решений неизбежно оказывают влияние как *утилитарные* (прагматические, материальные), так и *деонтологические* (идеологические, ценностные) мотивации. Когда ЛПР оценивает *утилитарные* аспекты, он сопоставляет материальные выгоды и возможные ущербы от своих действий, которые могут быть выражены некой числовой мерой (деньгами, материальными ресурсами и т. п.). В этом случае оценка последствий принимаемых решений носит количественный характер, и далее идет выбор такого действия, который позволит актору получить наилучший *утилитарный* результат (в выбранных количественных единицах) при заданных внешних условиях. Ситуации подобного типа детально рассматриваются в теории игр.

Если речь идет о *деонтологической* оценке возможных действий (например, насколько рассматриваемое действие соответствует системе ценностей, которой придерживается ЛПР), то ситуация становится менее определенной, поскольку не очень ясно, как, в каких единицах и по какой шкале измерять ценности. Кроме того, возникает необходимость учитывать внешнее информационно-психологическое воздействие на ЛПР, которое может существенным образом влиять на ценностную мотивацию.

В настоящей статье рассматриваются проблемы математического описания *деонтологических* аспектов, влияющих на поведение ЛПР, и предлагается методика совместного учета *утилитарных* и *деонтологических* факторов при принятии ЛПР решений в различных ситуациях.

1. Проблема учета *деонтологической* мотивации при принятии решений (на примере «дилеммы заключенного»)

Социальные процессы — это процессы, в которых ключевую роль играют взаимодействия социальных субъектов друг с другом. Каждый из субъектов преследует свою цель, и эти цели часто не совпадают. Поэтому в каждом акте взаимодействия субъектам приходится решать, какую тактику и стратегию выбрать, чтобы достичь своих целей с учетом возможных действий (или противодействий) других субъектов. Вопросы выбора стратегий при взаимодействии с активными субъектами в различных ситуациях рассматриваются в теории игр (см., например, [Дегтерев, 2016; Розен, 2002; Подиновский, Потапов, 2003]).

Одной из наиболее популярных ситуаций, рассматриваемых в теории игр, является «дилемма заключенного». Данная ситуация относится к классу игр с *ненулевой суммой*, в простейшем случае взаимодействия двух игроков *A* и *B*, описываемых матрицей игры, изображенной на рис. 1.

В каждой ячейке матрицы записывается две цифры: первая — выигрыш (или проигрыш) игрока *A*, вторая — выигрыш (или проигрыш) игрока *B* при использовании ими стратегий a_1 , a_2 (со стороны игрока *A*) и b_1 , b_2 (со стороны игрока *B*).

¹ В качестве лиц, принимающих решения, в данной статье рассматривается максимально широкий круг субъектов: от политических деятелей самого высокого уровня до простых обывателей, домохозяек, детей.

		<i>B</i>	
		b_1	b_2
<i>A</i>	a_1	P, W	R, X
	a_2	S, Y	T, Z

Рис. 1. Матрица игры с ненулевой суммой двух акторов *A* и *B*, каждый из которых может использовать по две стратегии взаимодействия: a_1, a_2 и b_1, b_2 соответственно. P, R, S, T — цифры, отражающие выигрыш (или проигрыш) игрока *A*. W, X, Y, Z — цифры, отражающие выигрыш (или проигрыш) игрока *B*

В игре «дилемма заключенного» рассматривается взаимодействие игроков *A* и *B*, которые могут либо сотрудничать (стратегия *C*: сотрудничество, солидарность, взаимопомощь), либо отказаться от сотрудничества (стратегия *D*: эгоизм, обман, предательство), и исследуются условия, при которых игрокам будет выгодно сотрудничать или, наоборот, действовать эгоистично. Матрица игры (см. рис. 2) имеет симметричный вид, чтобы ни один из игроков не имел априорного преимущества.

		<i>B</i>	
		C, p_C	D, p_D
<i>A</i>	C	R, R (3; 3)	S, T (0; 4)
	D	T, S (4; 0)	P, P (1; 1)

Рис. 2. Матрица игры «дилемма заключенного». *C* — стратегия сотрудничества, *D* — стратегия отказа от сотрудничества, p_C — вероятность использования игроком *B* стратегии *C*, p_D — вероятность использования стратегии *D*. P, R, S, T — цифры, отражающие материальный выигрыш (или проигрыш) игроков

Для данной игры характерно следующее соотношение исходов:

$$T > R > P > S \quad (1)$$

(например, на рис. 2 принято: $T = 4, R = 3, P = 1, S = 0$), где R — награда за сотрудничество, T — выгода от предательства, S — удел обманутого, P — наказание за обоюдный обман. Интерпретация соотношения (1) следующая. Сотрудничать выгодно, поскольку можно объединить усилия и добиться большего, чем в одиночку, но при этом нужно делиться с партнером (R). Однако если отказаться делиться или вообще пойти на предательство, украсть чужое, прибегнуть к обману, то

материальная выгода у обманщика будет выше (T), а обманутый сильно пострадает (S). Если же изначально не сотрудничать, то можно добиться определенного успеха в одиночку (P), но этот успех будет небольшой.

Суть проблемы «дилемма заключенного» в том, что, как показывает теория игр, в стандартных ситуациях при принятии решений на основе рациональных и *утилитарных* принципов игроки неизбежно будут отказываться от сотрудничества и склоняться к индивидуализму (в том числе к предательству). Покажем это на примере. Рассмотрим оценку игроком A целесообразности стратегий C и D . Игрок A изначально не знает, какую стратегию во взаимодействии с ним выберет игрок B . Он может лишь оценить вероятность того, будет ли игрок B придерживаться стратегии сотрудничества C (вероятность p_C) или стратегии эгоизма D (вероятность p_D). Тогда оценка игроком A математического ожидания результата использования им стратегии C в соответствии с матрицей игры (рис. 2) дает величину

$$R \cdot p_C + S \cdot p_D, \quad (2)$$

а оценка математического ожидания результата использования игроком A стратегии D в соответствии с матрицей игры дает величину

$$T \cdot p_C + P \cdot p_D. \quad (3)$$

Сравнивая величины (2) и (3), получаем, что поскольку $T > R$ и $P > S$ (см. выражение (1)), то при *любых* значениях p_C и p_D имеет место неравенство

$$(T \cdot p_C + P \cdot p_D) > (R \cdot p_C + S \cdot p_D), \quad (4)$$

то есть игрок A будет склонен отказываться от сотрудничества и действовать эгоистично. То же справедливо и для игрока B .

Аналогичный результат получится, если игроки будут использовать другие критерии оценки целесообразности выбора стратегии, например критерий Вальда (максимин, ориентация на гарантированный результат), критерий Сэвиджа (минимакс, стремление минимизировать возможные потери) и т. п.

Таким образом, сугубо *утилитарный* выбор в конечном итоге склоняет игроков к отказу от сотрудничества (R) и к индивидуализму (P), притом что $R > P$. Как для индивида, так и для общества в целом, это неблагоприятная тенденция. Переломить ее можно только мерами социального порядка, например, введя наказание за предательство и за отказ от кооперативного поведения (замена соотношения $T > R$ на соотношение $T < R$ (см., например, [Дегтерев, 2016])). В этом случае (если наказание достаточно серьезное) игрокам с *утилитарной* точки зрения становится выгодно придерживаться кооперативной стратегии C . Однако это возможно только в случае, если наказание неотвратимо. Если же этого нет (например, из-за коррупции правоохранительных органов или физической невозможности обеспечить выполнение закона, отомстить за предательство), то неравенство (4) остается в силе и «дилемма заключенного» продолжает действовать.

Приведенный выше пример противодействия «дилемме заключенного» (путем наказания за отказ от кооперативного поведения) апеллируют к *утилитарной* мотивации игроков: его суть заключается в том, чтобы сделать наказание за предательство более значимым, чем выгода от предательства. Однако, как уже говорилось, для эффективности такого противодействия наказание за предательство должно быть неотвратимым, но это далеко не всегда осуществимо. (Например, в случае кражи, если невозможно доказать виновность конкретного лица в силу отсутствия свидетелей, укравший остается безнаказанным: «не пойман — не вор». Это провоцирует мошенников совершенствовать методы мошенничества.)

Вследствие этого противодействие «дилемме заключенного» на основе лишь *утилитарных* факторов не дает гарантированного результата. Поэтому важной является апелляция к *деонтологической* мотивации¹. Имеется в виду формирование соответствующей системы ценностей, внедрение в сознание понимания о «добре» и «зле», о том, что сотрудничество — это «хорошо», а отказ от сотрудничества и предательство — это «плохо». Инструментами формирования системы ценностей являются религия, моральные нормы, нравственное воспитание. В результате в сознании акторов происходит трансформация соотношений в выражении (1). Например, религиозные заповеди «не убий», «не укради», «не лжесвидетельствуй» и т. д. не просто снижают величину T , но переводят ее из положительной в отрицательную область значений. Призывы «возлюбите ближнего своего», «любите врагов ваших» увеличивают величину R . Осуждение вражды снижает величину P . Заповеди «кто ударит тебя в правую щеку твою, обрати к нему и другую; и кто захочет судиться с тобою и взять у тебя рубашку, отдай ему и верхнюю одежду» увеличивают *деонтологическую* оценку величины S в матрице игры. Соответственно, матрица игры «дилемма заключенного» (рис. 2) в случае *деонтологической* мотивации на основе христианских принципов преобразуется в матрицу, изображенную на рис. 3 (здесь R и S отождествляются с «добром», с «праведным», их численные значения приняты равными 4; а T и P отождествляются со «злом», с «греховным», их численные значения приняты равными -4).

		B	
		C, p_C	D, p_D
A	C	R, R (4; 4)	S, T (4; -4)
	D	T, S (-4 ; 4)	P, P (-4 ; -4)

Рис. 3. Матрица игры в случае *деонтологической* мотивации. C — стратегия сотрудничества, D — стратегия отказа от сотрудничества, p_C — вероятность использования игроком B стратегии C , p_D — вероятность использования стратегии D . P, R, S, T — цифры, отражающие *деонтологическую* оценку акторами результатов взаимодействия

В этом случае принятие решений на основе сравнения величин (2) и (3), а также на основе критериев Вальда, Сэвиджа и др. дает однозначный приоритет стратегии C над стратегией D .

В реальных ситуациях *утилитарная* мотивация и *деонтологическая* мотивация действуют одновременно, нередко вступая друг с другом в конфликт. Как этот конфликт будет разрешен при принятии окончательных решений субъектом, зависит как от него самого, так и от давления на него внешней среды, внешних обстоятельств, на фоне которых принимается решение. Проблема совместного учета влияния *утилитарной* и *деонтологической* мотивации в математических моделях принятия решений заключается в сложности количественной оценки *деонтологических* аспектов в конкретных ситуациях.

¹ Под *деонтологической* мотивацией понимается ориентация ЛПР при принятии решений на ценностные ориентиры, на то, насколько, по его мнению, нравственным (или безнравственным) будет его поступок в системе ценностей, которой придерживается ЛПР.

Для математического описания конфликта *утилитарной* и *деонтологической* мотиваций необходимо:

на первом этапе — создать математическую модель *деонтологической* оценки принимаемых решений (предложить методику количественной оценки нравственности/безнравственности действий акторов);

на втором этапе — обосновать математический алгоритм совместного учета *утилитарной* и *деонтологической* мотивации в различных ситуациях принятия решений акторами.

2. Принятие решений с учетом *утилитарной* и *деонтологической* мотивации

2.1. Обоснование математической модели

Как уже говорилось, в реальных ситуациях на принятие решений оказывает влияние как *утилитарная*, так и *деонтологическая* мотивация.

Когда актер оценивает *утилитарные* аспекты принятия решений, он сопоставляет материальные выгоды и возможные ущербы от своих действий, которые могут быть выражены некой числовой мерой (деньгами, единицами какого-то продукта, который приобретается или утрачивается в результате анализируемого действия, их полезностью и т. п.). В этом случае результатом оценки является цифра, которая помещается в соответствующую ячейку матрицы игры (см. рис. 1 или 2), и далее идет выбор такого действия, который позволит актору получить наилучший утилитарный результат при заданных внешних условиях (см. выше раздел 1). Соответственно, результат выбора тоже характеризуется некой цифрой (величиной прибыли или ущерба с учетом их ценности для актора), величина которой зависит от рассматриваемой ситуации.

Если речь идет о *деонтологической* оценке возможных действий (например, насколько рассматриваемое действие является нравственным или безнравственным, по мнению актора), то ситуация становится менее определенной, поскольку не очень ясно, в каких единицах измерять нравственность/безнравственность. В работе [Малков, Шпырко, Давыдова, 2024] изложена математическая модель морального выбора, в которой степень «добра» и «зла» на основе предложенного В. А. Лефевром подхода (см., например, работы [Лефевр, 1991; Лефевр, 2000; Лефевр, 2003a; Лефевр, 2003b; Лефевр, 2005]) оценивается на отрезке $[0; 1]$, где 1 — это позитивный полюс, то есть то, что считается добром, нравственным, праведным, а 0 — негативный полюс, то есть то, что считается злом, безнравственным, греховным. Отталкиваясь от этой работы и используя предложенную В. А. Лефевром технику анализа, опишем формализованную модель *деонтологической* оценки актором некоторого действия G с учетом того, что эта оценка зависит от принятых в обществе моральных установок, от давления на актора конкретных обстоятельств¹, а также от морально-этических интенций самого актора.

Будем считать, что *деонтологическая* оценка актором некоторого действия G может быть записана в виде функционала:

$$X = X(x_1, x_2, x_3, k), \quad (5)$$

где x_1 — оценка действия на шкале «добро–зло» в соответствии с официально принятыми в обществе моральными установками (религиозными нормами, идеологическими императивами и т. п.), x_2 — оценка действия на шкале «добро–зло», которую пытается навязать актору внешний мир в конкретных рассматриваемых обстоятельствах, x_3 — морально-этические интенции актора; k — так называемый коэффициент «оппортунизма».

Значения X , x_1 , x_2 изменяются в пределах отрезка $[0; 1]$: значение 1 — это позитивный полюс, «добро»; значение 0 — это негативный полюс, «зло»; значение 0,5 означает нейтральность

¹ Это давление может противоречить принятым в обществе моральным установкам.

деонтологической оценки, когда действие G считается нейтральным по отношению к понятиям «добра» и «зла».

Параметр x_3 характеризует тип личности актора и принимает значения от 0 до 1: при этом 1 — это человек, стремящийся неукоснительно выполнять все нормы морали, «праведник»; 0 — это человек, действующий вопреки нормам морали, «злодей»; 0,5 — человек, равнодушный к нормам морали, действующий исходя из сугубо утилитарных интересов¹.

Значения коэффициента k изменяются в пределах отрезка $[0; 1]$: значение 1 означает, что актор делает деонтологическую оценку в соответствии с собственной интенцией, вне зависимости от давления внешней среды; значение 0 означает, что актор в своей деонтологической оценке следует тому, к чему склоняет его внешняя среда (x_2).

В рамках модели считается, что при фиксировании любых двух переменных из тройки x_1, x_2, x_3 функция X линейна по третьей переменной:

$$X = p_0 + p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 + p_3 \cdot x_3 + p_4 \cdot x_1 \cdot x_2 + p_5 \cdot x_1 \cdot x_3 + p_6 \cdot x_2 \cdot x_3 + p_7 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3, \quad (6)$$

где p_i — постоянные вещественные коэффициенты.

Постулируются следующие утверждения.

Утверждение 1. Деонтологическая оценка, которую дает «праведник» ($x_3 = 1$), всегда соответствует моральным императивам, принятым в обществе (x_1), вне зависимости от давления внешней среды в конкретных рассматриваемых обстоятельствах (x_2).

Утверждение 2. Деонтологическая оценка, которую дает «утилитарист» ($x_3 = 0,5$), при $k = 0$ соответствует тому, к чему склоняет его внешняя среда (поскольку он равнодушен к деонтологии и при этом не хочет конфликтовать с внешней средой), а при $k = 1$ соответствует его интенции (x_3), несмотря на давление внешней среды.

Из утверждения 1 следует:

$$X(x_1, x_2, 1, k) = x_1. \quad (7)$$

Из утверждения 2 следует:

$$X(x_1, x_2, 0,5, k) = x_2 \cdot (1 - k) + x_3 \cdot k. \quad (8)$$

Из (6)–(8) следует:

$$p_0 = k, \quad p_1 = -1, \quad p_2 = 2 \cdot (1 - k), \quad p_3 = -k, \quad p_4 = 0, \quad p_5 = 2, \quad p_6 = 2 \cdot (k - 1), \quad p_7 = 0. \quad (9)$$

Соответственно, функция X приобретает вид

$$X = k - x_1 + 2 \cdot (1 - k) \cdot x_2 - k \cdot x_3 + 2 \cdot x_1 \cdot x_3 - 2 \cdot (1 - k) \cdot x_2 \cdot x_3. \quad (10)$$

При $k = 0$

$$X = x_1 + 2 \cdot x_2 + 2 \cdot (x_1 - x_2) \cdot x_3. \quad (11)$$

При $k = 1$

$$X = 1 - x_1 - x_3 \cdot (1 - 2 \cdot x_1). \quad (12)$$

¹ Далее мы будем рассматривать изменение параметра x_3 только в диапазоне от 0,5 до 1 (то есть нас будут интересовать типы личности в диапазоне «праведник – утилитарист» и не будут интересовать «злодей»).

2.2. Алгоритм совместного учета утилитарной и деонтологической мотивации при принятии решений

Изложенный выше инструментарий позволяет сделать количественную оценку конкретного действия (поступка) по *деонтологической* шкале (на отрезке $[0; 1]$). Но при этом возникает проблема совместного учета *утилитарных* и *деонтологических* факторов, поскольку *утилитарные* факторы оцениваются в материальных количественных единицах, а *деонтологические* оцениваются по относительной шкале $[0; 1]$. Ниже приводится алгоритм, позволяющий совместить *утилитарные* и *деонтологические* факторы при принятии решений.

Пусть актер стоит перед выбором: совершить действие G или действие Q , последствия которых он оценивает как с *утилитарной*, так и с *деонтологической* точки зрения. Тогда этапы процесса принятия решений можно описать следующим образом.

Этап 1. Индивидуальная оценка каждого из рассматриваемых действий.

На этом этапе актер проводит как *утилитарную* (с точки зрения ожидаемых выгод или ущербов), так и *деонтологическую* (с точки зрения моральности поступка) оценку каждого из действий G и Q . Первая оценка выражается числами Y_G и Y_Q , которые могут иметь как положительное (если рассматриваемое действие приносит выгоду), так и отрицательное (если рассматриваемое действие приносит ущерб) значение. При этом единицы измерения Y_G и Y_Q должны быть одинаковыми, чтобы была возможность их сопоставления.

Вторая оценка характеризуется значениями X_G и X_Q по методике, изложенной в подпараграфе 2.1. Значения X_G и X_Q лежат на отрезке $[0; 1]$, они зависят как от индивидуальной интенции актера (x_3), так и от давления на него внешнего мира (то есть от того, к чему склоняет его конкретная ситуация, x_2) с учетом принятой в обществе системой ценностей (x_1).

В результате альтернатива G характеризуется числами Y_G и X_G , альтернатива Q характеризуется числами Y_Q и X_Q .

Этап 2. Сравнение альтернатив G и Q .

На этом этапе актер сравнивает альтернативы G и Q и выбирает ту из них, которая представляется ему лучшей. В случае если $Y_G > Y_Q$ и $X_G > X_Q$, то актер выбирает G . Аналогично: если $Y_G < Y_Q$ и $X_G < X_Q$, то актер выбирает Q . Эти случаи тривиальны, поскольку и *утилитарная*, и *деонтологическая* оценки дают предпочтение одной и той же альтернативе.

Более сложным является случай, когда *утилитарная* и *деонтологическая* оценки дают предпочтение разным альтернативам и возникает вопрос: какая мотивация — *утилитарная* или *деонтологическая* — в конечном счете возьмет верх.

Результат взаимодействия (и конкуренции) *утилитарной* и *деонтологической* мотиваций при принятии решения по поводу приоритетности альтернатив G и Q зависит как от психологических особенностей актера, так и от давления, которое оказывает на него внешняя среда, склоняющая либо к *утилитарному*, либо к *деонтологическому* выбору.

Введем показатель Z , величина которого изменяется в пределах от 0 до 1. Он отражает степень важности для актера *деонтологических* аспектов оценки рассматриваемых альтернатив при принятии решения в конкретной ситуации. $Z = 1$ означает, что актер дает абсолютный приоритет *деонтологической* оценке альтернатив (для него не важно, насколько они в *утилитарном* плане выгодны или невыгодны, но важно, как они соотносятся с категориями «добра» и «зла»). $Z = 0$ означает, что актер дает абсолютный приоритет *утилитарной* оценке альтернатив (для него важно, насколько они в *утилитарном* плане выгодны или невыгодны, и не важно, как они соотносятся с категориями «добра» и «зла»).

Рассмотрим случай, когда давлением среды можно пренебречь. Тогда приоритетность *утилитарной* или *деонтологической* мотивации при принятии решения зависит лишь от психологических особенностей актера. Будем характеризовать эти особенности величиной z_3 , изменяющейся в пределах отрезка $[0; 1]$. Актеры с $z_3 = 1$ изначально ставят *деонтологическую* мотивацию выше

утилитарной (это «подвижники», проповедующие «добро», или, наоборот, идейные «злодеи», «сатанисты», сеющие «зло»; такой тип акторов будем в дальнейшем условно называть «ортодоксами»). Акторы с $z_3 = 0$ изначально ставят утилитарную мотивацию выше деонтологической (это прагматики, атеисты, циники; такой тип акторов будем в дальнейшем условно называть «утилитаристами»).

В этом случае имеем

$$Z = z_3. \quad (13)$$

Возникает вопрос: есть ли связь между психологическим типом актора z_3 и его интенцией x_3 в деонтологической оценке альтернатив? Как правило, «ортодоксы» (как «праведники», так и «злодеи») склонны к дихотомичным суждениям по поводу деонтологичности рассматриваемых альтернатив. Поэтому типичной интенцией «ортодоксов» ($z_3 = 1$) является либо $x_3 = 1$, либо $x_3 = 0$. «Утилитаристы» ($z_3 = 0$), напротив, равнодушны к деонтологическим аспектам, поэтому для них, как правило, при оценке альтернатив характерна интенция $x_3 = 0,5$ (то есть воздержание от деления альтернатив на «добро» и «зло»). В соответствии с этим можно приближенно использовать соотношение¹

$$z_3 = |2 \cdot x_3 - 1|. \quad (14)$$

Рассмотрим случай, когда давлением среды нельзя пренебречь. Тогда приоритетность утилитарной или деонтологической мотивации при принятии решения зависит не только от психологических особенностей актора, но и от давления среды и от реакции актора на это давление. Давление среды будем характеризовать величиной z_2 , изменяющейся в пределах отрезка $[0; 1]$. Значение $z_2 = 0$ означает, что среда склоняет актора к отказу от деонтологической оценки поступков в пользу утилитарной выгоды (например, предлагает пойти на предательство за «тридцать серебрянников»). Значение $z_2 = 1$ означает, что среда склоняет актора поставить деонтологические аспекты во главу угла и пренебречь утилитарными аспектами (например, идеологические соображения поставить выше материальных). Реакцию актора на давление среды будем характеризовать, как и в подпараграфе 2.1, коэффициентом «оппортунизма» k , изменяющимся в интервале от 0 до 1. При $k = 0$ («оппортунизм» по отношению к давлению внешнего мира отсутствует) актер поддается давлению внешней среды. При $k = 1$ субъект не обращает внимания на давление внешней среды и действует независимым образом (то есть в соответствии с выражением (13)).

Будем считать, что показатель Z может быть записан в виде функционала, аналогичного функционалу X (см. (5) и (6)):

$$Z = Z(z_2, z_3, k) = p_0 + p_1 \cdot z_2 + p_2 \cdot z_3 + p_3 \cdot z_2 \cdot z_3, \quad (15)$$

где коэффициенты p_0, p_1, p_2, p_3 зависят от k .

Сказанное выше о влиянии z_2, z_3 и k на величину показателя Z можно отобразить соотношениями

$$Z(z_2, z_3, 1) = z_3, \quad Z(0, 1, k) = k, \quad Z(z_2, 0, k) = z_2 \cdot (1 - k), \quad (16)$$

откуда следует

$$p_0 = 0, \quad p_1 = 1 - k, \quad p_2 = k, \quad p_3 = 0. \quad (17)$$

Соответственно, функция Z приобретает вид

$$Z = (1 - k) \cdot z_2 + k \cdot z_3. \quad (18)$$

¹ При этом нужно иметь в виду, что возможны ситуации, когда с деонтологической точки зрения рассматриваемая альтернатива может быть нейтральной (не подпадать под категорию «добра» или «зла», «праведного» или «греховного»). Тогда интенция «ортодоксов» в отношении этой альтернативы может принимать значение $x_3 = 0,5$.

Видно, что если $k = 1$, то выражение (18) совпадает с (13). При $k < 1$ давление среды оказывает влияние на принимаемые актором решения (тем сильнее, чем меньше коэффициент k).

Использование показателя Z позволяет сравнивать альтернативы G и Q с учетом значимости для актора как *утилитарных*, так и *деонтологических* факторов, а также с учетом конкретных особенностей рассматриваемой ситуации. Для этого вводится показатель комплексной оценки G и Q :

$$W_i = g(Y_i, X_i, Z), \quad \text{где } i = G, Q. \quad (19)$$

При $Z = 0$ (то есть когда *деонтологические* факторы не учитываются) значения W_i совпадают со значениями Y_i , что отражает значимость лишь *утилитарной* оценки альтернатив. По мере увеличения значения Z роль деонтологической мотивации растет, что приводит к увеличению значения показателя W для альтернативы с более высоким *деонтологическим* статусом и к снижению значения показателя W для альтернативы с меньшим *деонтологическим* статусом. При этом скорость этого увеличения тем выше, чем больше дистанция в *деонтологическом* статусе рассматриваемых альтернатив.

Данная логика изменения показателя описывается с помощью модели, изложенной ниже.

Как уже упоминалось выше, рассматривается случай, когда *утилитарная* и *деонтологическая* оценки дают предпочтение разным альтернативам. Альтернативу с более высоким *деонтологическим* статусом, но с более низким *утилитарным* статусом будем отмечать индексом «+», а альтернативу с более высоким *утилитарным* статусом, но с более низким *деонтологическим* статусом будем отмечать индексом «-». Введем обозначения:

$$\Delta Y = Y^- - Y^+, \quad \Delta X = X^+ - X^-, \quad \Delta W = W^+ - W^-, \quad s = \frac{\Delta X}{\Delta X_{\max}}, \quad (20)$$

где ΔY — отличие рассматриваемых альтернатив в *утилитарном* плане; ΔX — отличие рассматриваемых альтернатив в *деонтологическом* статусе; ΔW — отличие показателей комплексной оценки рассматриваемых альтернатив; s — коэффициент, учитывающий относительную разницу *деонтологических* статусов рассматриваемых альтернатив¹; $\Delta X_{\max}$ — максимально возможный диапазон изменения значения X в рассматриваемой ситуации.

Для рассматриваемого случая справедливы неравенства $\Delta Y > 0$, $\Delta X > 0$, и при этом возможны ситуации, отображенные в табл. 1.

Таблица 1. Ситуации соотношения параметров в случае $\Delta Y > 0$, $\Delta X > 0$

	$Y^+ > 0; Y^- > 0$	$Y^+ < 0; Y^- > 0$	$Y^+ < 0; Y^- < 0$	$\Delta X_{\max}$
$X^+ > 0,5; X^- < 0,5$	(а)	(б)	(в)	1
$X^+ > 0,5; X^- > 0,5$	(г)	(д)	(е)	0,5
$X^+ < 0,5; X^- < 0,5$	(ж)	(з)	(и)	0,5

Примечание: $Y > 0$ — материальные приобретения; $Y < 0$ — материальные потери; $X > 0,5$ — «добро»; $X < 0,5$ — «зло».

В ситуациях (а), (б), (в) альтернатива «+» имеет статус «добра», а альтернатива «-» имеет статус «зла». Величина $\Delta X_{\max}$ равна 1 (разница между негативным и позитивным полюсом).

В ситуациях (г), (д), (е) обе альтернативы имеют статус «добра», но у альтернативы «+» этот статус выше. Соответственно, в рассматриваемых ситуациях X изменяется в диапазоне от 0,5 до 1, поэтому $\Delta X_{\max} = 0,5$.

¹ Если *деонтологический* статус рассматриваемых альтернатив одинаков ($\Delta X = 0$), то на первый план при принятии решений даже у «праведника» выходят *утилитарные* аспекты. Так поступают, например, верующие предприниматели: они сначала исключают из рассмотрения все «неправедные» с точки зрения религии (хотя и выгодные в коммерческом плане) альтернативы, а затем из оставшихся «праведных» альтернатив выбирают те, которые более выгодны с *утилитарной* точки зрения.

В ситуациях (ж), (з), (и) обе альтернативы имеют статус «зла», но у альтернативы «–» степень «зла» выше. Поскольку в рассматриваемых ситуациях X изменяется в диапазоне от 0 до 0,5, то $\Delta X_{\max} = 0,5$.

Ниже приведены выражения для W^+ и W^- , соответствующие ситуациям (а)–(и):

$$(а) \quad W^+ = Y^+ + s \cdot \frac{Y^-}{2} \cdot \frac{Z}{1-Z}, \quad W^- = Y^- - s \cdot \frac{Y^-}{2} \cdot \frac{Z}{1-Z}; \quad (21)$$

$$(б) \quad W^+ = Y^+ + s \cdot \frac{\Delta Y}{2} \cdot \frac{Z}{1-Z}, \quad W^- = Y^- - s \cdot \frac{\Delta Y}{2} \cdot \frac{Z}{1-Z}; \quad (22)$$

$$(в) \quad W^+ = Y^+ + s \cdot \frac{|Y^+|}{2} \cdot \frac{Z}{1-Z}, \quad W^- = Y^- - s \cdot \frac{|Y^+|}{2} \cdot \frac{Z}{1-Z}; \quad (23)$$

$$(г) \quad W^+ = Y^+ + s \cdot \frac{Y^-}{2} \cdot \frac{Z}{1-Z}, \quad W^- = Y^- + s \cdot \frac{Y^+}{2} \cdot \frac{Z}{1-Z}; \quad (24)$$

$$(д) \quad W^+ = Y^+ + s \cdot \Delta Y \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{Z}{1-Z}, \quad W^- = Y^- + s \cdot \Delta Y \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{Z}{1-Z}; \quad (25)$$

$$(е) \quad W^+ = Y^+ + s \cdot \frac{|Y^+|}{2} \cdot \frac{Z}{1-Z}, \quad W^- = Y^- + s \cdot \frac{|Y^-|}{2} \cdot \frac{Z}{1-Z}; \quad (26)$$

$$(ж) \quad W^+ = Y^+ - s \cdot \frac{Y^+}{2} \cdot \frac{Z}{1-Z}, \quad W^- = Y^- - s \cdot \frac{Y^-}{2} \cdot \frac{Z}{1-Z}; \quad (27)$$

$$(з) \quad W^+ = Y^+ - s \cdot \Delta Y \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{Z}{1-Z}, \quad W^- = Y^- - s \cdot \Delta Y \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{Z}{1-Z}; \quad (28)$$

$$(и) \quad W^+ = Y^+ - s \cdot \frac{|Y^-|}{2} \cdot \frac{Z}{1-Z}, \quad W^- = Y^- - s \cdot \frac{|Y^+|}{2} \cdot \frac{Z}{1-Z}. \quad (29)$$

На рис. 4 приведены графики функций $W^+(Z)$ и $W^-(Z)$, соответствующие ситуациям (а)–(и). Графики построены при следующих значениях параметров:

для ситуаций (а), (г), (ж) принято $Y^+ = 1$, $Y^- = 3$;

для ситуаций (б), (д), (з) принято $Y^+ = -1$, $Y^- = 1$;

для ситуаций (в), (е), (и) принято $Y^+ = -3$, $Y^- = -1$;

для всех ситуаций принято $s = 1$.

2.3. Свойства модели (19)–(29)

1. Модель отражает увеличение значимости *деонтологических* факторов при принятии решений по мере увеличения параметра Z . В конечном итоге при $Z = 1$ *деонтологические* аспекты имеют безусловные приоритеты над *утилитарными* при любых соотношениях Y^- и Y^+ . Как следует из (18), выполнение соотношения $Z = 1$ возможно при одновременном выполнении условий $k = 1$ и $z_3 = 1$. Субъекту с такими характеристиками можно дать условное название «святой».

2. Если одновременное выполнение условий $k = 1$ и $z_3 = 1$ отсутствует, то давление внешней среды в конкретной ситуации может повлиять на принятие решения ЛПР. В качестве примера на рис. 5 приведены графики функций $W^+(Z)$ и $W^-(Z)$, соответствующие ситуации (а) (см. рис. 4) при разном соотношении параметров.

Видно, что уменьшение разности ΔY приводит к повышению значимости *деонтологической* мотивации при принятии решений (приоритетность *деонтологической* мотивации над *утилитарной* смещается в область более низких значений Z). В свою очередь, уменьшение значения s (то есть разности ΔX) приводит к снижению значимости *деонтологической* мотивации при принятии решений (приоритетность *деонтологической* мотивации над *утилитарной* смещается в область более высоких значений Z).

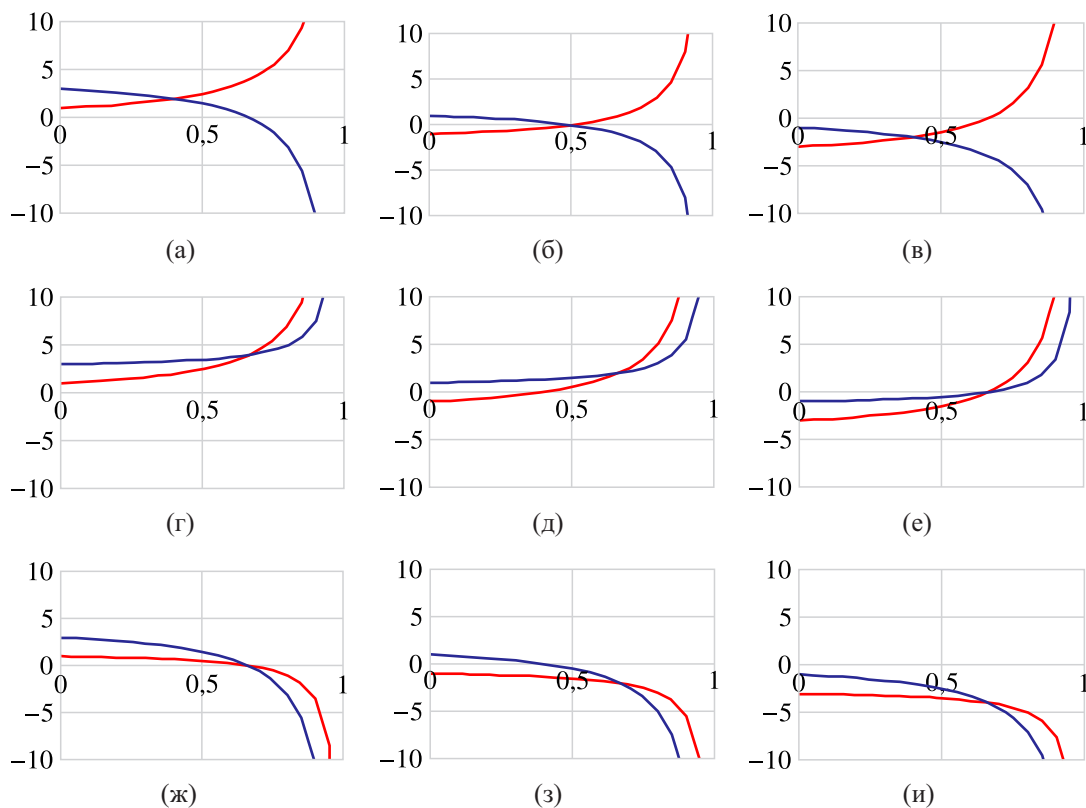


Рис. 4. Графики функций $W^+(Z)$ (красные линии) и $W^-(Z)$ (синие линии) для ситуаций (а)–(и). Ось ординат — значения $W^+(Z)$, $W^-(Z)$. Ось абсцисс — значения Z , отражающие степень важности для ЛПР деонтологических аспектов оценки рассматриваемых альтернатив при принятии им решения в конкретной ситуации

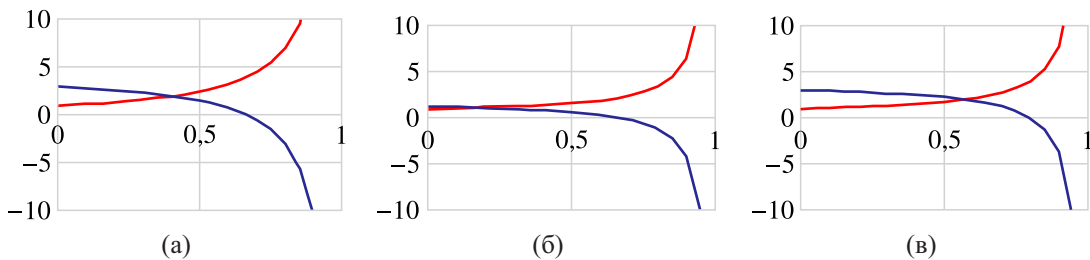


Рис. 5. Графики функций $W^+(Z)$ (красные линии) и $W^-(Z)$ (синие линии) для ситуации (а) при разных значениях параметров: (а) $Y^+ = 1$, $Y^- = 3$, $s = 1$; (б) $Y^+ = 1$, $Y^- = 1,2$, $s = 1$; (в) $Y^+ = 1$, $Y^- = 3$, $s = 0,5$. Ось ординат — значения $W^+(Z)$, $W^-(Z)$. Ось абсцисс — значения Z , отражающие степень важности для ЛПР деонтологических аспектов оценки рассматриваемых альтернатив при принятии им решения в конкретной ситуации

3. Указанная выше закономерность может быть выражена в виде формульной зависимости. Рассмотрим ситуацию (а). Из (21) следует, что условие равенства деонтологической и утилитарной мотивации при принятии решения в ситуации (а) записывается в виде

$$\Delta W = W^+ - W^- = Y^+ - Y^- + s \cdot Y^- \cdot \frac{Z}{1 - Z} = 0. \quad (30)$$

Введем обозначение $\varepsilon = \frac{Y^+}{Y^-} < 1$, тогда из (30) можно определить значение Z' , при котором *деонтологическая* мотивация сравнивается с *утилитарной*:

$$Z' = \frac{1 - \varepsilon}{1 - \varepsilon + s}. \quad (31)$$

Из (31) следует, что если $\varepsilon \rightarrow 1$ (то есть $\Delta Y \rightarrow 0$, *утилитарная* разница между альтернативами незначима), то $Z' \rightarrow 0$ и даже *утилитаристы* при принятии решений принимают в расчет *деонтологические* факторы.

Если же $\varepsilon \rightarrow 0$ (то есть $Y^+ \ll Y^-$, *утилитарная* разница между альтернативами незначима), то $Z' \rightarrow \frac{1}{1+s}$. Это означает, что если $\Delta X \rightarrow 0$ (*деонтологическая* разница между альтернативами незначима), то $Z' \rightarrow 1$ (даже «праведники» принимают решения исходя из *утилитарных* соображений). Если же $\Delta X \rightarrow 1$ (одна альтернатива «праведная», а другая «греховная»), то $Z' \rightarrow 0,5$ (то есть ЛПР с $Z < 0,5$ принимают решения на основе *утилитарных* соображений, а ЛПР с $Z > 0,5$ принимают решения на основе *деонтологических* соображений).

Аналогичные формулы могут быть получены и для ситуаций (б)–(и).

3. Закон снижения «моральности» общества

В работе [Малков, Шпырко, Давыдова, 2024] на основе результатов теоретического исследования закономерностей морального выбора был сформулирован **закон снижения «моральности» общества**, состоящего из *свободных* субъектов (то есть таких, кто стремится действовать в соответствии со своими интенциями). Изложенная выше в разделе 2 математическая модель описывает процесс принятия решений в обществе, в котором моральные установки имеют общепринятый статус (задаются нормами господствующей религии, идеологическими императивами и т. п.). В связи с этим интересно выяснить, следуют ли из этой модели указанные в работе [Малков, Шпырко, Давыдова, 2024] закономерности. Для этого рассмотрим уравнение (10), характеризующее *деонтологическую* оценку актором некоторого действия G .

Будем рассматривать наиболее благоприятную ситуацию, когда величины x_1 и x_2 совпадают, то есть нет противоречия между принятыми в обществе *деонтологическими* императивами и тем, к чему склоняет актора внешняя среда в конкретном рассматриваемом случае. Тогда, как легко убедиться, при выполнении условия $x_2 = x_1$ из (10) следует

$$X = x_1 - k \cdot (1 - x_3) \cdot (2 \cdot x_1 - 1), \quad (32)$$

то есть величина отклонения X от x_1 определяется выражением $k \cdot (1 - x_3) \cdot (2 \cdot x_1 - 1)$. Первые два члена в этом выражении принимают положительные или нулевые значения; третий член положителен, если действие G считается в обществе моральным ($x_1 > 0,5$), и отрицателен, если действие G считается в обществе аморальным ($x_1 < 0,5$). Из этого следует, что в типовых ситуациях значение X оказывается ближе к 0,5, чем величина x_1 . Исключением из этого правила являются случаи, когда указанное выражение равно нулю, то есть когда: а) $x_3 = 1$, то есть ЛПР — это «праведник», либо б) $2 \cdot x_1 - 1 = 0$, но в этом случае уже сама величина x_1 равна 0,5, либо в) $k = 0$, то есть ЛПР в своей *деонтологической* оценке неукоснительно следует тому, что считается правильным в обществе (такое может быть, например, в религиозном сообществе или в обществе сектантов).

Таким образом, типичным является постепенное приближение величины X от уровня x_1 к величине 0,5, то есть постепенное снижение уровня *деонтологичности* в оценке альтернатив при принятии решений (по сравнению с тем, к чему склоняет внешний мир) к большей *утилитарности*. Причем это происходит тем быстрее, чем больше в обществе индивидуалистично настроенных субъектов с высоким уровнем «оппортунизма» k . При этом, если количество таких

субъектов в обществе растет, они сами начинают влиять на общественное мнение и на отношение общества к моральным нормам, постепенно своим поведением снижая общий уровень моральности x_1 . Возникает самосогласованный процесс неуклонного снижения «моральности» общества¹. Остановить этот процесс можно только путем постоянного и целенаправленного поддержания обществом и государством высокого уровня x_1 (идеологическая работа, пропаганда традиционных ценностей, воспитательная работа в школе и т. п.), в противном случае общество с неизбежностью со временем станет *утилитарным*, ориентирующимся при принятии решений исключительно на материальные факторы.

Таким образом, изложенная в данной работе математическая модель приводит к тому же выводу, что и в работе [Малков, Шпырко, Давыдова, 2024], а именно — к выводу о наличии **закона снижения «моральности» общества**, состоящего из *свободных* субъектов.

Заключение

В работе рассмотрены проблемы совместного учета в математических моделях принятия решений как утилитарных, так и ценностных аспектов. Проблема заключается в том, что утилитарные аспекты поддаются количественному измерению, а для ценностных (деонтологических) аспектов количественная оценка затруднена, что делает сложным сравнение этих аспектов и определение их приоритетности при принятии решений. Для решения этой проблемы предложена методология введения количественной шкалы для оценки деонтологических аспектов и их влияния на принятие решений совместно с утилитарными факторами. Предложен соответствующий математический аппарат, выявлены важные закономерности, показывающие, что в социальной жизни существует тенденция постепенного снижения значимости ценностных факторов и усиления утилитарности. Эта тенденция названа законом снижения моральности общества. Противодействовать этой тенденции можно только за счет постоянных и целенаправленных усилий по поддержанию необходимого уровня деонтологичности (нравственности, идейности), иначе общество неизбежно с течением времени станет утилитарным.

Список литературы (References)

- Айзерман М. А., Алескеров Ф. Т. Выбор вариантов (основы теории). — М.: Наука, 1990.
Ajzerman M. A., Aleskerov F. T. Vybory variantov (osnovy teorii) [Choice of options (fundamentals of theory)]. — Moscow: Nauka, 1990 (in Russian).
- Дегтерев Д. А. Прикладной количественный анализ и моделирование международных отношений: учебник. — М.: Издательство РУДН, 2016.
Degterev D. A. Prikladnoj kolichestvennyj analiz i modelirovanie mezhdunarodnyh otnoshenij: uchebnik [Applied quantitative analysis and modeling of international relations: textbook]. — Moscow: RUDN Publishing House, 2016 (in Russian).
- Лефевр В. А. Алгебра совести. — М.: Когито-Центр, 2003а.
Lefebvre V. A. Algebra sovesti [The algebra of conscience]. — Moscow: Kogito-Centr, 2003a (in Russian).
- Лефевр В. А. Конфликтующие структуры. — М.: Издательство «Институт психологии РАН», 2000.
Lefebvre V. A. Konfliktuyushchie struktury [Conflicting structures]. — Moscow: Izdatel'stvo "Institut psikhologii RAN", 2000 (in Russian).
- Лефевр В. А. Космический субъект. — Изд. 3-е, доп. — М.: Когито-Центр, 2005.
Lefebvre V. A. Kosmicheskij sub"ekt [A cosmic subject]. — Moscow: Kogito-Centr, 2005 (in Russian).
- Лефевр В. А. Рефлексия. — М.: Когито-Центр, 2003b.
Lefebvre V. A. Refleksiya [Reflection]. — Moscow: Kogito-Centr, 2003b (in Russian).

¹ Нечто подобное мы наблюдаем в настоящее время в странах Запада в связи с распространением там движений ЛГБТ (признано в России экстремистским), БЛМ и т. п.

- Левфевр В. А.* Формула человека: контуры фундаментальной психологии / пер. с англ. — М.: Прогресс, 1991.
Lefebvre V. A. Formula cheloveka: kontury fundamental'noj psikhologii [The human formula: contours of fundamental psychology]. — Moscow: Progress, 1991 (in Russian).
- Малков С. Ю.* Модель принятия решения в конфликтных ситуациях // Информационные войны. — 2008. — № 1. — С. 17–23.
Malkov S. Yu. Model' prinyatiya resheniya v konfliktnykh situatsiyakh [The model of decision-making in conflict situations] // Information wars. — 2008. — No. 1. — P. 17–23 (in Russian).
- Малков С. Ю., Шпырко О. А., Давыдова О. И.* Моральный выбор: математическая модель // Компьютерные исследования и моделирование. — 2024. — Т. 16, № 5. — С. 1323–1335.
Malkov S. Yu., Shpyrko O. A., Davydova O. I. Moral'nyj vybor: matematicheskaya model' [Moral choice: a mathematical model] // Computer Research and Modeling. — 2024. — No. 16. — P. 1323–1335 (in Russian).
- Подиновский В. В., Ногин В. Д.* Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. — М.: Физматлит, 2007.
Podinovskij V. V., Nogin V. D. Pareto-optimal'nye resheniya mnogokriterial'nykh zadach [Pareto-optimal solutions to multi-criteria problems]. — Moscow: Fizmatlit, 2007 (in Russian).
- Подиновский В. В., Потапов М. А.* Методы анализа и системы поддержки принятия решений: учебное пособие. — М.: Компания «Спутник плюс», 2003.
Podinovskij V. V., Potapov M. A. Metody analiza i sistemy podderzhki prinyatiya reshenij: uchebnoe posobie [Methods of analysis and decision support systems]. — Moscow: Kompaniya "Sputnik plus", 2003 (in Russian).
- Розен В. В.* Математические модели принятия решений в экономике. — М.: Книжный дом «Университет», Высшая школа, 2002.
Rozen V. V. Matematicheskie modeli prinyatiya reshenij v ekonomike [Mathematical models of decision-making in economics]. — Moscow: Knizhnyj dom "Universitet", Vysshaya shkola, 2002 (in Russian).
- Соболь И. М., Статников Р. Б.* Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. — М.: Дрофа, 2006.
Sobol' I. M., Statnikov R. B. Vybor optimal'nykh parametrov v zadachakh so mnogimi kriteriyami [Choosing optimal parameters in tasks with many criteria]. — Moscow: Drofa, 2006 (in Russian).
- Соколов А. В., Токарев В. В.* Методы оптимальных решений. — Т. 1 и 2. — 2-е изд., испр. — М.: Физматлит, 2011.
Sokolov A. V., Tokarev V. V. Metody optimal'nykh reshenij. — T. 1 i 2 [Methods of optimal solutions]. — Moscow: Fizmatlit, 2011 (in Russian).
- Aleskerov F., Bouyssou D., Monjardet B.* Utility maximization, choice and preference. — Berlin: Springer Verlag, 2007.
- Brams S. J., Taylor A.* Fair division. — New York: Cambridge University Press, 1996.
- Clemen R.* Making hard decisions: an introduction to decision analysis. — 2nd edition. — Belmont CA: Duxbury Press, 1996.
- Keeney R. L., Raiffa H.* Decisions with multiple objectives: preferences and value tradeoffs. — New York: Wiley, 1976.
- Raiffa H.* Decision analysis: introductory readings on choices under uncertainty. — McGraw Hill, 1997.
- Roth A., Sotomayor M. O.* Two-sided matching. — Cambridge: Cambridge University Press, 1990.
- Saaty T. L.* The analytic hierarchy process. — New York: McGraw Hill International, 1980.
- Smith J. Q.* Decision analysis: a Bayesian approach. — Chapman and Hall, 1988.