

УДК: 621.391

## Высокоточная оценка пространственной ориентации видеокамеры системы технического зрения подвижного робототехнического комплекса

С. В. Соколов<sup>1,а</sup>, Д. В. Маршаков<sup>2</sup>, И. В. Решетникова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Ростовский государственный экономический университет (РИНХ)»,  
Россия, 344002, г. Ростов-на-Дону, ул. Большая Садовая, д. 69

<sup>2</sup>Ордена Трудового Красного Знамени ФГБОУ ВО «Московский технический университет связи  
и информатики»,  
Россия, 111024, г. Москва, ул. Авиамоторная, д. 8а

E-mail: <sup>а</sup> s.v.s.888@yandex.ru

*Получено 12.09.2024, после доработки — 25.11.2024.*

*Принято к публикации 29.12.2024.*

Эффективность подвижных робототехнических комплексов (ПРТК), осуществляющих мониторинг дорожной обстановки, городской инфраструктуры, последствий чрезвычайных ситуаций и пр., напрямую зависит от качества функционирования систем технического зрения, являющихся важнейшей частью ПРТК. В свою очередь, точность обработки изображений в системах технического зрения в существенной степени зависит от точности пространственной ориентации видеокамеры, размещаемой на ПРТК. Но при размещении видеокамер на ПРТК резко возрастает уровень погрешностей их пространственной ориентации, вызванных ветровыми и сейсмическими колебаниями мачты, движением ПРТК по пересеченной местности и пр. В связи с этим в статье рассмотрено общее решение задачи стохастической оценки параметров пространственной ориентации видеокамер в условиях как случайных колебаний мачты, так и произвольного характера движения ПРТК. Так как методы решения данной задачи на основе спутниковых измерений при высокой интенсивности естественных и искусственных радиопомех (способы формирования которых постоянно совершенствуются) не в состоянии обеспечить требуемую точность решения, то в основу предложенного подхода положено использование автономных средств измерения — инерциальных и неинерциальных. Но при их использовании возникает проблема построения и стохастической оценки общей модели движения видеокамеры, сложность которой определяется произвольным движением ПРТК, случайными колебаниями мачты, помехами измерения и др. В связи с нерешенностью данной проблемы на сегодняшний день в статье рассмотрен синтез как модели движения видеокамеры в самом общем случае, так и стохастической оценки ее параметров состояния. При этом разработанный алгоритм совместной оценки параметров пространственной ориентации видеокамеры, размещенной на мачте ПРТК, является инвариантным и к характеру движения мачты, и видеокамеры, и самого ПРТК, обеспечивая при этом устойчивость и требуемую точность оценивания при самых общих предположениях о характере помех чувствительных элементов используемого автономного измерительного комплекса. Результаты численного эксперимента позволяют сделать вывод о возможности практического применения предложенного подхода для решения задачи текущей пространственной ориентации ПРТК и размещенных на них видеокамер, причем с использованием недорогих автономных средств измерения.

**Ключевые слова:** подвижный робототехнический комплекс, система технического зрения, мачта, видеокамера, пространственная ориентация, нелинейное стохастическое оценивание

Работа выполнена в соответствии с Госзаданием № 1023080200012-3-2.3.4.

UDC: 621.391

## High-precision estimation of the spatial orientation of the video camera of the vision system of the mobile robotic complex

S. V. Sokolov<sup>1,a</sup>, D. V. Marshakov<sup>2</sup>, I. V. Reshetnikova<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Rostov State University of Economics,  
69 Bolshaya Sadovaya st., Rostov-on-Don, 344002, Russia  
<sup>2</sup>Moscow Technical University of Communications and Informatics,  
8a Aviamotornaya st., Moscow, 111024, Russia

E-mail: <sup>a</sup> s.v.s.888@yandex.ru

Received 12.09.2024, after completion — 25.11.2024.  
Accepted for publication 29.12.2024.

The efficiency of mobile robotic systems (MRS) that monitor the traffic situation, urban infrastructure, consequences of emergency situations, etc., directly depends on the quality of vision systems, which are the most important part of MRS. In turn, the accuracy of image processing in vision systems depends to a great extent on the accuracy of spatial orientation of the video camera placed on the MRS. However, when video cameras are placed on the MRS, the level of errors of their spatial orientation increases sharply, caused by wind and seismic vibrations, movement of the MRS over rough terrain, etc. In this connection, the paper considers a general solution to the problem of stochastic estimation of spatial orientation parameters of video cameras in conditions of both random mast vibrations and arbitrary character of MRS movement. Since the methods of solving this problem on the basis of satellite measurements at high intensity of natural and artificial radio interference (the methods of formation of which are constantly being improved) are not able to provide the required accuracy of the solution, the proposed approach is based on the use of autonomous means of measurement — inertial and non-inertial. But when using them, the problem of building and stochastic estimation of the general model of video camera motion arises, the complexity of which is determined by arbitrary motion of the video camera, random mast oscillations, measurement disturbances, etc. The problem of stochastic estimation of the general model of video camera motion arises. Due to the unsolved nature of this problem, the paper considers the synthesis of both the video camera motion model in the most general case and the stochastic estimation of its state parameters. The developed algorithm for joint estimation of the spatial orientation parameters of the video camera placed on the mast of the MRS is invariant to the nature of motion of the mast, the video camera, and the MRS itself, providing stability and the required accuracy of estimation under the most general assumptions about the nature of interference of the sensitive elements of the autonomous measuring complex used. The results of the numerical experiment allow us to conclude that the proposed approach can be practically applied to solve the problem of the current spatial orientation of MRS and video cameras placed on them using inexpensive autonomous measuring devices.

**Keywords:** mobile robotic system, vision system, mast, video camera, spatial orientation, nonlinear stochastic estimation

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2025, vol. 17, no. 1, pp. 93–107 (Russian).

The work was carried out in accordance with State Assignment No. 1023080200012-3-2.3.4.

## 1. Введение

Широкое использование подвижных робототехнических комплексов (ПРТК) для мониторинга дорожной обстановки, городской инфраструктуры, последствий чрезвычайных ситуаций и пр. приводит к непрерывному повышению требований к качеству функционирования систем технического зрения (СТЗ), являющихся важнейшей составной частью ПРТК. В свою очередь, качество обработки изображений в СТЗ непосредственно зависит от точности пространственной ориентации видеокамеры, размещаемой на ПРТК. Особенно актуальна проблема точности оценки ориентации видеокамеры для ПРТК, использующих для решения навигационной задачи корреляционно-экстремальные системы навигации, SLAM-алгоритмы и их аналоги, а также для ПРТК, осуществляющих геодезические измерения и картографирование. Но необходимость размещения видеокамер на мачтах (штангах) различных конструкций неизбежно порождает погрешности их пространственной ориентации, вызванные ветровыми и сейсмическими колебаниями, движением ПРТК по пересеченной местности и пр. Это обстоятельство определяет повышенную актуальность задачи высокоточного определения пространственной ориентации видеокамер в условиях как случайных колебаний мачты, так и произвольного характера движения ПРТК [Dardari, Falletti, Luise, 2012; Зайцев, 2007; Коновалов, 2013]. Предпринимаемые на сегодняшний день попытки решения этой задачи привели к созданию ряда методов оценки пространственной ориентации в условиях как внешних возмущений, так и собственных помех измерительного комплекса ПРТК [Rapoport et al., 1999; Gebre-Egziabher, Hayward, Powell, 2004; Красильщиков, Себряков, 2009; Sokolov, Pogorelov, 2019; Лукаевич, Погорелов, Соколов, 2015; Hirokawa, Ebinuma, 2009]. Среди наиболее популярных следует отметить методы, использующие измерения спутниковых навигационных систем, которые обеспечивают принципиальную возможность совместного решения задачи пространственной ориентации и позиционирования ПРТК [Grewal, Andrews, Bartone, 2013; Cai et al., 2019; Emelyantsev, Stepanov, Blazhnov, 2019; Кинкулькин, 2018]. Но при высокой интенсивности естественных и искусственных радиопомех, методы создания которых в последнее время развиваются ускоренными темпами, использование методов спутниковой навигации оказывается весьма неэффективным [Jahromi et al., 2012; Baziar, Moazedi, Mosavi, 2015; Bhatti, Humphreys, 2017; Salychev, 2017].

В этом случае для совместного решения задач определения пространственной ориентации видеокамеры и высокоточного позиционирования ПРТК практически единственным вариантом решения является применение автономных средств измерения — инерциальных и неинерциальных. В качестве инерциальных измерителей здесь возможно и целесообразно использование бесплатформенных систем пространственной ориентации [Salychev, 2017; Матвеев, Распопов, 2017; Розенберг и др., 2018; Емельянцева, Степанов, 2016; Sokolov, Pogorelov, Shatalov, 2019; Челноков, 2011], в качестве неинерциальных — измерителей линейной скорости (одометрических, доплеровских, корреляционных, оптических и пр.).

Наиболее близким к рассматриваемому далее подходу является предложенный в [Sokolov, Pogorelov, Shatalov, 2019] алгоритм оценки угловой ориентации антенны, расположенной на стационарной случайно колеблющейся мачте. Необходимый для решения этой задачи аппаратный состав измерительного комплекса включал три датчика угловой скорости (ДУС) и три акселерометра. Но в общем случае при расположении видеокамеры на мачте подвижного РТК решить задачу ее пространственной ориентации с данным составом чувствительных элементов (ЧЭ) и использованием алгоритма [Sokolov, Pogorelov, Shatalov, 2019] уже не представляется возможным.

В связи с этим рассмотрим далее синтез алгоритма автономной оценки параметров пространственной ориентации видеокамеры, размещенной на мачте ПРТК, обеспечивающего устойчивость и требуемую точность оценивания при самых общих предположениях о характере дви-

жения самого ПРТК, характере колебаний мачты, вращения видеокамеры и неизбежных помех измерения ЧЭ навигационного комплекса ПРТК.

## 2. Постановка задачи

Для дальнейшего решения задачи автономного определения ориентации видеокамеры, размещенной на подвижном РТК, полагаем далее, что видеокамера соединена жестким стержнем длиной  $R$  (моделирующим штангу или мачту) с центром масс (ЦМ) ПРТК и может совершать колебания относительно него в продольном и поперечном направлениях под действием внешних возмущающих воздействий (рис. 1). Влияние крутильных колебаний мачты и ее упругих деформаций далее не учитываем в силу их незначительного практического влияния на конструкции реальных мачт ПРТК и принятого в соответствии с этим допущения о жесткости стержня, соединяющего видеокамеру с ЦМ ПРТК.

При этом вращение видеокамеры относительно мачты осуществляется с вектором угловой скорости, произвольно изменяемым во времени по заданному закону. Также полагаем, что ПРТК произвольно перемещается по сфере Земли и одновременно вращается относительно его ЦМ.

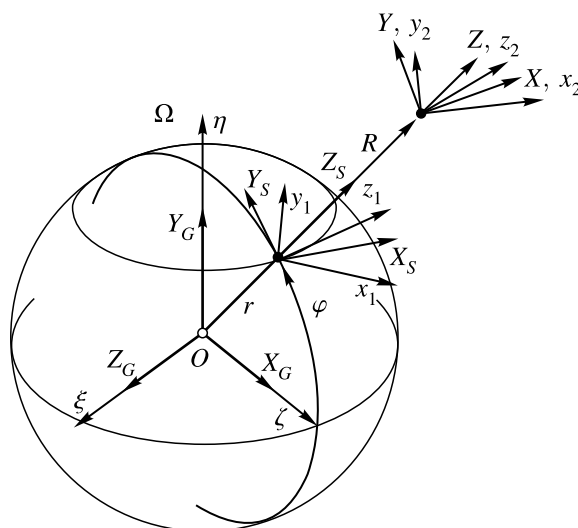


Рис. 1. Системы координат: первая приборная  $Ox_1y_1z_1$ ; вторая приборная  $Ox_2y_2z_2$ ; сопровождающая  $Ox_Sy_Sz_S$ ; опорная  $OXYZ$ ; инерциальная  $O\xi\eta\zeta$ ; геоцентрическая  $Ox_Gy_Gz_G$

При решении задачи используем следующие системы координат (СК) (рис. 1):

- первую приборную СК  $J_1$  (ПСК1)  $Ox_1y_1z_1$  с началом в ЦМ ПРТК, оси которой направлены по взаимно ортогональным осям чувствительности ЧЭ первой группы, входящих в общий состав измерительного комплекса ПРТК;
- вторую приборную СК  $J_2$  (ПСК2)  $Ox_2y_2z_2$  с началом в ЦМ видеокамеры, оси которой направлены по взаимно ортогональным осям чувствительности ЧЭ второй группы;
- сопровождающую СК  $S$  (ССК)  $Ox_Sy_Sz_S$  с началом в ЦМ ПРТК, ось  $OY_S$  которой лежит в плоскости местного меридиана и направлена на север, ось  $OZ_S$  направлена от центра Земли, а ось  $Ox_S$  дополняет СК до правой;
- опорную СК  $Q$  (ОСК)  $OXYZ$  с началом в точке крепления видеокамеры, ось  $OZ$  которой направлена вдоль стержня длиной  $R$ , направления осей  $OX$ ,  $OY$ ,  $OZ$  в начальный момент времени совпадают с направлениями соответствующих осей ССК  $Ox_S$ ,  $Oy_S$ ,  $Oz_S$ ;

- инерциальную СК  $I$  (ИСК)  $O\xi\eta\zeta$  с началом в центре Земли, ось  $O\eta$  которой направлена по оси вращения Земли от ее центра, ось  $O\xi$  в начальный момент времени лежит в плоскости нулевого меридиана, а ось  $O\zeta$  дополняет СК до правой;
- геоцентрическую СК  $G$  (ГСК)  $OX_GY_GZ_G$  с началом в центре Земли, ось  $OY_G$  которой направлена по оси вращения Земли от ее центра, ось  $OZ_G$  лежит в плоскости нулевого меридиана, а ось  $OX_G$  дополняет систему координат до правой.

При этом полагаем, что в состав навигационного комплекса ПРТК входит первая группа ЧЭ, расположенная в ЦМ ПРТК и состоящая из трех ортогональных акселерометров, трех ортогональных ДУС и измерителя линейной скорости, а также вторая группа ЧЭ, жестко закрепленная на видеокамере и состоящая из трех ортогональных ДУС.

Исходя из практики эксплуатации вышеперечисленных ЧЭ, в качестве наиболее общих моделей их помех выберем аддитивные центрированные белые гауссовские шумы (БГШ) с известными интенсивностями [Синицын, 2006]. В этом случае модели выходных сигналов выбранных ЧЭ имеют вид [Матвеев, Распопов, 2017; Розенберг и др., 2018; Емельянцев, Степанов, 2016]

- для акселерометров:

$$Z_{\mathbf{a}} = a_{\mathbf{J}} + W_{\mathbf{a}},$$

где  $Z_{\mathbf{a}} = [Z_{ax} \ Z_{ay} \ Z_{az}]^T$  – вектор выходных сигналов трех ортогональных акселерометров,  $a_{\mathbf{J}} = [a_x \ a_y \ a_z]^T$  – вектор ускорений ЦМ ПРТК в ПСК1,  $W_{\mathbf{a}} = [W_{ax} \ W_{ay} \ W_{az}]^T$  – вектор помех измерения акселерометров (центрированный БГШ с матрицей интенсивностей  $D_{\mathbf{a}}$ );

- для ДУС:

$$Z_{\mathbf{d}i} = \omega_{\mathbf{J}i} + W_{\mathbf{d}i},$$

где  $i = 1, 2$  – номер группы ЧЭ,  $Z_{\mathbf{d}i} = [Z_{xi} \ Z_{yi} \ Z_{zi}]^T$  – вектор выходных сигналов трех ортогональных ДУС  $i$ -й группы,  $\omega_{\mathbf{J}i} = [\omega_{xi} \ \omega_{yi} \ \omega_{zi}]^T$  – вектор абсолютной угловой скорости вращения  $i$ -й ПСК,  $W_{\mathbf{d}i} = [W_{xi} \ W_{yi} \ W_{zi}]^T$  – вектор помех измерения ДУС  $i$ -й группы (центрированный БГШ с матрицей интенсивностей  $D_{\mathbf{d}i}$ ).

Исходя из введенных СК и состава навигационного комплекса ПРТК, задачу определения ориентации видеокамеры, размещенной на мачте ПРТК, окончательно сформулируем как задачу стохастического оценивания текущей ориентации ПСК2  $J_2$  относительно ССК  $S$  при одновременном определении текущих параметров углового и линейного движения ПРТК по зашумленным измерениям ЧЭ его навигационного комплекса.

### 3. Решение задачи

Для решения поставленной задачи в самой общей постановке проведем следующие построения.

Изменение во времени параметров движения триэдра  $S$  ССК относительно трехгранника  $G$  ГСК описывается уравнениями общей задачи навигации [Salychov, 2017; Розенберг и др., 2018; Емельянцев, Степанов, 2016; Ишлинский, 1976]:

$$\begin{vmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\lambda} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} r^{-1} & 0 \\ 0 & (r \cos \varphi)^{-1} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_{X_S} \\ V_{Y_S} \end{vmatrix}, \quad (1)$$

где  $\lambda$  – долгота,  $\varphi$  – широта ПРТК,  $V_{X_S}$ ,  $V_{Y_S}$  – проекции линейной скорости ПРТК на оси ССК,  $r$  – радиус Земли.

Для «замыкания» системы уравнений параметров движения ПРТК уравнениями проекций  $V_{X_S}, V_{Y_S}$  используем основное уравнение инерциальной навигации [Челноков, 2011; Ишлинский, 1976], определяющее в ССК  $S$  вектор ускорений  $A_S = \begin{bmatrix} A_{X_S} & A_{Y_S} & A_{Z_S} \end{bmatrix}^T$ , измеряемых акселерометрами при движении ПРТК по сфере Земли, следующим образом:

$$A_S = \dot{V}_S + (2\Omega_S + \omega_S) \times V_S - g_S, \quad (2)$$

где  $V_S = \begin{bmatrix} V_{X_S} & V_{Y_S} & 0 \end{bmatrix}^T$ ,  $\Omega_S = \begin{bmatrix} \Omega_{X_S} & \Omega_{Y_S} & \Omega_{Z_S} \end{bmatrix}^T$  – вектор угловой скорости вращения Земли,  $\Omega_{X_S} = 0$ ,  $\Omega_{Y_S} = \Omega \cos \varphi$ ,  $\Omega_{Z_S} = \Omega \sin \varphi$ ,  $\Omega$  – угловая скорость вращения Земли,  $\omega_S = \begin{bmatrix} \omega_{X_S} & \omega_{Y_S} & \omega_{Y_S} \operatorname{tg} \varphi \end{bmatrix}^T$  – вектор угловой скорости ССК, обусловленной движением ПРТК относительно Земли,  $\omega_{Y_S} = V_{X_S} r^{-1}$ ,  $\omega_{X_S} = -V_{Y_S} r^{-1}$ ,  $g_S = \begin{bmatrix} g_{X_S} & g_{Y_S} & g_{Z_S} \end{bmatrix}^T$  – вектор ускорения силы тяжести,  $g_{X_S} = 0$ ,  $g_{Y_S} = -\Omega^2 r \cos \varphi \sin \varphi$ ,  $g_{Z_S} = \Omega^2 r \cos^2 \varphi - g$ ,  $g$  – гравитационное ускорение.

Трансформируя уравнения (2) соответствующим образом, имеем искомые уравнения составляющих вектора линейной скорости  $V_S$ :

$$\dot{V}_{X_S} = A_{X_S} + \left(2\Omega \sin \varphi + r^{-1} V_{X_S} \operatorname{tg} \varphi\right) V_{Y_S}, \quad \dot{V}_{Y_S} = A_{Y_S} - \left(2\Omega \sin \varphi + r^{-1} V_{X_S} \operatorname{tg} \varphi\right) V_{X_S} - \Omega^2 r \cos \varphi \sin \varphi.$$

Выражая неизвестный вектор ускорений  $A_S$  через вектор выходных сигналов акселерометров  $Z_a$ :

$$A_S = \mathbf{C}^T (Z_a - W_a),$$

где  $\mathbf{C} = \mathbf{D}\mathbf{B}^T$  – матрица поворота ПСК1 относительно ССК,  $\mathbf{D}$  – матрица поворота [Емельянец, Степанов, 2016; Ишлинский, 1976] ПСК1 относительно ИСК,  $\mathbf{B}$  – матрица текущей ориентации ССК относительно ИСК:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}(\lambda, \varphi, t) = \begin{bmatrix} \cos(\lambda + \Omega t) & 0 & -\sin(\lambda + \Omega t) \\ -\sin(\lambda + \Omega t) \sin \varphi & \cos \varphi & -\cos(\lambda + \Omega t) \sin \varphi \\ \sin(\lambda + \Omega t) \cos \varphi & \sin \varphi & \cos(\lambda + \Omega t) \cos \varphi \end{bmatrix},$$

окончательно получаем дифференциальные уравнения вектора линейной скорости  $V_S$ , «замыкающие» систему параметров движения ПРТК, в стохастической форме:

$$\begin{cases} \dot{V}_{X_S} = |1 \ 0 \ 0| \mathbf{C}^T Z_a + \left(2\Omega \sin \varphi + r^{-1} V_{X_S} \operatorname{tg} \varphi\right) V_{Y_S} - |1 \ 0 \ 0| \mathbf{C}^T W_a, \\ \dot{V}_{Y_S} = |0 \ 1 \ 0| \mathbf{C}^T Z_a - \left(2\Omega \sin \varphi + r^{-1} V_{X_S} \operatorname{tg} \varphi\right) V_{X_S} - \Omega^2 r \cos \varphi \sin \varphi - |0 \ 1 \ 0| \mathbf{C}^T W_a. \end{cases} \quad (3)$$

Для описания углового движения подвижного ПРТК изменение текущей ориентации трехгранника ПСК1  $J_1$  относительно трехгранника  $I$  ИСК зададим, используя параметры Родрига–Гамильтона  $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$ , определяющие матрицу  $\mathbf{D} = \mathbf{D}(\mu)$ :

$$\dot{\mu} = \frac{1}{2} \Phi(\mu) \omega_{J_1},$$

где

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}(\mu) = \begin{bmatrix} 2\mu_1^2 + 2\mu_2^2 - 1 & 2(\mu_2\mu_3 + \mu_1\mu_4) & 2(\mu_2\mu_4 - \mu_1\mu_3) \\ 2(\mu_2\mu_3 - \mu_1\mu_4) & 2\mu_1^2 + 2\mu_3^2 - 1 & 2(\mu_4\mu_3 + \mu_1\mu_2) \\ 2(\mu_2\mu_4 + \mu_1\mu_3) & 2(\mu_4\mu_3 - \mu_1\mu_2) & 2\mu_1^2 + 2\mu_4^2 - 1 \end{bmatrix},$$

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_1 & \mu_2 & \mu_3 & \mu_4 \end{bmatrix}^T, \quad \Phi(\mu) = \begin{bmatrix} -\mu_2 & -\mu_3 & -\mu_4 \\ \mu_1 & -\mu_4 & \mu_3 \\ \mu_4 & \mu_1 & -\mu_2 \\ -\mu_3 & \mu_2 & \mu_1 \end{bmatrix},$$

$\omega_{J_1}$  – вектор абсолютной угловой скорости вращения трехгранника ПСК1, который может быть выражен через вектор измерений  $Z_{d1}$  трех ДУС 1-й группы:

$$\omega_{J_1} = Z_{d1} - W_{d1}. \quad (4)$$

С учетом (4) динамика углового движения ПРТК относительно ИСК может быть описана следующей системой стохастических уравнений:

$$\dot{\mu} = \frac{1}{2} \Phi(\mu)(Z_{d1} - W_{d1}). \quad (5)$$

Полученные выше уравнения (1), (3), (5) позволяют окончательно представить полную систему уравнений навигационных параметров ПРТК в виде

$$\begin{cases} \dot{\mu} = \frac{1}{2} \Phi(\mu)(Z_{d1} - W_{d1}), \\ \begin{vmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\lambda} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} r^{-1} & 0 \\ 0 & (r \cos \varphi)^{-1} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} V_{X_S} \\ V_{Y_S} \end{vmatrix}, \\ \dot{V}_{X_S} = |1 \ 0 \ 0| \mathbf{C}^T Z_{\mathbf{a}} + (2\Omega \sin \varphi + r^{-1} V_{X_S} \operatorname{tg} \varphi) V_{Y_S} - |1 \ 0 \ 0| \mathbf{C}^T W_{\mathbf{a}}, \\ \dot{V}_{Y_S} = |0 \ 1 \ 0| \mathbf{C}^T Z_{\mathbf{a}} - (2\Omega \sin \varphi + r^{-1} V_{X_S} \operatorname{tg} \varphi) V_{X_S} - \Omega^2 r \cos \varphi \sin \varphi - |0 \ 1 \ 0| \mathbf{C}^T W_{\mathbf{a}}, \end{cases} \quad (6)$$

где  $\mathbf{C} = \mathbf{C}(\mu, \lambda, \varphi, t) = \mathbf{D}(\mu) \mathbf{B}^T(\lambda, \varphi, t)$ .

Текущая ориентация видеокамеры, вращающейся относительно мачты с известным вектором угловой скорости  $\omega_{J_Q}$  (т.е. разворот ПСК2  $J_2$  относительно ОСК  $Q$ ), аналогично вышеизложенному описывается уравнениями параметров Родрига – Гамильтона  $\eta = |\eta_1 \ \eta_2 \ \eta_3 \ \eta_4|^T$  [Челноков, 2011; Ишлинский, 1976]:

$$\dot{\eta} = \frac{1}{2} \Phi(\eta) \omega_{J_Q}. \quad (7)$$

Подобным образом описывается и динамика поворота мачты относительно ПРТК (разворота ОСК  $Q$  относительно ПСК1  $J_1$ ):

$$\dot{\vartheta} = \frac{1}{2} \Phi(\vartheta) \omega_Q, \quad (8)$$

где  $\vartheta = |\vartheta_1 \ \vartheta_2 \ \vartheta_3 \ \vartheta_4|^T$  – вектор параметров Родрига – Гамильтона,  $\omega_Q = |\omega_X \ \omega_Y \ 0|^T$  – вектор угловой скорости вращения ОСК  $Q$  относительно ПСК1  $J_1$ .

Выражение составляющих  $\omega_X, \omega_Y$  вектора  $\omega_Q$  получим, используя вектор выходных сигналов ДУС 2-й группы. Действительно, вектор  $\omega_{J_2}$  абсолютной угловой скорости вращения ПСК2  $J_2$ , измеряемый ДУС 2-й группы, определяется суммой вектора  $\omega_{J_Q}$ , проекций векторов  $\omega_Q, \Omega_Q$  в ПСК2  $J_2$  (соответственно,  $\omega_{Q_{J_2}}, \Omega_{Q_{J_2}}$ ) и проекции вектора абсолютной угловой скорости ПРТК  $\omega_{J_1}$ , измеряемого 1-й группой ДУС в ПСК1, на оси ПСК2 ( $\omega_{J_{12}}$ ):

$$\omega_{J_2} = \omega_{J_Q} + \omega_{Q_{J_2}} + \Omega_{Q_{J_2}} + \omega_{J_{12}},$$

где

$$\omega_{Q_{J_2}} = \mathbf{D}(\eta) \omega_Q, \quad \Omega_{Q_{J_2}} = \mathbf{D}(\eta) \mathbf{D}(\vartheta) \mathbf{C}(\mu, \lambda, \varphi, t) \begin{vmatrix} 0 \\ \Omega \cos \varphi \\ \Omega \sin \varphi \end{vmatrix}, \quad \omega_{J_{12}} = \mathbf{D}(\eta) \mathbf{D}(\vartheta) (Z_{d1} - W_{d1}),$$

$\mathbf{D}(\vartheta)$ ,  $\mathbf{D}(\eta)$  – матрицы ориентации (поворота) ОСК  $Q$  относительно ПСК1  $J_1$  и ПСК2  $J_2$  относительно ОСК  $Q$  соответственно.

Исходя из приведенного выражения для  $\omega_{J_2}$  и стохастической модели вектора выходных сигналов ДУС, представим выражение вектора  $Z_{d2}$  следующим образом:

$$Z_{d2} = \omega_{JQ} + \mathbf{D}(\eta)\omega_Q + \mathbf{D}(\eta)D(\vartheta)\mathbf{C}(\mu, \lambda, \varphi, t) \begin{vmatrix} 0 \\ \Omega \cos \varphi \\ \Omega \sin \varphi \end{vmatrix} + \mathbf{D}(\eta)\mathbf{D}(\vartheta)(Z_{d1} - W_{d1}) + W_{d2}.$$

Из данного выражения определяем вектор  $\omega_Q$  угловой скорости движения ОСК относительно ПСК1:

$$\begin{vmatrix} \omega_X \\ \omega_Y \\ 0 \end{vmatrix} = \mathbf{D}^T(\eta)(Z_{d2} - \omega_{JQ}) - \mathbf{D}(\vartheta)\mathbf{C}(\mu, \lambda, \varphi, t) \begin{vmatrix} 0 \\ \Omega \cos \varphi \\ \Omega \sin \varphi \end{vmatrix} - \mathbf{D}(\vartheta)(Z_{d1} - W_{d1}) - \mathbf{D}^T(\eta)W_{d2}, \quad (9)$$

откуда имеем искомые составляющие  $\omega_X$ ,  $\omega_Y$  вектора  $\omega_Q$ :

$$\begin{vmatrix} \omega_X \\ \omega_Y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{D}_{(1)}^T(\eta) \\ \mathbf{D}_{(2)}^T(\eta) \end{vmatrix} (Z_{d2} - \omega_{JQ}) - |\mathbf{E}_2 \mathbf{0} \mathbf{D}(\vartheta)| \left\{ \mathbf{C}(\mu, \lambda, \varphi, t) \begin{vmatrix} 0 \\ \Omega \cos \varphi \\ \Omega \sin \varphi \end{vmatrix} + Z_{d1} \right\} + |\mathbf{E}_2 \mathbf{0} \mathbf{D}(\vartheta)| - \begin{vmatrix} \mathbf{D}_{(1)}^T(\eta) \\ \mathbf{D}_{(2)}^T(\eta) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} |W_{d1}| \\ |W_{d2}| \end{vmatrix},$$

где  $\mathbf{D}_{(i)}^T(\eta)$  –  $i$ -я строка матрицы  $\mathbf{D}^T(\eta)$ ,  $\mathbf{E}_2$  – единичная матрица размерности 2,  $\mathbf{0}$  – нулевой матричный блок соответствующей размерности.

Записав полученные выражения в более компактной форме:

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} \omega_X \\ \omega_Y \end{vmatrix} &= \Theta + \Theta_1 \begin{vmatrix} |W_{d1}| \\ |W_{d2}| \end{vmatrix}, \\ \Theta &= \Theta(Z_{d1}, Z_{d2}, \omega_{JQ}, \eta, \vartheta, \mu, \lambda, \varphi, t) = \\ &= \begin{vmatrix} \mathbf{D}_{(1)}^T(\eta) \\ \mathbf{D}_{(2)}^T(\eta) \end{vmatrix} (Z_{d2} - \omega_{JQ}) - |\mathbf{E}_2 \mathbf{0} \mathbf{D}(\vartheta)| \left\{ \mathbf{C}(\mu, \lambda, \varphi, t) \begin{vmatrix} 0 \\ \Omega \cos \varphi \\ \Omega \sin \varphi \end{vmatrix} + Z_{d1} \right\}, \\ \Theta_1 &= \Theta_1(\eta, \vartheta) = |\mathbf{E}_2 \mathbf{0} \mathbf{D}(\vartheta)| - \begin{vmatrix} \mathbf{D}_{(1)}^T(\eta) \\ \mathbf{D}_{(2)}^T(\eta) \end{vmatrix}, \end{aligned}$$

уравнения (8) окончательно получим в виде

$$\dot{\vartheta} = \frac{1}{2} \Phi(\vartheta) \left( \begin{vmatrix} \Theta \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \Theta_1 \\ \mathbf{0} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} |W_{d1}| \\ |W_{d2}| \end{vmatrix} \right). \quad (10)$$

Объединяя системы уравнений (6), (7), (10), стохастические уравнения полного вектора параметров пространственной ориентации видеокамеры на ПРТК имеем в следующем виде:

$$\dot{Y} = F(Y, t) + \mathbf{F}_1(Y, t)W, \quad (11)$$



где

$$Y = \left| \mu^T \quad \varphi \quad \lambda \quad V_{X_S} \quad V_{Y_S} \quad \eta^T \quad \vartheta^T \right|^T, \quad W = \left| W_a^T \quad W_{d1}^T \quad W_{d2}^T \right|^T,$$

$$F(Y, t) = \left| \begin{array}{c} \frac{1}{2} \Phi(\mu) Z_{d1} \\ \left| \begin{array}{cc} r^{-1} & 0 \\ 0 & (r \cos \varphi)^{-1} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} V_{X_S} \\ V_{Y_S} \end{array} \right| \\ |1 \ 0 \ 0| \mathbf{C}^T Z_a + \left( 2\Omega \sin \varphi + r^{-1} V_{X_S} \operatorname{tg} \varphi \right) V_{Y_S} \\ |0 \ 1 \ 0| \mathbf{C}^T Z_a - \left( 2\Omega \sin \varphi + r^{-1} V_{X_S} \operatorname{tg} \varphi \right) V_{X_S} - \Omega^2 r \cos \varphi \sin \varphi \\ \frac{1}{2} \Phi(\eta) \omega_{JQ} \\ \frac{1}{2} \Phi(\vartheta) \left| \begin{array}{c} \Theta \\ 0 \end{array} \right| \end{array} \right|,$$

$$\mathbf{F}_1(Y, t) = \left| \begin{array}{ccc} \mathbf{0} & \vdots - \frac{1}{2} \Phi(\mu) \vdots & \mathbf{0} \\ & \mathbf{0} & \\ -|1 \ 0 \ 0| \mathbf{C}^T & \vdots & \mathbf{0} \\ -|0 \ 1 \ 0| \mathbf{C}^T & \vdots & \mathbf{0} \\ & \mathbf{0} & \\ \mathbf{0} & \vdots & \frac{1}{2} \Phi(\vartheta) \left| \begin{array}{c} \Theta_1 \\ \mathbf{0} \end{array} \right| \end{array} \right|.$$

Среди существующего большого разнообразия методов стохастической фильтрации [Синицын, 2006; Миллер, Колосов, 2020], обеспечивающих разную степень точности оценки параметров состояния нелинейных динамических систем вида (11), наиболее эффективным, как правило, является расширенный фильтр Калмана. Но для его применения необходим синтез информационной модели выходного сигнала наблюдателя, явно зависящей от компонентов вектора  $Y$ .

Данную модель для рассматриваемого случая построим, используя третье уравнение системы (9) в развернутом виде:

$$0 = \left| d_{13}(\eta) \quad d_{23}(\eta) \quad d_{33}(\eta) \right| Z_{d2} - \mathbf{D}_{(3)}^T(\eta) \omega_{JQ} - |0 \ 0 \ 1| \mathbf{D}(\vartheta) \left\{ \mathbf{C}(\mu, \lambda, \varphi, t) \left| \begin{array}{c} 0 \\ \Omega \cos \varphi \\ \Omega \sin \varphi \end{array} \right| + Z_{d1} \right\} + \\ + \left| |0 \ 0 \ 1| \mathbf{D}(\vartheta) \vdots - \mathbf{D}_{(3)}^T(\eta) \right| \left| \begin{array}{c} W_{d1} \\ W_{d2} \end{array} \right|.$$

Выбирая в качестве сигнала наблюдения выходной сигнал одного из ДУС второй группы, например расположенного по оси  $Ox_2$  ( $Z_{x_2}$ ), из данного уравнения информационную модель наблюдателя получаем в следующей форме:

$$Z_{x_2} = -d_{13}^{-1}(\eta) \left[ |0 \quad d_{23}(\eta) \quad d_{33}(\eta)| Z_{d2} - \mathbf{D}_{(3)}^T(\eta) \omega_{JQ} - |0 \ 0 \ 1| \mathbf{D}(\vartheta) \left\{ \mathbf{C}(\mu, \lambda, \varphi, t) \left| \begin{array}{c} 0 \\ \Omega \cos \varphi \\ \Omega \sin \varphi \end{array} \right| + Z_{d1} \right\} \right] - \\ - d_{13}^{-1}(\eta) \left| |0 \ 0 \ 1| \mathbf{D}(\vartheta) \vdots - \mathbf{D}_{(3)}^T(\eta) \right| \left| \begin{array}{c} W_{d1} \\ W_{d2} \end{array} \right|,$$

или в компактном виде:

$$\begin{aligned}
 Z_{x_2} &= \Xi(Y, t) + \Xi_1(Y) \begin{vmatrix} W_{d1} \\ W_{d2} \end{vmatrix}, \\
 \Xi(Y, t) &= \Xi(\eta, \vartheta, \mu, \lambda, \varphi, t) = -d_{13}^{-1}(\eta) \left[ \begin{vmatrix} 0 & d_{23}(\eta) & d_{33}(\eta) \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} Z_{d2} - \mathbf{D}_{(3)}^T(\eta) \omega_{JQ} - \right. \\
 &\quad \left. \mathbf{C}(\mu, \lambda, \varphi, t) \begin{vmatrix} 0 \\ \Omega \cos \varphi \\ \Omega \sin \varphi \end{vmatrix} + Z_{d1} \right], \\
 \Xi_1(Y) &= \Xi_1(\eta, \vartheta) = -d_{13}^{-1}(\eta) \left[ \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \mathbf{D}(\vartheta) - \mathbf{D}_{(3)}^T(\eta) \right].
 \end{aligned} \tag{12}$$

Рассмотренный наблюдатель (12) позволяет в явном виде наблюдать подавляющее большинство компонентов вектора состояния  $Y$ , за исключением составляющих вектора линейной скорости  $V_S$  ПРТК. Так как подобное обстоятельство может существенно повлиять на сходимость и устойчивость процесса оценивания всего вектора состояния в целом, то для формирования наблюдателя вектора скорости ПРТК  $V_S$  можно привлечь измерения одно- или двухканального доплеровского датчика скорости  $Z_V$ :

$$\begin{vmatrix} Z_{V_{x1}} \\ Z_{V_{y1}} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{C}_{(1)}(\mu, \vartheta, \varphi, t) \\ \mathbf{C}_{(2)}(\mu, \vartheta, \varphi, t) \end{vmatrix} V_S + W,$$

где  $\mathbf{C}_{(i)}(\mu, \vartheta, \varphi, t)$  —  $i$ -я строка матрицы  $\mathbf{C}(\mu, \vartheta, \varphi, t)$ ;  $Z_{V_{x1}}, Z_{V_{y1}}$  — выходные сигналы одноканальных датчиков скорости, расположенных по осям  $Ox_1, Oy_1$  ПСК1 соответственно, или хронометрического одометра (спидометра):

$$Z_V = \sqrt{V_{X_S}^2 + V_{Y_S}^2} + W_V,$$

где  $W_V$  — помеха измерения вектора (модуля) скорости, аппроксимируемая центрированным БГШ с известной интенсивностью  $\mathbf{D}_V(D_V)$ .

В общей форме приведенные скоростные измерения можно записать как

$$Z_V = \mathfrak{K}(V_S, t) + W_V, \tag{13}$$

где  $\mathfrak{K}(V_S, t)$  — известная нелинейная функция.

Объединяя полученные сигналы наблюдения параметров движения ПРТК и видеокamеры (12), (13), общие уравнения наблюдателя вектора состояния  $Y$  можно представить следующим образом:

$$\begin{cases} Z = \begin{vmatrix} Z_{x_2} \\ Z_V \end{vmatrix} = H(Y, t) + \mathbf{H}_1(Y) W_Z, \\ H(Y, t) = \begin{vmatrix} \Xi(Y, t) \\ \mathfrak{K}(V_S, t) \end{vmatrix}, \quad \mathbf{H}_1(Y) = \begin{vmatrix} \Xi_1(Y) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E} \end{vmatrix}, \quad W_Z = \begin{vmatrix} W_{d1} \\ W_{d2} \\ W_V \end{vmatrix}, \end{cases} \tag{14}$$

где  $\mathbf{E}$  — единичная матрица соответствующей размерности.

Полученные уравнения (11), (14) «объект – наблюдатель» позволяют построить оценку вектора состояния  $Y$  в виде расширенного фильтра Калмана. Особенностью здесь является наличие корреляции шумов ПРТК (11) и наблюдателя (14), которая учтена далее при синтезе фильтра.

Расширенный фильтр Калмана, построенный по уравнениям «объект – наблюдатель» (11), (14) и обеспечивающий принципиальное решение поставленной задачи, имеет следующий вид [Емельянцеv, Степанов, 2016; Синицын, 2006]:

$$\begin{aligned} \dot{\widehat{Y}} &= F(\widehat{Y}, t) + \mathbf{K}(\widehat{Y}, t)[Z - H(\widehat{Y}, t)], \\ \mathbf{K}(\widehat{Y}, t) &= \left( \mathbf{R}(\widehat{Y}, t) \frac{\partial H^T(\widehat{Y}, t)}{\partial \widehat{Y}} + \mathbf{L}(\widehat{Y}, t) \right) \left( \mathbf{H}_1(\widehat{Y}) \mathbf{D}_Z \mathbf{H}_1^T(\widehat{Y}) \right)^{-1}; \\ \dot{\mathbf{R}}(\widehat{Y}, t) &= \left\{ \frac{\partial F(\widehat{Y}, t)}{\partial \widehat{Y}} - \mathbf{L}(\widehat{Y}, t) \left( \mathbf{H}_1(\widehat{Y}) \mathbf{D}_Z \mathbf{H}_1^T(\widehat{Y}) \right)^{-1} \frac{\partial H(\widehat{Y}, t)}{\partial \widehat{Y}} \right\} \mathbf{R}(\widehat{Y}, t) + \\ &+ \mathbf{R}(\widehat{Y}, t) \left\{ \frac{\partial F(\widehat{Y}, t)}{\partial \widehat{Y}} - \mathbf{L}(\widehat{Y}, t) \left( \mathbf{H}_1(\widehat{Y}) \mathbf{D}_Z \mathbf{H}_1^T(\widehat{Y}) \right)^{-1} \frac{\partial H(\widehat{Y}, t)}{\partial \widehat{Y}} \right\}^T + \mathbf{F}_1(\widehat{Y}, t) \mathbf{D}_0 \mathbf{F}_1^T(\widehat{Y}, t) - \\ &- \mathbf{R}(\widehat{Y}, t) \frac{\partial H^T(\widehat{Y}, t)}{\partial \widehat{Y}} \left( \mathbf{H}_1(\widehat{Y}) \mathbf{D}_Z \mathbf{H}_1^T(\widehat{Y}) \right)^{-1} \frac{\partial H(\widehat{Y}, t)}{\partial \widehat{Y}} \mathbf{R}(\widehat{Y}, t) - \\ &- \mathbf{L}(\widehat{Y}, t) \left( \mathbf{H}_1(\widehat{Y}) \mathbf{D}_Z \mathbf{H}_1^T(\widehat{Y}) \right)^{-1} \mathbf{L}^T(\widehat{Y}, t), \end{aligned}$$

где  $\widehat{Y}$  – вектор текущей оценки вектора состояния  $Y(t)$ ;  $\mathbf{R}(\widehat{Y}, t)$  – апостериорная ковариационная матрица;

$$\begin{aligned} \widehat{Y}_0 &= M(Y_0); \quad \mathbf{R}_0 = M\{(Y_0 - \widehat{Y}_0)(Y_0 - \widehat{Y}_0)^T\}; \\ \mathbf{D}_0 &= \begin{vmatrix} \mathbf{D}_a & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_{d1} & \mathbf{0} \\ & \mathbf{0} & \mathbf{D}_{d2} \end{vmatrix}, \quad \mathbf{D}_Z = \begin{vmatrix} \mathbf{D}_{d1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_{d2} & \mathbf{0} \\ & \mathbf{0} & \mathbf{D}_V \end{vmatrix}, \quad \mathbf{L}(\widehat{Y}, t) = \mathbf{F}_1(\widehat{Y}, t) \begin{vmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{D}_{d1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_{d2} & \mathbf{0} \end{vmatrix} \mathbf{H}_1^T(\widehat{Y}). \end{aligned}$$

Возможность эффективной практической реализации предложенного подхода была проиллюстрирована следующим численным экспериментом.

#### 4. Результаты численного эксперимента

Рассматривалось движение ПРТК вдоль местного меридиана из точки с долготой  $30^\circ$ , широтой  $45^\circ$  на временном интервале  $[0; 1000]$  с. В плоскости меридиана проекция скорости ПРТК была задана в функции времени как

$$V_Y = 8 + 0,7 \sin 0,03t \text{ (м/с)},$$

проекции вектора угловой скорости  $\omega_{J1}$  соответственно:

$$\omega_{x1} = 10^{-5} \cos 4t, \quad \omega_{y1} = 10^{-4} \cos 3t, \quad \omega_{z1} = 1,5 \cdot 10^{-4} \cos 7t \text{ (рад/с)}.$$

Эталонные параметры углового и линейного движения ПРТК определялись интегрированием вышеприведенных проекций скорости в соответствии с уравнениями (1), (5) методом Рунге – Кутты 4-го порядка с шагом 0,01 с.

Угловое движение видеокамеры относительно мачты моделировалось вращением с постоянной угловой скоростью  $\omega_{z2} = 0,15$  (рад/с), что характерно, например, для режима сканирования местности, используемого в корреляционно-экстремальных системах навигации. Угловые скорости, определяющие динамику движения мачты относительно ПРТК, были заданы в функции времени как

$$\omega_X = 0,15 \cos(1,5t), \quad \omega_Y = 0,2 \cos(1,8t) \text{ (рад/с)}.$$

Помехи измерения акселерометров  $W_a$ , ДУС  $W_{di}$  и измерителя линейной скорости  $W_V$  моделировались аддитивными центрированными случайными гауссовскими последовательностями с с. к. о., соответствующими измерителям среднего класса точности:

$$\sigma_a = 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}^2, \quad \sigma_{di} = 0,5 \cdot 10^{-7} \text{ рад/с}, \quad \sigma_V = 0,05 \text{ м/с}.$$

На рис. 2 показаны ошибки оценки параметров движения ЦМ ПРТК. При указанном уровне помех измерителей ошибки определения широты  $\varphi$  после 400-й секунды не превысили  $7 \cdot 10^{-7}$  рад, а ошибки оценки долготы  $\lambda - 3 \cdot 10^{-7}$  рад.

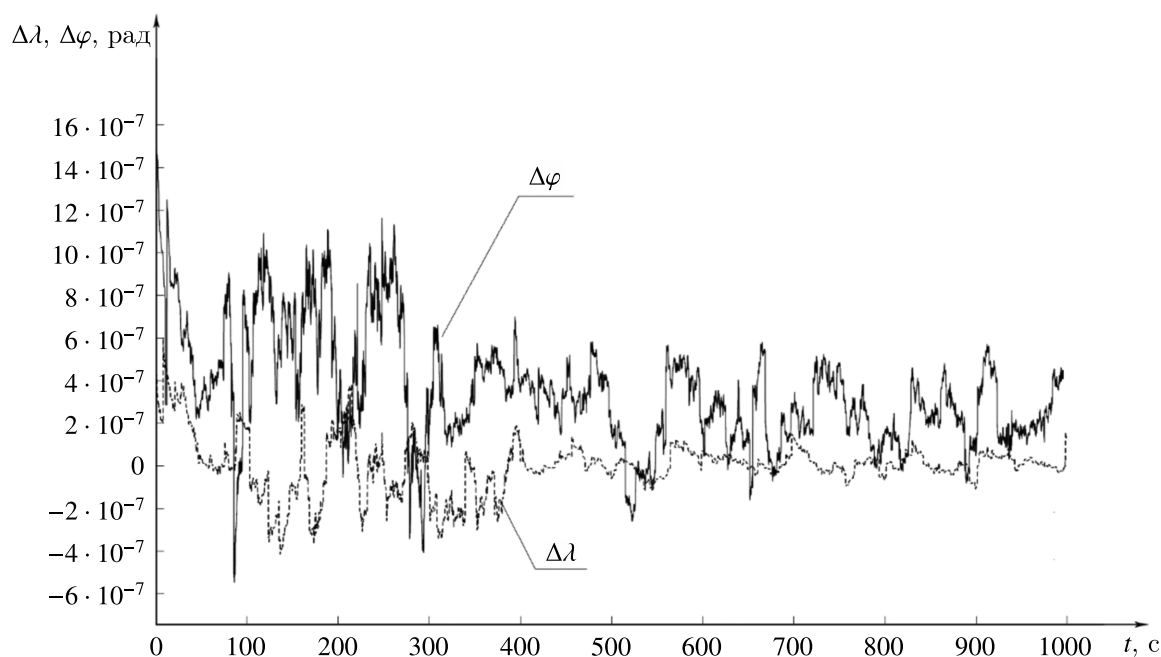


Рис. 2. Графики ошибок оценок параметров линейного движения ПРТК:  $\Delta\varphi$  — погрешность оценки широты,  $\Delta\lambda$  — погрешность оценки долготы,  $t$  — текущее время

На рис. 3 приведены погрешности оценивания параметров угловой ориентации ПРТК (ПСК1 относительно ИСК), выраженные в углах Эйлера после соответствующего пересчета вектора параметров Родрига–Гамильтона  $\mu$ . Погрешности оценивания угловой ориентации ПРТК в установившемся режиме (после 400-й секунды) варьируются в следующих интервалах: для курсового угла  $\Delta\alpha_1 - [-3 \cdot 10^{-4}, 4,2 \cdot 10^{-4}]$  рад, для угла тангажа  $\Delta\beta_1 - [-3,9 \cdot 10^{-4}, 3 \cdot 10^{-4}]$  рад, для угла крена  $\Delta\gamma_1 - [-3,7 \cdot 10^{-5}, 5,5 \cdot 10^{-5}]$  рад.

На рис. 4 приведены погрешности оценивания угловой ориентации видеокамеры (ОСК относительно ПСК1), также выраженные в углах Эйлера после пересчета вектора параметров Родрига–Гамильтона  $\vartheta$ . Данные погрешности оценки углов ориентации в установившемся режиме определяются в интервалах: для курсового угла  $\Delta\alpha_2 - [-3,4 \cdot 10^{-4}, 3,8 \cdot 10^{-4}]$  рад, для угла тангажа  $\Delta\beta_2 - [-3,7 \cdot 10^{-4}, 2,1 \cdot 10^{-4}]$  рад, для угла крена  $\Delta\gamma_2 - [-3,2 \cdot 10^{-4}, 3,7 \cdot 10^{-4}]$  рад.

## 5. Заключение

Анализируя результаты численного эксперимента, можно сделать вывод, что рассмотренный алгоритм совместного оценивания параметров движения ПРТК и углового движения видеокамеры обеспечивает как хорошую сходимость процедуры оценки (на временном интервале не более 400 секунд), так и ее устойчивость на длительном интервале времени (до 1000 секунд).

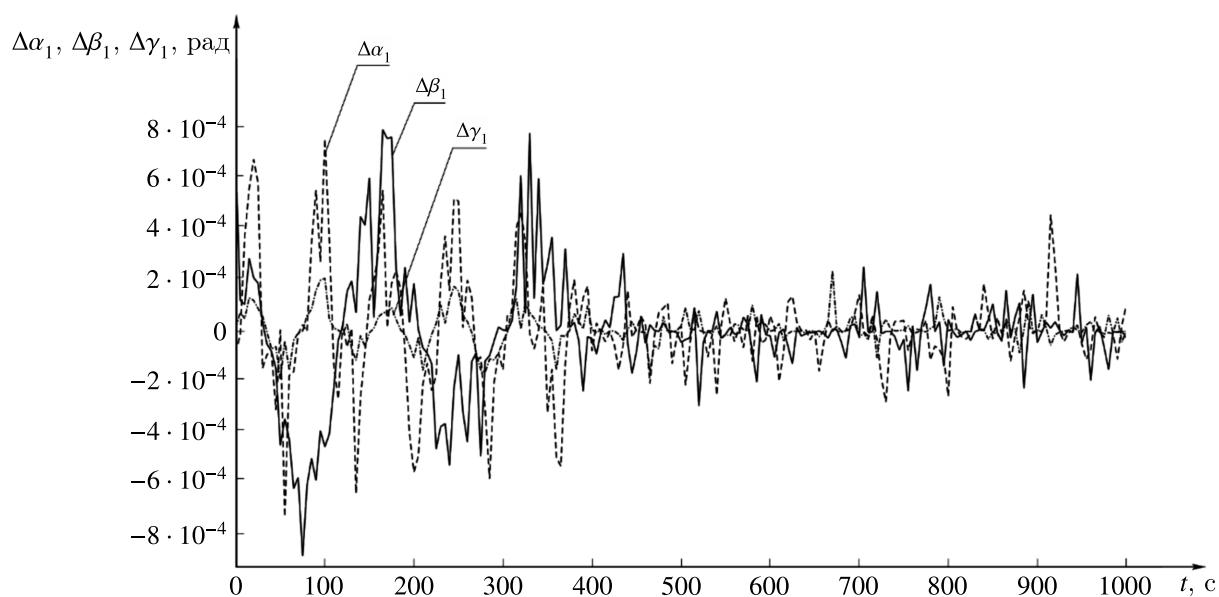


Рис. 3. Графики погрешностей оценивания угловой ориентации ПРТК:  $\Delta\alpha_1$  — погрешность оценки курсового угла,  $\Delta\beta_1$  — погрешность оценки угла тангажа,  $\Delta\gamma_1$  — погрешность оценки угла крена,  $t$  — текущее время

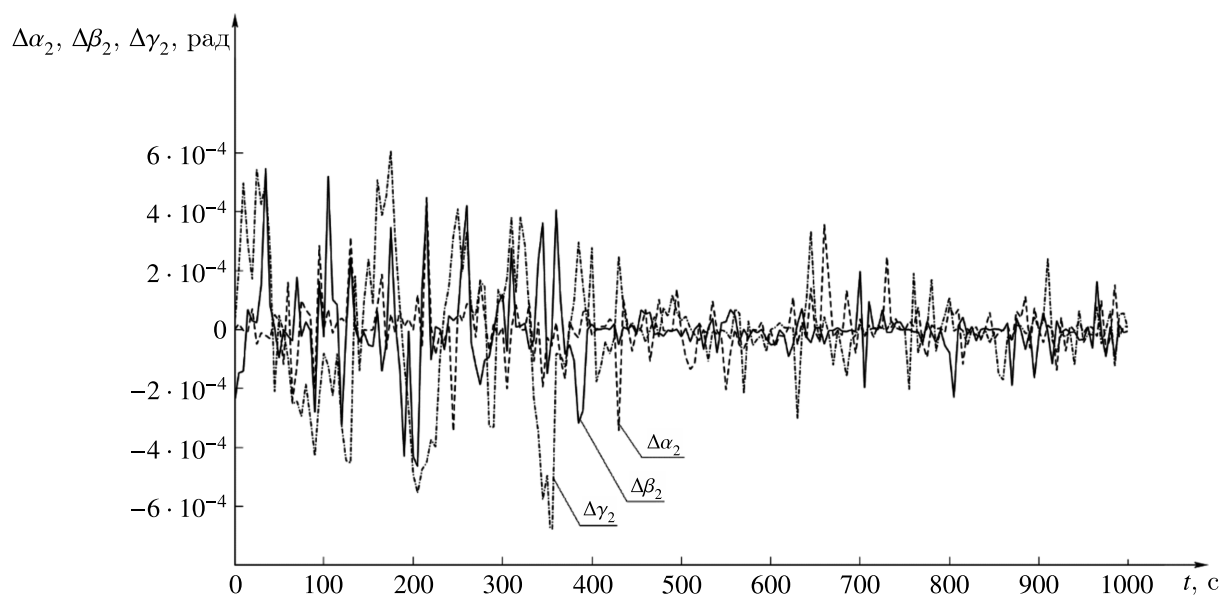


Рис. 4. Графики погрешностей оценивания угловой ориентации видеокамеры:  $\Delta\alpha_2$  — погрешность оценки курсового угла,  $\Delta\beta_2$  — погрешность оценки угла тангажа,  $\Delta\gamma_2$  — погрешность оценки угла крена,  $t$  — текущее время

При этом соответствие как современным, так и перспективным требованиям к системам ориентации ПРТК вытекает из уровня полученных по окончании переходного процесса погрешностей оценки пространственной ориентации: для видеокамеры — не превышающих по всем углам величины  $3,8 \cdot 10^{-4}$  рад; для ПРТК, соответственно, —  $4,2 \cdot 10^{-4}$  рад.

Это, в свою очередь, позволяет сделать заключение о возможности практического применения предложенного подхода для решения задач текущей пространственной ориентации видеокамер, размещенных на ПРТК, в условиях отсутствия спутниковых измерений, причем с исполь-

зованием недорогих среднеточных автономных — инерциальных и неинерциальных — средств измерения.

## Список литературы (References)

- Емельянцеv Г. И., Степанов А. П.* Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации / под общей ред. акад. РАН В. Г. Пешехонова. — СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электронприбор», 2016. — 394 с.  
*Emel'yanchev G. I., Stepanov A. P.* Integrirovannye inercial'no-sputnikovye sistemy orientacii i navigacii [Integrated inertial-satellite orientation and navigation systems] / ed. by Academician of the Russian Academy of Sciences V. G. Peshehonov. — Saint Petersburg: GNC RF AO «Koncern «CNIИ «Jelektropribor», 2016. — 394 p. (in Russian).
- Зайцев Д. В.* Многопозиционные радиолокационные системы. Методы и алгоритмы обработки информации в условиях помех. — М.: Радиотехника, 2007. — 96 с.  
*Zaycev D. V.* Mnogopozicionnye radiolokacionnye sistemy. Metody i algoritmy obrabotki informacii v usloviyah pomeh [Multi-position radar systems. Methods and algorithms for processing information under interference conditions]. — Moscow: Radiotekhnika, 2007. — 96 p. (in Russian).
- Ишлинский А. Ю.* Ориентация, гироскопы и инерциальная навигация. — М.: Наука, АН СССР. Отделение механики и процессов управления, 1976. — 670 с.  
*Ishlinskiy A. Yu.* Orientaciya, giroskopy i inercial'naya navigaciya. — Moscow: Nauka, USSR Academy of Sciences. Otdelenie mehaniki i processov upravleniya, 1976. — 670 p. (in Russian).
- Кинкулькин И. Е.* Глобальные навигационные спутниковые системы. Алгоритмы функционирования аппаратуры потребления. — М.: Радиотехника, 2018. — 328 с.  
*Kinkul'kin I. E.* Global'nye navigacionnye sputnikovye sistemy. Algoritmy funkcionirovaniya apparatury potrebleniya [Global navigation satellite systems. Algorithms for the operation of consumer equipment]. — Moscow: Radiotekhnika, 2018. — 328 p. (in Russian).
- Коновалов А. А.* Основы траекторной обработки радиолокационной информации. — СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2013. — 164 с.  
*Konovalev A. A.* Osnovy traektornoy obrabotki radiolokacionnoy informacii [Fundamentals of trajectory processing of radar information]. — Saint Petersburg: Izd-vo SPbGJeTU «LJeTI», 2013. — 164 p. (in Russian).
- Красильщиков М. Н., Себряков Г. Г.* Современные информационные технологии в задачах навигации и наведения беспилотных маневренных летательных аппаратов. — М.: Физматлит, 2009. — 556 с.  
*Krasil'shnikov M. N., Sebryakov G. G.* Sovremennye informacionnye tehnologii v zadachah navigacii i navedeniya bespilotnyh manevrennyh letatel'nyh apparatov [Modern information technologies in the tasks of navigation and guidance of unmanned maneuverable aerial vehicles]. — Moscow: Fizmatlit, 2009. — 556 p. (in Russian).
- Лукаевич В. И., Погорелов В. А., Соколов С. В.* Алгоритм оценки параметров вращения распределенной видеокамеры по спутниковым измерениям // Радиотехника. — 2015. — № 6. — С. 122–132.  
*Lukasevich V. I., Pogorelov V. A., Sokolov S. V.* Algoritm ocenki parametrov vrashheniya raspredelennoy videokamery po sputnikovym izmereniyam [Algorithmic evaluations of the rotation parameters of a distributed antenna by satellite measurements] // Radiotekhnika. — 2015. — No. 6. — P. 122–132 (in Russian).
- Матвеев В. В., Распопов В. Я.* Приборы и системы ориентации, стабилизации и навигации на МЭМС-датчиках. — Тула: Изд-во ТулГУ, 2017. — 225 с.  
*Matveev V. V., Raspopov V. Ya.* Pribory i sistemy orientacii, stabilizacii i navigacii na MJeMS-datchikah [Instruments and systems for orientation, stabilization and navigation based on sensors of microelectromechanical systems]. — Tula: Izd-vo TulGU, 2017. — 225 p. (in Russian).
- Миллер Б. М., Колосов К. С.* Робастное оценивание на основе метода наименьших модулей и фильтра Калмана // Автоматика и телемеханика. — 2020. — № 11. — С. 72–92. — DOI: 10.31857/S0005231020110057  
*Miller B. M., Kolosov K. S.* Robust estimation based on the least absolute deviations method and the Kalman filter // Automation and Remote Control. — 2020. — Vol. 81, No. 11. — P. 1994–2010. (Original Russian paper: *Miller B. M., Kolosov K. S.* Robastnoe ocenivanie na osnove metoda naimen'shih moduley i fil'tra Kalmana // Avtomatika i telemehaniка. — 2020. — No. 11. — P. 72–92.)
- Розенберг И. Н., Соколов С. В., Уманский В. И., Погорелов В. А.* Теоретические основы тесной интеграции инерциально-спутниковых навигационных систем. — М.: Физматлит, 2018. — 312 с.  
*Rozenberg I. N., Sokolov S. V., Umanskiy V. I., Pogorelov V. A.* Teoreticheskie osnovy tesnoy integracii inercial'no-sputnikovyyh navigacionnyh sistem [Theoretical foundations of close integration of inertial-satellite navigation systems]. — Moscow: Fizmatlit, 2018. — 312 p. (in Russian).

- Синицын И. Н.* Фильтры Калмана и Пугачева. — М.: Логос, 2006. — 640 с.  
*Sinicyn I. N.* Fil'try Kalmana i Pugacheva [Kalman and Pugachev filters]. — Moscow: Logos, 2006. — 640 p. (in Russian).
- Челноков Ю. Н.* Кватернионные модели и методы динамики, навигации и управления движением. — М.: Физматлит, 2011. — 560 с.  
*Chelnokov Yu. N.* Kvaternionnye modeli i metody dinamiki, navigacii i upravleniya dvizheniem [Quaternion models and methods of dynamics, navigation and motion control]. — Moscow: Fizmatlit, 2011. — 560 p. (in Russian).
- Baziar A. R., Moazedi M., Mosavi M. R.* Analysis of single frequency GPS receiver under delay and combining spoofing algorithm // *Journal of Wireless Personal Communications*. — 2015. — Vol. 83, No. 3. — P. 1955–1970. — DOI: 10.1007/s11277-015-2497-9
- Bhatti J., Humphreys T. E.* Hostile control of ships via false GPS signals: demonstration and detection // *Journal of the Institute of Navigation*. — 2017. — Vol. 64, No. 1. — P. 51–66. — DOI: 10.1002/navi.183
- Cai T., Xu Q., Zhou D., Gao S., Liu Y., Huang J., Emelyantsev G. I., Stepanov A. P.* A multimode GNSS/MIMU integrated orientation and navigation system // *Proceedings of the 26th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS)*. — 2019. — P. 1–4. — DOI: 10.23919/ICINS.2019.8769374
- Dardari D., Falletti E., Luise M.* Satellite and terrestrial radio positioning techniques: a signal processing perspective. — 1st edition. — UK, Oxford: Academic Press, 2012. — 458 p.
- Emelyantsev G. I., Stepanov A. P., Blazhnov B. A.* Initial alignment of SINS measuring unit and estimation of its errors using satellite phase measurements // *Gyroscopy and Navigation*. — 2019. — Vol. 10, No. 2. — P. 62–69. — DOI: 10.1134/S2075108719020032
- Gebre-Egziabher D., Hayward R. C., Powell J. D.* Design of multi-sensor attitude determination systems // *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. — 2004. — Vol. 40, No. 2. — P. 627–649. — DOI: 10.1109/TAES.2004.1310010
- Grewal M. S., Andrews A. P., Bartone C. G.* Global navigation satellite systems, inertial navigation, and integration. — Third edition. — Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2013. — 603 p.
- Hirokawa R., Ebinuma T.* A low-cost tightly coupled GPS/INS for small UAVs augmented with multiple GPS antennas // *Navigation: Journal of The Institute of Navigation*. — 2009. — Vol. 56, No. 1. — P. 35–44. — DOI: 10.1002/J.2161-4296.2009.TB00442.X
- Jahromi A. J., Broumandan A., Nielsen J., Lachapelle G.* GPS vulnerability to spoofing threats and a review of anti-spoofing techniques // *International Journal of Navigation and Observation*. — 2012. — Vol. 2012. — Article ID 127072. — P. 1–16. — DOI: 10.1155/2012/127072
- Psiaki M. L., O'Hanlon B. W., Powell S. P., Bhatti J. A., Humphreys T. E., Schofield A.* GNSS lies, GNSS truth: Spoofing detection with two-antenna differential carrier phase // *GPS World*. — 2014. — Vol. 25, No. 11. — P. 36–44.
- Rapoport L., Barabanov I., Khvalkov A., Kutuzov A., Ashjaee J.* Octopus: multi antennae GPS/GLONASS RTK system // *Proceedings of the 12th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS 1999)*. — 1999. — P. 797–804.
- Salychev O. S.* Verified approaches to inertial navigation. — Moscow: BMSTU Press, 2017. — 368 p.
- Sokolov S. V., Pogorelov V. A.* Measurements in information technologies nonlinear dynamic estimation of the orientation angles of a moving object from distributed satellite measurements // *Measurement Techniques*. — 2019. — Vol. 62, No. 3. — P. 30–36. — DOI: 10.1007/s11018-019-01610-4
- Sokolov S. V., Pogorelov V. A., Shatalov A. B.* Solving the autonomous initial navigation task for strapdown inertial navigation system on the perturbed basis using Rodriguez–Hamilton parameters // *Russian Aeronautics*. — 2019. — Vol. 62, No. 1. — P. 42–51. — DOI: 10.3103/S1068799819010069