

УДК: 519.6, 533.93, 537.5, 536.2

Моделирование теплового поля неподвижных симметричных тел в разреженной низкотемпературной плазме

В. В. Черепанов

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Россия, 125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 4

E-mail: vvcherepanov@yandex.ru

*Получено 17.08.2024, после доработки — 26.01.2025.
Принято к публикации 27.01.2025.*

В работе исследуется процесс самосогласованной релаксации области возмущений, созданных в разреженной бинарной низкотемпературной плазме неподвижным заряженным шаром или цилиндром с абсорбирующей поверхностью. Особенностью подобных задач является их самосогласованный кинетический характер, при котором нельзя отделить процессы переноса в фазовом пространстве и формирования электромагнитного поля. Представлена математическая модель, позволяющая описывать и анализировать состояние газа, электрическое и тепловое поле в окрестности тела. Многомерность кинетической формулировки создает определенные проблемы при численном решении, поэтому для задачи подобрана криволинейная система неголономных координат, которая минимизирует ее фазовое пространство, что способствует повышению эффективности численных методов. Для таких координат обоснована и проанализирована форма кинетического уравнения Власова. Для его решения использован вариант метода крупных частиц с постоянным форм-фактором. В расчетах применялась подвижная сетка, отслеживающая смещение в фазовом пространстве носителя функции распределения, что дополнительно уменьшило объем контролируемой области фазового пространства. Раскрыты ключевые детали модели и численного метода. Модель и метод реализованы в виде кода на языке Matlab. На примере решения задачи для шара показано наличие в возмущенной зоне существенного неравновесия и анизотропии в распределении частиц по скорости. По результатам расчетов представлены картины эволюции структуры функции распределения частиц, профилей основных макроскопических характеристик газа — концентрации, тока, температуры и теплового потока, характеристик электрического поля в возмущенной области. Установлен механизм разогрева притягивающихся частиц в возмущенной зоне и показаны некоторые важные особенности процесса формирования теплового потока. Получены результаты, хорошо объяснимые с физической точки зрения, что подтверждает адекватность модели и корректность работы программного инструмента. Отмечаются создание и апробация основы для разработки в перспективе инструментов решения и более сложных задач моделирования поведения ионизированных газов вблизи заряженных тел.

Работа будет полезной специалистам в области математического моделирования, процессов тепло- и массообмена, физики низкотемпературной плазмы, аспирантам и студентам старших курсов, специализирующимся в указанных направлениях.

Ключевые слова: математическое моделирование, разреженная плазма, абсорбирующий заряженный шар, возмущенная зона, фазовое пространство, неголономные координаты, функция распределения, самосогласованное поле, макропараметры, эволюция и стационарное состояние

UDC: 519.6, 533.93, 537.5, 536.2

Modeling the thermal field of stationary symmetric bodies in rarefied low-temperature plasma

V. V. Cherepanov

Moscow Aviation Institute (National Research University),
4 Volokolamskoe highway, Moscow, 125993, Russia

E-mail: vvcherepanov@yandex.ru

*Received 17.08.2024, after completion – 26.01.2025.
Accepted for publication 27.01.2025.*

The work investigates the process of self-consistent relaxation of the region of disturbances created in a rarefied binary low-temperature plasma by a stationary charged ball or cylinder with an absorbing surface. A feature of such problems is their self-consistent kinetic nature, in which it is impossible to separate the processes of transfer in phase space and the formation of an electromagnetic field. A mathematical model is presented that makes it possible to describe and analyze the state of the gas, electric and thermal fields in the vicinity of the body. The multidimensionality of the kinetic formulation creates certain problems in the numerical solution, therefore a curvilinear system of nonholonomic coordinates was selected for the problem, which minimizes its phase space, which contributes to increasing the efficiency of numerical methods. For such coordinates, the form of the Vlasov kinetic equation has been justified and analyzed. To solve it, a variant of the large particle method with a constant form factor was used. The calculations used a moving grid that tracks the displacement of the distribution function carrier in the phase space, which further reduced the volume of the controlled region of the phase space. Key details of the model and numerical method are revealed. The model and the method are implemented as code in the Matlab language. Using the example of solving a problem for a ball, the presence of significant disequilibrium and anisotropy in the particle velocity distribution in the disturbed zone is shown. Based on the calculation results, pictures of the evolution of the structure of the particle distribution function, profiles of the main macroscopic characteristics of the gas – concentration, current, temperature and heat flow, and characteristics of the electric field in the disturbed region are presented. The mechanism of heating of attracted particles in the disturbed zone is established and some important features of the process of formation of heat flow are shown. The results obtained are well explainable from a physical point of view, which confirms the adequacy of the model and the correct operation of the software tool. The creation and testing of a basis for the development in the future of tools for solving more complex problems of modeling the behavior of ionized gases near charged bodies is noted.

The work will be useful to specialists in the field of mathematical modeling, heat and mass transfer processes, low-temperature plasma physics, postgraduate students and senior students specializing in the indicated areas.

Keywords: mathematical modeling, rarefied plasma, absorbing charged ball, disturbed zone, phase space, nonholonomic coordinates, distribution function, self-consistent field, macroparameters, evolution and steady state

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2025, vol. 17, no. 1, pp. 73–91 (Russian).

1. Введение. Физические условия

В физических задачах идентификации предполагается, что те или иные характеристики системы не заданы, но могут быть определены применением теории обратных задач либо по результатам математического моделирования процессов в системе. При этом обычно исследуются параметры, относящиеся к какой-либо отдельной совокупности свойств: тепло- или электрофизических, спектральных, термомеханических и т. д. В этом плане низкотемпературная плазма, ее свойства, взаимодействие с различного рода объектами продолжают привлекать пристальное внимание исследователей.

Так, в медицине и биологии холодная плазма применяется в фильтрах на основе плазменного текстиля и при создании самоочищающихся тканей [Kuznetsov et al., 2012], при разработке биоинтерфейсов [Thissen, 2016], при лечении рака кожи [Gay-Mimbrera et al., 2016], в клинической детской практике [Freidman, Fridman, 2020], при борьбе с COVID-19 [Adamovich et al., 2022]. Плазма применяется при разработке покрытия радаров [Chung, 2012], в электрохимии при изготовлении топливных элементов прямого действия [Giddey et al., 2012], в технологиях мягких материалов, электрификации химических реакций, новых технологиях использования экстремальных режимов низкотемпературной плазмы, плазменных технологиях на основе данных [Adamovich et al., 2022], при разработке технологии очистки от космического мусора [Ohkawa et al., 2020] и связанном с этим использования в космосе тросов без покрытия [Sanmartin, Estes, 1999], при разработке новых поколений космических электродвигательных установок [Lev et al., 2019; Hartzell et al., 2023] и др.

Предметом фундаментальных исследований являются, в частности, взаимодействие плазмы с поверхностью [Bronold, Rasek, Fehske, 2020] и эффекты кластеризации [Игнатов, 2021], активно и всесторонне исследуется пылевая плазма [Merlino, 2005; Morfill, Ivlev, 2009; Thomas, 2009; Голубь, Попель, 2021; Попель, Зеленый, Захаров, 2023] и т. д. Традиционно при решении многих задач исследования и применения плазмы используются методы математического моделирования (см., например, [Fayrushin, Dautov, Kashapov, 2017; Timofeev, Nikolaev, 2019; Ваулина, 2022; Кожевников и др., 2023]). Как видим, многие интересные плазменные задачи возникают и решаются в области медицины, экологии, энергетики, физики твердого тела, транспорта и т. д., хотя аэрокосмическая тематика традиционно занимает в них значительное место.

К сожалению, в задачах тепло- и массопереноса разреженная низкотемпературная плазма практически не появляется, что связано со спецификой этого состояния вещества. Исследование разреженных сред требует отказа от привычных для специалистов в этой области макроскопических уравнений, которые в этих средах в принципе не могут быть использованы. Макроскопическое описание подразумевает изотропию распределения частиц по скорости [Chapman, Cowling, 1970; Власов, 1966; Климонтович, 1980], а это условие в разреженных средах часто нарушается. Кроме того, ионизированный газ является достаточно сложной многомасштабной системой, а если он еще и сильно разрежен, то температуры его компонент могут значительно отличаться.

В задачах для ионизированных газов с высокой долей заряженных частиц на динамику среды существенное влияние оказывает самосогласованное электромагнитное поле, задачу описание которого нельзя решить отдельно [Арцимович, Сагдеев, 1979]. Поскольку релаксация процессов в таком газе проходит на характерных временах наиболее массивных частиц, определяемых их тепловой скоростью и дебаевским радиусом, а релаксация электромагнитного поля осуществляется гораздо быстрее, поле можно считать квазистационарным, то есть зависящим от времени не явно, а через распределение заряда и тока в пространстве.

Поверхности, способные к абсорбции частиц, обычно приобретают при контакте с ионизированной средой отличный от нуля электрический потенциал, обусловленный различной подвижностью частиц разных типов, который называется плавающим. При наличии в многокомпонентном газе ионов и электронов, плавающий потенциал имеет знак заряда наиболее подвижных

электронов, чтобы обеспечить баланс на поверхности тела потоков зарядов разного знака [Альперт, Гуревич, Питаевский, 1964]. Его расчет составляет предмет отдельной задачи идентификации, которая в данной работе не обсуждается.

Однако ионы становятся в этих условиях притягивающимися частицами и преобладают в непосредственной окрестности поверхности. В задачах для плазмы с температурой, не превышающей несколько тысяч кельвинов, их тепловые скорости в основном относительно невелики, как и абсолютные значения плавающего потенциала. Относительно невелики и возникающие в возмущенной зоне электрические токи, поэтому магнитным полем там чаще всего можно пренебречь и учитывать только квазистационарное электрическое поле.

Кроме того, поскольку характерное время релаксации электронов существенно меньше, чем у ионов, то допустимо предположить, что поле и распределение электронов успевают достичь равновесного состояния за каждый такой промежуток времени, в течение которого распределение более тяжелых частиц успевает заметно измениться. Использование для электронов различных вариантов равновесных распределений в самосогласованном квазистационарном электрическом поле позволяет исключить из системы соотношений математической модели возмущенной области их кинетическое уравнение и решать задачу ее релаксации только на характерном времени ионов.

Положим далее, что в свободномолекулярный ионизированный газ, находящийся в состоянии равновесной плазмы (квазинейтральность на фоне максвелловского распределения частиц газа по скорости), погружается неподвижный относительно него проводник, имеющий форму шара или бесконечного прямого кругового цилиндра, поверхность которого абсорбирует все падающие частицы и имеет заданный электрический потенциал. В данной работе представлена математическая модель зоны возмущения, созданной таким телом.

В узком смысле модель предназначена для анализа теплового поведения тела в ионизированном газе. Традиционная формулировка прямых и обратных задач теплообмена проводится на макроскопическом уровне и не учитывает картину поля. Однако поскольку этот подход в случае разреженных ионизированных сред не применим, данная работа реализует синтез механики жидкости, газа и плазмы, тепломассообмена и электродинамики. Возможности представленной ниже модели намного шире проблем теплообмена, поскольку она дает возможность описания полной картины зоны возмущения. Ее новизна заключается также и в том, что кинетический подход всюду корректен и требует минимального количества априорных предположений относительно физических параметров системы.

2. Математическая формулировка задачи. Самосогласованная нестационарная модель зоны возмущения

Анизотропия распределения частиц по скорости в окрестности взаимодействующих с ними тел, исключающая макроскопическое описание, требует применения для них кинетических уравнений. Для разреженных бесстолкновительных газов таким является кинетическое уравнение Власова [Власов, 1966; Chapman, Cowling, 1970]. Кроме того, в состав основных уравнений нестационарной модели возмущенной телом зоны должны быть включены:

- уравнения связи макропараметров газа с функциями распределения компонент, являющимися микроскопическими характеристиками системы;
- уравнения связи макроскопического самосогласованного электрического поля с макропараметрами газа;
- необходимые граничные, а в эволюционных задачах и начальные условия.

В целом процесс формирования возмущенной зоны, формируемой в разреженной плазме внесенным в нее неподвижным поглощающим частицы телом, можно записать в виде следующей системы уравнений (используется система СИ):

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} f_\alpha + \frac{e_\alpha \mathbf{E}}{m_\alpha} \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_\alpha &= 0, \quad f_\alpha = f_\alpha(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}), \quad \alpha = 1, \dots, N, \\
 t > 0, \quad \mathbf{v} \in R^3, \quad \mathbf{r} \in V, \quad \partial V &= \partial V_1 \cup \partial V_b, \\
 \operatorname{div} \mathbf{E}(t, \mathbf{r}) &= \varepsilon_0^{-1} \sum_{\alpha} e_\alpha n_\alpha(t, \mathbf{r}), \quad \mathbf{E}(t, \mathbf{r}) = -\nabla \varphi(t, \mathbf{r}), \\
 f_\alpha(0, \mathbf{r}, \mathbf{v}) &= f_{M,\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{v}), \quad \varphi(0, \mathbf{r}) = \varphi_0(\mathbf{r}), \\
 f_\alpha(t, \mathbf{r}_1, \mathbf{v}) &= 0, \quad \mathbf{v} \cdot \mathbf{r}_1 < 0, \quad \varphi(t, \mathbf{r}_1) = \varphi_1, \quad \mathbf{r}_1 \in \partial_1 V, \\
 f_\alpha(t, \mathbf{r}_b, \mathbf{v}) &= f_{M,\alpha}(\mathbf{r}_b, v_{T,\alpha}(t, \mathbf{r}_b, \mathbf{v})), \quad \varphi(t, \mathbf{r}_b) = 0, \quad \mathbf{r}_b \in \partial_b V, \\
 n_\alpha(t, \mathbf{r}) &= \int_{R^3} f_\alpha(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}) d\mathbf{v}, \quad \langle \mathbf{v}_\alpha \rangle(t, \mathbf{r}) = n_\alpha^{-1} \int_{R^3} \mathbf{v} f_\alpha(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}) d\mathbf{v}, \\
 T_\alpha(t, \mathbf{r}) &= \left(\frac{i}{2} n_\alpha k_B \right)^{-1} \int_{R^3} \frac{m_\alpha v_{T,\alpha}^2(t, \mathbf{r}, \mathbf{v})}{2} f_\alpha(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}) d\mathbf{v}, \\
 \mathbf{q}_\alpha(t, \mathbf{r}) &= \int_{R^3} \mathbf{v} \frac{m_\alpha v_{T,\alpha}^2(t, \mathbf{r}, \mathbf{v})}{2} f_\alpha(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}) d\mathbf{v}, \quad v_{T,\alpha}(t, \mathbf{r}, \mathbf{v}) = \mathbf{v} - \langle \mathbf{v}_\alpha \rangle(t, \mathbf{r}).
 \end{aligned} \tag{1}$$

В этих соотношениях векторам соответствуют жирные символы, N — количество типов частиц многокомпонентного газа, V — зона его возмущения заряженным телом, являющаяся расчетной областью задачи в физическом пространстве, f — функция распределения частиц, n — их концентрация, T — температура, \mathbf{q} — плотность теплового потока; φ , \mathbf{E} — потенциал и напряженность электрического поля; i — количество поступательных степеней свободы частиц, связанное с размерностью используемого пространства скоростей задачи, k_B — постоянная Больцмана. Индекс α указывает на сорт частиц с массой m_α и зарядом e_α , 1 — на поверхность $\partial_1 V$ заряженного тела, b — на внешнюю границу $\partial_b V$ зоны возмущения, T — на тепловую скорость частиц, M — на функцию распределения Максвелла. Угловые скобки $\langle \dots \rangle$ обозначают среднее арифметическое значение, операция скалярного произведения обозначена точкой.

Поясняя соотношения (1), напомним, что потенциал поверхности тела в модели считается заданным и всюду одинаковым. В рассматриваемом случае он полагается постоянным. Следует заметить, и это может быть важным, что подобное ограничение не является принципиальным и достаточно легко может быть устранено в ходе моделирования. Поскольку ионизированный многокомпонентный равновесный газ в природе обычно пребывает в состоянии плазмы, концентрации и заряды различных частиц в нем удовлетворяют условию квазинейтральности $\sum_{\alpha} e_\alpha n_\alpha(t, \mathbf{r}_{b+}) = 0$. Поэтому можно считать, что в начале процесса релаксации возмущенной зоны макроскопическое электрическое поле создается только внесенным телом и рассчитывается как в вакууме.

Так как невозмущенный газ является неподвижным, равновесным и изотропным, для его компонентов справедливо максвелловское распределение по скорости. Отметим, что подобные, строго говоря, асимптотические внешние граничные условия в модели перенесены из «бесконечности» в точки \mathbf{r}_{b+} внешней стороны границы зоны возмущения $\partial_b V$. Однако если подобный перенос для плотности заряда вполне корректен, поскольку она действительно становится практически нулевой на конечном расстоянии в несколько десятков дебаевских радиусов от тела, то считать на этой внешней границе распределение частиц по скорости таким же, как и у компонент

невозмущенного неподвижного газа, нельзя. Внешняя граница $\partial_b V$ возмущенной телом области пространства абстрактна и является полностью проницаемой для частиц, которые не должны перемещаться исключительно в пределах V . Поэтому на границе $\partial_b V$ следует допустить наличие ненулевой средней скорости компонент, которая обеспечивает там непрерывность полного тока проводимости. В этом смысле на внешней границе возмущенной зоны лишь исчезает макроскопическое электрическое поле, а у функций распределения компонент пропадают эффекты анизотропии, обусловленные поглощением падающих частиц поверхностью тела.

Если для этого нет каких-либо серьезных оснований, то включение в систему (1) кинетического уравнения электронов не целесообразно, поскольку это существенно увеличивает компьютерное время ее решения. Вместо этого для электронов можно использовать классическое квазистационарное распределение Больцмана или иное аналогичное распределение, учитывающее эффект поглощения частиц заряженной поверхностью.

Наконец, задачу (1) целесообразно решать в безразмерной форме, для перехода к которой можно использовать естественную систему масштабов, не приводящую к дополнительным коэффициентам в безразмерных уравнениях. Для бинарного газа такая совокупность масштабов в системе единиц СИ имеет вид

$$\begin{aligned} M_n &= n_{i\infty}, & M_T &= T_{i\infty}, & M_L &= R_{Di\infty} = \left(\frac{\varepsilon_0 k_B T_{i\infty}}{e^2 n_{i\infty}} \right)^{0,5}, \\ M_\varphi &= \frac{k_B T_{i\infty}}{e}, & M_v &= \left(\frac{2k_B T_{i\infty}}{m_i} \right)^{0,5}, \\ M_t &= \frac{M_L}{M_v}, & M_E &= \frac{M_\varphi}{M_L}, & M_f &= \frac{M_n}{M_v^3}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь и далее e — элементарный заряд.

3. Криволинейные фазовые координаты и форма кинетического уравнения

Поскольку фазовое пространство задачи многомерно, целесообразно не только учесть ее симметрию, но и выбрать переменные, в которых область решения выглядит наиболее компактной. В классической монографии А. А. Власова была исследована связь структуры конвективного фазового оператора кинетического уравнения с метрикой пространства, обоснованы его ковариантность и правила преобразования в криволинейные координаты евклидова пространства. Однако в этой работе рассматривался переход от декартовых фазовых координат только к произвольным голономным криволинейным координатам u_k , $k = 1, \dots, 6$, для которых почти всюду выполняются условия взаимного однозначного, непрерывного соответствия декартовым координатам. В ней было установлено, что в случае, когда функция распределения не зависит от части переменных u_k , $k = m + 1, \dots, 6$, кинетическое уравнение принимает следующий вид:

$$\frac{\partial (J^* f_\alpha)}{\partial t} + \sum_{k=1}^m \frac{\partial}{\partial u_k} (i_k J^* f_\alpha) = 0, \quad J^* = \int_{\Omega_{m+1,6}} J(u_1, \dots, u_6) d\Omega_{m+1,6}, \quad (3)$$

в котором J^* — проинтегрированный по области $\Omega_{m+1,6}$ полного изменения переменных u_k , $k = m + 1, \dots, 6$, якобиан преобразования. Он формально совпадает с уравнением неразрывности для декартовых координат, отражая условие баланса для криволинейного фазового пространства количества вещества с плотностью, равной $J^* f$.

Но голономные координатные наборы не всегда позволяют учитывать такую специфику задач, которая позволяет минимизировать область их решения. Так, в условиях очевидной угловой и трансверсальной симметрии рассматриваемой в данной работе задачи (1) для неподвижных сферических и цилиндрических тел ее фазовое пространство в наибольшей степени локализуется при использовании координат $r, v, \mu = \frac{r \cdot v}{rv}$. Но эти координаты не являются голономными, поскольку их связь с компонентами трансверсальной скорости не является взаимно однозначной, хотя и непрерывна. Фазовое пространство с такими переменными было предложено использовать для решения зондовых задач В.Н.Новиковым (см., например, [Алексеев, Котельников, Черепанов, 1984]). Однако в связи с приведением задачи к указанным неголономным переменным необходимо дать некоторые пояснения.

Во-первых, отметим, что преобразование кинетического уравнения к переменным $\{r, v, \mu\}$ в случае центральной и осевой симметрии задачи в отсутствие поля приводит к потере в фазовом конвективном операторе компонент, содержащих производную по v . Поэтому соответствующие преобразования необходимо проводить только в присутствии поля.

Во-вторых, поскольку, согласно [Власов, 1966], конвективный фазовый оператор в голономных координатах может быть определен ковариантным дифференцированием, преобразование координат мы можем проводить, отталкиваясь от форм уравнения Власова для сферических и цилиндрических координат, приведенных и обоснованных там же. Обозначим через Z зарядовое число частиц. Тогда эти исходные для наших дальнейших преобразований формы принимают следующий вид:

в случае цилиндрических переменных

$$\begin{aligned} \frac{Df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + u^\alpha \frac{\partial f}{\partial x^\alpha} - \Gamma_{\alpha\beta}^m u^\alpha u^\beta \frac{\partial f}{\partial u^m} = \frac{\partial f}{\partial t} + v_r \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{v_\varphi}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} + v_z \frac{\partial f}{\partial z} + \\ + \left(\frac{v_\varphi^2}{r} + \frac{ZE_r}{2} \right) \frac{\partial f}{\partial v_r} + \left(-\frac{v_r v_\varphi}{r} + \frac{ZE_\varphi}{2} \right) \frac{\partial f}{\partial v_\varphi} + \dot{v}_z \frac{\partial f}{\partial v_z}, \end{aligned} \quad (4)$$

в случае сферических переменных

$$\begin{aligned} \frac{Df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + u^\alpha \frac{\partial f}{\partial x^\alpha} - \Gamma_{\alpha\beta}^m u^\alpha u^\beta \frac{\partial f}{\partial u^m} = \frac{\partial f}{\partial t} + v_r \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} + \frac{v_\varphi}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} + \\ + \left(\frac{v_\theta^2 + v_\varphi^2}{r} + \frac{ZE_r}{2} \right) \frac{\partial f}{\partial v_r} + \left(\frac{v_\varphi^2}{r} \operatorname{ctg} \theta - \frac{v_r v_\theta}{r} + \frac{ZE_\theta}{2} \right) \frac{\partial f}{\partial v_\theta} + \left(-\frac{v_r v_\varphi}{r} - \frac{v_\theta v_\varphi}{r} \operatorname{ctg} \theta + \frac{ZE_\varphi}{2} \right) \frac{\partial f}{\partial v_\varphi}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь Γ — символы Кристоффеля, по повторяющимся верхним и нижним индексам предполагается, как обычно, суммирование. Формы (4), (5) допускают наличие электрического поля с произвольной ориентацией в пространстве, а смысл входящих в них переменных понятен из контекста.

Рассмотрим сначала цилиндрический оператор (4). Будем сразу рассматривать исключительно случай осевой симметрии в физическом пространстве, когда ситуация дополнительно является однородной в направлении оси координат Oz , совпадающей с осью цилиндра. В этом случае поле, функция распределения и конвективный фазовый оператор не зависят от φ и z , однако функция распределения и оператор сохраняют зависимость от радиальной и трансверсальной скорости.

Поэтому из (4) получаем

$$\frac{Df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + v_r \frac{\partial f}{\partial r} + \left(\frac{v_\varphi^2}{r} + \frac{ZE_r}{2} \right) \frac{\partial f}{\partial v_r} - \frac{v_r v_\varphi}{r} \frac{\partial f}{\partial v_\varphi}. \quad (6)$$

Компоненты скорости в цилиндрических и неголономных координатах связаны соотношениями

$$\begin{aligned} v_r &= v\mu, & v_\varphi &= \pm v\sqrt{1-\mu^2}, \\ v &= \sqrt{v_r^2 + v_\varphi^2}, & \mu &= \frac{v_r}{\sqrt{v_r^2 + v_\varphi^2}}, \end{aligned} \quad (7)$$

причем неоднозначность связи в одной из формул (7) не создаст нам далее каких-либо проблем в силу симметрии задачи. Поскольку

$$\frac{\partial}{\partial v_r} = \frac{\partial \mu}{\partial v_r} \frac{\partial}{\partial \mu} + \frac{\partial v}{\partial v_r} \frac{\partial}{\partial v}, \quad \frac{\partial}{\partial v_\varphi} = \frac{\partial \mu}{\partial v_\varphi} \frac{\partial}{\partial \mu} + \frac{\partial v}{\partial v_\varphi} \frac{\partial}{\partial v}, \quad (8)$$

вычислим из (7) частные производные в правых частях (8) и в результате получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mu}{\partial v_r} &= \frac{\sqrt{v_r^2 + v_\varphi^2} - \frac{1}{2} \frac{v_r}{\sqrt{v_r^2 + v_\varphi^2}} 2v_r}{v_r^2 + v_\varphi^2} = \frac{v^2 - v_r^2}{(v^2)^{3/2}} = \frac{1 - \mu^2}{v}, \\ \frac{\partial \mu}{\partial v_\varphi} &= v_r(-0,5)(v_r^2 + v_\varphi^2)^{-3/2} 2v_\varphi = -\frac{v_r v_\varphi}{(v^2)^{3/2}} = \mp \frac{\mu \sqrt{1 - \mu^2}}{v}, \\ \frac{\partial v}{\partial v_r} &= 0,5(v_r^2 + v_\varphi^2)^{-1/2} 2v_r = \frac{v_r}{v} = \mu, \quad \frac{\partial v}{\partial v_\varphi} = \frac{v_\varphi}{v} = \pm \sqrt{1 - \mu^2}, \end{aligned}$$

откуда, с учетом (8), найдем, что

$$\frac{\partial}{\partial v_r} = \frac{1 - \mu^2}{v} \frac{\partial}{\partial \mu} + \mu \frac{\partial}{\partial v}, \quad \frac{\partial}{\partial v_\varphi} = \mp \frac{\mu \sqrt{1 - \mu^2}}{v} \frac{\partial}{\partial \mu} \pm \sqrt{1 - \mu^2} \frac{\partial}{\partial v}. \quad (9)$$

Вычислив с помощью (9) скоростные компоненты цилиндрического конвективного фазового оператора (6), находим их выражение в интересующих нас неголономных фазовых координатах:

$$\begin{aligned} \widehat{A} &= -\frac{v_r v_\varphi}{r} \frac{\partial}{\partial v_\varphi} = \mp \frac{v^2}{r} \mu \sqrt{1 - \mu^2} \left[\mp \frac{\mu \sqrt{1 - \mu^2}}{v} \frac{\partial}{\partial \mu} \pm \sqrt{1 - \mu^2} \frac{\partial}{\partial v} \right] = \\ &= \frac{v}{r} \mu^2 (1 - \mu^2) \frac{\partial}{\partial \mu} - \frac{v^2}{r} \mu (1 - \mu^2) \frac{\partial}{\partial v}, \\ \widehat{B} &= \left(\frac{v_\varphi^2}{r} + \frac{Z E_r}{2} \right) \frac{\partial}{\partial v_r} = \left[\frac{v^2 (1 - \mu^2)}{r} + \frac{Z E_r}{2} \right] \left(\frac{1 - \mu^2}{v} \frac{\partial}{\partial \mu} + \mu \frac{\partial}{\partial v} \right) = \\ &= (1 - \mu^2) \left[\frac{v}{r} (1 - \mu^2) + \frac{Z E_r}{2v} \right] \frac{\partial}{\partial \mu} + \mu \left[\frac{v^2 (1 - \mu^2)}{r} + \frac{Z E_r}{2} \right] \frac{\partial}{\partial v}. \end{aligned}$$

Окончательное выражение для скоростной части оператора (6) будет следующим:

$$\widehat{A} + \widehat{B} = (1 - \mu^2) \left(\frac{v}{r} + \frac{Z E_r}{2v} \right) \frac{\partial}{\partial \mu} + \frac{Z E_r \mu}{2} \frac{\partial}{\partial v}. \quad (10)$$

С учетом (2), (10) безразмерная система (1) в случае цилиндра принимает вид

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial f_i}{\partial t} + v\mu \frac{\partial f_i}{\partial r_\alpha} + 0,5Z_i E_r \frac{\partial f_i}{\partial v} + (1 - \mu^2) \left(\frac{v}{r} + 0,5 \frac{Z_i E_r}{v} \right) \frac{\partial f_i}{\partial \mu} &= 0, \quad f_i = f_i(t, r, v, \mu), \\
 t > 0, \quad v \in (0, \infty), \quad r \in [r_1, r_b], \\
 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{\gamma}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} = n_e - Z_i n_i, \quad E_r = -\frac{\partial \varphi}{\partial r}, \quad \gamma &= \begin{cases} 1 - \text{цилиндр,} \\ 2 - \text{сфера,} \end{cases} \\
 f_i(0, r, v, \mu) = \pi^{-3/2} \exp(-v^2), \quad \varphi(0, r) = \frac{\varphi_1 r_1}{r}, \\
 f_i(t, r_1, v, \mu) = 0, \quad \mu < 0, \quad \varphi(t, r_1) = \varphi_1, \quad \langle v_{i,r} \rangle(t, r) = 0, \\
 f_i(t, r_b, v, \mu) = \pi^{-3/2} \exp(-v^2 + 2v v_{i\infty} \mu - v_{i\infty}^2), \quad \varphi(t, r_b) = 0, \\
 n_\alpha(t, r) = 2\pi \int_0^\infty v^2 \int_{-1}^1 f_\alpha(t, r, v, \mu) d\mu dv, \quad \langle v_{i,r} \rangle(t, r) = 2\pi n_i^{-1} \int_0^\infty v^3 \int_{-1}^1 \mu f_\alpha(t, r, v, \mu) d\mu dv, \\
 T_i(t, r) = 2\pi n_i^{-1} \int_0^\infty \int_{-1}^1 v^2 v_{T,\alpha}^2(t, r, v, \mu) f_\alpha(t, r, v, \mu) d\mu dv, \\
 q_{\alpha,r}(t, r) = 2\pi n_i^{-1} \int_0^\infty \int_{-1}^1 \mu v^3 v_{T,\alpha}^2(t, r, v, \mu) f_\alpha(t, r, v, \mu) d\mu dv, \\
 v_T^2(t, r, v, \mu) = (\mu - \langle v_{i,r} \rangle(t, r))^2 + v^2 (1 - \mu^2),
 \end{aligned} \tag{11}$$

причем для электронов можно применять безразмерный аналог распределения [Альперт, Гуревич, Питаевский, 1964] для отталкиваемых частиц:

$$\begin{aligned}
 n_e(t, r) = 0,5Z_i \exp(\varepsilon\varphi(t, r)) \times \\
 \times \left\{ 1 + \Phi \left(\sqrt{\varepsilon(\varphi(t, r) - \varphi_1)} \right) + \sqrt{1 - \frac{r_1^2}{r^2}} \left[1 - \Phi \left(\sqrt{\frac{\varepsilon r^2 (\varphi(t, r) - \varphi_1)}{(r^2 - r_1^2)}} \right) \right] \exp \left[\frac{\varepsilon r_1^2 (\varphi(t, r) - \varphi_1)}{(r^2 - r_1^2)} \right] \right\}, \tag{12}
 \end{aligned}$$

где Φ — функция ошибок и $\varepsilon = \frac{T_{i\infty}}{T_e}$, или распределение Больцмана:

$$n_e(t, r) = Z_i \exp(\varepsilon\varphi(t, r)). \tag{13}$$

В случае неподвижного сферического тела функция распределения частиц также зависит только от t, r, v_r, v_τ и обладает трансверсальной симметрией. Поэтому мы приходим к такому же виду конвективного фазового оператора в неголономных координатах. В этом обстоятельстве нетрудно убедиться в результате непосредственных преобразований, подобных приведенным выше.

Проблему вычисления несобственных интегралов по модулю скорости при вычислении макропараметров в (11) можно устранить, например, используя адаптивную подвижную по v сетку [Алексеев, Котельников, Черепанов, 1984], отслеживающую смещение по этой переменной основной части носителя функции распределения. В этом случае интеграл по $(0, \infty)$ можно заменить интегралом по интервалу конечной ширины, задаваемой *a priori*. Более точно несобственные интегралы также можно вычислить с помощью приема, использованного при их вычислении в теории излучения [Алифанов, Черепанов, 2014].

В заключение отметим, что наличие дивергентной формы (3) у кинетического уравнения в системе (11) позволяет применять для его аппроксимации разного рода консервативные вычислительные схемы [Годунов, Рябенкий, 1977] или имитационные динамические методы, основанные на моделировании переноса вещества в фазовом пространстве [Potter, 1973; Hockney, Eastwood, 1988]. В связи с очевидной целесообразностью обращения именно к дивергентной форме кинетического уравнения задачи (11) заметим, что проинтегрированный по несущественным фазовым переменным якобиан преобразования зависит от выбора формы тела как

$$J^* = \begin{cases} \frac{4\pi r v}{\sqrt{1-\mu^2}}, & \text{цилиндр,} \\ 8\pi^2 r^2 v^2, & \text{шар,} \end{cases} \quad (14)$$

поскольку интегрирование необходимо провести по всем углам физического пространства, а также по азимуту сферической или полярному углу цилиндрической системы пространства скоростей. В обоих случаях количество поступательных степеней свободы частиц газа $i = 2$, поскольку пространство скоростей двумерно, поскольку позволяет контролировать в полном объеме лишь радиальную компоненту скорости и модуль трансверсальной ее компоненты. Очевидно и то, что обобщение модели (11) на случай ионов нескольких типов тривиально и в дополнительных пояснениях не нуждается.

4. Численное решение задачи. Особенности реализации метода

Для решения кинетического уравнения задачи (11) использовался метод крупных частиц с постоянным форм-фактором [Hockney, Eastwood, 1988], реализованный на равномерной сетке криволинейного фазового пространства $\{r, v, \mu\}$ с шагами h_r, h_v, h_μ . Метод предполагает, что последовательно рассматриваемые ячейки сетки фазового пространства (крупные частицы) объемом $h_r h_v h_\mu$ (якобиан учитывается в плотности вещества согласно (3)) сначала перемещаются как жесткие объекты в соответствии со скоростями, рассчитанными для их центров, и шагом метода по времени, определяемым из условия устойчивости. Затем вещество текущей ячейки, в соответствии с выбранным форм-фактором, перераспределяется между ячейками неоднородной равномерной разностной сетки, с которыми у нее после перемещения возникает непустое пересечение. Напомним, что форм-фактор определяет закон распределения вещества в пределах крупных частиц. В случае его постоянства, когда вещество частицы равномерно распределено по ее объему, метод крупных частиц эквивалентен явной схеме дифференцирования против потока, имеющей первый порядок точности аппроксимации по шагам. Условием устойчивости обоих методов является условие Куранта [Potter, 1973]:

$$\Delta t < \frac{1}{\sqrt{N}} \min_{1 \leq k \leq N} \left(\frac{h_k}{\max \dot{u}_k} \right), \quad (15)$$

где N — размерность пространства задачи, а экстремумы определяются по всем ячейкам области фазового пространства задачи. С физической точки зрения условие (15) не позволяет крупным частицам в течение одного шага метода по времени сместиться дальше чем на одну ячейку сетки по любому из координатных направлений.

По модулю скорости сетка была сделана неоднородной, отслеживающей смещение по v носителя функции распределения. В качестве начальных положений крупных частиц на каждом временном шаге метода рассматривались последовательности значений, определяющие центры фазовых ячеек: $r_i = r_0 + h_r(i - 0,5)$, $i = 1 \div N_r$; $v_j = v_{\min i,k} + h_v(j - 0,5)$, $j = 1 \div N_v$; $\mu_k = -1 + h_\mu(k - 0,5)$, $k = 1 \div N_\mu$. Как видим, здесь предусмотрена возможность построения подвижной сетки по

переменной v посредством введения переменной нижней границы $v_{\min i,k}$ для каждого (r_i, μ_k) — «пучка» крупных частиц.

Определим сеточную функцию $Q_{i,j,k} = Q(r_i, v_j, \mu_k)$, где $Q(r, v, \mu) = J^*(r, v, \mu)f(r, v, \mu) \times h_r h_v h_\mu = 8\pi^2 r^2 v^2 f(r, v, \mu) h_r h_v h_\mu$, задающую количество вещества в фазовых ячейках (временной аргумент для краткости опущен). Пусть $V(r, h_r) = 4\pi r^2 h_r$ — объем шарового слоя толщиной h_r .

Значения $Q_{i,1,k}$ и $Q_{i,Nv,k}$, полученные после каждого этапа перемещения крупных частиц и перераспределения их содержимого, использовались для определения направления смещения носителя функции распределения, параметра сдвига $s_{i,k}$ сеточных значений Q и их пересчета (для краткости индексы i, k в соотношениях ниже опущены):

$$s = \frac{|Q_{Nv} - Q_1|}{m(Q_2 + Q_{Nv}) + (1-m)(Q_1 + Q_{Nv-1})}, \quad m = \Theta(Q_{Nv} - Q_1),$$

$$v_{\min} := m(v_{\min} + h_v s) + (1-m) \max(0, v_{\min} - h_v s), \quad (16)$$

$$Q_1 := Q_1(1-s) + mQ_2 s, \quad Q_{Nv} := (1-s)Q_{Nv} + (1-m)sQ_{Nv-1},$$

$$Q_j = (1-s)Q_j + s[mQ_j + 1 + (1-m)Q_{j-1}], \quad j = 2 \div Nv - 1.$$

Здесь Θ — функция Хэвисайда, $:=$ — известный символ присваивания, символ \div , как и выше, используется для обозначения интервала значений. Введение подвижных сеток давно и эффективно используется при решении подобных кинетических задач и позволяет, в частности, по модулю скорости рассматривать относительно небольшой диапазон безразмерных значений. В приведенных ниже результатах расчетов он нигде не превышал 4,5 (в единицах тепловой скорости ионов для невозмущенной плазмы).

Для расчета макропараметров ионов использовались алгебраические аналоги интегралов, входящих в систему (11), а именно:

$$n_i(r_i) = \sum_{j,k} \frac{Q_{i,j,k}}{V(r_i, h_r)}, \quad I_i(r_i) = 4\pi r_i^2 \sum_{j,k} \frac{Q_{i,j,k} v_j \mu_k}{V(r_i, h_r)},$$

$$\langle v_{r,i} \rangle(r_i) = \frac{I_i(r_i)}{4\pi r_i^2 n_i(r_i)}, \quad \langle v_{T,i} \rangle(r_i) = \frac{1}{n_i(r_i) V(r_i, h_r)} \sum_{j,k} Q_{i,j,k} v_j \sqrt{1 - \mu_k^2}, \quad (17)$$

$$v_{Ti,j,k}^2 = (v_j \mu_k - \langle v_{r,i} \rangle(r_i))^2 + \left(v_j \sqrt{1 - \mu_k^2} - \langle v_{T,i} \rangle(r_i) \right)^2,$$

$$T_i(r_i) = \frac{2}{3n_i(r_i) V(r_i, h_r)} \sum_{j,k} Q_{i,j,k} v_{Ti,j,k}^2, \quad q_{ri}(r_i) = \frac{1}{V(r_i, h_r)} \sum_{j,k} Q_{i,j,k} v_j \mu_k v_{Ti,j,k}^2,$$

где I_i — полный радиальный ионный электрический ток, v_T — локальная тепловая скорость ионов, а индексы, относящиеся к сетке фазового пространства, отделяются запятыми.

Чтобы оценить значение средней скорости $v_{i\infty}$ перетекания ионов через внешнюю границу возмущенной зоны, запишем уравнение баланса (неразрывности) полного количества частиц для предпоследнего сферического слоя толщины h_r , середина которого имеет радиальную координату $r_{Nr-1} = r_b - 1,5h_r$. Поскольку объем подобного слоя с центральным радиусом r на рассматриваемой сетке можно определить как $V(r, h_r) = 4\pi r^2 h_r$, получаем

$$0 = \left[\frac{\partial N_i}{\partial t} + \text{div}(N_i \langle \mathbf{v}_i \rangle) \right]_{Nr-1}^k = \left[\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r}(N \langle v_{ir} \rangle) \right]_{Nr-1}^k = 4\pi r_{Nr-1}^2 h_r \left(\frac{\partial n_i}{\partial t} \right)_{Nr-1}^k + 4\pi h_r \left[\frac{\partial}{\partial r} (r^2 n_i \langle v_{ir} \rangle) \right]_{Nr-1}^k =$$

$$= 4\pi h_r r_{Nr-1}^2 \left(\frac{n_i^k - n_i^{k-1}}{\Delta t} \right)_{Nr-1} + 2\pi \left(r_{Nr}^2 n_{i,Nr}^k \langle v_{ir} \rangle_{Nr}^k - r_{N-2r}^2 n_{i,N-2r}^k \langle v_{ir} \rangle_{N-2r}^k \right),$$

откуда и следует интересующая нас оценка

$$v_{i\infty}^k = \langle v_{ir} \rangle_{Nr}^k = \frac{r_{Nr-2}^2}{r_{Nr}^2} \frac{n_{iNr-2}^2}{n_{iNr}^2} \langle v_{ir} \rangle_{Nr-2}^k - 2h_r \frac{r_{Nr-1}^2}{r_{Nr}^2} \frac{1}{n_{iNr}^k} \left(\frac{n_i^k - n_i^{k-1}}{\Delta t} \right)_{Nr-1}. \quad (18)$$

В последних преобразованиях верхние индексы определяют временной слой, нижние — пространственный (случаи квадратов величин понятны из контекста), пространственная производная вычисляется симметрическим образом, временная — «дифференцированием назад».

В заключение отметим, что свойства квазилинейных эллиптических операторов и варианты численного метода решения нелинейного уравнения Пуассона с правой частью, включающей распределения, подобные (12) и (13), обсуждались в работе [Черепанов, 2024]. В ней, наряду с известным методом установления, позволяющим рассматривать в правой части уравнения Пуассона нелинейность экспоненциального вида, т. е. распределение Больцмана (13), предложен метод разбиений области решения, использующий принцип сжимающих отображений и теорему Банаха о неподвижной точке. Этот метод основан на связи нормы эллиптического оператора перехода в простых итерациях с диаметром области решения нелинейной задачи Дирихле. Метод разбиений позволяет существенно расширить класс допустимых функций плотности в уравнении Пуассона, включив в него и распределения, подобные (12). Оба метода локальны, и их можно эффективно применять для расчета электрического потенциала при решении задачи (11).

5. Результаты моделирования. Обсуждение

Описанный в предыдущем разделе метод решения задачи (11) был реализован в среде программирования Matlab. В данном разделе представлены и обсуждаются некоторые результаты, демонстрирующие адекватность и возможности не только разработанного инструмента, но и кинетического подхода в целом. Они соответствуют набору безразмерных физических параметров $r_1 = 7$, $r_b = 25$, $\varphi_1 = -6$, $T_{i\infty} = T_{e\infty} = 1$, $Z_i = 1$, $n_{i\infty} = n_{e\infty} = 1$ задачи для бинарной плазмы.

На рис. 1, 2 представлены радиальные профили основных интегральных характеристик возмущенной зоны — величин n_i , n_e , E_r , $j_{i,r}$, T_i , $q_{i,r}$ соответственно, возникающие в различные моменты времени в ходе ее развития. В расчетах применялось распределение (2) для электронов.

Цвет кривых на рисунках поясняет таблица 1, в которой также показаны соответствующие номер и безразмерное время для итераций метода крупных частиц. Итерация $i = 1000$ метода крупных частиц является последней и соответствует стационарному состоянию возмущенной зоны.

Таблица 1. Соответствие цвета параметрам кривых на рисунках

Номер i итерации	1	5	120	350	620	1000
Безразмерное время	0,0889	0,4301	10,6138	31,0582	55,0582	88,8360
Цвет кривой на рисунках	черный	красный	зеленый	синий	ультрамарин	фиолетовый

В фазовом пространстве неголономных криволинейных координат (r, v, μ) использовалась равномерная по каждой переменной сетка узлов с размерностями $Nr = 45$, $Nv = 30$, $N\mu = 20$, при этом ширина контролируемой плавающей области изменения переменной v принималась равной $\Delta v = 4,5$.

Напомним, что поверхность тела предполагалась идеально поглощающей притягивающейся частицы, эффекты альбедо здесь не обсуждаются. В этих условиях, как следует из рис. 1, a и 1, b , наблюдается тенденция к линеаризации радиальных профилей распределения частиц, среда достаточно быстро становится квазинейтральной.

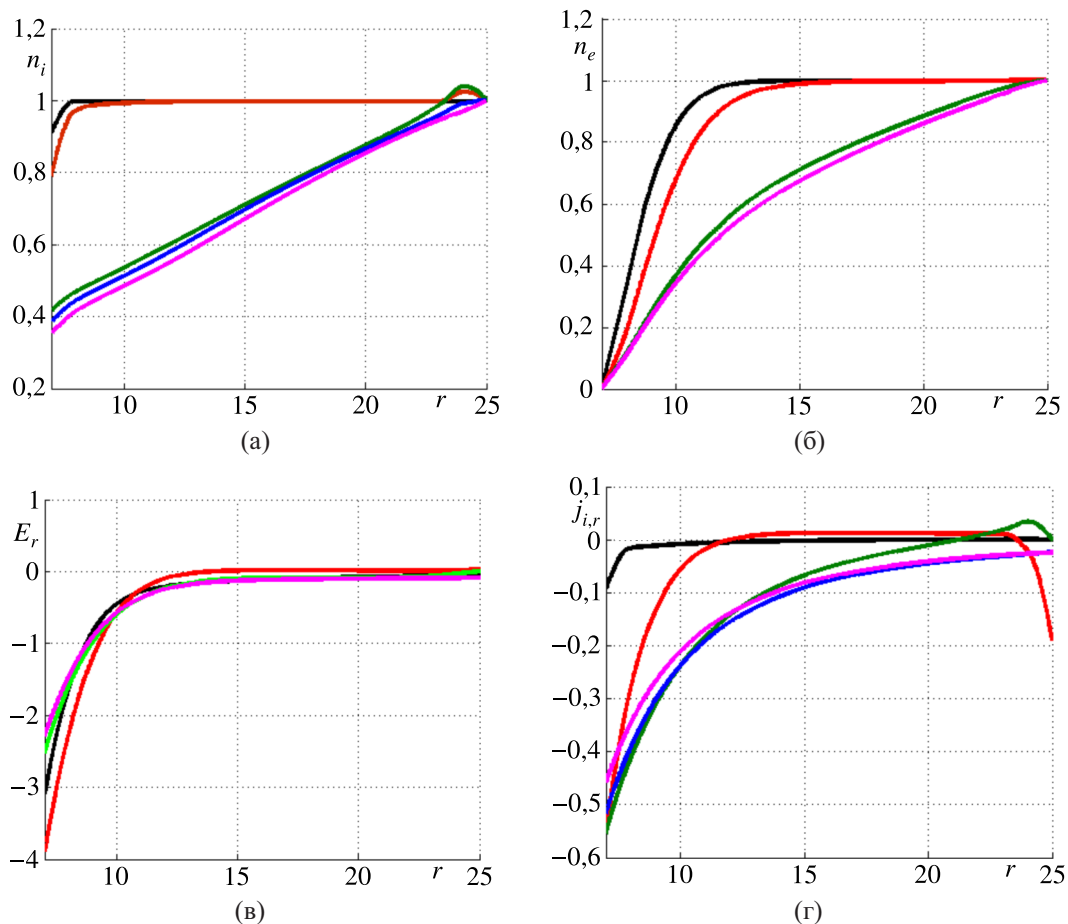


Рис. 1. Поведение радиальных профилей электрофизических характеристик при формировании возмущенной зоны: а) концентрация ионов n_i ; б) концентрация электронов n_e ; в) напряженность электрического поля E_r ; г) плотность ионного тока проводимости $j_{i,r}$. Номер итерации $i = 1$ — черный, 5 — красный, 120 — зеленый, 350 — синий, 620 — ультрамарин, 1000 — фиолетовый (стационарное состояние). r — радиальная координата, все величины безразмерные

Радиальная напряженность электрического поля уже на середине рассматриваемого слоя становится весьма малой практически постоянной величиной, хотя и сохраняет отрицательный знак. Это обеспечивает приток ионов из внешней зоны к поверхности тела, которая в рассматриваемом случае их только поглощает. Установление постоянных отрицательных значений E_r говорит о линеаризации профили электрического потенциала φ , что является очевидным следствием установления практической квазинейтральности во внешней части рассматриваемой области пространства.

В стационарном режиме потенциал монотонно возрастает. Однако не всегда такое поведение профиля $\varphi(r)$ имеет место. На начальных стадиях формирования возмущенной области, когда поле шара еще близко к кулоновскому, в пристеночный слой привлекается избыточное количество ионов, которые не успевают поглощаться поверхностью тела. В это время в возмущенной области формируются слой положительного объемного заряда и потенциальный барьер, ослабляющий приток ионов.

Его присутствие можно увидеть на красной кривой рис. 1, в, где еще имеется область положительных значений E_r . Поведение профиля плотности тока j_r на рис. 1, г также весьма нетривиально и отражает сложный характер эволюции объемного заряда и электрического поля в возмущенной зоне ионизированного газа, особенно на ее ранних этапах.

Весьма интересным и информативным является поведение в возмущенной области профиля температуры ионов T_i на рис. 2, а. Появление в плазме поглощающей заряженной поверхности первоначально «вымывает» из пристеночной области наиболее высокоэнергетические частицы, что приводит к первоначальному охлаждению там ионной компоненты.

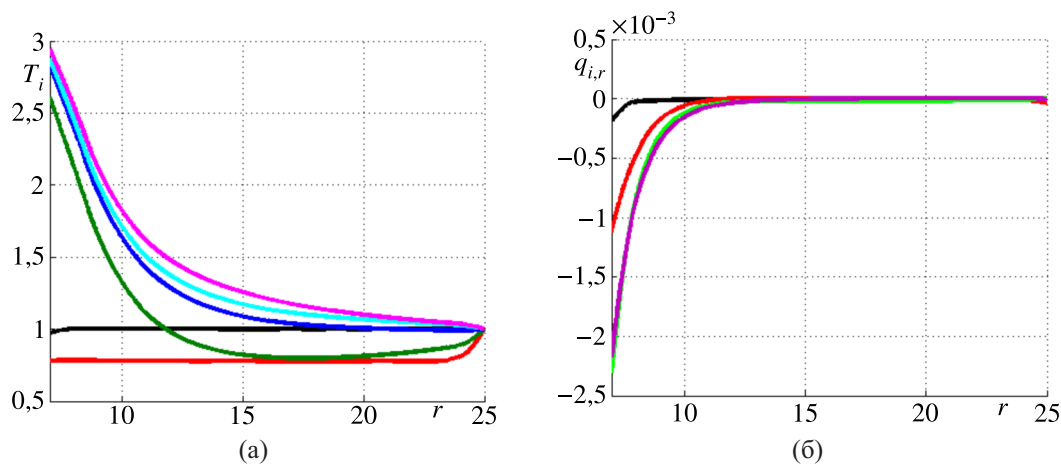


Рис. 2. Поведение радиальных профилей тепловых характеристик при формировании возмущенной зоны: а) температура ионов T_i ; б) плотность теплового потока ионов $q_{i,r}$. Номер итерации $i = 1$ — черный, 5 — красный, 120 — зеленый, 350 — синий, 620 — ультрамарин, 1000 — фиолетовый (стационарное состояние). r — радиальная координата, все величины безразмерные

Однако последующее поведение T_i демонстрирует достаточно интенсивный разогрев ионов в пристеночном слое. Поскольку он не сопровождается ростом ионного тока, который является в определенной степени мерой интенсивности движения частиц в радиальном направлении, рост температуры можно объяснить накоплением в пристеночной области частиц с высокой интенсивностью вращательного движения. Они концентрируются и удерживаются в окрестности сферической поверхности благодаря центробежным эффектам.

Поскольку в силу трансверсальной симметрии задачи средняя орбитальная скорость ионов равна нулю, накопление этих частиц, обладающих высокой вращательной скоростью, повышает температуру. Частицы с преобладающим радиальным движением вымываются из пристеночного слоя за счет эффектов поглощения в первоочередном порядке.

Все указанные процессы также существенно влияют на теплоперенос в возмущенной области и определяют вид профилей плотности радиального теплового потока ионов $q_{i,r}$, показанных на рис. 2, б. Как видно по этим зависимостям, в области слабого поля и сравнительно невысокой температуры плотность теплового потока практически равна нулю. Область ее значимости сосредоточена в непосредственной окрестности поверхности тела и формируется условиями относительно высоких значений температуры и напряженности поля. Из рисунка также видно, что пространственный носитель величины $q_{i,r}$ является наиболее компактным по сравнению с остальными рассмотренными характеристиками. Однако понятно, что усиление теплового потока при приближении к поверхности тела может быть весьма существенным и, в частности, способно оказывать определяющее воздействие на физические свойства самой поверхности.

Функция распределения f ионов в координатах (r, v, μ) не очень наглядна. Пример ее структуры непосредственно в установившемся пристеночном слое показан на рис. 3. Поэтому в дальнейшем приводится ее вид в голономных фазовых переменных (r, v_r, v_t) , обладающий большей наглядностью.

Тем не менее по виду этой функции можно сделать вывод о том, что ее носитель заметно смещен по модулю скорости в сторону больших значений, а сами частицы сконцентрированы

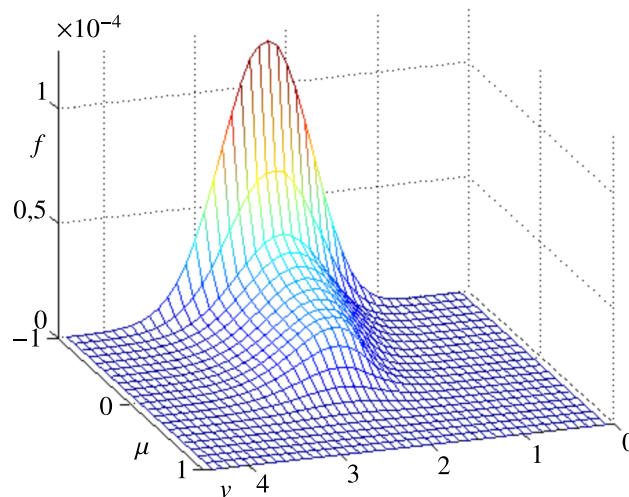


Рис. 3. Стационарная функция распределения ионов $f_i(r, v, \mu)$ для пристеночной области, $r = r_1$, $t = 88,836$, номер итерации $i = 1000$, стационарное состояние

в области практически радиального падения на поверхность тела. Кинетическое распределение частиц в пристеночной области совершенно неравновесное.

Рисунки 4, *a–в* иллюстрируют эволюцию структуры функции распределения ионов в первом пристеночном слое, а рис. 4, *в–е* демонстрируют вид функции распределения на разном расстоянии от поверхности тела при достижении зоной возмущения стационарного состояния.

На рис. 4, *a* мы видим типичное равновесное, максвелловское распределение по скорости $f_i(r, v_r, v_\tau)$, которое было восстановлено по соответствующей функции $f_i(r, v, \mu)$. Некорректное ее поведение в окрестности $v = 0$ имеет исключительно численное происхождение и обусловлено обращением в ноль в этой точке якобиана преобразования к неголономным координатам (r, v, μ) . Поскольку расчеты проводились именно в таких координатах, наличие подобной некорректности при переходе к координатам (r, v_r, v_τ) вообще было не принципиальным. Более того, в структуре функции распределения $f_i(r, v_r, v_\tau)$ она пропадает сразу же в силу разгона ионов электрическим полем и дрейфа носителя функции распределения в сторону больших v . После первого шага численного метода подобная некорректность $f_i(r, v_r, v_\tau)$ больше нигде не наблюдается. Однако, чтобы лишний раз подчеркнуть, что изображаемые функции $f_i(r, v_r, v_\tau)$ наследуют функциям $f_i(r, v, \mu)$, такой участок с некорректным поведением на единственном рис. 4, *a* был оставлен.

Конечно же, все функции распределения $f_i(r, v_r, v_\tau)$ на рисунках обладают трансверсальной симметрией. Однако этот эффект был специально отрегулирован графической программой, поскольку в неголономных координатах его учесть невозможно в принципе.

В процессе развития возмущенной области наряду со смещением носителя функции распределения, отражающего процесс ускорения ионов (а его уровень повышается по мере приближения к поверхности тела, как это хорошо видно по рис. 1, *в*), происходит формирование и усиление группировки частиц, имеющих относительно высокие трансверсальные скорости v_τ , что хорошо видно на рис. 4, *б* и 4, *в*. Как было отмечено ранее, именно такие частицы повышают температуру ионов в тонком слое газа вблизи поверхности тела. Данный механизм подобен механизму разогрева вещества в аккреционной области, наблюдающейся в окрестности черных дыр. Поглощающая все частицы сфера в этом смысле ведет себя подобным образом.

По рис. 4, *в–е*, соответствующим стационарному состоянию возмущенной зоны, хорошо прослеживается непрерывный переход от сильно анизотропной и неравновесной структуры функции распределения ионов на рис. 4, *в* к смещенному распределению Максвелла на ее

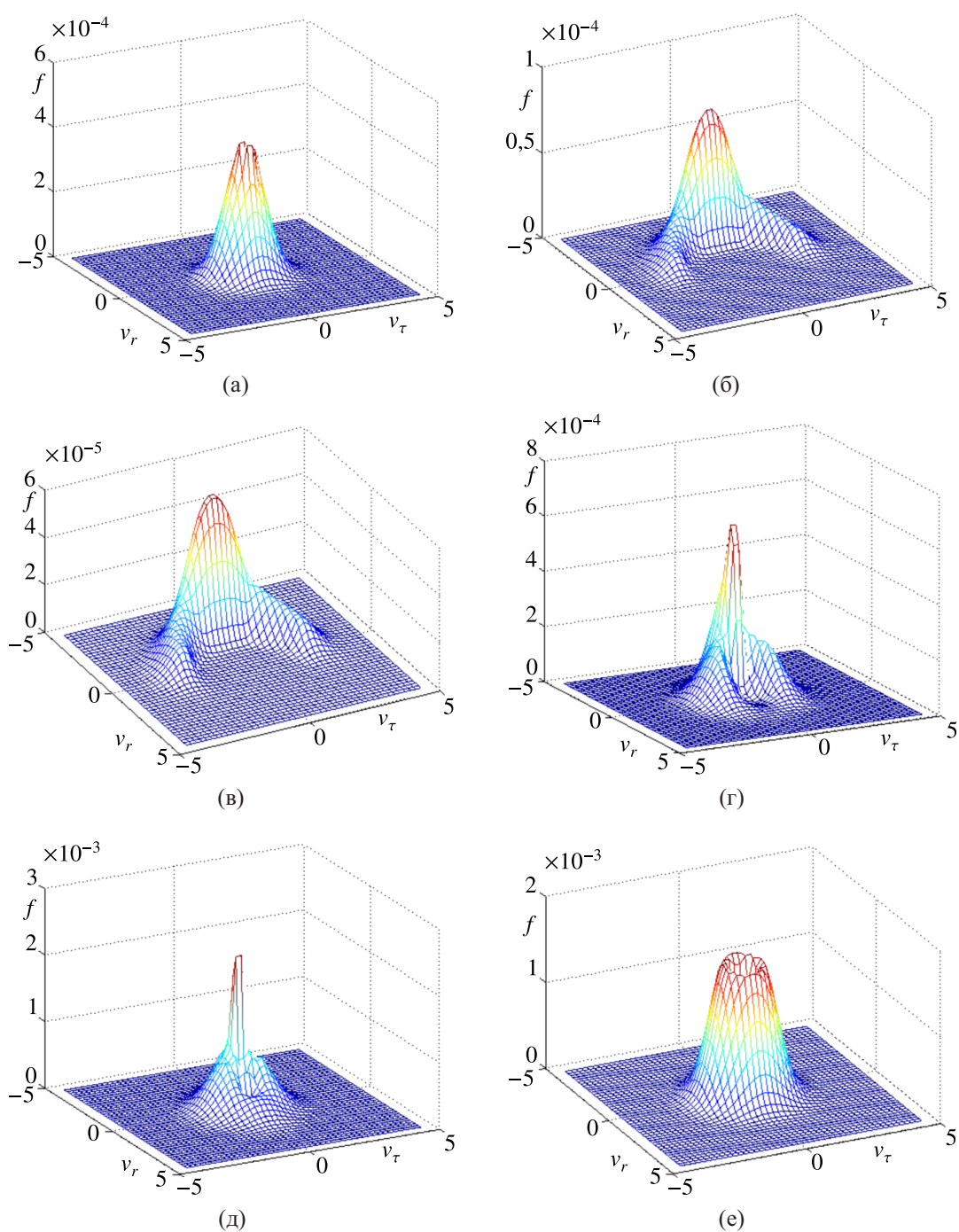


Рис. 4. Вид функции распределения ионов $f_i(r, v_r, v_\tau)$ в разных точках r возмущенной области: (а) $r = r_1 = r_0 + 0,5h_r$, начальное состояние $t = 0$; (б) $r = r_1$, $t = 29,547$, $i = 333$. Стационарное состояние $t = 88,836$, $i = 1000$: (в) $r = r_1$; (г) $r = r_{15}$; (д) $r = r_{30}$; (е) $r = r_{Nr}$, внешняя граница возмущенной зоны. Все величины безразмерные, радиальная (v_r) и трансверсальная (v_τ) компоненты скорости использованы для наглядности

внешней границе на рис. 4, е. Отметим, что распределение на рис. 4, е обладает только трансверсальной, но не радиальной симметрией — в нем в незначительной степени преобладают частицы, движущиеся к заряженной поверхности тела со сравнительно небольшой скоростью (8). Область

частиц с интенсивным трансверсальным движением, свидетельствующим о разогреве ионов, еще прослеживаемая на рис. 4, *з*, уже отсутствует на рис. 4, *д*. Это полностью соответствует поведению профиля температуры ионов на рис. 2, *а* и подтверждает правильность данного ранее физического объяснения механизма разогрева ионов в пристеночном слое.

6. Заключение

В данной работе исследуются процессы, возникающие при взаимодействии неподвижных тел с разреженным ионизированным газом. Особенностью рассмотренных задач является их самосогласованная кинетическая постановка, в которой нельзя отделить перенос газа и формирование электромагнитного поля. В основу описания была положена математическая модель, описывающая релаксацию области возмущения, вносимого в свободномолекулярную низкотемпературную плазму заряженным шаром или цилиндром с абсорбирующей поверхностью. Для задачи подобрана криволинейная система неголономных координат, которая минимизирует ее фазовое пространство, что повышает эффективность соответствующих численных методов решения. Форма кинетических уравнений модели в таких координатах обоснована.

Создан методологический фундамент, разработана и апробирована основа программного инструментария для решения в перспективе и более сложных нестационарных самосогласованных кинетических задач, описывающих поведение ионизированных газов в окрестности заряженных тел. Раскрыты важные детали конкретной реализации модели и численного метода.

На примере решения задачи для шара продемонстрировано наличие существенных неравновесия и анизотропии распределения частиц в его возмущенной зоне. Получены результаты, хорошо объяснимые с физической точки зрения, что подтверждает адекватность модели и корректность работы программного инструмента. По результатам расчетов представлены картины эволюции структуры функции распределения частиц, профилей основных макроскопических характеристик газа — концентрации, тока, температуры и теплового потока, характеристик электрического поля в возмущенной области. Установлен эффект и исследован механизм разогрева заряженных притягивающихся частиц в окрестности поглощающих сферических тел. Показано, что такой эффект создают в непосредственной окрестности сферических тел притягивающиеся частицы с интенсивным трансверсальным движением. Эти частицы накапливаются в окрестности поверхности, не достигая ее из-за центробежного эффекта и не поглощаясь. Показано также, что тепловой поток на поверхность тела формируется лишь в относительно узкой ее окрестности, где наблюдается значительное электрическое поле и повышена температура компонент газа.

Список литературы (References)

- Алексеев Б. В., Котельников В. А., Черепанов В. В.* Электростатический зонд в многокомпонентной плазме // Теплофизика высоких температур. — 1984. — Т. 22, № 2. — С. 395–396.
Alekseev B. V., Kotelnikov V. A., Cherepanov V. V. Elektrostaticheskiy zond v mnogokomponentnoj plazme [Electrostatic probe in a multicomponent plasma] // Teplofizika visokikh temperatur. — 1984. — Vol. 22, No. 2. — P. 395–396 (in Russian).
- Алифанов О. М., Черепанов В. В.* Методы исследования и прогнозирования свойств высокопористых теплозащитных материалов. — М.: МАИ, 2014. — 264 с.
Alifanov O. M., Cherepanov V. V. Metody issledovaniya i prognozirovaniya svoistv visokoporistikh teplozashchitnikh materialov [Methods for studying and predicting the properties of highly porous heat-protective materials]. — Moscow: MAI, 2014. — 264 p. (in Russian).
- Альперт Я. Л., Гуревич А. В., Питаевский Л. П.* Искусственные спутники в разреженной плазме. — М.: Наука, 1964. — 384 с.
Alpert Ya. L., Gurevich A. V., Pitaevskij L. P. Iskusstvennie sputniki v razrezennoj plazme [Artificial satellites in a rarefied plasma]. — Moscow: Nauka, 1964. — 384 p. (in Russian).

- Арцимович А. А., Сагдеев Р. З.* Физика плазмы для физиков. — М.: Атомиздат, 1979. — 320 с.
Artimovitch A. A., Sagdeev R. Z. Fizika plazmi dlya fizikov [Plasma physics for physicists]. — Moscow: Atomizdat, 1979. — 320 p. (in Russian).
- Ваулина О. С.* Перераспределение кинетической энергии в трехмерных облаках заряженных пылевых частиц // Физика плазмы. — 2022. — Т. 48, № 1. — С. 36–40.
Vaulina O. S. Redistribution of kinetic energy in three-dimensional clouds of charged dust grains // Plasma Physics Reports. — 2022. — Vol. 48, No. 1. — P. 33–36. (Original Russian paper: *Vaulina O. S.* Pereraspredelenie kineticheskoy energii v trekhmernykh oblakakh zariyajennykh pylevykh chastic // Fizika plazmy. — 2022. — Vol. 48, No. 1. — P. 36–40.)
- Власов А. А.* Статистические функции распределения. — М.: Наука, 1966. — 356 с.
Vlasov A. A. Statisticheskie funkcii raspredeleniya [Statistical distribution functions]. — Moscow: Nauka, 1966. — 356 p. (in Russian).
- Годунов С. К., Рябенкий В. С.* Разностные схемы. Введение в теорию. — М.: Наука, 1977. — 440 с.
Godunov S. K., Ryabenkij V. S. Raznostnye skhemy. Vvedenie v teoriyu [Difference schemes. Introduction to theory]. — Moscow: Nauka, 1977. — 440 p. (in Russian).
- Голубь А. П., Попель С. И.* Нестационарные процессы при формировании пылевой плазмы у поверхности спутника Марса — Деймоса // Физика плазмы. — 2021. — Т. 47, № 8. — С. 741–747.
Golub A. P., Popel S. I. Non-stationary processes during the formation of dusty plasma at the surface of Deimos, the satellite of Mars // Plasma Physics Reports. — 2021. — Vol. 47, No. 8. — P. 826–831. (Original Russian paper: *Golub A. P., Popel S. I.* Nestacionarnye processy pri formirovanii pylevoi plazmy u poverkhnosti sputnica Marsa — Deimosa // Fizika plazmy. — 2021. — Vol. 47, No. 8. — P. 741–747.)
- Игнатов А. М.* Влияние не взаимных сил на устойчивость пылевых кластеров // Физика плазмы. — 2021. — Т. 47, № 5. — С. 391–400.
Ignatov A. M. Effect of nonreciprocal forces on the stability of dust clusters // Plasma Physics Reports. — 2021. — Vol. 47, No. 5. — P. 410–418. (Original Russian paper: *Ignatov A. M.* Vliyanie nevzaimnykh sil na ustoychivost pilevikh klasterov // Fizika plazmy. — 2021. — Vol. 47, No. 5. — P. 391–400.)
- Климонтович Ю. Л.* Кинетическая теория электромагнитных процессов. — М.: Наука, 1980. — 374 с.
Klimontovich Yu. L. Kineticheskaya teoriya elektromagnitnykh processov [The kinetic theory of electromagnetic processes]. — Moscow: Nauka, 1980. — 374 p. (in Russian).
- Козhevnikov В. Ю. и др.* Кинетическая модель вакуумного расширения плазмы в цилиндрическом промежутке // Физика плазмы. — 2023. — Т. 49, № 11. — С. 1170–1177.
Kozhevnikov V. Yu. et al. Kinetic model of vacuum plasma expansion in a cylindrical gap // Plasma Physics Reports. — 2023. — Vol. 49, No. 11. — P. 1350–1357. (Original Russian paper: *Kozhevnikov V. Yu. et al.* Kineticheskaya model vakuumnogo rasshireniya plazmy v cilindricheskom promezhutke // Fizika plazmy. — 2023. — Vol. 49, No. 11. — P. 1170–1177.)
- Попель С. И., Зеленый Л. М., Захаров А. В.* Пылевая плазма в Солнечной системе: безатмосферные космические тела // Физика плазмы. — 2023. — Т. 49, № 8. — С. 813–820.
Popel S. I., Zelenyi L. M., Zakharov A. V. Dusty plasma in the solar system: celestial bodies without atmosphere // Plasma Physics Reports. — 2023. — Vol. 49, No. 8. — P. 1006–1013. (Original Russian paper: *Popel S. I., Zelenyi L. M., Zakharov A. V.* Pylevaya plazma v Solnechnoj sisteme: bezatmosfernye kosmicheskiye tela // Fizika plazmy. — 2023. — Vol. 49, No. 8. — P. 813–820.)
- Черепанов В. В.* О решении некоторых нелинейных эллиптических уравнений для тепловых приложений // Тепловые процессы в технике. — 2024. — Т. 16, № 2. — С. 55–67.
Cherepanov V. V. O reshenii nekotorykh nelineinykh ellipticheskikh uravnenij dlya teplovykh prilozhenij [On the solution of some nonlinear elliptic equation for thermal applications] // Teplovye processy v tehnike. — 2024. — Vol. 16, No. 2. — P. 55–67 (in Russian).
- Adamovich I. et al.* The 2022 Plasma Roadmap: low temperature plasma science and technology // Journal of Physics D: Applied Physics. — 2022. — Vol. 55, No. 37. — Paper 373001.
- Bronold F. X., Rasek K., Fehske H.* Electron microphysics at plasma-solid interfaces // Journal of Applied Physics. — 2020. — Vol. 128. — Paper 180908.
- Chapman S., Cowling T. G.* The mathematical theory of non-uniform gases. — Cambridge: Cambridge University Press, 1970. — 512 p.
- Chung S. S. M.* FDTD simulations on radar cross section of metal cone and plasma covered metal cone // Vacuum. — 2012. — Vol. 86, No. 7. — P. 970–984.

- Fayrushin I. I., Dautov I. G., Kashapov N. F.* Distribution of potential and concentration of electrons in low-temperature plasma with hollow microparticles // *International Journal of Environmental Science and Technology*. — 2017. — Vol. 14. — P. 2555–2560.
- Freidman P. C., Fridman A.* Using cold plasma to treat warts in children // *Pediatric Dermatology*. — 2020. — Vol. 37, No. 4. — P. 706–709.
- Gay-Mimbrera J. et al.* Clinical and biological principles of cold atmospheric plasma application in skin cancer // *Advanced in Therapy*. — 2016. — Vol. 33, No. 6. — P. 894–909.
- Giddey S. et al.* A comprehensive review of direct carbon fuel cell technology // *Progress in Energy and Combustion Science*. — 2012. — Vol. 38, No. 3. — P. 360–399.
- Hartzell C. M. et al.* Payload concepts for investigations of electrostatic dust motion on the lunar surface // *Acta Astronautica*. — 2023. — Vol. 207, No. 6. — P. 89–105.
- Hockney R. G., Eastwood J. W.* Computer simulation using particles. — Bristol, Philadelphia: IOP, 1988. — 568 p.
- Kuznetsov I. A. et al.* Development of active porous medium filters on plasma textiles // *AIP Conference Proceedings*. — 2012. — Vol. 1453, No. 1. — P. 265–270.
- Lev D. et al.* The technological and commercial expansion of electric propulsion // *Acta Astronautica*. — 2019. — Vol. 159, No. 6. — P. 213–227.
- Merlino R. L.* Experimental investigations of dusty plasmas // *AIP Conference Proceedings*. — 2005. — Vol. 799, No. 1. — P. 3–11.
- Morfill G. E., Ivlev A. V.* Complex plasmas: An interdisciplinary research field // *Reviews of Modern Physics*. — 2009. — Vol. 81, No. 4. — P. 1353–1404.
- Ohkawa Y. et al.* Review of KITE – Electrodynamic tether experiment on the H-II transfer vehicle // *Acta Astronautica*. — 2020. — Vol. 177, No. 12. — P. 750–758.
- Potter D.* Computational physics. — London: John Wiley & Sons, 1973. — 304 p.
- Sanmartin J. R., Estes R. D.* The orbital-motion-limited regime of cylindrical Langmuir probes // *Physics of Plasmas*. — 1999. — Vol. 6, No. 1. — P. 395–405.
- Thissen H.* Plasma-based surface modification for the control of biointerfacial interactions / Biosynthetic polymers for medical applications. — Woodhead Publishing Series in Biomaterials. — Elsevier Science Direct, 2016. — P. 129–144.
- Thomas E.* Dust clouds in DC-generated dusty plasmas: transport, waves, and three – dimensional effects // *Contributions to Plasma Physics*. — 2009. — Vol. 49, No. 4–5. — P. 316–345.
- Timofeev A. V., Nikolaev V. S.* Effect of glow discharge parameters on the mean interparticle distance in dusty plasma structures in the cryogenic – room temperature range // *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. — 2019. — Vol. 128, No. 2. — P. 312–322.