КОМПЬЮТЕРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ 2024 Т. 16 № 6 С. 1399–1415
DOI: 10.20537/2076-7633-2024-16-6-1399-1415

Ки&М

МОДЕЛИ В ФИЗИКЕ И ТЕХНОЛОГИИ

УДК: 51-74

Подходы к созданию точных геометрических моделей стальных канатов в среде Gmsh с использованием ядра OpenCascade Core Technology

А. С. Хорошев[a], В. С. Пузин, Д. А. Щучкин, Е. В. Хорошева

Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М. И. Платова, Россия, 346428, Ростовская обл., г. Новочеркасск, ул. Просвещения, д. 132

E-mail: [a] khoroshev_as@npi-tu.ru

Получено 21.05.2024, после доработки — 04.09.2024.
Принято к публикации 06.09.2024.

В статье рассмотрены проблемы подготовки точных геометрических моделей стальных канатов, то есть геометрических моделей, основанных на математических моделях, позволяющих повторять геометрию моделируемого каната в трехмерном пространстве без существенных упрощений или условностей, с учетом целевого назначения модели. Предложены подходы к созданию точных геометрических моделей стальных канатов, не имеющих принципиальных ограничений по внедрению в расчетные области и дальнейшему построению конечно-элементных моделей на их основе. Рассмотрены обобщенная параметризованная геометрическая модель канатов одинарной и двойной свивки и ее алгоритмическая реализация с помощью ядра геометрического моделирования OpenCASCADE Core Technology в среде Gmsh (свободно распространяемое программное обеспечение с открытым исходным кодом). Обозначена проблематика использования табличных данных из государственных и отраслевых стандартов сортамента стальных канатов как исходных данных для построения геометрических моделей стальных канатов. Разработаны методы априорной проверки коллизий геометрической модели на основе исходных данных геометрической модели и методы апостериорной проверки на основе булевых операций над телами проволок каната для выявления некорректных результатов генерации моделей тел проволок с криволинейными боковыми поверхностями на основе алгоритма последовательного иерархического построения отдельных проволок пряди и последовательного копирования прядей. Показаны особенности процесса построения геометрических моделей проволок каната различными методами экструзии: через последовательность образующих с формированием тела, ограниченного криволинейными поверхностями, через последовательность образующих с формированием тела, ограниченного линейно-аппроксимированными поверхностями, и экструзией одной образующей вдоль направляющей. Выполнена оценка вычислительной сложности процесса построения геометрических моделей и необходимого объема оперативной памяти ЭВМ для двух наиболее универсальных методов экструзии тел проволок. Разработан метод оценки значения шага расстановки образующих и исследовано влияние его значения на вычислительную сложность процедуры построения отдельных проволок каната. Даны рекомендации по выбору значения радиального зазора между проволоками. Показана алгоритмическая реализация метода поиска коллизий геометрической модели стального каната в неинтерактивном режиме и предложены подходы к формированию процедур обработки коллизий. Предложенные методы и подходы могут быть представлены в виде программных модулей как для исполнения в среде Gmsh, так и для иной среды, использующей ядро геометрического моделирования OpenCascade Core Technology, и позволяют автоматизировать построение точных геометрических моделей стальных канатов в любой конфигурации без принципиальных ограничений по последующему применению, как обособленному, так и в виде объектов (примитивов), пригодных для внедрения в стороннюю модель.

Ключевые слова: стальной канат, геометрическая модель, экструзия, булевы операции, метод конечных элементов

© 2024 Артем Сергеевич Хорошев, Владимир Сергеевич Пузин, Денис Александрович Щучкин, Екатерина Викторовна Хорошева
Статья доступна по лицензии Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Unported License.
Чтобы получить текст лицензии, посетите веб-сайт http://creativecommons.org/licenses/by-nd/3.0/
или отправьте письмо в Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.

COMPUTER RESEARCH AND MODELING
2024 VOL. 16 NO. 6 P. 1399–1415
DOI: 10.20537/2076-7633-2024-16-6-1399-1415

Ки&М

MODELS IN PHYSICS AND TECHNOLOGY

UDC: 51-74

Approaches to creating precise geometric models of steel wire ropes in the Gmsh environment using the OpenCascade Core Technology engine

A. S. Khoroshev[a], V. S. Puzin, D. A. Shchuchkin, E. V. Khorosheva

Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI),
132 Prosveshcheniya st., Novocherkassk, 346428, Russia

E-mail: [a] khoroshev_as@npi-tu.ru

Received 21.05.2024, after completion — 04.09.2024.
Accepted for publication 06.09.2024.

A review of the problems of preparing accurate geometric models of steel ropes based on mathematical models without significant simplifications, taking into account the intended purpose of the model, is carried out. Possible approaches to the generation of precise geometric models of steel ropes that have no fundamental limitations on their integration in computational domains and the subsequent construction of finite element models based on them are shown. A generalized parameterized geometric model of single and double twist ropes and its algorithmic implementation using the OpenCASCADE Core Technology geometric modeling kernel in the Gmsh environment (open source software) is considered. The problems of using generic tabular data from steel rope assortment standards as initial data for constructing geometric models are considered. Methods of preliminary verification of collisions of a geometric model based on the initial data of a geometric model are given. Post-verification methods based on Boolean operations over rope wire bodies are given to identify incorrect results of generating models of wire bodies with curvilinear side surfaces based on the algorithm of sequential hierarchical construction of individual wires of single strand and sequential copying of it. Various methods of the process of constructing geometric models of rope wires by extrusion are shown: through a sequence of generatrix with the formation of a body limited by curvilinear surfaces, through a sequence of generatrix with the formation of a body limited by linearly approximated surfaces, and extrusion of one generatrix along a single guideline. The computational complexity of the geometric model generation and the required volume of RAM for the two most universal methods of creating a body of wire are investigated. A method for estimating the value of the step of the arrangement of the generatrix of a single wire is shown, and the influence of its value on the computational complexity of the procedure of wire construction is investigated. Recommendations are given for choosing the value of the radial gap between the layers of wires. An algorithmic implementation of the method for searching for collisions of a geometric model of a steel rope in a non-interactive mode is shown. Approaches to the formation of procedures for processing collisions are proposed. Approaches presented in the article can be implemented in the form of software modules for execution in the Gmsh environment, as well as for another environment using the OpenCascade Core Technology geometric modeling kernel. Such modules allow automation of the construction of accurate geometric models of steel ropes in any configuration without fundamental restrictions on subsequent use, both stand-alone and in the form of objects (primitives) suitable for integration in a third-party model.

Keywords: steel wire rope, geometric model, extrusion, boolean operations, finite element method

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2024, vol. 16, no. 6, pp. 1399–1415 (Russian).

© 2024 Artem S. Khoroshev, Vladimir S. Puzin, Denis A. Shchuchkin, Ekaterina V. Khorosheva
This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Unported License.
To view a copy of this license, visit http://creativecommons.org/licenses/by-nd/3.0/
or send a letter to Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.

1. Введение

В современных работах, посвященных проведению численных исследований при решении различных задач в ряде областей науки и техники (механика, электростатика, электромагнетизм), всё чаще встречается использование точных геометрических моделей стальных канатов. Такие геометрические модели основываются на математических моделях, позволяющих повторять геометрию моделируемого каната в трехмерном пространстве без существенных упрощений или условностей, с учетом целевого назначения модели. В случае применения метода конечных элементов для моделирования тех или иных процессов, происходящих в теле каната и окружающей среде вокруг него, требования к геометрической модели будут зависеть от особенностей моделируемых процессов. Например, при исследовании ряда задач механики (расчет напряженно-деформированного состояния проволок каната, исследование фрикционного взаимодействия соседних проволок и др.) расчетной областью является только тело каната (проволок). В случае расчета электромагнитных полей (например, исследование картины распределения электромагнитного поля в области дефектного участка при проведении магнитной дефектоскопии) даже в самой простой задаче расчетная область будет содержать не только тело каната, но и некоторый объем окружающей среды. Это существенно усложняет не только конечно-элементную модель расчетной области и ужесточает требования как к робастности генератора сетки конечных элементов, так и к самой геометрической модели стального каната. Вторым следствием этих различий является кардинально отличающаяся вычислительная сложность решаемых численных задач из-за значительных отличий в размерности и структуре сетки конечных элементов. Эти различия привели к тому, что точность геометрических моделей стальных канатов, применяемых в различных областях науки и техники, также кардинально отличается. Так, применяемые для моделирования устройств магнитного контроля состояния стальных канатов геометрические модели за последние 50 лет прошли эволюционный путь развития от крайне простых полиэдрических однообъемных имитаторов каната [Lesňák et al., 2011] к совокупности множества отдельных тел прямых (пучок имитаторов-прутков) и витых проволок [Liu, Sun, Ma, 2017; Lesňák et al., 2014]. При этом по своей комплексности и размеру (по количеству проволок, сложности конструкции каната и длине моделируемых участков) они существенно уступают моделям, применяемым в других областях, не требующим включения окружающей среды в расчетную область, например в механике [Gai et al., 2023; Song et al., 2018; Stanova et al., 2011], где за довольно короткий срок был осуществлен переход от упрощенных аналитических [Raoof, Kraincanic, 1995] и двумерных геометрических моделей [Knapp, Das, Shimabukuro, 2002] к моделям трехмерным.

В ранее опубликованных работах коллектива авторов использовались более сложные модели канатов, отличающиеся от вышеуказанных [Liu, Sun, Ma, 2017; Lesňák et al., 2014] более высокой степенью достоверности: геометрические модели канатов двойной свивки [Павленко и др., 2012; Khoroshev et al., 2020] и канатов закрытой конструкции [Хорошев, 2018] выполнены в виде тел с непрерывными границами и строго соответствуют данным соответствующего стандартного сортамента. Тем не менее в указанных работах использовались модели, построенные на табличных данных открытых стандартов, которые содержат неточности (в основном связанные с округлением значений диаметров проволок и не только), что ранее отмечалось в фундаментальных работах по теории конструкции канатов (например, [Малиновский, 2001]).

Следует отметить, что рассматриваемые в современной литературе точные математические модели стальных канатов, предназначенные для последующего геометрического моделирования [Zhang et al., 2019], с одной стороны, обладают высокой вычислительной сложностью и предлагают избыточную точность для большинства инженерных задач (особенно для последующей конечно-элементной аппроксимации), с другой — обычно отсутствует связь с примерами практического применения таких геометрических моделей. Так, в работе [Erdonmez, Imrak, 2011]

показаны критические проблемы практического применения точной математической модели пространственной геометрии стального каната не только при создании конечно-элементной модели, но даже на предыдущем этапе — при создании геометрической модели в системах автоматического проектирования (следует отметить, что ряд указанных проблем не решен до сих пор).

Ниже будут рассмотрены способы построения точных геометрических моделей стальных канатов на основе параметрических уравнений в среде Gmsh с использованием ядра геометрического моделирования OCCT (OpenCASCADE Core Technology), пригодных для интегрирования в геометрические модели трехмерных расчетных областей любой конфигурации для последующего создания конечно-элементной модели. Следует отметить, что рассматриваемый подход является достаточно универсальным и позволяет использовать различные виды точных параметризованных моделей геометрии стального каната, основанных на модели спиральной свивки проволок.

2. Параметрическое представление геометрической модели стального каната

Стальной канат является упорядоченной совокупностью проволок, свитых спиралью одиночной или вложенной (двойной или тройной), имеющих в поперечном сечении поверхность правильной или фасонной формы (рис. 1). Геометрическую модель каждой такой проволоки можно представить в виде системы параметрических уравнений координат точек на ее продольной оси. Обобщенные уравнения декартовых координат x, y, z этих точек можно представить в следующем виде:

$$\begin{cases} x(\theta) = r_j[\cos(\gamma_j + \zeta_{ji} + qp\psi)\cos\theta - q\sin(\gamma_j + \zeta_{ji} + qp\psi)\cos\beta\sin\theta] + R_S\cos\theta, \\ y(\theta) = qr_j[\cos(\gamma_j + \zeta_{ji} + qp\psi)\sin\theta - q\sin(\gamma_j + \zeta_{ji} + qp\psi)\cos\beta\cos\theta] + R_S\cos\theta, \\ z(\theta) = -qr_j\sin(\gamma_j + \zeta_{ji} + qp\psi)\sin\beta + \theta\dfrac{R_S}{\operatorname{tg}\beta}, \end{cases} \tag{1}$$

$$\psi = \theta\frac{R_S\operatorname{tg}\alpha_j}{r_j\sin\beta}, \tag{2}$$

где p — коэффициент типа свивки проволок, q — коэффициент направления свивки прядей, θ — текущий угол свивки пряди (изменяется от 0 до 360 градусов за один шаг свивки пряди), ζ — начальный угол смещения проволоки от плоскости отсчета, R_S — радиус свивки пряди (расстояние от оси каната до оси пряди в поперечном сечении каната), β — угол свивки пряди (угол между касательными к продольным осям каната и пряди), i — номера проволоки в слое, j — номер слоя проволок в пряди, r — радиус слоя в пряди (расстояние от оси центральной проволоки пряди до оси проволоки в слое), γ — угол смещения первой проволоки в слое от плоскости отсчета, α — угол свивки проволок в слое.

Коэффициенты p и q принимают значение -1 или 1, определяя направление свивки проволок и прядей (правая или левая, прямая или крестовая). Углы α и β являются углами, обратными углу подъема спирали. Начальный угол смещения проволоки от плоскости отсчета ζ (показан на рис. 1) определяется следующим выражением:

$$\zeta_{ji} = 2\pi\frac{i-1}{n_j}, \quad i = 1, \ldots, n_j, \tag{3}$$

где n — количество проволок в слое j.

Параметрические уравнения (1) и (2) являются обобщенными для любого каната одинарной и двойной свивки и для практического применения должны быть дополнены уравнениями

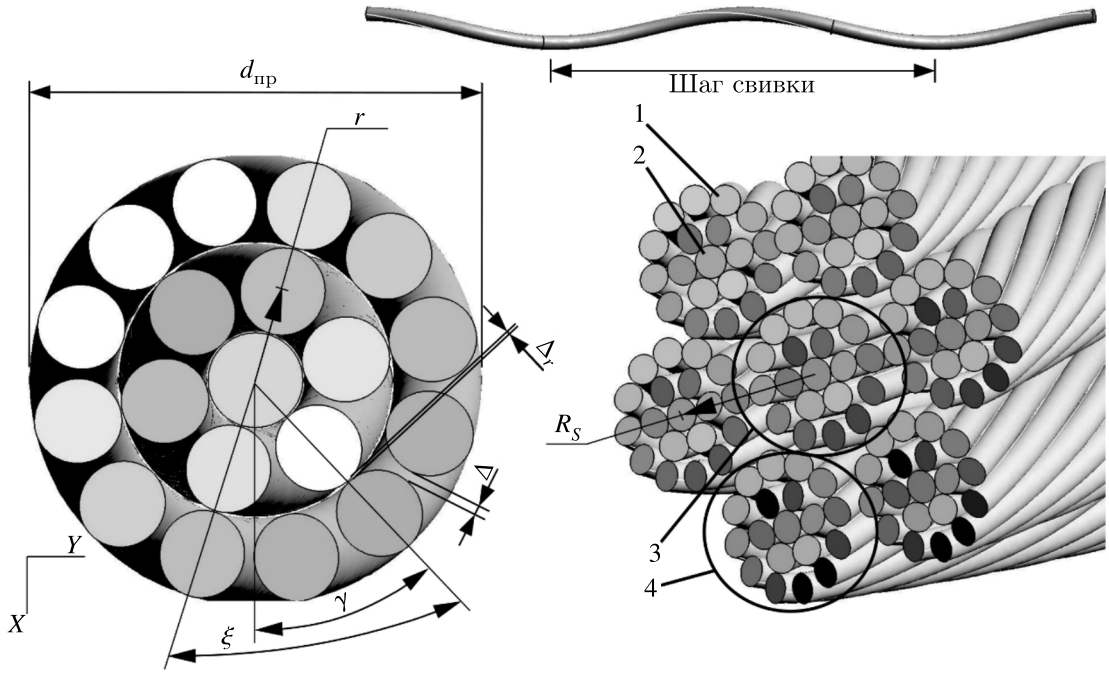

Рис. 1. Основные переменные параметрических уравнений и конструкция каната двойной свивки: 1 — проволока в слое, 2 — центральная проволока, 3 — сердечник, 4 — прядь

и условиями проверки коллизий, что будет рассмотрено ниже. Необходимость внедрения таких проверок связана с тем, что простая параметрическая модель, приведенная выше, не связывает значения радиусов R_S и r, углов α и β с радиусами проволок каната. Это значит, что в такой модели отсутствуют ограничения, существующие в реальных конструкциях канатов. Так, канаты, работающие на изгиб, должны изготавливаться с тангенциальными зазорами между проволоками в прядях и прядями в канате. Физический смысл наличия тангенциальных зазоров состоит в необходимости компенсации изменения взаимного расположения соседних проволок в слое или соседних прядей при изгибании каната, а также для устранения контактных напряжений. Выбор значений тангенциальных зазоров (Δ) является оптимизационной задачей, и в ряде источников предполагаются различные подходы для их определения на основе сведений о конструкции и предполагаемых условиях применения. Например, в [Малиновский, 2001] предложено следующее:

$$\Delta = \frac{\dfrac{2r}{d_{сл}\left(1+\frac{D_Ш}{d_к}\right)}}{1 - \dfrac{2r}{d_{сл}\left(1+\frac{D_Ш}{d_к}\right)}} d_{пр}, \tag{4}$$

$$\Delta = \frac{\pi^2 d_{сл}^2 + \lambda h^2}{\pi D_Ш m}, \tag{5}$$

где r — радиус свивки пряди, $d_{сл}$ — внешний диаметр слоя, $D_Ш$ — диаметр шкива, $d_к$ — диаметр каната, $d_{пр}$ — диаметр пряди, m — количество проволок в слое, λ — характеристическое число, определяющее условие компенсации упругих смещений проволок под нагрузкой (подробно рассмотрено в [Малиновский, 2001]), h — шаг свивки проволок.

Можно отметить, что варианты (4) и (5) фактически предполагают решение обратной задачи: расчет параметров каната исходя из целевых условий его применения. Поэтому на основе

эмпирических данных были выработаны следующие рекомендации [Малиновский, 2001; Кононенко, 1974]:

$$\Delta = (0{,}022 \ldots 0{,}095) d_{\text{пр}}, \tag{6}$$

$$\Delta = (0{,}004 \ldots 0{,}01) \delta, \tag{7}$$

где δ — диаметр проволоки в слое.

Значения тангенциальных зазоров определяются соотношением диаметров проволоки в слое и центральной проволоки, а также количеством проволок в слое (аналогично для прядей и сердечника каната). Максимально возможные значения тангенциальных зазоров соответствуют гипотетической конструкции каната без свивки, когда оси всех проволок являются прямой линией (проволока без свивки). Наличие свивки проволок и прядей уменьшает величину тангенциальных зазоров. Так, для получения значения тангенциального зазора, указанного в (6), между проволок в слое каната конструкции ЛК-О $1 \times 7(1 + 6)$ необходимо, чтобы диаметр центральной проволоки был на 12–28 % больше диаметра проволоки в слое в зависимости от диаметра каната. В то же время многие стандарты, определяющие конструкции стальных канатов, содержат табличные значения диаметров проволок с меньшим значением соотношений диаметров центральной и послойных проволок: 5–10 % (например, [Канат стальной двойной свивки. . . , 1988; Канат двойной свивки типа. . . , 1980]) или вовсе не предусматривают их отличия [Канаты стальные авиационные. . . , 1980]. При построении геометрической модели стального каната на основе обобщенных параметрических уравнений недостаточная разность диаметров проволок неизбежно приведет к возникновению коллизий (пересечению тел проволок) даже при наличии радиальных зазоров. Поэтому при построении геометрических моделей на основе табличных данных о диаметрах проволок, каната, шагов свивки проволок и прядей целесообразно выполнять проверку на коллизии по величине критического радиуса спирали и тангенциального зазора.

Критический радиус спирали (минимальный радиус спирали проволоки, обеспечивающий отсутствие контакта соседних проволок в слое) может быть рассчитан как аналитическими, так и численными методами. В работе [Costello, 1997] предложена аналитическая оценка предельной минимальной величины шага свивки на основе определения минимально допустимого радиуса спирали R_{twM}:

$$R_{twM} = R_l \sqrt{1 + \frac{\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n_l}\right)}{\sin^2 \alpha_{tw}}}, \tag{8}$$

где R_l — радиус проволоки слоя, n_l — количество проволок в слое, α_{tw} — угол подъема спирали.

Соответственно, контакт соседних проволок одного слоя будет отсутствовать при выполнении следующего условия:

$$R_l \sqrt{1 + \frac{\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n_l}\right)}{\sin^2 \alpha_{tw}}} < R_{tw}, \tag{9}$$

где радиус спирали R_{tw} равен сумме радиусов центральной проволоки R_C и проволоки слоя R_l.

Формула (8) позволяет получить значение критического радиуса спирали. Для вложенной спирали с параметрами, характерными для стальных канатов, это значение будет несколько отличаться от истинного на величину не более нескольких единиц процентов (например, на 3–5 %, как показано в работе [Zhang et al., 2019]). Там же представлен новый метод расчета точного значения критического радиуса спирали. Суть метода заключается в следующем: осевая линия проволоки представляется в виде параметрических уравнений, а образующая поперечного сечения проволоки — произвольно сглаженной пространственной кривой на основе трехгранника

Френе (формулы Френе – Серре), что само по себе не является новым [Erdonmez, Imrak, 2011], но здесь используется сопряжение с методом поперечных сечений и решением получившейся задачи алгоритмом общей оптимизации роя частиц. Однако применение такого численного метода расчета значения критического радиуса является крайне трудоемким при его реализации в пределах ядра геометрического моделирования. Кроме того, точность построения геометрической модели ограничивается точностью представления криволинейных объектов и выполнения булевых преобразований ядром геометрического моделирования (для ядра геометрического моделирования OpenCascade Core Techology (OCCT) точность составляет чуть более 10^{-7}), из-за чего указанный метод обладает избыточной точностью расчета.

Совместная оценка значений критического радиуса свивки и тангенциального зазора между проволок в слое позволяет выполнить перекрестную проверку наличия коллизий, возникающих, когда тангенциальные зазоры отсутствуют или принимают отрицательное значение, а также соответствия значения тангенциального зазора условиям (6) и (7). Величина тангенциального зазора Δ рассчитывается исходя из значений угла подъема спирали и ее радиуса, радиуса проволок в слое и их количества с помощью промежуточных коэффициентов b_0, b_1 и α_i:

$$b_0 = \frac{R_l}{\sin\alpha_{tw}}, \tag{10}$$

$$b_1 = \frac{b_0}{\cos\frac{\pi}{n_l}}\,\mathrm{tg}^2\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n_l}\right)\frac{1}{\sqrt{\sin^2\alpha_{tw} + \mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{n_l}\right)}} - R_{tw}\cos\frac{\pi}{n_l}, \tag{11}$$

$$\alpha_i = \frac{\pi}{n_l}\arcsin\left(\frac{b_1^2}{R_{tw}\sin\frac{\pi}{n_l}}\right), \tag{12}$$

$$\Delta = 2\left(R_{tw}\sin\frac{\pi}{n_l} - \frac{b_0 R_{tw}}{\sqrt{b_0^2\sin^2\alpha_i + R_l^2\cos^2\alpha_i}}\cos\left(\arcsin\left(\frac{b_1}{R_{tw}\sin\frac{\pi}{n_l}}\right)\right)\right). \tag{13}$$

Оба варианта проверки коллизий являются априорными и, соответственно, выполняются до построения геометрической модели проволоки с использованием только входных данных (параметров) системы параметрических уравнений. Таким образом в обоих случаях выполняется проверка корректности исходных данных. Коллизии, возникающие из-за ограничений ядра геометрического моделирования и особенностей алгоритмов построения геометрических моделей в нем, будут рассмотрены ниже.

Необходимо отметить, что рассмотренная выше точная параметрическая модель геометрии стального каната является только одной из возможных. Эта модель базируется на постулате эллиптического поперечного сечения витой проволоки в плане оси свивки [Costello, 1997; Jiang, Warby, Henshall, 2008]. Сечение проволоки может быть иной формы, но обязательно — проекцией исходного поперечного сечения проволоки на план оси свивки. Модель, определяющая форму образующей поперечного сечения витой проволоки с помощью формул Френе – Серре, в большей степени соответствует реальной геометрии каната, находящегося в напряженном или предварительно обжатом состоянии [Erdonmez, Imrak, 2011; Chen et al., 2023; Xue, Zhang, Wang, 2023].

3. Алгоритмизация геометрической модели стального каната

С учетом функциональных ограничений графического пользовательского интерфейса априорная проверка коллизий возможна только при работе со средой Gmsh через программный

интерфейс в неинтерактивном режиме. Указанные выше параметрические уравнения геометрической модели стального каната при их практической реализации в виде программного модуля для исполнения в среде Gmsh представляются в виде совокупности более примитивных моделей, которые могут быть реализованы в виде одиночных последовательных команд, выполняемых ядром геометрического моделирования вне зависимости от сложности конструкции каната. Для каната двойной свивки с металлическим сердечником один из вариантов алгоритмического представления модели представлен на рис. 2.

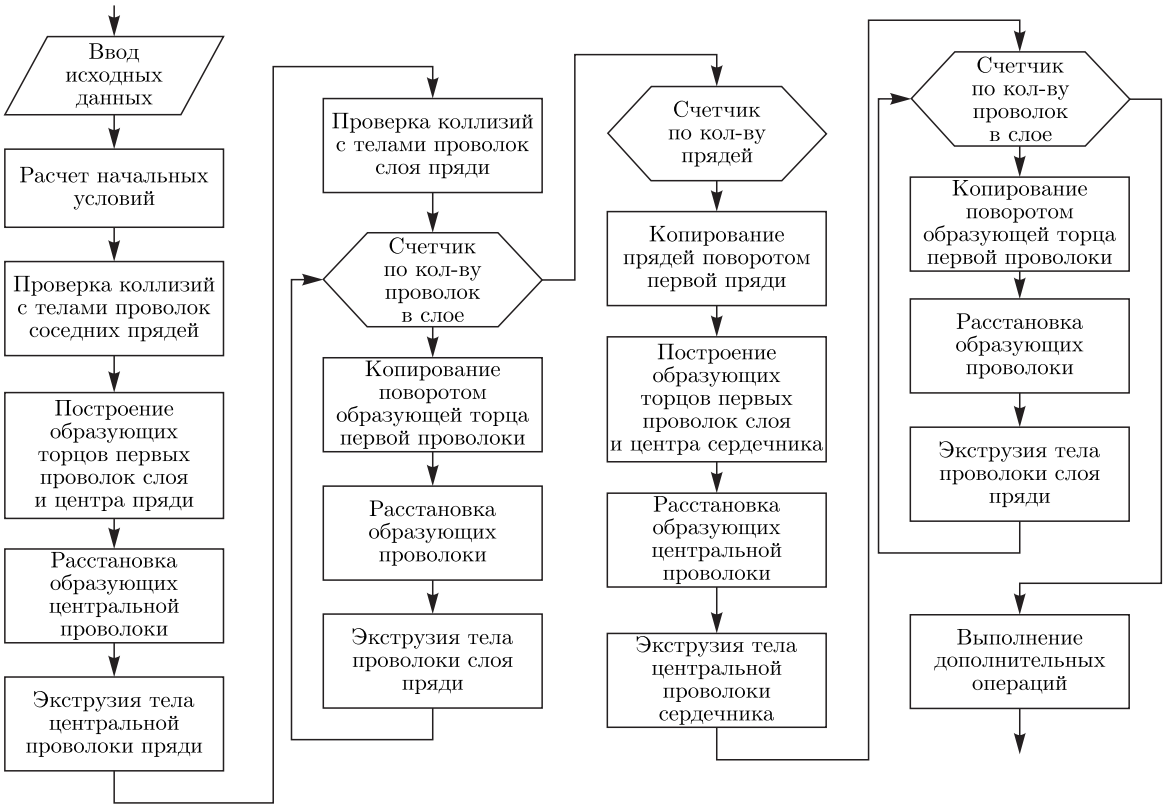

Рис. 2. Обобщенный алгоритм построения геометрической модели стального каната на основе параметрической модели

Исходными данными для построения геометрической модели являются сведения о конструкции каната (количество и диаметр проволок в слоях, диаметр каната, координаты оси каната, шаг свивки проволок и прядей), большая часть из которых являются табличными и могут быть реализованы в виде библиотек. На основе этих данных выполняется расчет начальных условий по формулам (1)–(3).

После ввода исходных данных и расчета начальных условий можно выполнить априорную проверку наличия коллизий по формулам (8)–(13). При выявлении коллизий на этом этапе необходимо откорректировать исходные данные и повторить проверку. Обычно корректировке подвергаются значения радиального зазора и шага свивки.

Предложенный алгоритм построения геометрической модели подразумевает последовательное иерархическое построение проволок только одной пряди и сердечника, а построение остальных прядей выполняется копированием массива тел проволок первой пряди вокруг оси каната. Такой подход позволяет создавать геометрические модели только прямых участков каната, но его вычислительная сложность существенно меньше, чем при иерархическом построении моделей всех проволок каната по отдельности: копирование геометрической модели пряди вы-

полняется в 15–25 раз быстрее, чем построение модели отдельной проволоки. В представленном алгоритме не указаны способы экструзии проволок, так как выбор конкретного способа определяется внешними факторами, такими как характеристики доступного аппаратного обеспечения ЭВМ, и целевым назначением геометрической модели. В целом можно выделить три метода экструзии: через последовательность образующих с формированием тела, ограниченного криволинейными поверхностями (ThruSections), через последовательность образующих с формированием тела, ограниченного линейно-аппроксимированными поверхностями (Ruled ThruSections), и экструзией одной образующей вдоль направляющей (Extrude Using Wire). Наименьшей вычислительной сложностью обладает метод Extrude Using Wire, но он не предполагает переменного сечения тела (проволоки) и изменения ориентации образующей относительно направляющей, что неизбежно приведет к самопересечению боковой поверхности проволоки каната (существуют методы решения этой проблемы, но практической ценности они не имеют). Поэтому метод Extrude Using Wire в рамках данной работы не рассматривается. Методы Ruled ThruSections и ThruSections лишены этих недостатков, но обладают большей вычислительной сложностью. Геометрическая модель проволоки, полученная методом Ruled ThruSections, является линейно-аппроксимированной (дискретная модель), состоящей из большого количества объектов действительных координатных пространств R^0-R^2 (рис. 3).

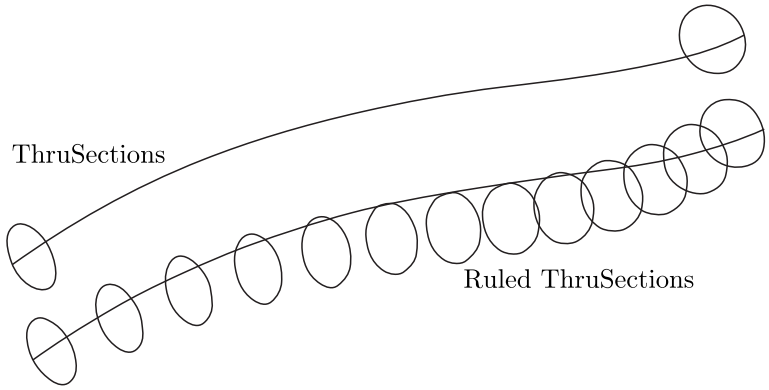

Рис. 3. Геометрическая модель тела проволоки в граничном представлении, полученная методами ThruSections и Ruled ThruSections

Например, при исходном количестве образующих, равном 200, тела проволок, полученные методами Ruled ThruSections и ThruSections, содержат 201 и 3 поверхности соответственно. Использование метода Ruled ThruSections, с одной стороны, позволяет получить дискретную модель и требует значительных вычислительных ресурсов для ее построения, а с другой — обеспечивает высокую робастность булевых преобразований над телами проволок и минимизирует вероятность возникновения коллизий, связанных с ограниченной точностью выполнения булевых преобразований и полиномиальной аппроксимацией криволинейных поверхностей проволок. Ограничения алгоритмов булевых преобразований и условия возникновения различных видов некорректных результатов подробно рассмотрены в [Open CASCADE Technology. Aigorithm. . . , 2023].

Зависимости вычислительной сложности и необходимого объема памяти ЭВМ от длины моделируемого участка единичной проволоки каната одинарной свивки (спираль) для методов экструзии Ruled ThruSections и ThruSections показаны на рис. 4, *а* и 4, *б* соответственно.

Процесс построения каната двойной свивки на основе представленного на рис. 2 алгоритма можно разбить на три больших этапа: создание проволок первой пряди, создание остальных прядей копированием первой, создание проволок сердечника. На рис. 5 показана диаграмма поэтапного расхода процессорного времени на создание модели каната конструкции ТК $6 \times 37(1 +$

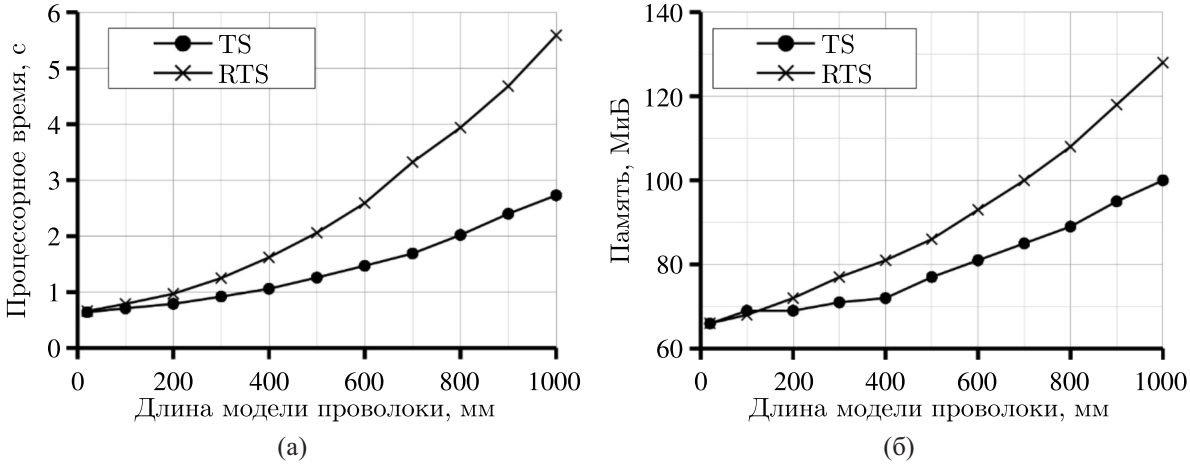

Рис. 4. Зависимости вычислительной сложности (а) и необходимого объема памяти ЭВМ (б) от длины моделируемого участка единичной проволоки для методов экструзии «Ruled ThruSections» («RTS») и «ThruSections» («TS»)

+ 6 + 12 + 18) + 1 × 37(1 + 6 + 12 + 18) (длина участка каната — 100 мм, диаметр — 13 мм, шаг расстановки образующих — 0,75 мм) с помощью двух методов экструзии. Можно отметить резкое увеличение, в 590 раз, расхода процессорного времени на выполнение этапа копирования прядей (этап 2 на диаграмме) при переходе от метода ThruSections к методу Ruled ThruSections, тогда как расход процессорного времени на другие этапы увеличился только в 2–5 раз.

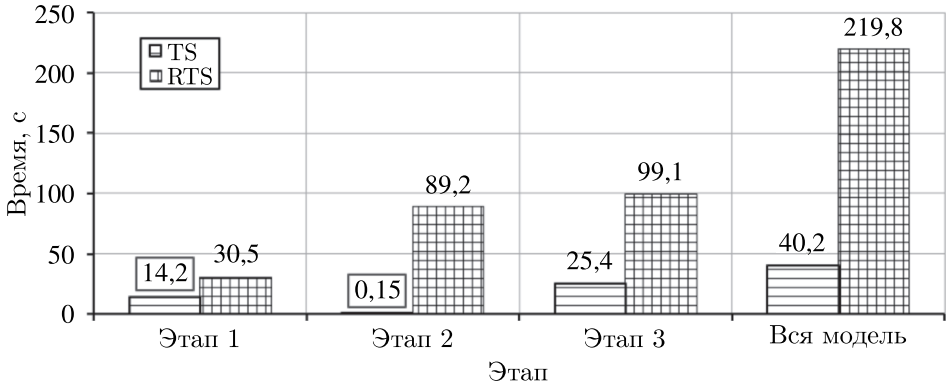

Рис. 5. Расход процессорного времени на выполнение каждого из этапов построения модели каната двойной свивки. Проволоки получены методами экструзии Ruled ThruSections (RTS) и ThruSections (TS)

Очевидно, что проведение булевых преобразований над телами проволок, полученными разными методами экструзии, будет также характеризоваться их разной вычислительной сложностью. На рис. 6 показаны зависимости значений процессорного времени (а) и объема памяти (б), необходимых для выполнения операции булева вычитания между сферой и телами проволок (операция формирования тела окружающей среды), от длины моделируемого участка каната конструкции ЛК-О 1 × 7(1 + 6). Шаг расстановки образующих равен диаметру проволоки слоя — 4 мм. Вычитание производилось в многопоточном режиме ядра *ОССТ* с количеством потоков, равным 2.

Следует отметить, что фактическое значение шага расстановки образующих на траектории экструзии тела проволоки для метода ThruSections не оказывает значимого влияния на точность представления геометрической модели в достаточно широких пределах (от ~ 0,01 до 5 диаметров

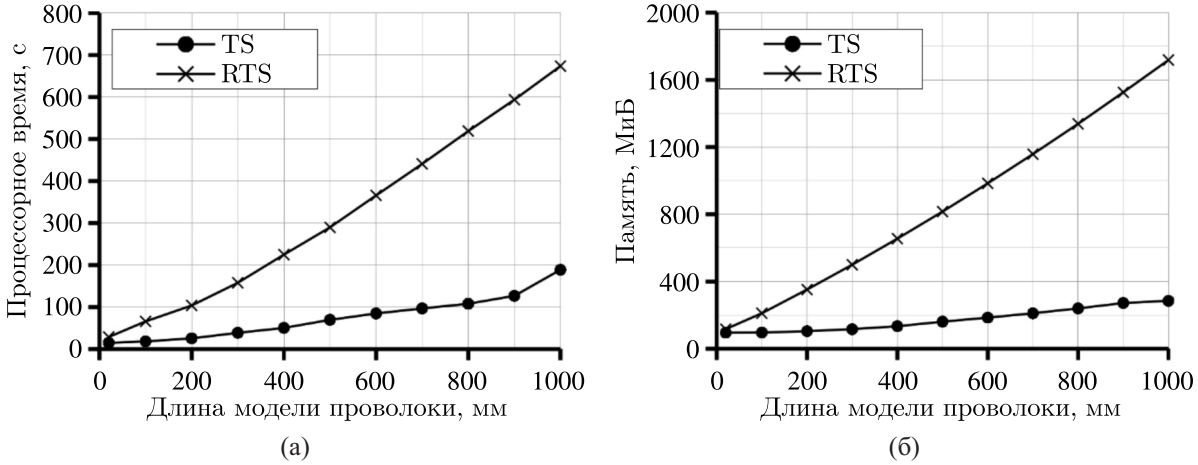

Рис. 6. Зависимости процессорного времени (а) и объема памяти (б), необходимых для выполнения булева вычитания тела каната (тел проволок) из сферического тела-заготовки окружающей среды, от длины моделируемого участка каната. Проволоки получены методами экструзии Ruled ThruSections (RTS) и ThruSections (TS)

проволоки) и универсальными значениями будут 2–3 диаметра проволоки и менее. В то же время проволока, полученная методом экструзии Ruled ThruSections, является линейно-аппроксимированной, а значит, точность аппроксимации напрямую зависит от шага расстановки образующих проволоки. Соответственно, шаг расстановки образующих должен определяться не только минимально необходимой точностью аппроксимации для предотвращения пересечений соседних проволок, но и обеспечением минимального градиента поля в области расположения образующих проволоки при последующем использовании модели в численном моделировании электромагнитных или иных полей. Однако уменьшение шага расстановки образующих неизбежно приводит к увеличению расхода процессорного времени на построение модели. Максимальное значение шага расстановки образующих проволоки $\delta_{ш}$ для метода экструзии Ruled ThruSections можно рассчитать следующим образом:

$$\delta_{ш} \leqslant h\frac{2\arccos\left(1-\frac{\Delta_r}{R_i+\Delta_r}\right)}{360^\circ}, \tag{14}$$

где Δ_r — радиальный зазор между слоями (или между слоем и центральной проволокой), R_i — наружный радиус нижележащего слоя (или радиус центральной проволоки при расчете шага для внутреннего слоя проволок).

Очевидно, что выражение будет удовлетворяться только при ненулевом значении радиального зазора Δ_r. Соответственно, применение метода экструзии Ruled ThruSections при нулевом значении радиального зазора Δ_r неизбежно приведет к возникновению коллизий (пересечение тел проволок в соседних слоях) при создании геометрической модели каната. Во избежание возникновения таких коллизий рассматриваемая модель строится на постулате ненулевого значения радиального зазора Δ_r. Значение радиального зазора Δ_r составляет 0,01–0,05 мм (в зависимости от конструкции каната и диаметров проволок). Такое значение отражает действительный характер контактного взаимодействия проволок в ненагруженных стальных канатах как с точечным, так и с линейным касанием. Это обусловлено сразу несколькими факторами: отклонением реального диаметра проволоки от заданного не только между отдельными проволоками каната и одиночной проволоки по ее длине (например, стандартом [Проволока стальная канатная. . . , 1979] допускается отклонение вплоть до 0,05 мм в обе стороны), допустимым наличием наплывов

покрытия с толщиной не более допустимого отклонения диаметра (также допускается стандартом [Проволока стальная канатная. . . , 1979]), а также околонулевыми контактными напряжениями [Jiang, Warby, Henshall, 2008]. Строго говоря, значение радиального зазора Δ_r непостоянно по длине каната, и ненулевой радиальный зазор перемежается с точечным и линейным касанием в случайном порядке. В пластически обжатых стальных канатах, с плоскостным касанием проволок, даже в ненагруженном состоянии присутствуют контактные напряжения, поэтому наличие радиального зазор Δ_r для них нехарактерно (его возникновение носит ограниченный случайный характер из-за наличия упругих и пластических деформаций и отклонений параметров проволок при их изготовлении). При нагружении канатов с точечным и линейным касанием наличие радиального зазора Δ_r также носит исключительно ограниченный случайный характер ввиду роста значений контактных напряжений из-за уменьшения радиуса спирали свивки проволок [Costello, 1997; Jiang, Warby, Henshall, 2008]. В рассматриваемой модели радиальный зазор Δ_r представлен константой, но реализация модели (1)–(3) с переменным или случайным значением радиального зазора по длине проволоки возможна при незначительной модификации алгоритма, представленного на рис. 2, путем введения модификатора значений координат образующей в цикл их создания.

С учетом ограниченной точности булевых преобразований целесообразно выбирать значение шага $\delta_ш$ с некоторым запасом: не более 0,9–0,95 от максимального, особенно для конструкций канатов с большим количеством проволок (более 150), отличающихся большой крутизной свивки. В случае если даже максимальное значение шага расстановки образующих не позволяет выполнить построение геометрической модели каната ввиду высокого расхода процессорного времени и оперативной памяти ЭВМ, то, согласно (14), целесообразно увеличить значение радиального зазора в разумных пределах. Например, для каната конструкции ТК $6\times37(1+6+12+18)+$ $+1\times37(1+6+12+18)$ диаметром 13 мм построение модели длиной 200 мм с шагом расстановки образующих 1,16 мм (предельное значение при значении радиального зазора — 0,01 мм) требует расхода 255 секунд процессорного времени и 10 260 МиБ памяти ЭВМ (рис. 7). При увеличении радиальных зазоров до 0,05 мм предельное значение шага расстановки образующих увеличится до 2,59 мм. При таком значении шага расход процессорного времени снижается до 49 секунд (в 5,2 раза), а памяти ЭВМ — до 2270 МиБ (в 4,5 раза). Вычислительная сложность операции булева вычитания между сферой и телами проволок модели каната (формирование тела окружающей среды) в еще большей степени зависит от длины шага расстановки образующих: для первого случая (шаг 1,16 мм) расход процессорного времени составил 110 073 секунды, а для второго (шаг 2,59 мм) — только 11 106 секунд (расход процессорного времени уменьшился в 9,91 раза). Следует отметить, что, хотя изменения радиальных зазоров на величину до 0,05 мм, как правило, не оказывают существенного влияния на картину распределения электромагнитного поля в расчетной области, для многопроволочных канатов это приводит к значительному увеличению фактического диаметра модели каната, что может повлиять на результаты моделирования электромагнитных полей в отдельных случаях. Так, для первого рассматриваемого случая фактический диаметр модели каната равен 12,99 мм, а для второго — уже 13,95 мм. Увеличение диаметра модели каната составило 0,96 мм, или 7,3 %.

Можно отметить, что зависимость расхода процессорного времени на построение модели простой конструкции каната от длины моделируемого участка практически линейна (рис. 6), то есть расход процессорного времени прямо пропорционален количеству объектов пространств R^0-R^2 в модели, вне зависимости от используемого метода экструзии проволок. Но в случае геометрической модели сложной конструкции каната (рис. 7) зависимость является квадратичной.

С учетом низкой вычислительной сложности процесса построения геометрической модели каната в варианте с полиномиальной аппроксимацией поверхностей использование такой

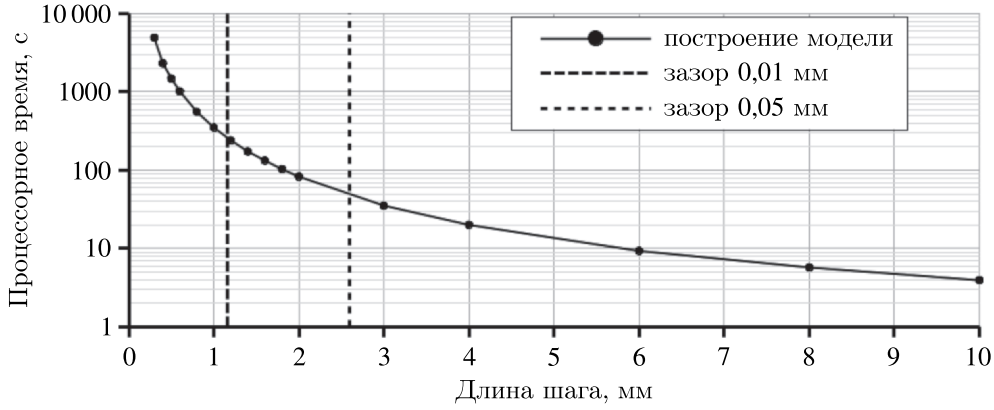

Рис. 7. Зависимость расхода процессорного времени для построения модели каната конструкции ТК $6 \times \times 37(1+6+12+18)+1 \times 37(1+6+12+18)$ диаметром 13 мм и длиной 200 мм от длины шага расстановки образующих. Проволоки получены методом экструзии Ruled ThruSections. Штриховыми линиями указаны значения предельного шага для соответствующих значений радиального зазора

модели является предпочтительным. Однако при некоторых комбинациях диаметра проволоки, крутизны свивки, длины моделируемого участка, значения шага расстановки образующих возможна интерференция боковой поверхности тела проволоки [Open CASCADE Technology. Pure. . . , 2023]. Среда Gmsh не имеет встроенных инструментов для обнаружения подобных проблем, но это возможно при последующем выполнении булевых преобразований с помощью количественной оценки результата булевой операции. Соответственно, при автоматизированном (неинтерактивном) построении геометрических моделей необходимо предусмотреть процедуру оценки корректности результата для выявления коллизий и их возможного исправления. Например, коллизию можно обнаружить при проведении булева вычитания тела проволоки из тела-заготовки окружающей среды. Так, наличие интерференции боковой поверхности проволоки приведет к некорректному результату булева вычитания: массив результатов будет содержать на один элемент больше ожидаемого числа для каждого случая интерференции. Возникновение коллизий между телами соседних проволок при значениях зазоров, близких к точности выполнения булевых преобразований, приведет к аналогичному изменению результата булева вычитания. Сравнение количества элементов в массиве результатов с эталонным (теоретическим) значением является самым простым способом неинтерактивного процесса выявления коллизий. Так, для операции булева вычитания BooleanDifference между сферическим телом окружающей среды (air) и телом проволоки (wire) корректным результатом будет длина массива результатов Result[], равная 1 (рис. 8).

Обработка ошибки должна выполняться с учетом особенностей модели и требуемой цели. Так, если некорректный количественный результат вызван ограничениями ядра геометрического моделирования и особенностями алгоритмов построения геометрических моделей в нем, то одним из вариантов обработки ошибки будет удаление исходной модели проволоки и результатов булевой операции с последующим перезапуском процесса построения геометрической модели проволоки со входными данными, измененными подходящим образом, с учетом наложенных ограничений. Аналогичный способ обработки ошибок может использоваться и при создании геометрической модели каната с повреждениями: при обнаружении коллизии во время булевой операции создания модели повреждения можно отказаться от результата, откорректировать параметры инструмента повреждения и выполнить операцию повторно. При формировании множественных повреждений, не имеющих жестко заданных параметров, таких как коррозия (рис. 9), можно и вовсе отказаться от единичного некорректного результата и перейти к следующей операции.

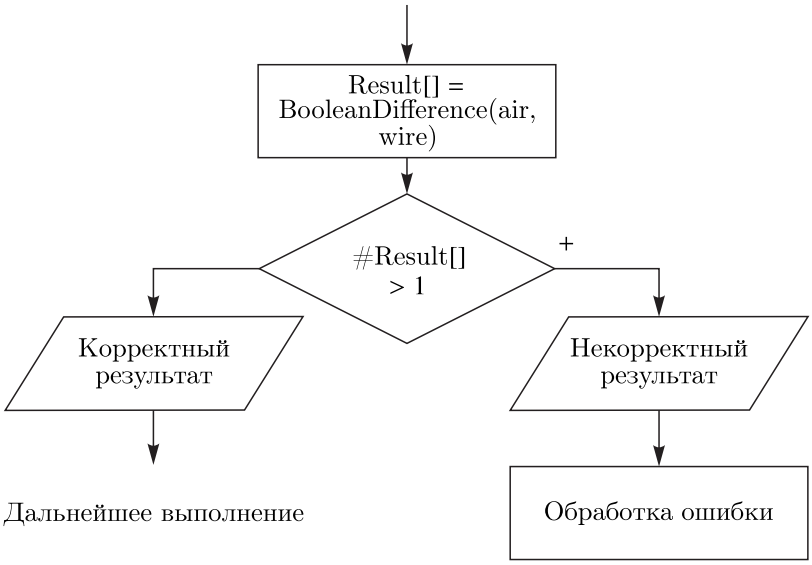

Рис. 8. Обобщенный алгоритм количественной проверки корректности результата булева вычитания в неинтерактивном режиме

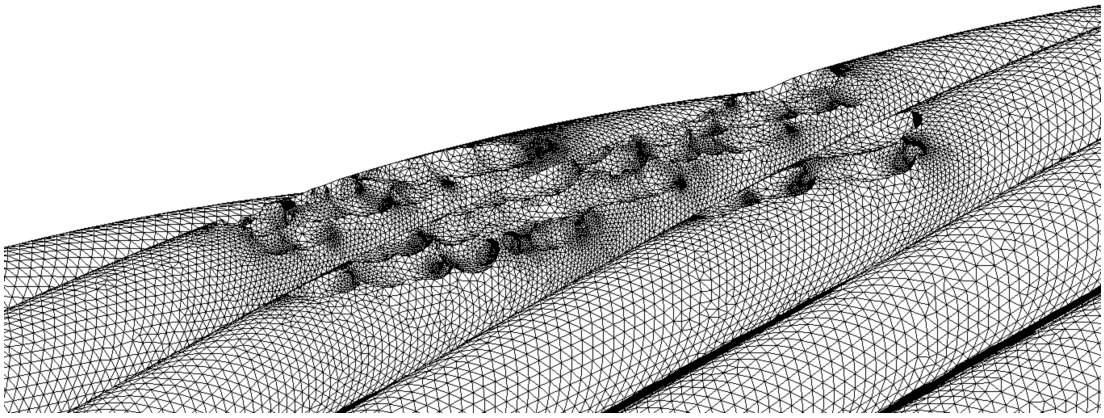

Рис. 9. Модель каната с наружной коррозией (для наглядности представлен в виде конечно-элементной модели)

Описанный подход к построению геометрических моделей стальных канатов позволяет автоматически обрабатывать ошибки некорректных входных данных и коллизий. Это значительно расширяет возможности пакетной подготовки данных в полностью автоматическом режиме, например для обучения нейронных сетей.

4. Заключение

Предлагаемые подходы к реализации точных геометрических моделей в параметрическом представлении позволяют выполнить построение модели стального каната витой конструкции любой сложности. Такие модели могут быть использованы в составе расчетных областей для решения полевых задач с применением метода конечных элементов без необходимости выполнения каких-либо дополнительных операций: априорная и апостериорная проверки наличия коллизий в модели каната позволяют получить модель без деградировавших и свободных (не связанных) элементов, в том числе и при ее экспорте в форматы открытых стандартов (например,

ISO 10303-21) для дальнейшего использования в стороннем программном обеспечении. Вариативность методов экструзии отдельных проволок и комбинаций входных параметров модели позволяет выполнить ее построение с заданной степенью дискретизации и/или с обеспечением наиболее эффективного использования доступных аппаратных ресурсов. Следует отметить, что при формировании модели и алгоритма ее программной реализации модели вводятся допущения:

1) геометрическая модель проволок создается на основе образующей, являющейся проекцией исходного поперечного сечения проволоки на план оси свивки проволоки, а не на основе трехгранника Френе;

2) геометрическая модель каната строится с учетом постулата наличия радиального зазора между слоев проволок.

Указанные допущения не являются значащими при моделировании электромагнитных и электрических полей при проектировании устройств электромагнитного неразрушающего контроля, однако делают невозможным решение задач механики. Тем не менее предложенный в представленной работе подход позволяет обойти оба допущения путем модификации части параметризованной модели (введение уравнений Френе – Серре для описания формы образующей проволоки и модификация уравнений априорной проверки коллизий) и модификации алгоритма построения геометрической модели стального каната путем введения иной процедуры обработки коллизий. Такие модификации являются целью дальнейших исследований.

5. Приложение

Модель каната двойной свивки типа ЛК-РО конструкции $6 \times 36(1 + 7 + 7/7 + 14) + 7 \times 7(1 + 6)$ ГОСТ 7669-80, созданная в среде Gmsh с использованием представленных в статье подходов и экспортированная в формат STEP, размещена по ссылке: https://disk.yandex.ru/d/5Lfn___CviaEjQ.

Список литературы (References)

Канат двойной свивки типа ЛК-О конструкции 67(1 + 6) + 17(1 + 6). Сортамент. ГОСТ 3066-80. Утвержден и введен в действие 23.04.1980.

Kanat dvoinoi svivki tipa LK-O konstruktsii 67(1+6)+17(1+6). Sortament [Two lay rope type LK-O construction 67(1+ + 6) + 17(1 + 6). Dimensions]. Federal standard 3066-80. Approved and enacted 23.04.1980 (in Russian).

Канат стальной двойной свивки типа ТК конструкции 619(1 + 6 + 12) + 119(1 + 6 + 12). Сортамент. ГОСТ 3067-88. Утвержден и введен в действие 09.09.1988.

Kanat stal'noi dvoinoi svivki tipa TK konstruktsii 619(1+6+12)+119(1+6+12). Sortament [Two lay steel rope type TK construction 619(1+6+12)+119(1+6+12). Dimensions]. Federal standard 3067-88. Approved and enacted 09.09.1988 (in Russian).

Канаты стальные авиационные. Технические условия. ГОСТ 2172-80. Утвержден и введен в действие 05.08.1980.

Kanaty stal'nye aviatsionnye. Tekhnicheskie usloviya [Steel aircraft ropes. Technical requirements]. Federal standard 2172-80. Approved and enacted 05.08.1980 (in Russian).

Кононенко Л. А. Разработка рациональных конструктивных параметров, обеспечивающих надежность и долговечность подъемных канатов с металлическим сердечником для грузоподъемных машин // Автореф. дис. . . . канд. техн. наук. — Харьков, 1974.

Kononenko L. A. Razrabotka racional'nyh konstruktivnyh parametrov, obespechivayushchih nadezhnost' i dolgovechnost' pod"emnyh kanatov s metallicheskim serdechnikom dlya gruzopod"emnyh mashin [Development of rational design parameters ensuring reliability and durability of lifting ropes with a metal core for lifting machines] // Abstract of the dissertation . . . Candidate of Technical Sciences. — Kharkov, 1974 (in Russian).

Малиновский В. А. Стальные канаты. Ч. 1. Некоторые вопросы технологии, расчета и проектирования. — Одесса: Астропринт, 2001.

Malinovskiy V. A. Stal'nye kamaty. Ch. 1. Nekotorye voprosy tekhnologii, rascheta i proektirovaniya [Steel ropes. Part 1. Some issues of technology, calculation and design]. — Odessa: Astroprint, 2001 (in Russian).

Павленко А. В., Хорошев А. С., Пузин В. С., Медведев В. В., Щучкин Д. А. Геометрические модели круглопрядных канатов с повреждениями для моделирования магнитных полей методом конечных элементов // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. — 2012. — № 1 (165). — С. 40–45.

Pavlenko A. V., Khoroshev A. S., Puzin V. S., Medvedev V. V., Tchoutchkin D. A. Geometricheskie modeli kruglopryadnyh kanatov s povrezhdeniyami dlya modelirovaniya magnitnyh poley metodom konechnyh elementov [Geometric models of round strand ropes with injuries for modeling of magnetic fields by finite element method] // Bulletin of Higher Educational Institutions. North Caucasus Region. Technical Sciences. — 2012. — No. 1 (165). — P. 40–45 (in Russian).

Проволока стальная канатная. Технические условия. ГОСТ 7372-79. Утвержден и введен в действие 11.06.1979.

Provoloka stal'naya kanatnaya. Technicheskie usloviya [Steel wire for ropes. Specifications]. Federal standard 7372-79. Approved and enacted 11.06.1979 (in Russian).

Хорошев А. С. Влияние дефектов внутренних проволок на топологию магнитного поля стального каната закрытой конструкции // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. — 2018. — Т. 61, № 6. — С. 46–50.

Khoroshev A. Vliyanie defektov vnutrennih provolok na topologiyu magnitnogo polya stalnogo kanata zakrytoj konstrukcii [Effect of internal wire defects on the topology of the magnetic field of the steel wire rope of a closed design] // Russian Electromechanics. — 2018. — Vol. 61, No. 6. — P. 46–50 (in Russian).

Chen L., Magliulo M., Elig M., Beex L. A. A. A mechanical model for compaction of strands for wire ropes // International Journal of Solids and Structures. — 2023. — Vol. 269. — P. 112178.

Costello G. A. Theory of wire rope. — 2nd edition. — New York, USA: Springer-Verlag, 1997.

Erdonmez C., Imrak C. E. Modeling techniques of nested helical structure based geometry for numerical analys // Strojniski vestnik – Journal of Mechanical Engineering. — 2011. — Vol. 57, No. 4. — P. 283–292.

Gai J., Yan K., Deng Q., Sun M., Ye F. A finite element model for a $6 \times$ K31WS + *FC* wire rope and a study on its mechanical responses with or without wire breakage // Applied Sciences. — 2023. — Vol. 13, No. 8407. — P. 1–22.

Jiang W. G., Warby M. K., Henshall J. L. Statically indeterminate contacts in axially loaded wire strand // European Journal of Mechanics A: Solids. — 2008. — Vol. 27, No. 1. — P. 69–78.

Khoroshev A., Shchuchkin D., Pavlenko A., Puzin V. Modelling of locally damaged steel wire ropes // Nondestructive Testing and Evaluation. — 2020. — Vol. 35, No. 4. — P. 395–407.

Knapp R. H., Das S., Shimabukuro T. A. Computer-aided design of cables for optimal performance — geometric modelling and finite element software for structural design of cables // Sea Technology. — 2002. — Vol. 43, No. 7. — P. 41–46.

Lesňák M., Foukal J., Slivečka L., Slivečka J. Study of accumulated defects of steel wire ropes // Solid State Phenomena. — 2011. — Vol. 1, No. 77. — P. 159–167.

Lesňák M., Procházka J., Hlavatý I., Pištora J. Study of steel wire ropes defects // Applied Mechanics and Materials. — 2014. — No. 683. — P. 55–60.

Liu S., Sun Y., Ma W. A new method of SHM for steel wire rope and its apparatus // Structural Health Monitoring – Measurement Methods and Practical Applications. — 2017. — P. 23–46.

Open CASCADE Technology. Algorithm Limitations. — [Electronic resource]. — https://dev.opencascade.org/doc/occt-7.4.0/overview/html/occt_user_guides__boolean_operations.html#occt_algorithms_10 (accessed: 05.11.2023).

Open CASCADE Technology. Pure self-interference. — [Electronic resource]. — https://dev.opencascade.org/doc/occt-7.4.0/overview/html/occt_user_guides__boolean_operations.html#occt_algorithms_10_1_3 (accessed: 05.11.2023).

Raoof M., Kraincanic I. Analysis of large-diameter steel ropes // Journal of Engineering Mechanics. — 1995. — Vol. 121, No. 6. — P. 667–675.

Song B., Wang H., Cui W., Han B. Distributions of stress and deformation in a braided wire rope subjected to tensile loading // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. — Bristol, England, UK: IOP Publishing, 2018. — P. 042004.

Stanova E., Fedorko G., Fabian M., Kmet S. Computer modelling of wire strands and ropes part I: theory and computer implementation // Advances in Engineering Software. — 2011. — No. 42. — P. 305–315.

Xue G., Zhang P., Wang Y. Analysis and research on gap model of twisted strand steel wire // Journal of Physics: Conference Series. — Great Britain, Bristol, 2023. — Vol. 2501, No. 1. — P. 012027.

Zhang P., Duan M., Duan J., Zhang Y. A precise mathematical model for geometric modeling of wire rope strands structure // Applied Mathematical Modelling. — 2019. — Vol. 76. — P. 151–171.