

УДК: 519.876.5

Анализ механических структур сложных технических систем

А. Н. Божко

МГТУ им. Н. Э. Баумана,
Россия, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

E-mail: bozhkoan@bmstu.ru

Получено 15.07.2021, после доработки — 27.08.2021.

Принято к публикации 09.09.2021.

Работа посвящена структурному анализу сложных технических систем. Рассматриваются механические структуры, свойства которых влияют на поведение изделия в процессе сборки, ремонта и эксплуатации. Основным источником данных о деталях и механических связях между ними является гиперграф. Эта модель формализует многоместное отношение базирования. Она корректно описывает связность и взаимную координацию деталей, которые достигаются в процессе сборки изделия. При разработке сложных изделий в САД-системах инженер часто допускает тяжелые проектные ошибки: перебазирование деталей и несеквенциальность сборочных операций. Предложены эффективные способы идентификации данных структурных дефектов. Показано, что свойство независимой собираемости можно представить как оператор замыкания на булеане множества деталей изделия. Образы этого оператора представляют собой связанные координированные совокупности деталей, которые можно собрать независимо. Описана решеточная модель, которая представляет собой пространство состояний изделия в процессе сборки, разборки и декомпозиции на сборочные единицы. Решеточная модель служит источником разнообразной структурной информации о проекте. Предложены численные оценки мощности множества допустимых альтернатив в задачах выбора последовательности сборки и декомпозиции на сборочные единицы. Для многих технических операций (например, контроль, испытания и др.) необходимо монтировать все детали-операнды в одну сборочную единицу. Разработана простая формализация технических условий, требующих включения (исключения) деталей в сборочную единицу (из сборочной единицы). Приведена теорема, которая дает математическое описание декомпозиции изделия на сборочные единицы в точных решеточных терминах. Предложен способ численной оценки робастности механической структуры сложной технической системы.

Ключевые слова: механическая структура, структурный анализ, автоматизированное проектирование, гиперграфовая модель структуры, решеточная модель изделия

UDC: 519.876.5

Analysis of mechanical structures of complex technical systems

A. N. Bozhko

Bauman Moscow State University,
5/1 2-ya Baumanskaya st., Moscow, 105005, Russia

E-mail: bozhkoan@bmstu.ru

Received 15.07.2021, after completion — 27.08.2021.

Accepted for publication 09.09.2021.

The work is devoted to the structural analysis of complex technical systems. Mechanical structures are considered, the properties of which affect the behavior of products during assembly, repair and operation. The main source of data on parts and mechanical connections between them is a hypergraph. This model formalizes the multidimensional basing relation. The hypergraph correctly describes the connectivity and mutual coordination of parts, which is achieved during the assembly of the product. When developing complex products in CAD systems, an engineer often makes serious design mistakes: overbasing of parts and non-sequential assembly operations. Effective ways of identifying these structural defects have been proposed. It is shown that the property of independent assembly can be represented as a closure operator whose domain is the boolean of the set of product parts. The images of this operator are connected and coordinated subsets of parts that can be assembled independently. A lattice model is described, which is the state space of the product during assembly, disassembly and decomposition into assembly units. The lattice model serves as a source of various structural information about the project. Numerical estimates of the cardinality of the set of admissible alternatives in the problems of choosing an assembly sequence and decomposition into assembly units are proposed. For many technical operations (for example, control, testing, etc.), it is necessary to mount all the operand parts in one assembly unit. A simple formalization of the technical conditions requiring the inclusion (exclusion) of parts in the assembly unit (from the assembly unit) has been developed. A theorem that gives a mathematical description of product decomposition into assembly units in exact lattice terms is given. A method for numerical evaluation of the robustness of the mechanical structure of a complex technical system is proposed.

Keywords: mechanical structure, structural analysis, computer-aided design, hypergraph structure model, lattice product model

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2021, vol. 13, no. 5, pp. 903–916 (Russian).

1. Введение

Механическая структура (assembly structure, product structure) — это множество деталей и комплектующих вместе с механическими связями (соединениями и сопряжениями), которые доставляют технической системе функциональную целостность и геометрическую определенность [Whitney, 2004]. Механическая структура (МС) технической системы — это важнейшее проектное решение, которое влияет на многие технические и экономические характеристики машины, аппарата, установки или механического прибора. Так, от нее в значительной степени зависят последовательность сборки, декомпозиция на сборочные единицы, ремонтпригодность изделия и др.

В современных системах автоматизированного проектирования нет специальных средств для разработки и оценки качества МС. Эта часть проекта новой технической системы формируется во многом автоматически, в процессе реализации других проектных процедур: обликотого проектирования, создания трехмерной геометрической модели, синтеза размерной схемы конструкции и т. п. Свойства механической структуры закладываются в начале жизненного цикла, а верифицируются на финальных этапах технической подготовки производства и в процессе эксплуатации изделия. Поэтому важной и актуальной задачей является разработка моделей и методов структурного анализа сложных изделий, позволяющих на начальных этапах жизненного цикла технической системы оценить качество структуры и идентифицировать структурные ошибки проекта.

Возможности автоматизированного структурного анализа в значительной степени зависят от математического описания структурных характеристик изделия. В подавляющем большинстве современных исследований и разработок в качестве математической модели механической структуры используются графы связей и многочисленные его разновидности: Liaison diagram [Bourjault, 1988], Liaison graph [Karjalainen, 2007], Parts liaison graph [Park et al., 2013], Attributed liaison graph [Vigano, Gómez, 2012], Product liaison graph [Erdos, Kis, Xirouchakis, 2001], Connection graph [De Mello, Sanderson, 1991], Assembly mating graph [Sambhoos, Koc, Nagi, 2009], Part mating graph [Ko, Lee, 1987], Connective relation graph [Gu, Yan, 1995], Hierarchical relation graph [Su, 2009], Adjacency graph [Zhang et al., 2013], Assembly connectivity graph [Pan, Smith S., Smith G., 2006] и др.

Граф связей — это простая математическая модель, которая учитывает только механические связи между деталями. Приведем точное формальное определение этой модели. Обозначим через $X = \{x_i\}_{i=1}^n$ множество деталей изделия. Граф связей — это неориентированный граф $G(X, V)$, в котором множество вершин X соответствует деталям, а множество ребер V — механическим связям. Ребро $v = (x, y)$ соединяет вершины $v \in V$; $x, y \in X$ тогда и только тогда, когда между деталями x и y есть соединение или сопряжение.

Возможности графовой модели невелики. С ее помощью можно выполнить только неглубокий структурный анализ изделия и рассчитать самые простые структурные характеристики проекта. Например, определить связность механической структуры, идентифицировать мосты, висячие вершины, циклы и клики [Божко, 2018].

В [De Mello, Sanderson, 1991] описан метод, который позволяет моделировать секвенциальные сборочные операции при помощи разрезов графа $G = (X, V)$ на два связанных фрагмента (Bi-partitioning). Множество всех допустимых разрезов представляется в виде И-ИЛИ-графа, который можно использовать для расчета некоторых структурных показателей, в частности собираемости изделия.

В [Vigano, Gómez, 2013] по графу связей вычисляются так называемые индексы центральности вершин (Centrality index) и индексы важности фундаментальных циклов графа (Importance index). Эти данные служат для поиска рациональной декомпозиции изделия на сборочные единицы (Assembly units).

В [Bourjault, 1988] предложен один из первых систематических методов автоматизированного проектирования последовательности сборки сложного изделия. Он основан на экспертном упорядочении ребер графа связей. Усовершенствованная версия этого метода, которая требует меньшего числа обращений к эксперту, описана в [De Fazio, Whitney, 1987].

В [O'shea, Kaebnick, Grewal, 2000] граф связей используется для декомпозиции сложного изделия на сборочные единицы. В работе предложен метод, который опирается только на структурные характеристики изделия. Ищется такое разрезание графа $G = (X, V)$ на подграфы, в котором внутренняя связность частей преобладает над внешней.

Оригинальный метод анализа структурных и геометрических связей сложного изделия предложен в [Wilson, Latombe, 1994]. Носителем информации о связях служит так называемый *db*-граф (Directional blocking graph). Он описывает запреты на бесконечно малые перемещения деталей вдоль выбранного направления, то есть локальные препятствия, которые создают контактирующие детали. *Db*-граф представляет собой суграф графа $G = (X, V)$ с ориентированными ребрами. Данную структурную модель можно использовать для анализа геометрических препятствий при сборке и разборке изделия.

Граф связей $G = (X, V)$ дает слабое математическое описание структурных свойств изделия, поскольку учитывает только контакты между деталями и комплектующими. Данная модель не может адекватно формализовать взаимную координацию деталей в изделии, поскольку это свойство, в общем случае, может достигаться реализацией нескольких механических связей одновременно. В [Bozhko, 2019] описана гиперграфовая модель изделия, которая корректно моделирует связность, геометрическую координацию и собираемость технической системы (машины или механического прибора). Приведем основные определения и результаты.

2. Гиперграфовая модель механической структуры

Изделию X сопоставим гиперграф $H = (X, R)$, в котором множество вершин $X = \{x_i\}_{i=1}^n$ соответствует деталям и комплектующим, а множество гипердуг $R = \{r_j\}_{j=1}^m$ описывает минимальные геометрически определенные группировки деталей, полученные базированием по внутренним конструкторским базам изделия. На рис. 1 показаны: фрагмент узла барабана (а), граф связей (б), гиперграф (в).

В современной инженерной практике абсолютно преобладают так называемые секвенциальные когерентные сборочные операции [Ghandi, Masehian, 2015]. Это операции, которые реализуют некоторую механическую связь (совокупность связей) и выполняются при помощи двух рабочих органов, осуществляющих относительное перемещение монтируемых элементов конструкции. Приведем несколько формальных определений, необходимых для корректного математического описания данных фундаментальных свойств сборочных операций и процессов.

Обозначим через $\{x_1, x_2, \dots, x_i\}$ множество всех вершин, инцидентных ребру $r \in R$ гиперграфа $H = (X, R)$. Степенью ребра r называется число $\left| \{x_1, x_2, \dots, x_i\} \right|$.

Определение 1. Стягиванием ребра $r = \{x_1, x_2, \dots, x_i\}$ называется операция отождествления всех вершин $\{x_1, x_2, \dots, x_i\}$ и исключения r из множества R .

Определение 2. Нормальным стягиванием называется стягивание ребра степени два.

Определение 3. Гиперграф $H = (X, R)$, для которого существует последовательность нормальных стягиваний, преобразующая его в одновершинный гиперграф без петель (точка), называется s -гиперграфом.

Нормальное стягивание — это математическое описание когерентной и секвенциальной сборочной операции. S -гиперграф — модель механической структуры собираемой технической

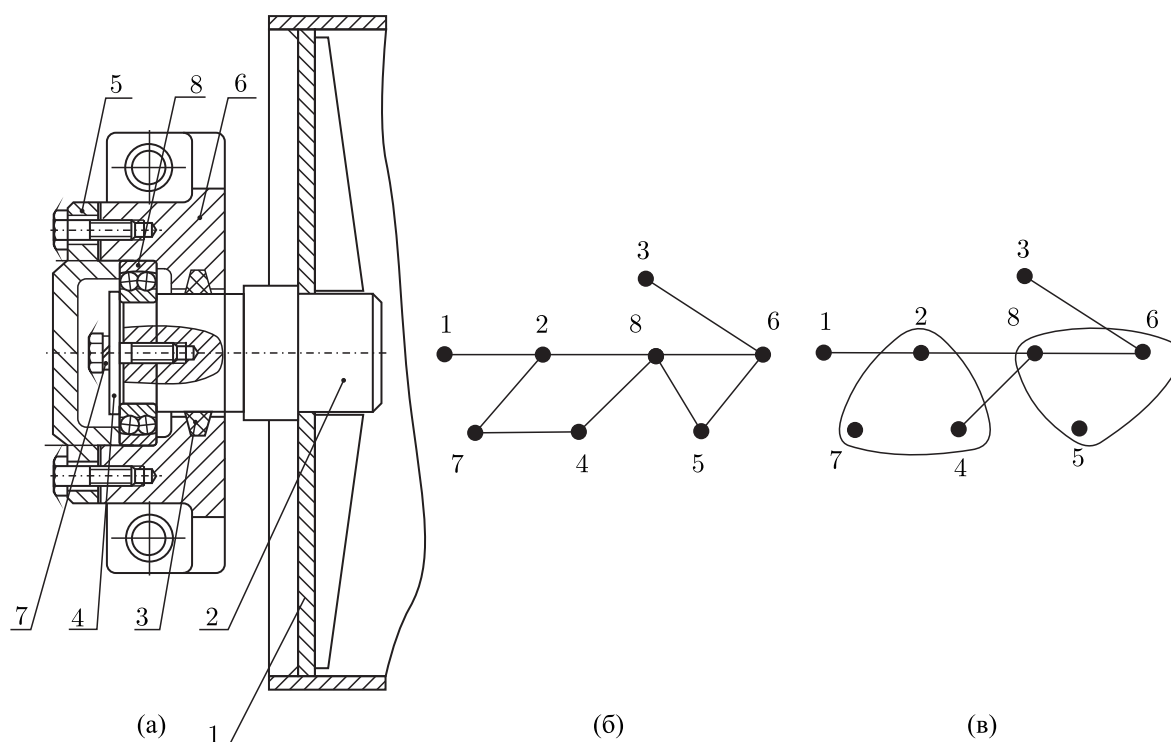


Рис. 1. Фрагмент узла барабана (а), граф связей узла (б), гиперграф узла (в)

системы, а одновершинный гиперграф без петель соответствует собранному изделию, все механические связи которого осуществлены.

Теорема 1. Пусть гиперграф $H = (X, R)$ преобразуется в точку при помощи последовательности нормальных стягиваний. Тогда:

- 1) $H = (X, R)$ является связным;
- 2) во множестве R есть хотя бы одно ребро второй степени;
- 3) выполняется равенство $|X| = |R| + 1$.

В [Божко, 2012] дано формальное доказательство этой важной теоремы.

3. Структурный анализ по гиперграфовой модели изделия

Приведем технические аргументы, обосновывающие равенство $|X| = |R| + 1$. Пусть выбрана некоторая последовательность сборки изделия. Первая в этой последовательности деталь устанавливается в приспособление, поэтому не нуждается во внутренних конструкторских базах. Для каждой последующей детали требуется ровно один комплект внутренних баз. Отсюда немедленно следует справедливость соотношения $|X| = |R| + 1$.

Перебазирование

Пусть для гиперграфа $H = (X, R)$ выполняются два первых условия теоремы 1 и $|X| < |R| + 1$. Такие гиперграфы будем называть избыточными. Легко видеть, что любая последовательность нормальных стягиваний преобразует избыточный гиперграф H либо в одновершинный граф с петлями (рис. 2), либо в нестягиваемый граф (рис. 3).

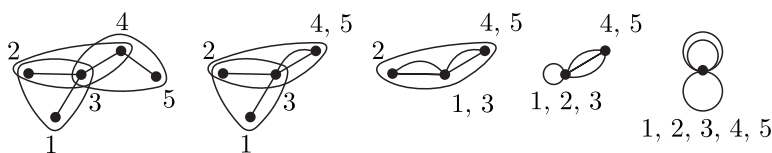


Рис. 2. Последовательность нормальных стягиваний, преобразующая избыточный гиперграф в точку с петлями

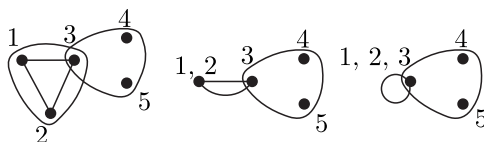


Рис. 3. Последовательность нормальных стягиваний, преобразующая избыточный гиперграф в нестягиваемый гиперграф третьего порядка

Появление петель после операции нормального стягивания противоречит толкованию одновершинного графа (подграфа) как образа собранного изделия (фрагмента изделия), в котором все связи реализованы. Петли означают наличие избыточной координации деталей. Это тяжелая проектная ошибка, которая на этапе конструирования порождает неразрешимые размерные цепи, а на этапе производства влечет за собой перебазирование. Перебазирование (Overbasing) — это установка детали с одновременной координацией по нескольким полным конструкторским базам [Whitney, 2004].

На рис. 4, а показана простая конструкция крепления подшипника. На этом рисунке: 1 — стакан, 2 — подшипник, 3 — втулка, 4 — крышка, 5 — шестерня. На рис. 4, б изображен гиперграф данной конструкции.

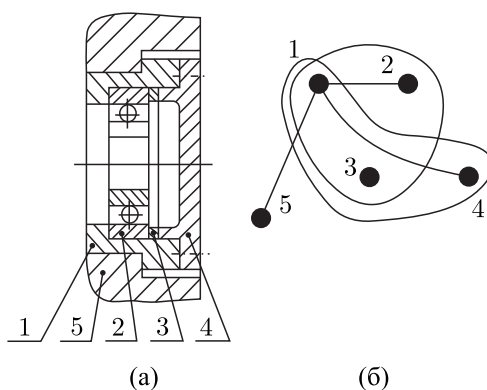


Рис. 4. Конструкция крепления подшипника с перебазированием (а), избыточный гиперграф, описывающий механическую структуру данной конструкции (б)

По условиям функционирования крышка должна удерживать от горизонтального перемещения втулку и подшипник, поэтому между деталями 3 и 4 не может быть зазора. По чертежу необходимо реализовать связь между крышкой 4 и стаканом 1. Отсюда деталь 4 должна быть установлена с координацией по двум полным базам, которые образуют детали 1 и 1, 3. На рис. 4, б эту ситуацию описывают два гиперребра $\{1, 4\}$ и $\{1, 3, 4\}$. Это значит, что крышка 4 монтируется с перебазированием, по причине которого возникает неразрешимая размерная цепь по горизонтали. Эту цепь невозможно реализовать без внепроектных деформаций конструкции. Для удаления перебазирования необходимо создать зазор между деталями 1 и 4, следовательно, в гиперграфе нужно удалить ребро $\{1, 4\}$.

Недостаточная координация и несеквенциальность

Любая операция нормального стягивания сохраняет связность гиперграфа и уменьшает число вершин и число ребер на единицу. Пусть для гиперграфа $H = (X, R)$, описывающего механическую структуру изделия, выполняются условия 1 и 2 теоремы 1 и $|X| > |R| + 1$. Выполним все возможные нормальные стягивания в $H = (X, R)$. В результате получим связный гиперграф $H_i = (X_i, R_i)$, в котором нет ребер второй степени и $|X_i| > |R_i| + 1$; $|X_i| - |R_i| + 1 = |X| - |R| + 1$. Очевидно, что этот гиперграф не допускает дальнейшего стягивания.

Нестягиваемые гиперграфы вида $H_i = (X_i, R_i)$ описывают несеквенциальные или некоординированные конструктивные фрагменты механической системы. Некоординированными называются такие элементы конструкции, которые из-за проектных ошибок получили «нелегальные» степени свободы.

Несколько простых примеров показаны на рис. 5. На рис. 5, а изображена конструкция, которая для сборки требует трех рабочих органов (несеквенциальная). На рис. 5, б и 5, в приведены примеры двух простых конструкций с недостаточной координацией в горизонтальном направлении.

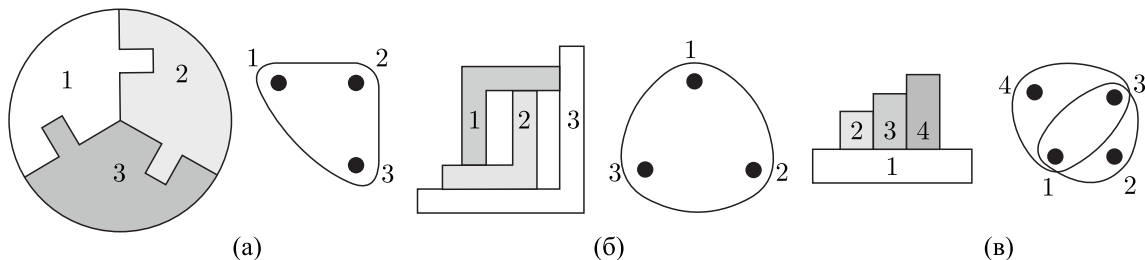


Рис. 5. Несеквенциальная конструкция, требующая для сборки трех рабочих органов (а); примеры некоординированных конструкций, обладающих степенью подвижности в горизонтальном направлении (б, в)

Монтаж всех трех конструкций выполняется при помощи движений на плоскости. Легко видеть, что сборка любых двух элементов «пазла» (рис. 5, а) запрещает установку третьего. Поэтому эту конструкцию можно получить только одновременным движением всех трех элементов. Для реализации этих движений требуются три рабочих органа, то есть данная сборочная операция является несеквенциальной.

Приведенными примерами не исчерпываются возможности структурного анализа сложных технических систем, которые предоставляет гиперграфовая модель. Перечислим некоторые из них: анализ связности, поиск мостов и перегруженных вершин, экспресс-оценка собираемости и расчленяемости изделия, расчет верхней границы длин конструкторских цепей, идентификация фрагментов с нарушением «принципа конструкторского близкодействия» и др. [Божко, 2012].

4. Структурный анализ по решеточной модели изделия

Основные положения

Пусть дан некоторый s -гиперграф $H = (X, R)$. Рассмотрим семейство всех его s -подграфов вместе с пустым множеством. Упорядочим это семейство по включению вершин: $H_a = (X_a, R_a) \leq H_b = (X_b, R_b) \Leftrightarrow X_a \subseteq X_b \forall H_a, H_b \subseteq H$. Обозначим данное упорядоченное множество как $(F(H), \leq)$.

Для дальнейшего нам понадобятся несколько определений и результатов из теории решеток [Roman, 2008].

Пусть X — некоторое множество, а $B(X)$ — его булеан.

Определение 4. Отображение $\alpha: B(X) \rightarrow B(X)$ называется оператором замыкания, если $\forall Y \in B(X)$ выполняются условия:

- 1) $Y \leq \alpha(Y)$ (экстенсивность);
- 2) $Y_1 \leq Y_2 \Rightarrow \alpha(Y_1) \leq \alpha(Y_2)$ (монотонность);
- 3) $\alpha(\alpha(Y)) = \alpha(Y)$ (идемпотентность).

Определение 5. Элемент $Y \in B(X)$ называется замкнутым, если $\alpha(Y) = Y$.

Лемма ([Roman, 2008]). Множество всех α -замкнутых элементов булеана $B(X)$ является решеткой.

Если задан s -гиперграф $H = (X, R)$, то любой его порожденный подграф $H_d = (X_d, R_d)$, $H_d \subseteq H$ полностью определяется множеством вершин X_d .

Определение 6. Множество вершин X_d s -подграфа $H_d = (X_d, R_d)$ s -гиперграфа $H = (X, R)$ назовем s -множеством.

Покажем, что s -множества являются замкнутыми элементами относительно некоторого оператора замыкания, действующего на булеане $B(X)$, в котором $X = \{x_i\}_{i=1}^n$ — множество деталей изделия.

Зададим на $B(X)$ отображение $\varphi: B(X) \rightarrow B(X)$, которое каждому подмножеству деталей $Y \subseteq X$ ставит в соответствие $\varphi(Y) \subseteq X$ минимальное s -множество, которое включает в себя Y . Проверим справедливость свойств 1–3 определения 4.

По определению, для φ выполняется свойство экстенсивности, то есть $Y \leq \varphi(Y)$. Проверим монотонность. Если для подмножеств деталей $Y_a, Y_b \subseteq X$ имеет место $Y_a \subseteq Y_b$, то минимальное s -множество $\varphi(Y_b)$, которое включает в себя Y_b , является s -множеством (и, возможно, не минимальным) для Y_a . Отсюда немедленно следует $\varphi(Y_a) \leq \varphi(Y_b)$. Обоснуем идемпотентность. Для любого $Y \subseteq X$ его образ $\varphi(Y)$ является минимальным s -множеством, поэтому $\varphi(\varphi(Y)) = \varphi(Y)$.

Теорема 2. Упорядоченное множество $(F(H), \leq)$ является решеткой $(F(H), \wedge, \vee)$.

Перечислим основные свойства $(F(H), \wedge, \vee)$. Это конечная атомарная решетка, в которой: элементы описывают связные, координированные и собираемые части изделия (s -множества), атомы представляют детали, наибольший элемент (единица решетки) — это изделие, наименьший элемент (ноль решетки) — пустое множество. Для любых s -множеств $A, B \in F(H)$ их решеточное пересечение $A \wedge B$ — максимальное s -множество, которое входит в A и B . Решеточное объединение $A \vee B$ — минимальное s -множество, включающее в себя A и B . На рис. 6 показана решетка $F(H)$ узла барабана, изображенного на рис. 1.

Связность, взаимная координация и независимая собираемость — это важнейшие свойства изделия и его составных частей. Они необходимы для множества проектных и производственных операций, например: проектирование, технологическая подготовка производства, сборка, разборка, ремонт, контроль, измерения, опытная эксплуатация и др. Поэтому решетка $F(H)$ позволяет выполнить глубокий и многоаспектный анализ качества МС на различных стадиях и операциях жизненного цикла изделия.

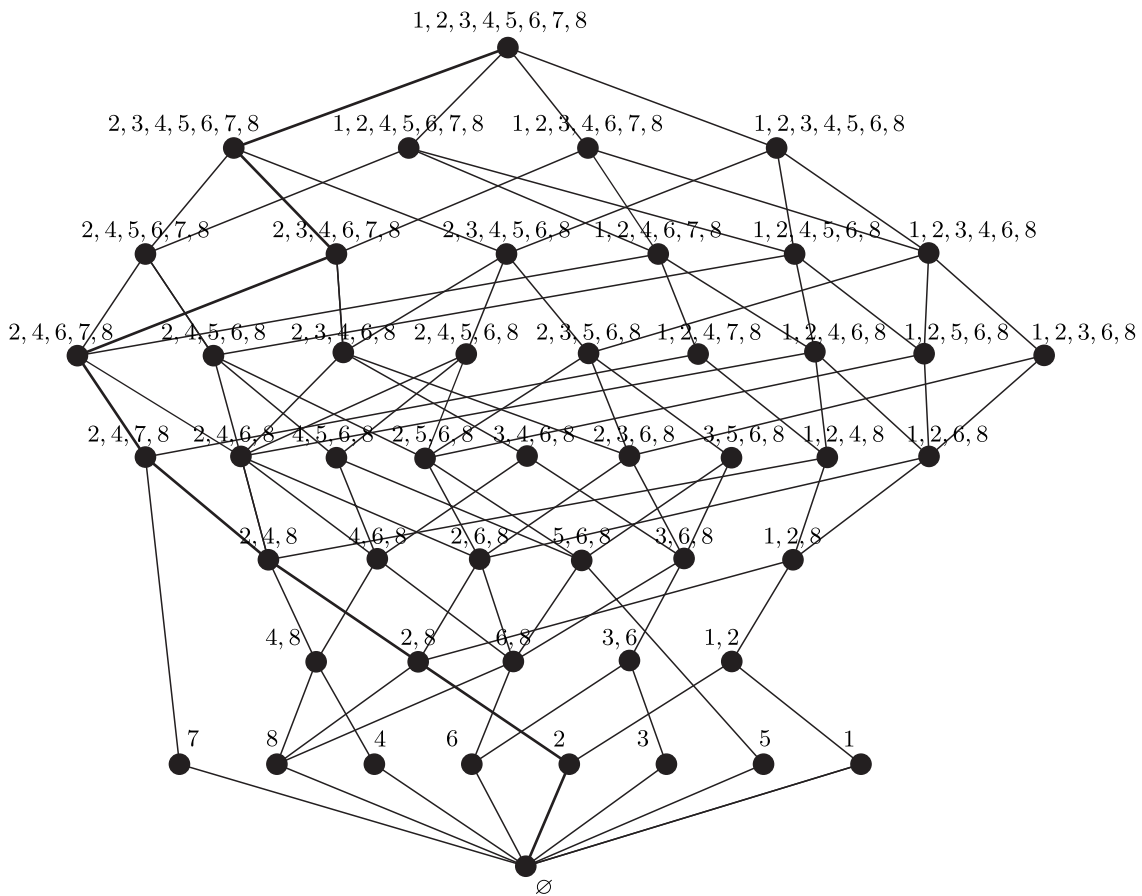


Рис. 6. Решеточная модель $(F(H), \wedge, \vee)$ узла барабана, изображенного на рис. 1, а

Анализ собираемости

Приведем несколько необходимых определений из теории упорядоченных множеств и решеток [Roman, 2008].

Определение 7. Цепью решетки называется такое непустое ее подмножество, в котором любые два элемента x и y сравнимы, то есть $x \leq y$ или $x \geq y$.

Цепи принято записывать согласно упорядоченности ее элементов. Например, $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$ или, сокращенно без символов порядка, (a_1, a_2, \dots, a_n) .

Определение 8. Говорят, что элемент z покрывает (накрывает) элемент x , если $x \leq z$ и не существует такого y , что $x \leq y \leq z$.

Определение 9. Максимальной цепью называется цепь $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$, в которой каждый элемент a_{i+1} покрывает a_i , $i = \overline{1, n-1}$.

Любая максимальная $(0, 1)$ -цепь в $(F(H), \wedge, \vee)$ служит описанием линейной (без разбиения на сборочные единицы) последовательности сборки изделия. Например, на рис. 6 выделена цепь, которая соответствует последовательности сборки $(2, 8, 4, 7, 6, 3, 5, 1)$. Немаксимальные цепи представляют такие сборочные планы, в которых некоторые фрагменты изделия монтируются отдельно и участвуют в общей сборке как целостные объекты. В качестве примера можно привести немаксимальную цепь $\emptyset \xrightarrow{2,4,7,8} \{2, 4, 7, 8\} \xrightarrow{3,6} \{2, 3, 4, 6, 7, 8\} \xrightarrow{5} \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \xrightarrow{1} \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ (рис. 6). (Немаксимальные цепи включают в себя транзитивно замыкающие дуги, которые на изображениях решетки не рисуют.)

Большое число последовательностей сборки, которые допускает механическая структура технической системы, является очевидным проектным преимуществом, которое на последующих стадиях жизненного цикла предоставляет большую свободу выбора лицу, принимающему решение. И наоборот, если конструкция имеет ограниченное число допустимых планов сборки, то инженер или технолог могут столкнуться с трудностями при выборе рациональной альтернативы.

Точной оценкой числа допустимых сборочных последовательностей является общее число $(0, 1)$ -цепей в решетке $F(H)$. Можно предложить несколько приближенных (верхних и нижних) оценок этой характеристики, например: ширина решетки (мощность максимальной антицепи), сумма степеней вершин (число ребер), сумма степеней по совокупности важных вершин и др.

Конструкция изделия создает на множестве своих деталей систему предпочтений P (Precedence relations, Precedence constraints [Ben-Arieh, Kramer, 1994]), которая формализует инженерный опыт сборки технических систем различного назначения. Например, массивные детали с небольшой точностью следует устанавливать в начале, высокоточные и легкодеформируемые детали — в конце сборочного процесса. Детали, входящие в большое число размерных цепей, следует монтировать как можно скорее. В [Wolter, Chakrabarty, Tsao, 1992] показано, что структуру предпочтений P можно представить в виде частично упорядоченного множества (X, \leq_P) . То есть $\forall x_a, x_b \in X \ x_a < x_b$, если по любым конструктивным, технологическим или иным основаниям деталь x_a должна быть установлена прежде детали x_b .

Множество всех линейных продолжений $C(X, \leq_P)$ частично порядка (X, \leq_P) представляет собой совокупность последовательностей сборки, порожденных структурой предпочтений P . Обозначим через $C(F(H))$ множество $(0, 1)$ -цепей решетки $F(H)$. Мощность множества $|C(F(H)) \cap C(X, \leq_P)|$ может служить числовым показателем согласованности механической структуры и структуры предпочтений P . Чем больше это число, тем больше свободы принятия решения у инженера.

Анализ делимости

Деление изделия на сборочные единицы (декомпозиция) — это важнейшее проектное решение, от которого в значительной степени зависят организация и экономические показатели дискретного производства. Включение деталей в одну сборочную единицу (СЕ) требуется для множества различных технических операций, например: опытная сборка, пригонка, испытания, измерения и др. Во всех этих ситуациях целесообразно максимально локализовать объект производства. В идеальном случае он должен собираться только из элементов, которые необходимы для выполнения технической операции. Решетка F позволяет формализовать и оценить выполнимость принципа локализации.

Определение 10. Высотой $h(A)$ элемента A конечной решетки L называется длина самой длинной цепи, соединяющей A с наименьшим элементом в L [Roman, 2008].

Пусть детали x, y по некоторым причинам требуется включить в одну сборочную единицу. По определению решетки F , образом такой СЕ служит элемент решетки $A = x \vee y$. Чем ближе элемент $A = x \vee y$ к своим аргументам в решетке, тем меньше деталей нужно для сборки A , тем строже выполняется принцип локализации.

Пусть $x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_k}$ — элементы решетки. Тогда принцип локализации в общей форме можно записать как $h\left(\bigvee_{j=1}^k x_{i_j}\right) - \max_j h(x_{i_j}) \rightarrow \min$.

Пусть, например, для узла барабана (рис. 1) требуется проверить соосность крышки 5 и вала 2. Тогда по решетке F (рис. 6) находим минимальное собираемое множество, содержащее

эти элементы $\{2, 5, 6, 8\} = \{2\} \vee \{5\}$. Для этого примера принцип локальности выполняется не строго, поскольку $h\{2, 5, 6, 8\} = 4$, $h\{2\} = h\{5\} = 1$.

Рассмотрим распространенную проектную ситуацию, когда по некоторым конструктивно-технологическим основаниям детали x и y не должны входить ни в какую промежуточную СЕ. То есть минимальной СЕ, которая объединяет x и y , является само изделие. Это требование можно формализовать при помощи простого равенства $x \vee y = X$.

Решеточный терм $(x \vee y) \wedge z = 0$ формализует следующее требование: $x, y \in \text{СЕ}; z \notin \text{СЕ}; \text{СЕ} \neq X$.

Распространим приведенную формализацию на произвольное множество деталей. Пусть требуется, чтобы $x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_k} \subseteq \text{СЕ}$ и $y_{j_1}, y_{j_2}, \dots, y_{j_p} \notin \text{СЕ}$. Эти условия формализуем при помощи системы решеточных термов $(x_{i_1} \vee x_{i_2} \vee \dots \vee x_{i_k}) \wedge y_{j_1} = 0, \dots, (x_{i_1} \vee x_{i_2} \vee \dots \vee x_{i_k}) \wedge y_{j_p} = 0$.

Приведем три важных определения [Roman, 2008].

Определение 11. Антицепью называется непустое подмножество элементов решетки, в котором любые два различных элемента x и y являются несравнимыми. То есть для них не выполняются соотношения $x \leq y$ или $x \geq y$.

Определение 12. Непустое подмножество элементов решетки называется направленным вверх, если любые два его элемента имеют верхнюю границу.

Определение 13. Непустое подмножество элементов решетки, не содержащее нуля, называется ортогональным, если пересечение любых двух его элементов равно нулю решетки.

В [Bozhko, 2018] доказана важная теорема, которая дает математическое описание сборочных декомпозиций в точных решеточных терминах.

Теорема 3. Иерархически упорядоченное подмножество (M, \leq) решетки $(F(H), \wedge, \vee)$, $M \subseteq F$ является математическим описанием декомпозиции, если:

- 1) (M, \leq) – направленное вверх упорядоченное множество;
- 2) все атомы решетки F входят в (M, \leq) ;
- 3) любая антицепь множества (M, \leq) является ортогональной системой в решетке F .

Эта теорема дает возможность оценить способность МС порождать декомпозиции, подходящие для реализации в различных производственных условиях, то есть такое качество конструкции, которое можно назвать структурной гибкостью.

Структурные эвристики

В современных интегрированных CAD/CAM/CAE-системах механическая структура изделия формируется в самом начале процесса проектирования, сразу после синтеза трехмерной геометрической модели. На этом этапе отсутствует достоверная информация о свойствах системы производства и условиях эксплуатации изделия, что делает невозможным точную и объективную оценку технических свойств структуры машины или механического прибора. Поэтому качество механической структуры целесообразно оценить по «свободе выбора», которую она предоставляет лицу принимающему решение (ЛПР) на последующих стадиях жизненного цикла. Решеточная модель позволяет оценить робастность и адаптируемость МС сложной технической системы.

Пусть механические структуры двух изделий заданы в виде s -гиперграфов на рис. 7. На рис. 8 изображены решетки $F(H_c)$ и $F(H_t)$, порожденные гиперграфами H_c и H_t .

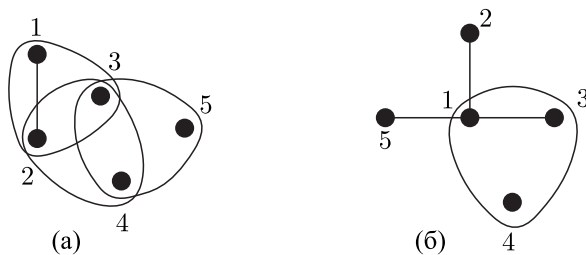


Рис. 7. Примеры s -гиперграфов пятого порядка с разными структурными свойствами; H_c (а) и H_t (б)

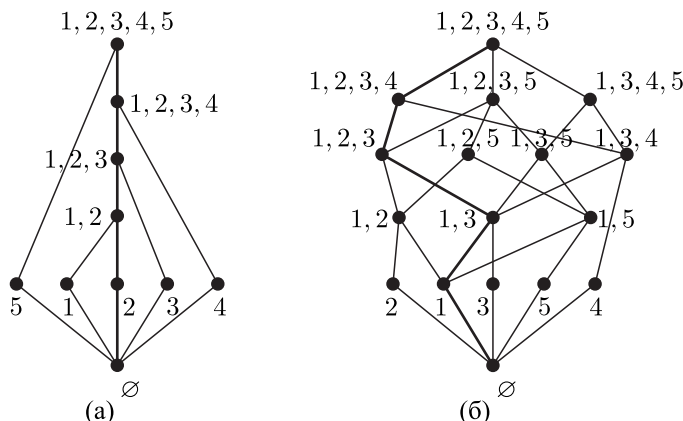


Рис. 8. Решетки $F(H_c)$ (а) и $F(H_t)$ (б)

В решетке $F(H_c)$ есть только одна максимальная $(0, 1)$ -цепь (выделена жирным), которая соединяет наименьший элемент с наибольшим, — это цепь $(2, 1, 3, 4, 5)$. Она представляет единственную линейную последовательность стягиваний (сборки) s -гиперграфа H_c . Она жестко предопределена механической структурой и не имеет альтернатив. В этой последовательности могут нарушаться многочисленные инженерные эвристики, которые используются для синтеза рациональных планов сборки, например: упорядоченность деталей по массе, габаритам, точности и пр. Это может быть источником коллизии, которая разрешается только изменением проекта.

Рассмотрим решетку $F(H_t)$ (рис. 8, б), в которой выделена максимальная $(0, 1)$ -цепь $(1, 3, 2, 4, 5)$. В отличие от рассмотренного примера этот план сборки отличается высокой гибкостью. На каждой операции, кроме последней, он имеет несколько альтернативных продолжений, которые дают возможность снять возможные технические противоречия.

Решеточная модель позволяет дать числовую оценку робастности механической структуры и последовательности сборки изделия.

Пусть $A \in F(H)$ — некоторая вершина решетки. Обозначим через $\rho(A)$ число максимальных $(A, 1)$ -цепей, которые соединяют элемент A с наибольшим элементом решетки F . Каждой максимальной $(0, 1)$ -цепи решетки F $l = 0 \leq A_1 \leq A_2 \leq \dots \leq A_n \leq 1$ сопоставим число $\rho(l) = \sum_{i=1}^{n-1} \rho(A_i)$. Здесь суммирование ведется до элемента A_{n-1} включительно, поскольку все коатымы A_n имеют ровно одно продолжение. Числа $\rho(l)$ можно использовать как оценки робастности сборочных планов. Чем выше $\rho(l)$, тем больше вариантов продолжения допускает последовательность l .

В условиях полной неопределенности рациональным выбором является последовательность $l^* = \arg \max_{l \in L} \sum_{i=1}^{n-1} \rho(A_i)$, где L — множество всех максимальных $(0, 1)$ -цепей решетки F .

5. Заключение

Механическая структура формируется на начальных этапах жизненного цикла (ЖЦ) изделия и оказывает значительное влияние на финальные стадии ЖЦ: сборочное производство, эксплуатация и ремонт. Структурный анализ позволяет оперативно идентифицировать многие проектные ошибки и уязвимости технической системы.

В современной проектной практике самой распространенной структурной моделью является граф связей. Показано, что эта модель имеет ограниченную адекватность. Предложена гиперграфовая модель механической структуры, которая корректно описывает связность и геометрическую координацию деталей в изделии, достигаемые при помощи внутренних конструкторских баз. Гиперграфовая модель позволяет выполнить глубокий структурный анализ проекта и выявить скрытые ошибки на ранних этапах проектирования. Разработаны способы идентификации перебазирования, недостаточной координации деталей и поиска несеквенциальных конструктивных фрагментов.

Развитием гиперграфовой модели является решеточная модель изделия. Она содержит информацию обо всех независимо собираемых частях изделия. Это дает возможность получить экспресс-оценку новой конструкции по критериям собираемости, разбираемости и разделяемости на сборочные единицы.

Разработанный аппарат можно использовать в современных интегрированных CAD/CAM/CAE-системах для повышения качества автоматизированного проектирования сложных технических систем.

Список литературы (References)

- Божко А. Н.* Методы структурного анализа сложных изделий в интегрированных CAD/CAM-системах // Информационные технологии. — 2018. — Т. 24, №. 8. — С. 499–506.
Bozhko A. N. Metody strukturnogo analiza slozhnykh izdeliy v integrirovannykh CAD/CAM-sistemakh [Methods of structural analysis of complex products in integrated CAD/CAM systems] // Informatsionnyye tekhnologii. — 2018. — Vol. 24, no. 8. — P. 499–506 (in Russian).
- Божко А. Н.* Моделирование позиционных связей в механических системах // Информационные технологии. — 2012. — № 10. — С. 27–33.
Bozhko A. N. Modelirovaniye pozitsionnykh svyazey v mekhanicheskikh sistemakh [Modeling of positional connections in mechanical systems] // Informatsionnyye tekhnologii. — 2012. — No. 10. — P. 27–33 (in Russian).
- Ben-Arieh D., Kramer B.* Computer-aided process planning for assembly: generation of assembly operations sequence // The international journal of production research. — 1994. — Vol. 32, no. 3. — P. 643–656.
- Bourjault A.* Methodology of Assembly Automation: A New Approach // Robotics and Factories of the Future '87. — 1988. — P. 37–45.
- Bozhko A. N.* Hypergraph model for assembly sequence problem // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. — IOP Publishing, 2019. — Vol. 560, no. 1. — P. 012010.
- Bozhko A.* Theoretic-lattice approach to computer aided generation of assembly units // 2018 International Russian Automation Conference (RusAutoCon). — IEEE, 2018. — P. 1–5.
- De Fazio T., Whitney D.* Simplified generation of all mechanical assembly sequences // IEEE Journal on Robotics and Automation. — 1987. — Vol. 3, no. 6. — P. 640–658.
- De Mello L. S. H., Sanderson A. C.* A basic algorithm for the generation of mechanical assembly sequences // Computer-Aided Mechanical Assembly Planning. — Springer, Boston, MA, 1991. — P. 163–190.

- De Mello L. S. H., Sanderson A. C.* Representations of mechanical assembly sequences // IEEE transactions on Robotics and Automation. — 1991. — Vol. 7, no. 2. — P. 211–227.
- Erdos G., Kis T., Xirouchakis P.* Modelling and evaluating product end-of-life options // International Journal of Production Research. — 2001. — Vol. 39, no. 6. — P. 1203–1220.
- Ghandi S., Masehian E.* Review and taxonomies of assembly and disassembly path planning problems and approaches // Computer-Aided Design. — 2015. — Vol. 67. — P. 58–86.
- Gu P., Yan X.* CAD-directed automatic assembly sequence planning // International Journal of Production Research. — 1995. — Vol. 33, no. 11. — P. 3069–3100.
- Karjalainen I. et al.* Assembly sequence planning of automobile body components based on // Assembly Automation. — 2007.
- Ko H., Lee K.* Automatic assembling procedure generation from mating conditions // Computer-Aided Design. — 1987. — Vol. 19, no. 1. — P. 3–10.
- O'shea B., Kaebnick H., Grewal S. S.* Using a cluster graph representation of products for application in the disassembly planning process // Concurrent Engineering. — 2000. — Vol. 8, no. 3. — P. 158–170.
- Pan C., Smith S. S., Smith G. C.* Automatic assembly sequence planning from STEP CAD files // International Journal of Computer Integrated Manufacturing. — 2006. — Vol. 19, no. 8. — P. 775–783.
- Park H. S. et al.* Development of Automatic Assembly Sequence Generating System Based on the New Type of // IFIP International Conference on Product Lifecycle Management. — Springer, Berlin, Heidelberg, 2013. — P. 540–549.
- Roman S.* Lattices and ordered sets. — Springer Science & Business Media, 2008. — 307 p.
- Sambhoos K., Koc B., Nagi R.* Extracting assembly mating graphs for assembly variant design // Journal of computing and information science in engineering. — 2009. — Vol. 9, no. 3.
- Su Q.* A hierarchical approach on assembly sequence planning and optimal sequences analyzing // Robotics and Computer-Integrated Manufacturing. — 2009. — Vol. 25, no. 1. — P. 224–234.
- Viganò R., Gómez G. O.* Assembly planning with automated retrieval of assembly sequences from CAD model information // Assembly Automation. — 2012.
- Viganò R., Gómez G. O.* Automatic assembly sequence exploration without precedence definition // International Journal on Interactive Design and Manufacturing (IJIDeM). — 2013. — Vol. 7, no. 2. — P. 7989.
- Whitney D. E.* Mechanical Assemblies: Their Design, Manufacture, and Role in Product Development. — New York: Oxford University Press, 2004. — 518 p.
- Wilson R. H., Latombe J. C.* Geometric reasoning about mechanical assembly // Artificial Intelligence. — 1994. — Vol. 71, no. 2. — P. 371–396.
- Wolter J., Chakrabarty S., Tsao J.* Mating constraint languages for assembly sequence planning // Robotics and Automation. Proceedings 1992 IEEE International Conference. — 1992. — Vol. 3. — P. 2367–2374.
- Zhang J. et al.* Generic face adjacency graph for automatic common design structure discovery in assembly models // Computer-Aided Design. — 2013. — Vol. 45, no. 8–9. — P. 1138–1151.