УДК 517.977

© *А. И. Благодатских*

ПОИМКА ГРУППЫ УБЕГАЮЩИХ В КОНФЛИКТНО УПРАВЛЯЕМОМ ПРОЦЕССЕ

Рассматривается задача преследования группы из m убегающих ($m \geqslant 1$) в конфликтно управляемом процессе с равными возможностями. Говорят, что в задаче преследования одного убегающего ($m = 1$) происходит многократная поимка, если заданное количество преследователей ловят его, при этом моменты поимки могут не совпадать. В задаче об одновременной многократной поимке одного убегающего требуется, чтобы моменты поимки совпадали. Одновременная многократная поимка всей группы убегающих ($m \geqslant 2$) происходит, если в результате преследования происходит одновременная многократная поимка каждого убегающего, причем в один и тот же момент времени. В терминах начальных позиций участников получены необходимые и достаточные условия одновременной многократной поимки всей группы убегающих.

Ключевые слова: поимка, многократная поимка, одновременная многократная поимка, преследование, убегание, дифференциальные игры, конфликтно управляемые процессы.

Введение

Задача простого группового преследования одного убегающего с равными возможностями рассматривалась Б. Н. Пшеничным [1], были получены необходимые и достаточные условия поимки. Н. Л. Григоренко [2] ввел понятие многократной поимки, для задачи с простыми движениями и равными возможностями им представлены необходимые и достаточные условия многократной поимки одного убегающего. А. А. Чикрий [3] и Н. Н. Петров [4] получили достаточные условия многократной поимки одного убегающего в конфликтно управляемых процессах и в примере Л. С. Понтрягина с равными возможностями. Для перечисленных задач приведены [5–7] достаточные, а иногда и необходимые условия многократной, нестрогой одновременной и одновременной многократных поимок одного убегающего. Многократная поимка одного убегающего происходит, если заданное количество преследователей ловят его, при этом моменты поимки могут не совпадать. Если моменты поимки (не обязательно наименьшие) совпадают, то говорят, что происходит нестрогая одновременная многократная поимка одного убегающего. Наконец, если совпадают наименьшие моменты поимки, то происходит одновременная многократная поимка одного убегающего.

В работе [8] введено понятие и получены необходимые и достаточные условия одновременной многократной поимки всей группы убегающих, которая происходит, если в результате преследования происходит одновременная многократная поимка всех убегающих, причем в один и тот же момент времени. В предлагаемой работе получены необходимые и достаточные условия одновременной многократной поимки всей группы убегающих в линейном нестационарном почти периодическом конфликтно управляемом процессе.

§ 1. Постановка задачи

В пространстве $\mathbb{R}^k$ ($k \geqslant 2$) рассматривается дифференциальная игра Γ $n+m$ лиц: n преследователей $P_1, P_2, \ldots, P_n$ и m убегающих $E_1, E_2, \ldots, E_m$ с законами движения и начальными условиями (при $t = t_0$)

$$\begin{gathered} P_i: \quad \dot{x}_i = A_j(t)x_i + u_i, \quad u_i \in V_j, \quad x_i(t_0) = X_i^0, \quad i \in I_j, \quad j \in J, \\ E_j: \quad \dot{y}_j = A_j(t)y_j + v_j, \quad v_j \in V_j, \quad y_j(t_0) = Y_j^0, \quad j \in J, \\ \text{причем } X_i^0 \neq Y_j^0 \text{ для всех } i \in I_j, \quad j \in J. \end{gathered} \tag{1.1}$$

Здесь $x_i, y_j \in \mathbb{R}^k$, V_j — строго выпуклые компакты в $\mathbb{R}^k$ с гладкой границей и непустой внутренностью, $A_j(t)$ — непрерывные на $[t_0, \infty)$ квадратные матрицы порядка k, $I_j \subset \{1, 2, \ldots, n\}$ — попарно непересекающиеся множества такие, что $|I_j| = a_j \geqslant 1$, $\sum\limits_{j \in J} a_j = n$, $J = \{1, 2, \ldots, m\}$.

Управления u_i, $i \in I_j$, v_j из класса измеримых по Лебегу функций на $[t_0, \infty)$ со значениями из множества V_j, $j \in J$ будем называть допустимыми. Квазистратегией преследователя P_i, $i \in I_j$, $j \in J$, будем называть отображение U_i, ставящее в соответствие моменту t, начальным позициям X_i^0, Y_j^0 и произвольной допустимой предыстории управлений $v_j(s)$, $t_0 \leqslant s \leqslant t$, убегающих E_j допустимое управление $u_i(t)$, то есть

$$u_i(t) = U_i(t, X_i^0, Y_j^0, v_j(s), s \in [t_0, t], i \in I_j, j \in J), \quad t \in [t_0, \infty), \quad i \in I_j, \quad j \in J.$$

Для каждого $q = 1, 2, \ldots, a_j$ определим множество

$$\Omega_j(q) = \big\{\{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_q\} \subset I_j : \omega_1 < \omega_2 < \cdots < \omega_q\big\}, \ j \in J.$$

Определение 1. В игре Γ возможна одновременная многократная поимка группы убегающих с кратностями $(b_1, b_2, \ldots, b_m)$, где $a_j \geqslant b_j \geqslant 1$, если существуют такие момент $T_0 = T_0(X_i^0, Y_j^0, \ i \in I_j, \ j \in J)$, квазистратегии U_i преследователей P_i, $i \in I_j$, что для любых допустимых управлений v_j убегающих E_j найдутся момент $\tau \in [t_0, T_0]$ и множества $\Lambda_j \in \Omega_j(b_j)$, $j \in J$, для которых выполнено

$$x_\alpha(\tau) = y_j(\tau), \quad x_\alpha(s) \neq y_j(s) \quad \text{для всех} \ \ s \in [t_0, \tau), \ \alpha \in \Lambda_j, \ j \in J.$$

§ 2. Решение задачи

Вводя n замен $z_{ij} = x_i - y_j$, $i \in I_j$, $j \in J$, перепишем соотношения (1.1) в виде

$$\dot{z}_{ij} = A_j(t) z_{ij} + u_i - v_j, \quad u_i, v_j \in V_j, \quad z_{ij}(t_0) = Z_{ij}^0 = X_i^0 - Y_j^0 \neq 0, \quad i \in I_j, \quad j \in J. \tag{2.1}$$

Условие 1. $0 \in \operatorname{Intco}\{Z_{lj}^0, \ l \in L_j\}$ для всех $L_j \in \Omega_j(a_j - b_j + 1)$, $j \in J$.

Обозначим через $D(c, r)$ шар радиуса r с центром в точке c.

Условие 2. Любой фиксированный набор $h_{ij} \in D(Z_{ij}^0, 2\varepsilon)$, $i \in I_j$, $j \in J$, обладает тем свойством, что $0 \in \operatorname{Intco}\{h_{lj}^0, \ l \in L_j\}$ для всех $L_j \in \Omega_j(a_j - b_j + 1)$, $j \in J$.

Лемма 1. *Пусть выполнено условие* 1. *Тогда существует* $\varepsilon > 0$, *при котором выполнено условие* 2.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Из леммы 1 [7] следует, что для каждого $j \in J$ найдется $\varepsilon_j > 0$, при котором любой фиксированный набор $h_{ij} \in D(Z_{ij}^0, 2\varepsilon_j)$, $i \in I_j$, обладает тем свойством, что $0 \in \operatorname{Intco}\{h_{lj}^0, \ l \in L_j\}$ для всех $L_j \in \Omega_j(a_j - b_j + 1)$. Полагая $\varepsilon = \min\{\varepsilon_j, \ j \in J\} > 0$, получаем справедливость утверждения леммы. □

Пусть $\Phi_j(t)$, $j \in J$, — фундаментальная матрица системы $\dot{\varphi} = A_j(t)\varphi$ такая, что $\Phi_j(t_0)$ совпадает с единичной матрицей. Отметим, что $\Phi_j(t) Z_{ij}^0 \neq 0$ для всех $t \in [t_0, \infty)$, так как $Z_{ij}^0 \neq 0$ для всех $i \in I_j$, $j \in J$. В данной работе выражение «функция (определенная на $[t_0, \infty)$) является почти периодической в смысле Бора» означает, что ее можно доопределить при всех $t < t_0$ так, чтобы полученная функция стала почти периодической по Бору.

Предположение 1. $\Phi_j(t)$ являются почти периодическими в смысле Бора для всех $j \in J$.

Далее считаем, что предположение 1 и условие 1 выполнены.

Для всех $v \in V_j$, $j \in J$ и $c \in \mathbb{R}^k \setminus \{0\}$ определим функции

$$\lambda_j(v,c) = \sup\{\lambda \geqslant 0 : (v - \lambda c) \in V_j\}.$$

Определим допустимые управления преследователей P_i по формуле

$$u_i(t) = v_j(t) - g_j(t)h_{ij}(t)\lambda_j(v_j(t), \Phi_j(t)Z^0_{ij})\Phi_j(t)Z^0_{ij} \text{ для всех } t \in [t_0, \infty), \quad i \in I_j, \quad j \in J. \tag{2.2}$$

По формуле Коши решение задачи (2.1) при любых допустимых управлениях имеет вид

$$z_{ij}(t) = \Phi_j(t)\Big(Z^0_{ij} + \int_{t_0}^{t} \Phi_j^{-1}(s)(u_i(s) - v_j(s))\,ds\Big) \text{ для всех } t \geqslant t_0, \quad i \in I_j, \quad j \in J.$$

Отсюда, учитывая соотношение (2.2), получаем

$$z_{ij}(t) = \Phi_j(t)Z^0_{ij}\xi_{ij}(t), \quad \xi_{ij}(t) = 1 - \int_{t_0}^{t} g_j(s)h_{ij}(s)\lambda_j(v_j(s), \Phi_j(s)Z^0_{ij})\,ds. \tag{2.3}$$

Определим функции $g_j(t) \in (0,1]$, $h_{ij}(t) \in (0,1]$ для всех $t \in [t_0, \infty)$. Пусть

$$T_{ij}(t) = \begin{cases} 0, & \text{если } \xi_{ij}(t) = 0, \\ \dfrac{\xi_{ij}(t)}{\lambda_j(v_j(t), \Phi_j(t)Z^0_{ij})}, & \text{если } \xi_{ij}(t) > 0 \text{ и } \lambda_j(v_j(t), \Phi_j(t)Z^0_{ij}) > 0, \\ \infty, & \text{если } \xi_{ij}(t) > 0 \text{ и } \lambda_j(v_j(t), \Phi_j(t)Z^0_{ij}) = 0, \end{cases} \tag{2.4}$$

$$T_j(t) = \max_{\alpha \in \Lambda_j(t)} T_\alpha(t), \qquad \text{где } \Lambda_j(t) = \arg \min_{\Lambda \in \Omega_j(b_j)} \max_{\alpha \in \Lambda} T_{\alpha j}(t), \quad T(t) = \max_{j \in J} T_j(t). \tag{2.5}$$

Если по формуле (2.5) определяется несколько множеств $\Lambda_j(t)$ при некоторых $j \in J$, то выберем любое из них.

В работе [7] было доказано, что при $g_j(t) = 1$, $t \in [t_0, \infty)$, $j \in J$, для осуществления преследователями P_i, $i \in I_j$, одновременной b_j-кратной поимки убегающего E_j, $j \in J$, достаточно определить функции h_{ij} следующим образом:

$$h_{ij}(t) = \begin{cases} \dfrac{T_{ij}(t)}{T_j(t)}, & \text{если } i \in \Lambda_j(t) \text{ и } T_j(t) > 0, \\ 1, & \text{в противном случае.} \end{cases} \tag{2.6}$$

При этом моменты одновременных b_j-кратных поимок преследователями P_i, $i \in I_j$, убегающих E_j, $j \in J$, могут не совпадать. Для того чтобы указанные моменты совпадали, то есть для осуществления одновременной многократной поимки группы убегающих с кратностями $(b_1, b_2, \ldots, b_m)$, достаточно определить функции g_j следующим образом:

$$g_j(t) = \frac{T_j(t)}{T(t)}. \tag{2.7}$$

Отметим, что в случае существования нескольких множеств $\Lambda_j(t)$ при некоторых $j \in J$ значения $h_{ij}(t)$ не зависят от выбора конкретного множества $\Lambda_j(t)$, то есть и управления преследователей P_i не зависят от выбора конкретного множества $\Lambda_j(t)$.

Таким образом, управления преследователей P_i, заданные по формуле (2.2), с коэффициентами, вычисленными согласно (2.6), (2.7), определены однозначно.

Введем обозначение

$$\tau = \min\{t > t_0 : \min_{j \in J} \min_{i \in I_j} \|z_{ij}(t)\| = 0\}.$$

Лемма 2. *Пусть выполнены предположение* 1, *условие* 1 *и преследователи* P_i *используют допустимые управления* $u_i(t)$, *определенные по* (2.2). *Тогда существует конечный момент* $T_0 = T_0(Z^0_{ij})$ *такой, что для любых допустимых управлений* $v_j(t)$ *убегающих* E_j *момент* τ *существует и* $\tau \in (t_0, T_0]$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Выполнены условия леммы 1. Зафиксируем произвольное $\varepsilon > 0$, при котором выполнено условие 2. Введем обозначение

$$\Delta = \bigl\{t \geqslant t_0 \colon \Phi_j(t)Z^0_{ij} \in D(Z^0_{ij}, 2\varepsilon) \quad \text{для всех} \quad i \in I_j, \quad j \in J\bigr\}.$$

В доказательстве леммы 2 [7] показано, что

$$\mu(\Delta) = \infty, \quad \text{где} \quad \mu(G) \text{ — мера Лебега множества } G \subset \mathbb{R}^1,$$
$$\delta_j = \min_{t\in\Delta}\min_{v\in V_j}\max_{\Lambda_j\in\Omega_j(b_j)}\min_{\alpha\in\Lambda_j}\lambda_j(v, \Phi_j(t)Z^0_{\alpha j}) > 0.$$

Следовательно, и

$$\delta = \min_{j\in J}\min_{t\in\Delta}\min_{v\in V_j}\max_{\Lambda_j\in\Omega_j(b_j)}\min_{\alpha\in\Lambda_j}\lambda_j(v, \Phi_j(t)Z^0_{\alpha j}) = \min_{j\in J}\delta_j > 0. \tag{2.8}$$

Для каждого $t \in \Delta$ из (2.6) имеем, $h_{ij}(t) = 1$, $i \notin \Lambda_j(t)$, $j \in J$, и, кроме того, существует индекс $i(t) \in \Lambda_j(t)$ такой, что $T_{i(t)j}(t) = T_j(t)$, то есть $h_{i(t)j}(t) = 1$, $j \in J$; значит, из a_j значений $h_{ij}(t)$, $i \in I_j$, не менее чем $a_j - b_j + 1$ равны единице. Следовательно, для всех $j \in J$ существует индекс $i(t) \in \arg\max\limits_{\Lambda\in\Omega_j(b_j)}\min\limits_{\alpha\in\Lambda}\lambda_j(v_j(t), \Phi_j(t)Z^0_{\alpha j})$ и

$$\max_{i\in I_j} h_{ij}(t)\lambda_j(v_j(t), \Phi_j(t)Z^0_{ij}) \geqslant h_{i(t)j}(t)\lambda_j(v_j(t), \Phi_j(t)Z^0_{i(t)j}) = \lambda_j(v_j(t), \Phi_j(t)Z^0_{i(t)j}) \geqslant \delta_j.$$

Из (2.7) следует, что при всех $t \in \Delta$ существует индекс $j(t)$ такой, что $g_{j(t)}(t) = 1$; учитывая еще последнее неравенство, получаем

$$\max_{j\in J}\max_{i\in I_j} g_j(t)h_{ij}(t)\lambda_j(v_j(t), \Phi_j(t)Z^0_{ij}) \geqslant g_{j(t)}(t)\delta_{j(t)} = \delta_{j(t)} \geqslant \delta \text{ для всех } t \in \Delta. \tag{2.9}$$

В силу соотношений (2.3), (2.8), (2.9) получаем

$$\min_{j\in J}\min_{i\in I_j}\|\xi_{ij}(t)\| \leqslant 1 - \max_{j\in J}\max_{i\in I_j}\int_{t_0}^{t} g_j(s)h_{ij}(s)\lambda_j(v_j(s), \Phi_j(s)Z^0_{ij})\,ds \leqslant$$
$$\leqslant 1 - \max_{j\in J}\max_{i\in I_j}\int_{[t_0,t]\cap\Delta} g_j(s)h_{ij}(s)\lambda_j(v_j(s), \Phi_j(s)Z^0_{ij})\,ds \leqslant$$
$$\leqslant 1 - \frac{1}{n}\int_{[t_0,t]\cap\Delta}\Bigl(\sum_{j\in J}\sum_{i\in I_j} g_j(s)h_{ij}(s)\lambda_j(v_j(s), \Phi_j(s)Z^0_{ij})\Bigr)\,ds \leqslant 1 - \frac{\delta}{n}\mu([t_0, t]\cap\Delta).$$

Отметим, что $\lim\limits_{t\to\infty}\mu([t_0, t]\cap\Delta) = \infty$, так как $\mu(\Delta) = \infty$. Таким образом, не позже момента T_0, определяемого из условия

$$\frac{\delta}{n}\mu([t_0, t]\cap\Delta) \geqslant 1,$$

хотя бы одна из n величин $\|\xi_{ij}(t)\|$, а следовательно и хотя бы одна из величин $\|z_{ij}(t)\|$, обратится в нуль. □

Лемма 3. *Пусть выполнены предположение* 1, *условие* 1 *и преследователи* P_i *используют допустимые управления* $u_i(t)$, *определенные по* (2.2). *Тогда для любых допустимых управлений* $v_j(t)$ *убегающих* E_j *найдутся множества* $\Lambda_j \in \Omega_j(b_j)$ *такие, что* $\|z_{\alpha j}(\tau)\| = 0$ *для всех* $\alpha \in \Lambda_j$.

Д о к а з а т е л ь с т в о проводится аналогично доказательству леммы 3 [7]. □

Теорема 1. *Если имеет место предположение* 1, *то в игре* Γ *возможна одновременная многократная поимка группы убегающих с кратностями* $(b_1, b_2, \ldots, b_m)$ *тогда и только тогда, когда выполнено условие* 1.

Доказательство. *Достаточность.* Пусть преследователи P_i используют допустимые управления $u_i(t)$, определенные по (2.2). Из лемм 2 и 3 следует, что при любом выборе допустимых управлений $v_j(t)$ убегающими E_j в момент $\tau \in (t_0, T_0]$ по крайней мере b_j из a_j величин $\|z_{ij}(\tau)\|$, $i \in I_j$, обратятся в нуль, что и означает осуществление одновременной многократной поимки группы убегающих с кратностями $(b_1, b_2, \ldots, b_m)$.

Необходимость. Пусть условие 1 не выполнено; значит, существуют индекс $l \in J$ и множество $Q \in \Omega_l(a_l - b_l + 1)$ такие, что $0 \notin \operatorname{Intco}\{Z^0_{ql}, q \in Q\}$. В работе А. С. Банникова [9] доказано, что в этом случае убегающий E_l может уклониться от встречи с преследователями P_q, $q \in Q$. Следовательно, $z_{ql}(t) \neq 0$ для всех $t \in [t_0, \infty)$, $q \in Q$. Оставшиеся $|I_l \backslash Q| = b_l - 1$ преследователей не могут осуществить одновременную b_l-кратную поимку убегающего E_l. $\square$

Пример 1. В $\mathbb{R}^2$ рассмотрим игру Γ_1 12 лиц: преследователей $P_1, P_2, \ldots, P_9$ и убегающих E_1, E_2, E_3 вида (1.1), где

$$A_1(t) = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad Y^0_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad X^0_i = \begin{pmatrix} \cos\dfrac{2\pi i}{3} \\ \sin\dfrac{2\pi i}{3} \end{pmatrix}, \quad i \in I_1 = \{1, 2, 3\};$$

$$A_2(t) = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad Y^0_2 = \begin{pmatrix} -100 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad X^0_i = \begin{pmatrix} -100 + \cos\dfrac{2\pi i}{3} \\ \sin\dfrac{2\pi i}{3} \end{pmatrix}, \quad i \in I_2 = \{4, 5, 6\};$$

$$A_3(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}, \quad Y^0_3 = \begin{pmatrix} 100 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad X^0_i = \begin{pmatrix} 100 + \cos\dfrac{2\pi i}{3} \\ \sin\dfrac{2\pi i}{3} \end{pmatrix}, \quad i \in I_3 = \{7, 8, 9\}.$$

Матрицы $A_j(t)$, $j = 1, 2, 3$, постоянны, а их собственные числа являются простыми и чисто мнимыми. Следовательно предположение 1 выполнено.

Утверждение 1. *В игре* Γ_1 *возможна одновременная многократная поимка группы убегающих* E_1, E_2, E_3 *с кратностями* $(1, 1, 1)$, *причем поимка большей кратности невозможна.*

Пример 2. В $\mathbb{R}^2$ рассмотрим игру Γ_2 $16 + 2b$ лиц $(b \geqslant 1)$: преследователей $P_1, P_2, \ldots, P_{13+2b}$ и убегающих E_1, E_2, E_3 вида (1.1), где $I_1 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $I_2 = \{6, 7, \ldots, 12\}$ $(|I_2| = 7)$, $I_3 = \{13, 14, \ldots, 13 + 2b\}$ $(|I_3| = 1 + 2b)$,

$$A_1(t) = \begin{pmatrix} \pi\cos(\pi t) & 0 \\ 0 & -\sin t \end{pmatrix}, \quad Y^0_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad X^0_i = \begin{pmatrix} \cos\dfrac{2\pi i}{5} \\ \sin\dfrac{2\pi i}{5} \end{pmatrix}, \quad i \in I_1;$$

$$A_2(t) = \begin{pmatrix} \sin t & 0 \\ \cos t & \sin t \end{pmatrix}, \quad Y^0_2 = \begin{pmatrix} -100 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad X^0_i = \begin{pmatrix} -100 + \cos\dfrac{2\pi i}{7} \\ \sin\dfrac{2\pi i}{7} \end{pmatrix}, \quad i \in I_2;$$

$$A_3(t) = \begin{pmatrix} \cos t \sin t & -\cos t \\ 2\cos t - \cos^3 t & -\cos t \sin t \end{pmatrix}, \quad Y^0_3 = \begin{pmatrix} 100 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad X^0_i = \begin{pmatrix} 100 + \cos\dfrac{2\pi i}{1+2b} \\ \sin\dfrac{2\pi i}{1+2b} \end{pmatrix}, \quad i \in I_3.$$

Тогда

$$\Phi_1(t) = \begin{pmatrix} e^{\sin(\pi t)} & 0 \\ 0 & e^{\cos t} \end{pmatrix}, \quad \Phi_2(t) = \begin{pmatrix} e^{1-\cos t} & 0 \\ e^{1-\cos t}\sin t & e^{1-\cos t} \end{pmatrix}, \quad \Phi_3(t) = \begin{pmatrix} 1 & -\sin t \\ \sin t & \cos^2 t \end{pmatrix}$$

и предположение 1 выполнено.

Начальные позиции преследователей P_i, $i \in I_1$, образуют правильный пятиугольник с центром в начальной позиции убегающего E_1. Проверяя, получаем, что при $j = 1$ и $b_1 \leqslant 2$ условие 1 выполнено, а при $b_1 \geqslant 3$ не выполнено. Аналогично проверяем условие 1 при $j = 2, 3$.

Утверждение 2. *В игре Γ_2 возможна одновременная многократная поимка группы убегающих E_1, E_2, E_3 с кратностями $(2, 3, b)$, причем поимка большей кратности невозможна.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пшеничный Б.Н. Простое преследование несколькими объектами // Кибернетика. 1976. № 3. С. 145–146.
2. Григоренко Н.Л. Математические методы управления несколькими динамическими процессами. М.: МГУ, 1990. 197 с.
3. Чикрий А.А. Конфликтно управляемые процессы. Киев: Наукова думка, 1992. 380 с.
4. Петров Н.Н. Многократная поимка в примере Понтрягина с фазовыми ограничениями // Прикладная математика и механика. 1997. Т. 61. Вып. 5. С. 747–754.
5. Благодатских А.И., Петров Н.Н. Конфликтное взаимодействие групп управляемых объектов. Ижевск: Удмуртский университет, 2009. 266 с.
6. Благодатских А.И. Одновременная многократная поимка в задаче простого преследования // Прикладная математика и механика. 2009. Т. 73. Вып. 1. С. 54–59.
7. Благодатских А.И. Одновременная многократная поимка в конфликтно управляемом процессе // Прикладная математика и механика. 2013. Т. 77. Вып. 3. С. 433–440.
8. Благодатских А.И. Одновременная многократная поимка убегающих в задаче простого преследования // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2012. Вып. 3. С. 13–18.
9. Банников А.С. Нестационарная задача группового преследования // Известия вузов. Математика. 2009. № 5. С. 3–12.

Поступила в редакцию 01.11.2013

Благодатских Александр Иванович, к. ф.-м. н., доцент, Удмуртский государственный университет, 426034, Россия, г. Ижевск, ул. Университетская, 1.
E-mail: aiblag@mail.ru

A. I. Blagodatskikh

Capture of a group of evaders in a conflict-controlled process

Keywords: capture, multiple capture, simultaneous multiple capture, pursuit, evasion, differential games, conflict-controlled processes.

Mathematical Subject Classifications: 49N70, 49N75

The present paper deals with the problem of pursuit of the group of m evaders ($m \geqslant 1$) in a conflict-controlled process with equal opportunities. We say that a multiple capture in the problem of pursuit of one evader ($m = 1$) holds if the specified number of pursuers catch him, possibly at different times. The problem of the simultaneous multiple capture of one evader requires that capture moments coincide. We say that the simultaneous multiple capture of the whole group of evaders ($m \geqslant 2$) holds if the simultaneous multiple capture of every evader holds at the same time. We obtain necessary and sufficient conditions for simultaneous multiple capture of the whole group of evaders in terms of initial positions of the participants.

REFERENCES

1. Pshenichnyi B.N. Simple pursuit by several objects, *Kibernetika*, 1976, no. 3, pp. 145–146.

2. Grigorenko N.L. *Matematicheskie metody upravleniya neskol'kimi dinamicheskimi protsessami* (Mathematical methods of control over multiple dynamic processes), Moscow: Moscow State University, 1990, 197 p.

3. Chikrii A.A. *Konfliktno upravlyaemye protsessy* (Conflict controlled processes), Kiev: Naukova Dumka, 1992, 380 p.

4. Petrov N.N. Multiple capture in Pontryagin's problem with phase restrictions, *Prikl. Mat. Mekh.*, 1997, vol. 61, no. 5, pp. 747–754.

5. Blagodatskikh A.I., Petrov N.N. *Konfliktnoe vzaimodeistvie grupp upravlyaemykh ob"ektov* (Conflict interaction of groups of controlled objects), Izhevsk: Udmurt State University, 2009, 266 p.

6. Blagodatskikh A.I. Simultaneous multiple capture in a simple pursuit problem, *Prikl. Mat. Mekh.*, 2009, vol. 73, no. 1, pp. 54–59.

7. Blagodatskikh A.I. Simultaneous multiple capture in a conflict control process, *Prikl. Mat. Mekh.*, 2013, vol. 77, no. 3, pp. 433–440.

8. Blagodatskikh A.I. Simultaneous multiple capture of evaders in a simple group pursuit problem, *Vestn. Udmurt. Univ. Mat. Mekh. Komp'yut. Nauki*, 2012, no. 3, pp. 13–18.

9. Bannikov A.S. Nonstationary group pursuit problem, *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Mat.*, 2009, no. 5, pp. 3–12.

Received 01.11.2013

Blagodatskikh Aleksandr Ivanovich, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Udmurt State University, ul. Universitetskaya, 1, Izhevsk, 426034, Russia.
E-mail: aiblag@mail.ru