

УДК 517.53

© *Е. И. Михайловский, В. Л. Никитенков***ОБОЛОЧЕЧНЫЙ АНАЛОГ ТЕОРЕМЫ О ПЯТИ МОМЕНТАХ**

Полученный ранее для длинной многоопорной цилиндрической оболочки аналог балочной теоремы о трех моментах, основанный на замечательных свойствах простого краевого эффекта, обобщается на случай упругоподатливых опор в виде так называемого оболочечного аналога теоремы о пяти моментах.

Ключевые слова: теоремы о трех и пяти моментах, расчленение напряженно-деформированного состояния, реакции опор, балка, оболочка, температурный перепад.

Введение

В строительной механике для расчета реакций абсолютно жестких опор неразрезных многопролетных балок широко используется теорема Клапейрона о трех моментах [1]. В случае упругих опор применяются балочные соотношения пяти моментов [2]. Что же касается расчета реакций опор (в частности опор одностороннего действия) для оболочечных конструкций, то здесь для полного исследования проблемы предстоит ответить на следующие вопросы:

1. Можно ли применить теорему Клапейрона (или соотношения пяти моментов) для расчета реакций опор многопролетной оболочки-балки, когда длины межопорных пролетов сравнимы с диаметром оболочки, то есть когда нарушено условие применимости гипотезы плоских сечений?
2. Как рассчитывать реакции опор одностороннего действия (жестко не связанных с опираемой конструкцией)?
3. Каковы области применимости методов расчета реакций таких опор, построенных:
 - на основе гипотезы плоских сечений;
 - исходя из общих уравнений теории оболочек?

Как известно, гипотеза плоских сечений Бернулли, на которой основана теорема Клапейрона, применима, если размер поперечного сечения мал по сравнению с длиной пролета между соседними опорами. Следовательно, для стержня теорема Клапейрона справедлива при выполнении условия $2R/l_i \ll 1$ (R — характерный размер поперечного сечения, l_i — длина межопорного пролета). Что же касается оболочечных конструкций, то для них, зачастую, указанное неравенство не только не выполняется, но и меняет знак, то есть $2R/l_i > 1$. Например, для автоклава строительной индустрии АП12-3.6х27 [3] имеем

$$\frac{2R}{l_i} = \frac{3,6}{2,8} = 1,286 > 1.$$

Это обстоятельство побуждает к поиску оболочечных аналогов теорем о трех и пяти моментах, то есть к замене гипотезы плоских сечений гипотезой прямых нормалей Кирхгофа.

§ 1. Исходные положения

Рассмотрим цилиндрическую оболочку (рис. 1) длиной l , с радиусом R , лежащую на n упругих опорах с жесткостью $C_i (i \in 1 : n)$, испытывающую действие поверхностной нагрузки

$$\mathbf{P} = [q + Q_z \delta(R\varphi)] \mathbf{e}_y \tag{1}$$

(где q — вес оболочки, приходящийся на единицу площади срединной поверхности, Q_z — приведенная к центральному продольному сечению поперечная нагрузка, $\delta(\cdot)$ — дельта-функция) и температурного поля

$$T = [t_0(z) + rt_1(z)] \cos \varphi \tag{2}$$

$(r \in [R - h/2, R + h/2], z \in [0, l], \varphi \in [0, 2\pi]).$

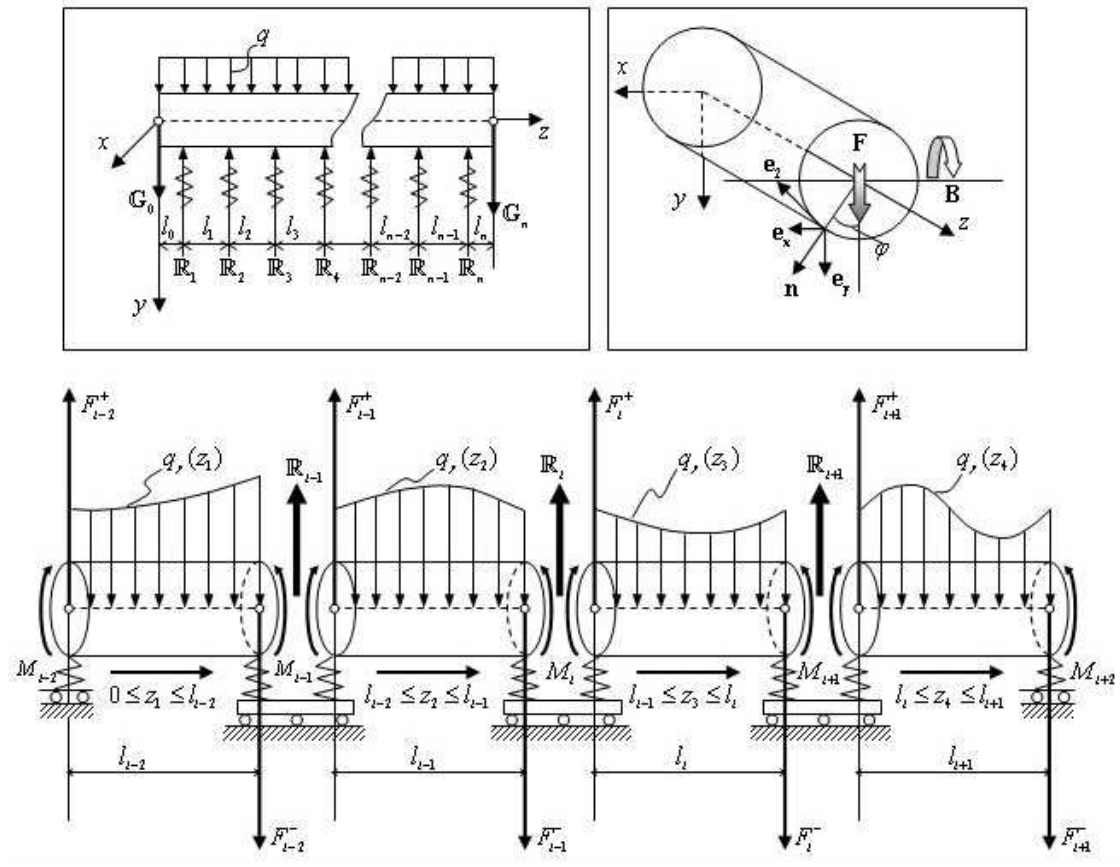


Рис. 1.

Вычислим главный вектор (\mathbf{F}) и главный момент (\mathbf{B}) усилий и моментов в поперечном сечении оболочки. Учитывая формулы

$$(T_1, Q_n, M_1) = \sum_{k=0}^{\infty} (T_{1,k}, Q_{n,k}, M_{1,k}) \cos k\varphi,$$

$$S = \sum_{k=1}^{\infty} S_k \sin k\varphi, \quad \begin{bmatrix} \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_x \\ \mathbf{e}_y \end{bmatrix}, \tag{3}$$

находим

$$\mathbf{F} = R \int_0^{2\pi} (T_1 \mathbf{e}_1 + S \mathbf{e}_2 + Q_n \mathbf{n}) d\varphi = \pi R (Q_{n,1} - S_1) \mathbf{e}_y,$$

$$\mathbf{B} = R \int_0^{2\pi} M_1 \mathbf{e}_2 + R \mathbf{n} \times (T_1 \mathbf{e}_1 + S \mathbf{e}_2 + Q_n \mathbf{n}) d\varphi = \pi R (M_{1,1} + RT_{1,1}) \mathbf{e}_x. \tag{4}$$

Таким образом, задача об определении реакций опор (R_i) может быть полностью исследована в рамках обратносимметричной деформации оболочки, вызванной действием нагрузки

$$P_1 = 0, \quad P_2 = P_{2,1} \sin \varphi, \quad P_n = P_{n,1} \cos \varphi \quad (5)$$

(где в силу (1) $P_{n,1} = -P_{2,1} = q + \frac{Q_z}{2\pi R}$) и температурного поля (2).

В дополнение к сказанному будем предполагать, что опорный контур оболочки является нерастяжимым (например, укреплен кольцом жесткости), а также, что функции $t_0(z)$, $t_1(z)$ достаточно гладкие и имеют в опорных сечениях *непрерывные производные до третьей включительно*.

§ 2. Метод расчленения НДС в оболочке

Для определения реакций опор R_i применим метод расчленения напряженного состояния на основное (0) (безмоментное (*) плюс температурное (T)) и краевой эффект (k). Как показано в работе [4], несомоуравновешенная нагрузка полностью определяется основным напряженным состоянием. В соответствии с методом расчленения напряженного состояния, имеем

$$Q_{n,1} = Q_{n,1}^k + Q_{n,1}^T, \quad S_{,1} = S_{,1}^* + S_{,1}^k; \quad (6)$$

$$M_{1,1} = M_{1,1}^k + M_{1,1}^T, \quad T_{1,1} = T_{1,1}^* + T_{1,1}^k. \quad (7)$$

Поэтому из (4), с учетом указанного выше свойства, получаем

$$\begin{aligned} F_y &= F_y^0 = \pi R(Q_{n,1} - S_{,1}) = \pi R(Q_{n,1}^T - S_{,1}^*), \\ B_x &= B_x^0 = \pi R(M_{1,1} + RT_{1,1}) = \pi R(M_{1,1}^T + RT_{1,1}^*). \end{aligned} \quad (8)$$

Из последних формул необходимо следуют условия самоуравновешенности простого краевого эффекта для рассматриваемого сечения

$$Q_{n,1}^k - S_{,1}^k = 0, \quad M_{1,1} + RT_{1,1}^k = 0.$$

Это свойство простого краевого эффекта проявляется на всяком замкнутом неасимптотическом контуре [5].

Уравнения равновесия безмоментной теории [5] для обратносимметричного НДС имеют вид

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{dz} & \frac{1}{R} & 0 \\ 0 & \frac{d}{dz} & -\frac{1}{R} \\ 0 & 0 & \frac{1}{R} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} T_{1,1}^* \\ S_{,1}^* \\ T_{2,1}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -P_{2,1} \\ P_{n,1} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Отсюда, вводя обозначения $M \triangleq B_x^*$ и с учетом (8), находим

$$\frac{d^2 M}{dz^2} = -q_y, \quad (10)$$

$$F_y^* = \frac{dM}{dz}, \quad (11)$$

где

$$q_y = \pi R(P_{n,1} - P_{2,1}) = 2\pi Rq + Q_z.$$

Используя обозначения

$$\begin{aligned} S_i(z_i) &= \int_0^{z_i} \left(\int_0^{z_i} \left(\int_0^{z_i} \left(\int_0^{z_i} qy dz_i \right) dz_i \right) dz_i \right) dz_i, \\ S_i^T(z_i) &= \alpha_0 E \int_0^{z_i} \left(\int_0^{z_i} J_T dz_i \right) dz_i, \quad S_i' = \frac{dS_i}{dz}, \\ J_T &= \frac{EI}{R} \alpha_0 (t_0 + Rt_1), \end{aligned} \quad (12)$$

выпишем решение (10) для каждого из 4-х последовательных межопорных пролетов при граничных условиях (см. рис. 1)

$$M_k(0) = M_{i-3+k}; \quad M_k(l_{i-3+k}) = M_{i-2+k}, \quad (k \in 1 : 4). \quad (13)$$

С учетом последних соотношений имеем

$$M_k(z_k) = -S''_{i-3+k}(z_k) + S_{i-3+k}(l_{i-3+k}) \frac{z_k}{l_{i-3+k}} + \\ + M_{i-3+k} + (M_{i-2+k} - M_{i-3+k}) \frac{z_k}{l_{i-3+k}}, \quad (k \in 1 : 4). \quad (14)$$

Согласно (11) и в соответствии с рис. 1 реакции опор вычисляются по формулам

$$R_{i-2+k} = F_{i-2+k}^+ - F_{i-2+k}^- = \frac{dM_{i-2+k}}{dz_{k+1}} \Big|_{z_{k+1}=0} - \frac{dM_{i-3+k}}{dz_k} \Big|_{z_k=l_{i-3+k}} = \\ = S'''_{i-3+k}(l_{i-3+k}) + S''_{i-2+k}(l_{i-2+k}) \frac{1}{l_{i-2+k}} - S''_{i-3+k}(l_{i-3+k}) \frac{1}{l_{i-3+k}} + \\ + (M_{i-1+k} - M_{i-2+k}) \frac{1}{l_{i-2+k}} - (M_{i-2+k} - M_{i-3+k}) \frac{1}{l_{i-3+k}}, \quad (15) \\ (k = 1, 2, 3; i \in 3 : n - 2)$$

$$R_1 = \frac{dM_1}{dz} \Big|_{z=0} - F_1^- = -F_1^- + S''_1(l_1) \frac{1}{l_1} + (M_2 - M_1) \frac{1}{l_1}, \\ R_n = F_n^+ - \frac{dM_n}{dz} \Big|_{z=l_{n-1}} = -F_n^+ + S'''_{n-1}(l_{n-1}) \frac{1}{l_{n-1}} - (M_n - M_{n-1}) \frac{1}{l_{n-1}}. \quad (16)$$

Замечание 1. 1. Температурные слагаемые в (16) исчезают в силу непрерывности производных (до третьей включительно) функции изменения температуры.

2. Для оболочки, испытывающей действие постоянной нагрузки с краевыми усилиями G_0 и G_n , в формулах (16) можно записать

$$F_1^- = G_0 + ql_0, \quad F_n^+ = G_n + ql_n, \quad M_1 = -G_0 l_0 - \frac{ql_0^2}{2} \triangleq b_1, \quad M_n = -G_n l_n - \frac{ql_n^2}{2} \triangleq b_n.$$

§ 3. Вывод оболочечных соотношений пяти моментов

В силу статической неопределенности задачи для получения соотношений пяти моментов используем геометрические условия сопряжения. Имеют место соотношения [5]

$$\begin{bmatrix} d/dz & 0 & 0 \\ -1/R & d/dz & 0 \\ 0 & 1/R & 1/R \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u_{1,1}^0 \\ u_{2,1}^0 \\ \omega_{,1}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,1}^* + \alpha t_1 \\ \omega_{,1}^* \\ \varepsilon_{2,1}^* + \alpha t_1 \end{bmatrix}, \quad (17)$$

где

$$\varepsilon_{1,1}^* = \frac{1}{2\pi EhR^2} (2M_x - \nu R^2 q_y), \quad \varepsilon_{2,1} = \frac{1}{2\pi EhR^2} (R^2 q_y - 2\nu M_x), \quad \omega_{,1}^* = -\frac{2(1+\nu)}{\pi EhR} \frac{dM_x}{dz},$$

α — коэффициент линейного температурного расширения.

Разрешая последнюю систему относительно окружного смещения $u_{2,1}^0$, получим уравнение:

$$EI \frac{d^2 u_{2,1}^0}{dz^2} = M_x + \frac{4+3\nu}{2} R^2 q_y + \frac{EI}{R} \alpha t_1. \quad (18)$$

Вертикальные перемещения точек поперечного сечения оболочки-балки определяются формулами

$$u_y = -u_2 \sin \varphi + \omega \cos \varphi = -u_{2,1}^0 + R \varepsilon_{2,1} \cos^2 \varphi$$

(здесь учтено, что $u_{2,1} \approx u_{2,1}^0$).

Пренебрегая растяжением опорного контура поперечного сечения оболочек над опорой ($R\varepsilon_{2,1} = 0$) и принимая во внимание лишь те опоры, на которые оболочка опирается, на концах двух средних из четырех межопорных пролетов потребуем выполнения следующих условий:

$$u_{2,1}^0(0) = \frac{R_{i-3+k}}{C_{i-3+k}}, \quad u_{2,1}^0(l_{i-3+k}) = \frac{R_{i-2+k}}{C_{i-2+k}}, \quad (k = 2, 3). \quad (19)$$

Тогда из (18) получаем

$$\begin{aligned} EIu_{2,1}^0 = & S_{i-3+k}(z_k) - S''_{i-3+k}(l_{i-3+k})\frac{z_k^3}{6l_{i-3+k}} - M_{i-3+k}\frac{z_k^2}{2} - \\ & - \frac{(M_{i-2+k} - M_{i-3+k})z_k^3}{l_{i-3+k}6} + A_k z_k + B_k - S^T(Z_k) - \frac{4+3\nu}{2}R^2 S''_{i-2+k}(z_k), \end{aligned} \quad (20)$$

где

$$B_k = EI \frac{R_{i-3+k}}{C_{i-3+k}}$$

$$\begin{aligned} A_k = & \frac{1}{l_{i-3+k}} \left\{ \frac{EI}{C_{i-2+k}} \left[S'''_{i-3+k}(l_{i-3+k}) + S''_{i-2+k}(l_{i-2+k}) - S''_{i-3+k}(l_{i-3+k})\frac{1}{l_{i-3+k}} + \right. \right. \\ & \left. \left. + (M_{i-1+k} - M_{i-2+k})\frac{1}{l_{i-2+k}} - (M_{i-2+k} - M_{i-3+k})\frac{1}{l_{i-3+k}} \right] - \right. \\ & - \frac{EI}{C_{i-3+k}} \left[S'''_{i-4+k}(l_{i-4+k}) + S''_{i-3+k}(l_{i-3+k})\frac{1}{l_{i-3+k}} - S''_{i-4+k}(l_{i-4+k})\frac{1}{l_{i-4+k}} + \right. \\ & \left. \left. + (M_{i-2+k} - M_{i-3+k})\frac{1}{l_{i-3+k}} - (M_{i-3+k} - M_{i-4+k})\frac{1}{l_{i-4+k}} \right] - \right. \\ & - S_{i-3+k}(l_{i-3+k}) + S''_{i-3+k}(l_{i-3+k})\frac{l_{i-3+k}^2}{6} + M_{i-3+k}\frac{l_{i-3+k}^2}{2} + \\ & \left. + (M_{i-2+k} - M_{i-3+k})\frac{l_{i-3+k}^2}{6} + S^T(l_{i-3+k}) + \frac{4+3\nu}{2}R^2 S''_{i-3+k}(l_{i-3+k}) \right\}, \quad k = 2, 3. \end{aligned}$$

Выражение для реакций i -й опоры можно записать так

$$R_i = \pi R \left(Q_{n,1}^T |_{z_3=0} - Q_{n,1}^T |_{z_2=l_{i-1}} \right) - \pi R \left(S_{,1}^* |_{z_3=0} - S_{,1}^* |_{z_2=l_{i-1}} \right). \quad (21)$$

Отбрасывая здесь температурные слагаемые в силу принятого допущения о плавном характере распределения температур, используя закон Гука

$$S_{,1}^* = \frac{Eh}{2(1+\nu)}\omega_{,1}^* = \frac{Eh}{2(1+\nu)} \left(\frac{du_{2,1}^*}{dz} - \frac{u_{1,1}^*}{R} \right), \quad (22)$$

учитывая геометрические условия сопряжения

$$\partial u |_{z_3=0} = \partial u |_{z_2=l_{i-1}}$$

(где $\partial u = (u_1, u_2, \omega, \vartheta_1)$) и принимая во внимание, что

$$u_{1,1}^0 \approx u_{1,1}^* + u_{1,1}^T, \quad u_{1,1}^T |_{z_3=0} = u_{1,1}^T |_{z_2=l_{i-1}},$$

из (21), (22) приходим к следующему условию сопряжения:

$$EI \frac{du_{2,1}^0}{dz_2} \Big|_{z_2=l_{i-1}} = EI \frac{du_{2,1}^0}{dz_3} \Big|_{z_3=0} - 2(1+\nu)R^2 R_i. \quad (23)$$

Подставив в последнее равенство выражение для производных функций $u_{2,1}^0$, которые нетрудно получить из (20), и формулу для R_i из (16), после довольно громоздких преобразований получим соотношения, составляющие содержание *оболочечного аналога теоремы о пяти моментах* при наличии температурного перепада по высоте оболочки.

$$M_{i-2}\xi_{i-2} + M_{i-1} [l_{i-1}(1 - 2\alpha_{i-1}) - \xi_{i-1}] + 2M_i[l_{i-1}(1 - \alpha_{i-1}) + l_i(1 + \alpha_i) + \xi_i] + M_{i+1} [l_i(1 - 2\alpha_i) - \xi_{i+1}] + M_{i+2}\xi_{i+2} = B_i, \quad i \in 2 : n - 1,$$

где

$$B_i = 6 \left[S_i(l_i) \frac{1}{l_i} - S_{i-1}(l_{i-1}) \frac{1}{l_{i-1}} + S'_{i-1}(l_{i-1}) \right] + 6 \left[S_i^T(l_i) \frac{1}{l_i} - S_{i-1}^T(l_{i-1}) \frac{1}{l_{i-1}} + S_{i-1}^{T'}(l_{i-1}) \right] - (1 - \beta_i) S''_i(l_i) l_i + (2 + \beta_{i-1}) S''_{i-1}(l_{i-1}) l_{i-1} + \beta_{i-1} S'''_{i-1}(l_{i-1}) l_{i-1}^2 + \psi_i ;$$

$$\psi_i = 6EI \frac{S''_{i-2}(l_{i-2})}{C_{i-1} l_{i-2} l_{i-1}} - S''_{i-1}(l_{i-1}) \left[\frac{1}{C_i l_{i-1}} \left(\frac{1}{l_i} + \frac{1}{l_{i-1}} \right) + \frac{1}{C_{i-1} l_{i-1}^2} \right] + S''_i(l_i) \left[\frac{1}{C_i l_i} \left(\frac{1}{l_i} + \frac{1}{l_{i-1}} \right) + \frac{1}{C_{i+1} l_i^2} \right] - S'_{i+1}(l_{i+1}) \frac{1}{C_{i+1} l_{i+1} l_i} - S'_{i-2}(l_{i-2}) \frac{1}{C_{i-1} l_{i-1}} + S'''_{i-1}(l_{i-1}) \left[\frac{1}{C_i} \left(\frac{1}{l_i} + \frac{1}{l_{i-1}} \right) \right] - S'''_i(l_i) \frac{1}{C_{i+1} l_i^2};$$

$$\xi_{i-2} = \frac{6EI}{C_{i-1} l_{i-1} l_{i-2}} \quad (\sim \sim \sim \equiv 0, \quad i = 2)$$

$$\xi_{i-1} = 6EI \left[\frac{1}{C_i l_{i-1}} \left(\frac{1}{l_i} + \frac{1}{l_{i-1}} \right) + \frac{1}{C_{i-1} l_{i-1}} \left(\frac{1}{l_{i-1}} + \frac{1}{l_{i-2}} \right) \right] \quad (\sim \sim \sim \equiv 0, \quad i = 2)$$

$$\xi_i = 3EI \left[\frac{1}{C_{i+1} l_i^2} + \frac{1}{C_i} \left(\frac{1}{l_i} + \frac{1}{l_{i-1}} \right)^2 + \frac{1}{C_{i-1} l_{i-1}^2} \right]$$

$$\xi_{i+1} = 6EI \left[\frac{1}{C_{i+1} l_i} \left(\frac{1}{l_{i+1}} + \frac{1}{l_i} \right) + \frac{1}{C_i l_i} \left(\frac{1}{l_i} + \frac{1}{l_{i-1}} \right) \right] \quad (\approx \approx \approx \equiv 0, \quad i = n - 1)$$

$$\xi_{i+2} = \frac{6EI}{C_{i+1} l_{i+1} l_i} \quad (\approx \approx \approx \equiv 0, \quad i = n - 1).$$

Переходя к абсолютно жестким опорам ($C_i \rightarrow \infty$ приходим к *оболочечному аналогу теоремы о трех моментах* [6]. Предельные переходы ($\alpha_i \rightarrow 0, \beta_i \rightarrow 0$) и ($C_i \rightarrow \infty, \alpha_i \rightarrow 0, \beta_i \rightarrow 0$) дают балочные соотношения пяти и трех моментов соответственно. Приведены результаты численного эксперимента по определению реакций жестких и упругих опор автоклава АП12-3.6х27, при использовании метода перебора активных опор [7]. Сравнивались балочный и оболочечные варианты, как для абсолютно жестких опор (теорема о трех моментах) так и для упругих опор (теорема о пяти моментах). На рис. 2 хорошо виден характер отхода автоклава от опор при увеличении температурного перепада по высоте поперечного сечения корпуса (указаны наибольшее и наименьшее значения перепада, при которых реализуется данный вариант активных опор). Активные опоры обозначены темными кружками. Цифры рядом с ними — значения опорных реакций (в тоннах).

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод о существенном различии опорных реакций в балочных и оболочечных конструкциях (α_i, β_i сравнимы с единицей) и необходимости применения оболочечных вариантов соотношений трех и пяти моментов для определения реакций в многоопорных оболочках (особенно в случае наличия температурного перепада).

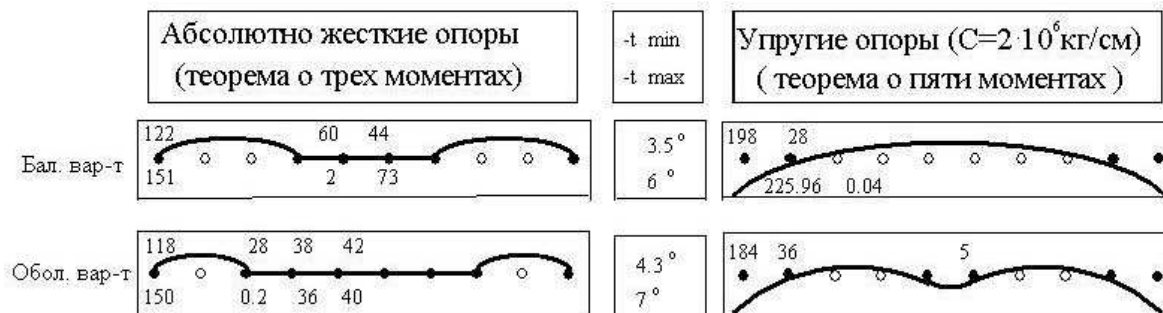


Рис. 2.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Саусвелл Р. В. Введение в теорию упругости. М.: ГИИЛ, 1948. 674 с.
2. Справочник проектировщика. Под ред. А. А. Уманского. М.: Стройиздат, 1972. Т. 1. 415 с.
3. Прочностной анализ и оптимизация элементов конструкции автоклавов строительной индустрии // Отчет о НИР (промеж.). Ч. 1./ Сыктыв. гос. ун-т; рук.: Е. И. Михайловский, В. Л. Никитенков. Деп. в ВИНТИ. Инв. № 028300337558. Сыктывкар, 1983. 117 с.
4. Михайловский Е. И. Расчленение граничных условий на подкрепленном краю оболочки // Исследования по упругости и пластичности. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1967. С. 117–130.
5. Новожилов В. В., Черных К. Ф., Михайловский Е. И. Линейная теория оболочек. Ч. 2. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1964. 282 с.
6. Михайловский Е. И., Никитенков В. Л. Аналог теоремы о трех моментах в теории оболочек // Прикл. механика. 1984. Т. 20. № 7. С. 65–70.
7. Михайловский Е. И., Никитенков В. Л., Тарасов В. Н. Определение реакций упругоподатливых опор одностороннего действия под сосудом давления // Строит. механика и расчет сооружений. 1986. № 3. С. 54–57.

Поступила в редакцию 25.04.11

*E. I. Mikhailovskii, V. L. Nikitenkov***Analogue of the five-moment theorem in the theory of shells**

In this paper we generalize the analogue of the three-moment theorem in the theory of shells, which has been earlier obtained for the long cylindrical shell with several supports, to the case of flexible supports as a so-called «shell» analogue of the five-moment theorem.

Keywords: theorems of three and five moments, partition of deflected mode, reactions at supports, beam, shell, thermal differential.

Mathematical Subject Classifications: 30E25

Михайловский Евгений Ильич, д.ф.-м.н., профессор, зав. кафедрой математического моделирования и кибернетики, Сыктывкарский государственный университет, 167001, Россия, г. Сыктывкар, Октябрьский проспект 55.

E-mail: kmmk@syktsu.ru

Никитенков Владимир Леонидович, д.т.н., зав. кафедрой прикладной математики, Сыктывкарский государственный университет, 167001, Россия, г. Сыктывкар, Октябрьский проспект 55.

E-mail: nik@syktsu.ru

Mikhailovskii Evgenii Il'ich, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Syktyvkar State University, Oktyabr'sky prosp., 55, Syktyvkar, 167001, Russia

Nikitenkov Vladimir Leonidovich, Doctor of Engineering, Head of Department of Applied Mathematics, Syktyvkar State University, Oktyabr'sky prosp., 55, Syktyvkar, 167001, Russia