

УДК 621.78:532.529/004.094

© С. С. Макаров

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛО- И МАССОБМЕНА В ПУЗЫРЬКЕ, НАХОДЯЩЕМСЯ В ЖИДКОСТИ ПРИ СПРЕЙЕРНОМ ОХЛАЖДЕНИИ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО МЕТАЛЛА

В работе приводится моделирование процессов тепло- и массообмена газового (воздушного) пузырька, находящегося в жидкости (воде), охлаждающей нагретую поверхность металла.

*Ключевые слова:* математическая модель, пузырек, спрейерное охлаждение металла, тепло- и массообмен.

#### Введение

На стадии охлаждения металлических изделий при их термической обработке важными являются вопросы, связанные с возможностью регулирования интенсивности отвода тепла охлаждающими средами. К таким средам можно отнести пузырьковые водовоздушные среды, представляющие собой смесь воды и воздушных пузырьков.

Для описания тепло- и массообмена газового пузырька в жидкости за основу возьмем положения, изложенные в [1]. Уравнение сохранения энергии, описывающее процессы тепло- и массообмена пузырька в потоке жидкости с учетом изменения его поверхности, фазовых превращений, связанных с выделением растворенного в жидкости газа, имеет вид [1]:

$$2\pi R\lambda(T_j - T)Nu + (c_{pg}T - c_{vg}T - H_g)\frac{dm_g}{dt} + (c_{pp}T - c_{vp}T - H_p)\frac{dm_p}{dt} = (m_g c_{vg} + m_p c_{vp})\frac{dT}{dt} + p4\pi R_1^2\frac{dR_1}{dt}. \tag{1}$$

#### § 1. Моделирование процессов тепло- и массообмена

Для рассмотрения процесса примем, что пузырек воздуха находится в воде, которая с постоянной скоростью  $w_j$  перемещается вдоль поверхности нагретого металла (рис. 1).

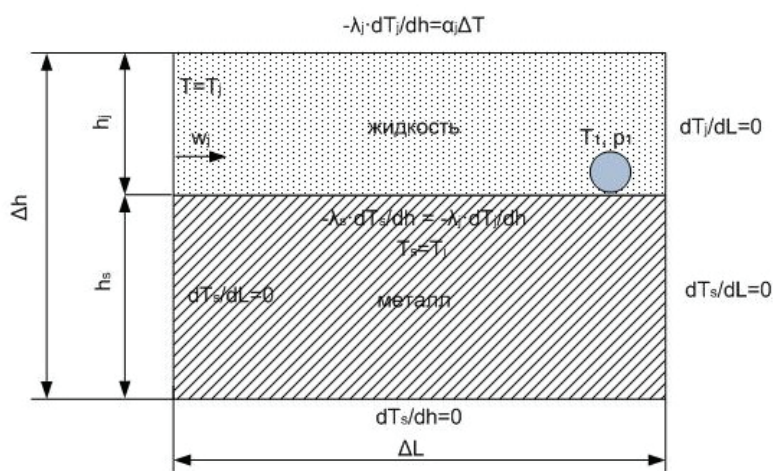


Рис. 1. Область охлаждения

Применяя подход, предложенный в [2], область охлаждения можно представить в виде гидродинамических и тепловых конечных элементов, каждый из которых является элементарной

частью моделируемого объема сплошной среды и описывается аналогами физических уравнений сохранения энергии, количества движения, неразрывности течения и состояния среды. Основные положения по построению расчетных схем и записи математической модели изложены в работе [3].

Будем считать, что пузырек воздуха имеет начальный радиус  $R_1$ , по объему равному объему ячейки:  $V_1 = \Delta h_{j1} \times \Delta L_1 \times 1$ , то есть  $R_1 = \left(\frac{4\pi}{3} V_1\right)^{\frac{1}{3}}$  и находится на расстоянии  $\Delta h_{j1}$  от нагретой поверхности металл (рис. 2).

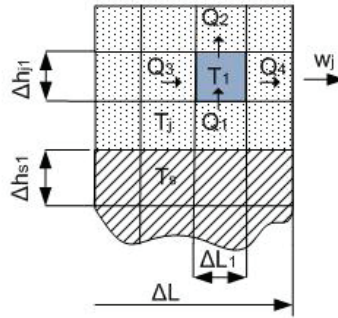


Рис. 2. Схема пузырька в жидкости около нагретой поверхности металла

В исходном уравнении (1) можно выделить четыре составляющие тепловой энергии, определяющие изменение температуры пузырька.

Первая составляющая  $Q_\lambda = 2\pi R\lambda(T_j - T_1)Nu$  определяет интенсивность теплообмена между окружающей жидкостью и пузырьком; вторая  $Q_g = (c_{pg}T_1 - c_{vg}T_1 - H_g) \frac{dm_g}{dt}$  и третья  $Q_p = (c_{pp}T_1 + c_{vp}T_1 - H_p) \frac{dm_p}{dt}$  характеризуют тепло, вносимое массовыми потоками газа и пара, четвертая  $Q_R = -p_1 4\pi R_1^2 \frac{dR_1}{dt}$  — это затраты тепловой энергии на работу по изменению поверхности пузырька [1].

Уравнение (1) можно записать через среднюю температуру  $T_1$  пузырька:

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{1}{C_T} \sum_i Q_i, \tag{1}$$

где  $C_T = (m_g c_{vg} + m_p c_{vp})$  — коэффициент теплоемкости при наличии газа и пара в пузырьке, для воздуха  $C_T = m_b c_{vb}$ ;  $m_g, m_p$  — масса газа и пара в пузырьке;  $\sum_i Q_i = Q_\lambda + Q_g + Q_p + Q_R$ .

$$Q_\lambda = \sum_4 Q_i, \tag{2}$$

где  $\sum_4 Q_i$  — сумма тепловых потоков;  $Q_1 = \frac{\lambda_{jg}}{\Delta h_j} (T_j - T_1) \cdot f_2$ ;  $Q_2 = \frac{\lambda_{gj}}{\Delta h_j} (T_1 - T_j) \cdot f_2$ ;  $Q_3 = \frac{\lambda_{jg}}{\Delta L_1} (T_j - T_1) \cdot f_1$ ;  $Q_4 = \frac{\lambda_{gj}}{\Delta L_1} (T_1 - T_j) \cdot f_1$ ,  $f_1 = h_{s1} \cdot 1$ ;  $f_2 = L_1 \cdot 1$ .

$\lambda_{jg} = \lambda_{gj} = \left( \frac{1}{\frac{1-f_h}{\lambda_g} + \frac{f_h}{\lambda_j}} \right)$  — приведенная теплопроводность [4];  $f_h$  — интерполяционный коэффициент. Так как по условию характерный размер пузырька есть размер ячейки жидкости, то:  $f_h = 0,5$ . Тогда:  $\lambda_{jg} = \lambda_{gj} = \frac{2\lambda_j \lambda_g}{(\lambda_j + \lambda_g)}$ .

По уравнению Майера  $R_g = c_{pg} - c_{vg}$ , тогда  $(c_{pg}T_1 - c_{vg}T_1 - H_g) \frac{dm_g}{dt} = (R_gT_1 - H_g) \frac{dm_g}{dt}$ , отсюда можно записать, что  $Q_g = (R_gT_1 - H_g) \frac{dm_g}{dt}$ . Массовый поток газа в пузырек вследствие диффузии растворенного в жидкости газа определится формулой (3)

$$\frac{dm_g}{dt} = 2 \cdot \pi R_1 D (C_\infty - C_0) Sh, \quad (3)$$

где:  $R_g$  — удельная газовая постоянная;  $H_g$  — теплота фазового перехода;  $R_1$  — текущий радиус пузырька;  $D$  — коэффициент молекулярной диффузии;  $C_\infty$ ,  $C_0$  — концентрация растворенного газа в жидкости и концентрация газа в пленке жидкости, окружающей пузырек;  $Sh$  — число Шервуда для диапазона чисел Рейнольдса ( $0,6 < Re < 70000$ ) и значений числа Прандтля ( $0,6 < Pr < 400$ ) определяется по зависимости [1]:  $Sh = 2 + 0,459 \cdot Re^{0,55} \cdot Pr^{0,33}$ .

Движущей силой диффузии является разность концентраций  $C_\infty - C_0$ . Если  $C_\infty = \text{const}$ , то  $C_0 = \chi p_g$ , где  $\chi$  — коэффициент растворимости Генри, а  $p_g = f(T_1)$ .

По аналогии  $Q_p = (R_pT - H_p) \frac{dm_p}{dt}$ , а массовый поток пара в пузырек определится:

$$\frac{dm_p}{dt} = \frac{\alpha \cdot [p_s - p]}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot R_g \cdot T_s}} \cdot 4 \cdot \pi \cdot R_1^2, \quad (4)$$

где:  $R_p$  — удельная газовая постоянная пара;  $H_p$  — теплота фазового перехода;  $\alpha$  — коэффициент аккомодации. Значения коэффициента аккомодации примем как для случая чистой жидкости и пара  $\alpha = 1$ ;  $p$  — парциальное давление пара в пузырьке;  $T_s$  — температура насыщенных паров;  $p_s$  — давление пара над вогнутой поверхностью пузырька.

Движущей силой процесса (4) является разность давлений на границах стенки пузырька  $p_s - p$ , где  $p_s = f(T_1)$ .

$$Q_R = -p_1 4\pi R_1^2 \frac{dR_1}{dt}. \quad (5)$$

Изменение количества теплоты, связанное с работой по изменению поверхности пузырька, имеет отрицательный знак, так как энергия затрачивается на преодоление внешних сил сопротивления при расширении.

Текущий радиус пузырька будет определяться потоками газа и пара, которые в результате диффузии и испарения проникают в объем пузырька:

$$R_1 = \left( \frac{3}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{m_g + m_p}{\rho_g + \rho_p} \right)^{1/3}, \quad (6)$$

где плотности составляющих компонентов парогазовой смеси:  $\rho_g = \frac{p_g}{R_g T_1}$ ;  $\rho_p = \frac{p}{R_p T_1}$ .

Текущее давление парогазовой смеси в пузырьке  $p_1$ , парциальное давление газа  $p_g$  и пара  $p$  определяются как:

$$p_1 = p_j + \frac{2 \cdot \sigma}{R_1}, \quad (7)$$

$$p_g = p_1 \frac{m_g R_g}{m_g R_g + m_p R_p}, \quad p = p_1 \frac{m_p R_p}{m_g R_g + m_p R_p}, \quad (8)$$

где  $p_j$  — давление в жидкости около пузырька;  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения.

Практические и теоретические работы в области исследования процесса спрейерного охлаждения высокотемпературных поверхностей металлических изделий показывают, что температура воды значительно изменяется в начальный непродолжительный период времени порядка ( $10^{-2} - 10^{-4}$ ) с при контакте и затем в граничном паровом слое, размер которого в зависимости от давления и подачи варьируется от ( $10^{-6} - 10^{-4}$ ) м.

В вышерасположенных слоях температура жидкости не достигает температуры кипения, а давление (8) изменяется незначительно, следовательно, значения выражений  $(R_g T_1 - H_g) \ll 0$  и  $(R_p T_1 - H_p) \ll 0$  за период времени контакта жидкости с поверхностью будут меньше нуля, что говорит о невозможности протекания фазовых переходов.

В связи с этим остаются две составляющие тепловой энергии, определяющие изменение температуры пузырька, — это  $Q_\lambda$  и  $Q_R$ .

Тогда уравнение (6) можно записать как

$$R_1 = \left( \frac{3}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{m_\epsilon R_\epsilon T_1}{p_1} \right)^{1/3}, \quad (9)$$

где  $m_\epsilon$  — масса воздуха в пузырьке;  $R_\epsilon$  — удельная газовая постоянная воздуха;  $T_1 = f(V_1, p_1)$ .

Последовательность решения уравнения (1) будет заключаться в определении  $Q_\lambda$  по уравнению (2), затем текущего значения  $R_1$  — по уравнению (9),  $p_1$  — по уравнению (7) и  $Q_R$  — по уравнению (5).

### § 2. Результаты и выводы

На основе приведенных зависимостей и системы уравнений для потока жидкости, изложенной в [3], была разработана расчетная программа и получены значения температур жидкости, металла, пузырька в зависимости от времени и пространственной координаты процесса.

Для тестового расчета выбрана ячейка размером  $\Delta h_j 1 \times \Delta L_1 = 2 \times 10^{-5}$  м, заполненная воздухом. Расположение ячейки — в конце участка теплообмена (рис. 2), где температура окружающей жидкости имеет наибольшее значение. Теплофизические параметры для воды, воздуха и металла (сталь 45) выбраны для начальных температур.

Начальная температура металла —  $1000^\circ\text{C}$ , воды и воздуха —  $20^\circ\text{C}$ . Расчет дифференциальных уравнений производился методом Рунге–Кутты 4-го порядка с автоматическим выбором шага.

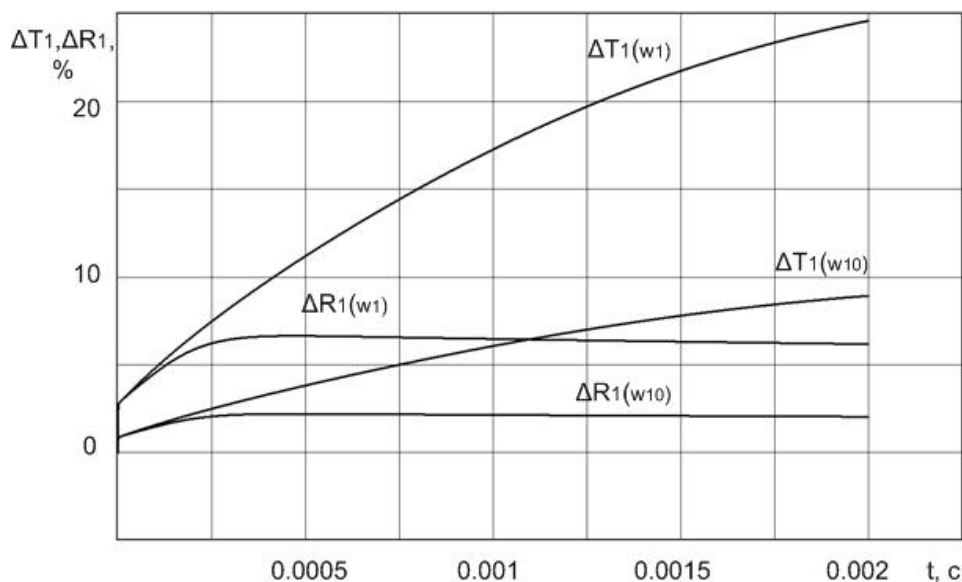


Рис. 3. Температура и радиус пузырька.  $w_1 = 0,1$  м/с;  $w_{10} = 10$  м/с — скорости потока жидкости

На рис. 3 приведены результаты, показывающие, что рост относительной температуры  $\Delta T_1$  и относительного радиуса  $\Delta R_1$  пузырька изменяется в зависимости от скорости перемещающегося потока воды вдоль нагретой поверхности. При этом, если увеличение  $\Delta T_1$  составляет около 6%,  $\Delta R_1$  изменяется в среднем на 2%.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Венгерский Э. В., Морозов В. А., Усов Г. Л. Гидродинамика двухфазных потоков в системах энергетических установок. М.: Машиностроение, 1982. — 128 с.
2. Макаров С. С. Математическое моделирование процесса возникновения естественной циркуляции в циркуляционном контуре: дис. . . . канд. техн. наук. / ИПМ УрО РАН. — Ижевск, 2004. — 118 с.
3. Макаров С. С., Дементьев В. Б., Макарова Е. В. Математическое моделирование движения пузырька в потоке жидкости около нагретой поверхности металла // Химическая физика и мезоскопия. — 2009. — Т. 11, № 3. — С. 289–296.
4. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. — 152 с.

Поступила в редакцию 15.09.10

*S. S. Makarov*

**Modeling heat and mass transfer in a bubble in a liquid at a jet high-temperature metal**

The paper presents simulation of heat and mass transfer gas (air) bubble in a liquid (water) cooling the heated metal surface.

*Keywords:* mathematical model, the bubble jet cooling metal, heat and mass transfer.

Mathematical Subject Classifications: 76T10

Макаров Сергей Сергеевич, к. т. н., старший научный сотрудник, Институт прикладной механики Уральского отделения Российской Академии наук, 426067, Россия, г. Ижевск, ул. Татьяны Барамзиной, д. 34, E-mail: [tehno@izh.com](mailto:tehno@izh.com)