

УДК 65.012.122, 519.688

© А. Н. Белоусов, Е. Е. Иванко

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ НЕКОТОРЫХ СОВРЕМЕННЫХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ КОМБИНАТОРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ПРИ ПЛАНИРОВАНИИ СОПУТСТВУЮЩЕГО ПРОИЗВОДСТВА

В работе формализуется задача оптимизации сопутствующего производства на гибких или реконфигурируемых производствах. В рассматриваемой постановке на входе задан набор обязательных изделий, требуется решить две взаимосвязанные подзадачи: 1) для каждого изделия из набора обязательных сформировать группу дополнительных изделий, которые могут быть произведены без изменения состояния производства, и 2) определить порядок переналадок производства между группами дополнительных изделий, а также «точки входа и выхода» в каждую из групп. В настоящей работе указанные подзадачи рассматриваются последовательно: первая подзадача сведена к задаче поиска клики максимального веса в ориентированном графе, вторая — к кластерной задаче коммивояжера. В ходе масштабных вычислительных экспериментов изучен выигрыш от применения эффективных современных методов решения обеих подзадач в сравнении с жадным решением, моделирующим рациональные действия человека-оператора в условиях большой размерности исходной комплексной задачи и ограниченного времени, имеющегося для ее решения.

Ключевые слова: оптимизация сопутствующего производства, гибкие и перенастраиваемые производства, клика максимального веса, кластерная задача коммивояжера.

DOI: [10.20537/vm190410](https://doi.org/10.20537/vm190410)

Введение

Вопросы оптимизации в промышленности традиционно привлекают внимание исследователей [1–4], поскольку одновременно представляют большой экономический интерес и служат основой для дальнейшего обобщения до оригинальных абстрактных математических постановок.

Динамика рынка заставляет современные производства быть гибкими [5–8]. Теоретические модели гибкого производства существенно изменились за последние десятилетия. Исходной точкой для их эволюции послужили естественно возникшие на заре индустриализации специализированные производства (Dedicated Manufacturing Systems или DMSs), обеспечивающие высокую эффективность изготовления узкого ассортимента изделий. Стоимость переоборудования на новый ассортимент, однако, у специализированных производств сравнима со стоимостью запуска нового производства.

Первые подходы к построению реконфигурируемых производств — гибкие производства (Flexible Manufacturing Systems или FMSs) [9] — возникли в начале 1980-х в связи с появлением в конце 1970-х станков с числовым программным управлением (ЧПУ или CNC) [10]. Основными недостатками FMS относительно DMS являются повышенные время изготовления и стоимость производства [11].

Следующим поколением моделей перенастраиваемых производств стали клеточные производственные системы (Cellular Manufacturing Systems или CMSs) [12–15]. В этих системах производственная линия разделяется на независимые блоки, каждый из которых отвечает за производство группы товаров, требующих схожих технологических условий.

Подобный способ организации производства является компромиссом между экономической эффективностью отлаженного процесса изготовления конкретных изделий и возможностью оперативной и относительно дешевой переналадки. Между тем, отмечается [16], что CMS более подходит для производства определенной группы товаров, предполагающих долгосрочный спрос.

Наконец, в 1999 была предложена модель реконфигурируемой производственной системы (Reconfigurable Manufacturing System или RMS) [17–19]. В рамках этой модели сделана попытка совместить широту ассортимента, эффективность изготовления каждого отдельного изделия и возможность быстрой, удобной и дешевой переналадки производственных мощностей для выпуска любых востребованных изделий из ассортимента предприятия.

Одной из важнейших задач, возникающих в процессе функционирования перенастраиваемого производства, является задача оптимизации порядка исполнения заказов. Решение этой задачи позволяет добиться минимизации затрат по переналадке производственного оборудования, процессов и условий [20–26]. В наиболее простой своей форме она сводится к задаче коммивояжера (Travelling Salesman Problem — TSP [27]). Важную роль при выстраивании оптимальной цепочки перенастроек играет учет условий предшествования [28–30], обусловленных производственными ограничениями и технологическими цепочками [22, 31, 32]. Отметим также оригинальные недавние работы [33, 34], в которых многокритериальная постановка задачи оптимизации процесса переналадки была сведена к обобщенной задаче коммивояжера (Generalized Travelling Salesman Problem — GTSP [27]).

Помимо оптимизации порядка переналадки оборудования важными задачами для перенастраиваемого производства являются задачи группировки заказов и производственных мощностей. В соответствии с содержательными целями задачи группировки можно разделить на два основных типа: 1) выделение наборов задач для параллельной обработки на единообразных производственных линиях [31, 35–37] и 2) построение групп задач для выполнения внутри специализированных производственных блоков-клеток [38–43]. Основной техникой при решении задач группировки является кластеризация [44], хотя в отдельных случаях, когда требуется построение более «тесных» групп, используется формализм клик [32, 45, 46].

Прикладные производственные постановки нередко сочетают обе описанные задачи: маршрутную, связанную с оптимизацией порядка исполнения заказов, и кластерную, связанную с группировкой заказов или средств производства (см. разнообразные постановки в [1–4, 47–50]). В настоящей работе стандартная оптимизация порядка исполнения заказов сочетается с нестандартной задачей группировки, нацеленной на максимизацию дополнительного к запланированному — *сопутствующего* — производства. Насколько известно авторам, такая комплексная задача формулируется впервые. Рассмотрим эту комбинацию подробнее с содержательной точки зрения. Заключенные контракты определяют производственный план предприятия и фиксируют совокупность (пока неупорядоченную) состояний, в каждое из которых необходимо последовательно приводить производственные мощности. Всякая перенастройка оборудования, однако, сопряжена с накладными расходами. Если эти расходы велики, то экономически целесообразным использованием текущего состояния производства будет не только изготовление соответствующего изделия из плана, но и сопутствующий выпуск ряда высокодоходных и высоколиквидных изделий, не требующих дополнительных переналадок. Далее описанную задачу мы будем называть задачей оптимизации сопутствующего производства (ОСП). В рассматриваемом в данной статье подходе задача ОСП разбивается на три формальных компоненты: 1) для каждого из изделий, входящих в обязательный план, построение оптимального (максимизирующего доходность) множества сопутствующих изделий (МСИ) так, чтобы любые два изделия из одного МСИ могли быть изготовлены одно за другим в любом порядке без перенастройки производства;

2) выбор оптимального порядка, в котором будут изготавливаться МСИ, и соответствующего порядка переналадки состояний производства; 3) выбор «точек входа и выхода» в каждое из МСИ (напомним, что по построению при «переходах» внутри каждого МСИ переналадка не требуется). Первая задача сводится к задаче построения клики максимального веса и решается независимо от последующих двух. Вторая и третья задача решаются одновременно с помощью формализации в виде кластерной задачи коммивояжера [27, 51, 52].

Основной целью настоящей работы является исследование эффективности применения современных методов решения обеих компонент комплексной задачи ОСП в сравнении с «наивными» (жадными) методами решения, применение которых можно ожидать от человека-оператора в условиях высокой размерности решаемых задач, большого числа связанных между собой технологических условий и ограниченного времени.

Завершая введение, отметим работу [53], где схожие с используемыми в настоящей статье математические формализации также применяются для одновременного достижения группы целей: минимизации набора параметров и условий производства, оптимизации порядка изготовления изделий и минимизации холостого хода резца при изготовлении каждого изделия. Многочисленные иные постановки комплексных задач оптимизации производства можно найти в сборнике [6].

§ 1. Формализация задачи

Пусть $W = \{d_1, \dots, d_N\}$ есть полное множество изделий, которые могут быть изготовлены на рассматриваемом производстве. Для каждого из изделий задана его стоимость $V: W \rightarrow \mathbb{R}$. Пусть технология производства характеризуется условиями $U = \{u_1, \dots, u_K\}$, а переменная x_j^i показывает состояние условия j , необходимое для изготовления i -й детали:

$$\forall i \in \overline{1, N} \quad \forall j \in \overline{1, K} \quad x_j^i = \begin{cases} -1, & \text{не должно выполняться;} \\ 0, & \text{не важно;} \\ 1, & \text{должно выполняться.} \end{cases} \quad (1.1)$$

Используя подходящие формулировки условий из U , с помощью (1.1) можно выразить широкий класс реалистичных производственных ограничений.

Состояние производства, необходимое для исполнения изделия d_i , формально описывается последовательностью (x_1^i, \dots, x_K^i) . Пусть для каждого условия производства u_j задана трудоемкость изменения состояния этого условия $\alpha_j \in [1, \infty)$ (например, низкая, если речь идет о повороте тумблера, и высокая в случае необходимости перестройки производственной линии). Стоимость смены состояния строится на основе расстояния Хэмминга [54]:

$$\forall i_1, i_2 \in \overline{1, N} \quad D(d_{i_1}, d_{i_2}) = \sum_{j=1}^K q(i_1, i_2, j), \quad (1.2)$$

где $q(i_1, i_2, j)$ показывает стоимость переоборудования j -го технологического условия с состояния для производства изделия d_{i_1} в состояние для производства изделия d_{i_2}

$$q(i_1, i_2, j) = \begin{cases} 0, & \text{если } x_j^{i_1} = x_j^{i_2} \text{ или } x_j^{i_2} = 0; \\ \alpha_j, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (1.3)$$

Отметим, что хотя D и обладает чертами метрики, например, $D(d_{i_1}, d_{i_2}) \geq 0$ и $D(d_i, d_i) = 0$, но в общем случае как аксиома тождества ($D(d_{i_1}, d_{i_2}) = 0 \Leftrightarrow (d_{i_1} = d_{i_2})$), так и аксиома симметрии ($D(d_{i_1}, d_{i_2}) = D(d_{i_2}, d_{i_1})$) может не выполняться.

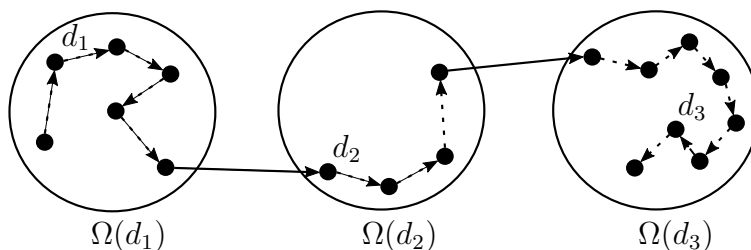


Рис. 1. Пример решения задачи ОСП для трех обязательных изделий

Пусть $Z \subset W$, $|Z| = n$ есть множество изделий, которые предприятие обязалось изготовить. После выполнения каждого обязательного изделия $d \in Z$ допускается без изменения технологических условий произвести набор $\Omega(d) \subset W \setminus Z$ дополнительных «выгодных» изделий. В настоящей работе будут рассматриваться две подзадачи, связанные с оптимизацией такого сопутствующего производства: эффективный выбор $\Omega(d)$ для каждого $d \in Z$ и оптимизация порядка обработки построенных множеств $\Omega(d)$ (фактически это порядок на Z).

Решением первой подзадачи для каждого «обязательного» изделия $d \in Z$ будем считать произвольный наибольший по суммарной стоимости список сопутствующих изделий $\Omega(d) \subset W \setminus Z$ такой, что элементы любой упорядоченной пары из $\Omega(d)^2$ могут быть последовательно изготовлены без переоборудования

$$\Omega(d) \in \text{Arg max}_{Q \in \Theta(d)} \left\{ \sum_{x \in Q} V(x) \right\}, \quad (1.4)$$

где

$$\Theta(d) = \{S \in \mathcal{P}(W \setminus Z) : (d \in S) \& (((x, y) \in S^2) \Rightarrow (D(x, y) = 0))\}. \quad (1.5)$$

Отметим, что: 1) для построения $\Omega(d)$ простой совместимости с d , очевидно, недостаточно, поскольку совместимые с d детали могут оказаться несовместимы друг с другом в тех технологических условиях, на которые само изделие d никаких ограничений не накладывает; 2) из условия (1.5) следует, что если два множества $\Omega(d_i)$ и $\Omega(d_j)$ пересекаются, то они совпадают; далее мы без ограничения общности считаем, что дублирование таких «склеенных» МСИ устранено (например, с помощью удаления соответствующих «лишних» d_i из Z), и результирующие множества $\Omega(d_1), \dots, \Omega(d_n)$ попарно не пересекаются.

Решением подзадачи (1.4), (1.5) может служить клика максимального веса в орграфе, где вершинами являются изделия, их вес определяется стоимостью V , а два изделия d_i, d_j считаются связанными ориентированным ребром, если $D(d_i, d_j) = 0$. Для нахождения такой клики в работе использовался один из наиболее эффективных на сегодняшний день эвристических методов TSM-MWC [55].

Вторая подзадача — оптимизация порядка производства обязательных заказов из Z и соответствующих им МСИ:

$$\text{Arg min}_{\gamma: \underline{\Xi}, \overline{\Xi} \rightarrow \overline{1, n}} \left\{ \sum_{i=1}^{n-1} D(\omega_{\gamma(i)}^{out}, \omega_{\gamma(i+1)}^{in}) \right\}, \quad (1.6)$$

где γ — перестановка на множестве индексов изделий из Z , а

$$\Xi = ((\omega_1^{in}, \omega_1^{out}), \dots, (\omega_n^{in}, \omega_n^{out})) \subset \Omega(d_1)^2 \times \dots \times \Omega(d_n)^2 \quad (1.7)$$

есть набор «точек (изделий) входа и выхода» в множества $\Omega(d_1), \dots, \Omega(d_n)$ (точки $\omega_{\gamma(1)}^{in}$ и $\omega_{\gamma(n)}^{out}$ не используются и могут иметь произвольные значения). Напомним, что по определению (1.5) переоборудования внутри всякого $\Omega(d_i)$ имеют нулевую стоимость.

При заданном $Z = \{d_1, \dots, d_n\}$ и найденных с помощью (1.4), (1.5) множествах $\Omega(d_i)$, $i \in \overline{1, n}$, задача (1.6), (1.7) становится классической кластерной задачей коммивояжера [27, 51], где городами являются заказы, стоимости перемещений определяются с помощью функции D , а в роли кластеров выступают множества $\Omega(d_i)$, $i \in \overline{1, n}$. В экспериментах настоящей работы для решения этой задачи применялся доказавший свою эффективность эвристический метод Lin–Kernighan в реализации проф. К. Helsingaun [52].

Следующий раздел посвящен вычислительным экспериментам, демонстрирующим качество предложенных выше методов решения связки задач (1.4), (1.5), (1.6), (1.7) в сравнении с «наивными» (жадными) решениями этих задач. Предполагается, что при достаточно больших размерностях задач и в условиях ограниченного времени оператор-человек будет склонен использовать подобные «наивные» методы.

§ 2. Эксперименты

В качестве альтернативного «наивного» метода решения задачи (1.4), (1.5) использовался следующий жадный (Greedy) алгоритм: построение $\Omega(d)$ начинается с входящего в план изделия d , на каждом шаге добавляется любое изделие максимальной стоимости из всех, не противоречащих ни одному из уже добавленных ранее в $\Omega(d)$ изделий (если, конечно, множество таких изделий на текущем шаге еще не пусто). В качестве «наивного» решения задачи (1.6), (1.7) также использовался жадный подход: на каждом шаге последующее изделие выбирается так, чтобы минимизировать затраты на переход к его изготовлению (если на некотором шаге существует несколько альтернативных переходов минимальной стоимости, то из них выбирается произвольный).

Во всех экспериментах предполагалось, что производство потенциально способно изготовить 100 видов изделий (т. е. $|W| = N = 100$). Стоимость $V(d)$ каждого изделия $d \in W$ выбиралась случайно равномерно из множества $\overline{1, 100}$. Каждое изделие из W могло попасть в обязательный заказ Z с вероятностью k_1 , являющейся параметром эксперимента, принимающим значения на множестве $P_1 \triangleq \{0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5\}$. Стоимость переоборудования D для каждой пары изделий из W^2 выбиралась случайно равномерно от 1 до 100. Для обеспечения возможности проведения экспериментов с различными размерами клик некоторые значения D искусственно занулялись: среди всех пар из W^2 случайно равномерно выбиралось $[k_2 N^2]$ пар, и для каждой выбранной (a, b) выполнялось $D(a, b) := 0$. Параметр k_2 , определяющий плотность нулей на множестве значений D , принимал значения из множества $P_2 \triangleq \{0.05, 0.1, 0.2, 0.33, 0.45, 0.55\}$.

Для оценки результирующего качества решения затраты на переналадку, выражаемые функцией D , и стоимость произведенных изделий, выражаемую функцией V , необходимо записать в одинаковых единицах измерения. Учитывая, что изначально значения обеих функций выбирались из одного интервала (от 1 до 100), был введен коэффициент k_3 , принимающий значения из множества $P_3 \triangleq \{1, 2, 4, 8, 16\}$, позволяющий увеличивать вес затрат D относительно стоимости изделий. Результирующая целевая функция, учитывающая как доход от произведенных изделий, так и затраты на переоборудование в единых единицах имеет вид (использованные обозначения определены в предыдущем параграфе):

$$\mathbb{V} = \underset{\substack{\{\Omega(d)\}_{d \in Z} \\ \gamma: \overline{1, n} \leftrightarrow \overline{1, n} \\ \Xi}}{\text{Arg max}} \left\{ \sum_{d \in Z} \sum_{x \in \Omega(d)} V(x) - k_3 \sum_{i=1}^{n-1} D(\omega_{\gamma(i)}^{out}, \omega_{\gamma(i+1)}^{in}) \right\}. \quad (2.1)$$

В ходе экспериментов рассматривались четыре способа решения объединенной задачи (2.1):

- (1) (Lin–Kernigan/TSM–MWC) задача (1.4), (1.5) решается с помощью TSM–MWC, задача (1.6), (1.7) — с помощью Lin–Kernigan;
- (2) (Lin–Kernigan/Greedy) (1.4), (1.5) решается жадно, (1.6), (1.7) — с помощью Lin–Kernigan;
- (3) (Greedy/TSM–MWC) (1.4), (1.5) решается с помощью TSM–MWC, (1.6), (1.7) — жадно;
- (4) (Greedy/Greedy) обе задачи (1.4), (1.5) и (1.6), (1.7) решаются жадно.

Для каждой тройки параметров (k_1, k_2, k_3) и выбранного способа решения в соответствии с описанными в начале данного раздела правилами генерировалось по 100 независимых постановок задачи ОСП. Пусть $\mathbb{W}_i(k_1, k_2, k_3)$ есть медианное значение величин \mathbb{V} , полученных при данных значениях (k_1, k_2, k_3) в ходе решения 100 постановок (2.1) с помощью i -го способа.

На рис. 2 представлена динамика значений целевой функции (2.1) при варьировании каждого из параметров k_1, k_2, k_3 по отдельности и усреднении значений по оставшимся двум параметрам. На рис. 2, а по горизонтальной оси изменяется параметр k_3 , отвечающий за величину затрат на переоборудование относительно стоимости изготовленных изделий, по вертикальной оси откладываются величины $\overline{\mathbb{W}}_i(k_3)$, $i \in \overline{1, 4}$, каждая из которых равна среднему значению по всем $\mathbb{W}_i(x, y, k_3)$, где $x \in P_1$, $y \in P_2$. Интересной особенностью этого графика является практически константное значение целевой функции при использовании метода Lin–Kernigan для решения маршрутной компоненты задачи (упорядочивание переоборудований). Действительно, вспомним, что мы искусственно вводим в задачу некоторую долю направленных ребер с нулевой стоимостью перехода между изделиями. При использовании эффективного Lin–Kernigan для построения «маршрута» обхода кластеров, практически все переходы между кластерами удается осуществить по таким нулевым ребрам, а значит сумма в (2.1), агрегирующая затраты на переоборудование (умножаемая на коэффициент k_3), оказывается нулевой и итоговое значение целевой функции не зависит от k_3 . Использование жадного подхода при выборе порядка переоборудований предсказуемо приводит к существенному падению качества результата при росте стоимости переоборудования. Выигрыш от использования TSM–MWC для решения кластерной компоненты задачи не зависит от k_3 , оставаясь практически константным в парах с одинаковым подходом к решению маршрутной компоненты.

На рис. 2, б по горизонтальной оси изменяется параметр k_1 , определяющий размер множества обязательных заказов, по вертикальной оси откладываются величины $\overline{\mathbb{W}}_i(k_1)$, $i \in \overline{1, 4}$, каждая из которых равна среднему значению по всем $\mathbb{W}_i(k_1, y, z)$, где $y \in P_2$, $z \in P_3$. Каждое новое изделие в обязательном заказе увеличивает значение целевой функции: сначала практически линейно, а затем, когда по мере роста мощности множества обязательного заказа новое МСИ с большей вероятностью «сливается» с одним из уже построенных, скорость роста падает. Интересной особенностью, демонстрируемой данным графиком, является сохранение разности между значениями целевой функции, соответствующими различным методам решения задачи, при изменении мощности множества обязательного заказа.

На рис. 2, в по горизонтальной оси изменяется параметр k_2 , равный плотности искусственно введенных нулевых весов среди весов всех возможных направленных ребер на множестве допустимых изделий. По вертикальной оси откладываются величины $\overline{\mathbb{W}}_i(k_2)$, $i \in \overline{1, 4}$, каждая из которых равна среднему значению по всем $\mathbb{W}_i(x, k_2, z)$, где $x \in P_1$,

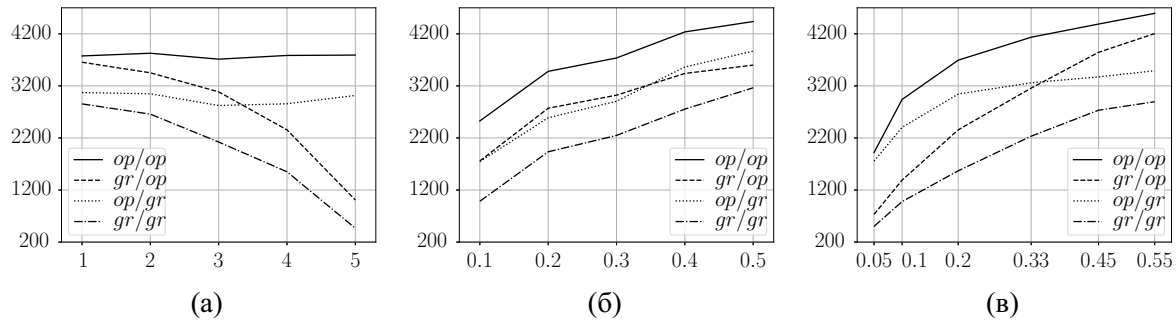


Рис. 2. Зависимость значений целевой функции (2.1) от параметров: (а) — от k_3 , (б) — от k_1 , (в) — от k_2 ; на каждом из графиков значения по остальным двум параметрам усреднялись. Обозначение *op/op* соответствует решению задачи оптимизации сопутствующего производства методом Lin–Kernigan/TSM–MWC, *gr/op* — Greedy/TSM–MWC, *op/gr* — Lin–Kernigan/Greedy и *gr/gr* — Greedy/Greedy

$z \in P_3$. При использовании Lin–Kernigan для решения маршрутной компоненты задачи наблюдается быстрый рост значений целевой функции при малом k_2 и замедление роста при увеличении этого параметра. Действительно, при увеличении числа нулевых весов в графе стоимости переоборудований маршрутная компонента относительно быстро вырождается в 0 (и дальнейшего улучшения практически не происходит), при этом компонента, связанная с максимизацией МСИ, продолжает расти. Отметим также относительно постоянную разницу между результатами Lin–Kernigan/TSM–MWC и Greedy/Greedy. В дополнение к графикам рис. 2 в таблице 1 представлены некоторые статистические характеристики полученных результатов.

На рис. 3 показано в каких областях пространства параметров k_1, k_2, k_3 выигрыш от использования различных рассмотренных в статье методов решения задачи ОСП наиболее выражен по отношению к результату применения жадных методов, моделирующих решение человека-оператора. Радиус и насыщенность каждого кружка на графиках рис. 3 прямо пропорциональны величинам $Q_i(k_1, k_2, k_3) \triangleq W_i(k_1, k_2, k_3)/W_4(k_1, k_2, k_3)$, $i \in \{1, 2, 3\}$ (на рис. 3, а представлен график Q_1 , на рис. 3, б — Q_2 , а на рис. 3, в — Q_3). Для каждого $i \in \{1, 2, 3\}$ выколотыми кружками обозначены проекции на плоскости «точек наибольшего отрыва» — тех точек, для которых $Q_i(k_1, k_2, k_3)$ не меньше, чем величина верхнего квартиля, рассчитанная по всем $Q_i(x, y, z)$, где $x \in P_1, y \in P_2, z \in P_3$.

Из рис. 3, а видно, что наибольший выигрыш совокупность методов Lin–Kernigan и TSM–MWC дает в задачах с большим множеством обязательного заказа (k_1), малой долей нулевых стоимостей переоборудований между изделиями (k_2) и высокой стоимостью переоборудования относительно стоимости изделий (k_3). Наибольший выигрыш от применения метода Lin–Kernigan для решения маршрутной компоненты задачи ОСП в комбинации с жадным подходом к построению МСИ (рис. 3, б) наблюдается при высоких значениях всех трех параметров. Наконец, в обратной ситуации, где маршрутная компонента решается жадно, а МСИ строятся с помощью TSM–MWC, наибольший эффект достигается при малом k_2 и большом k_3 независимо от k_1 .

§ 3. Заключение

В работе была строго сформулирована комплексная задача оптимизации сопутствующего производства (ОСП), объединяющая минимизацию затрат при вынужденной смене состояний производства и максимизацию суммарной стоимости изделий, изготавливаемых

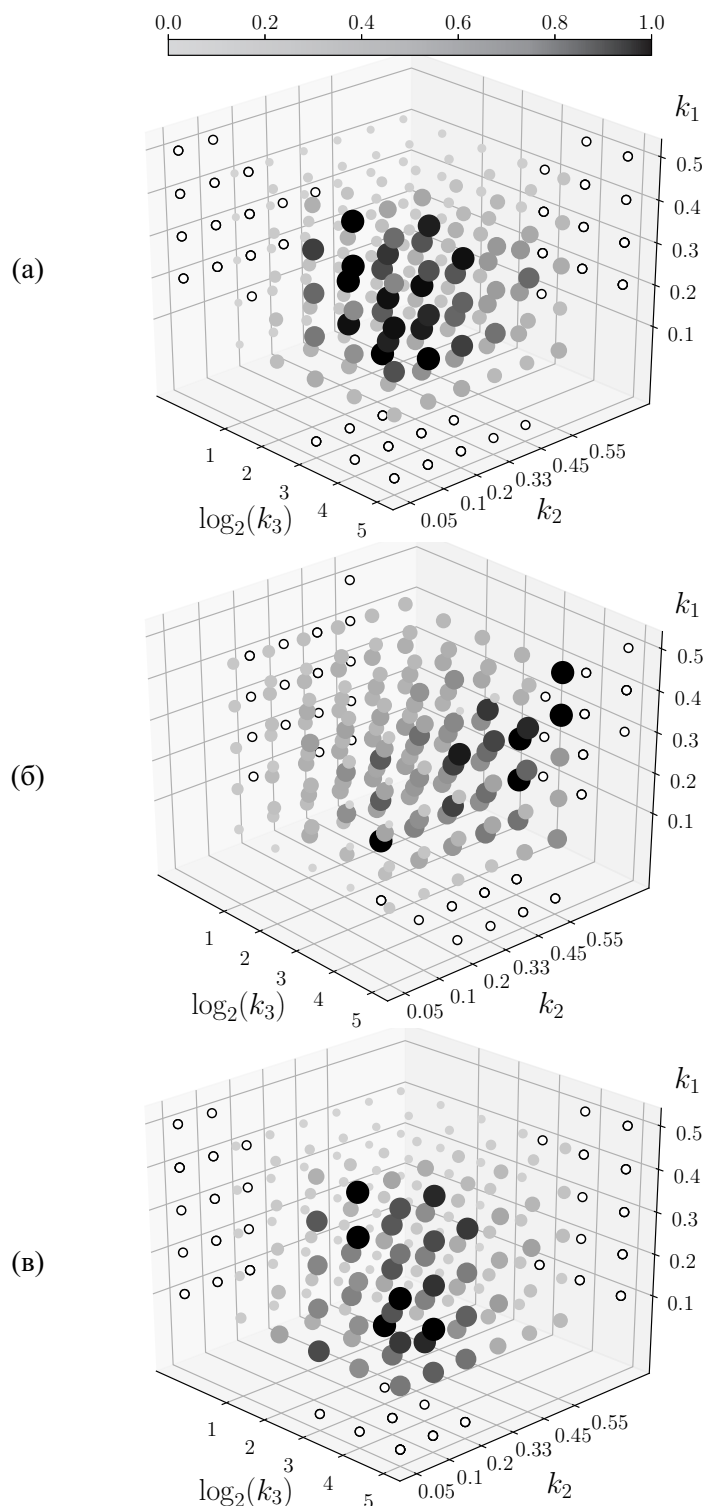


Рис. 3. Графики, показывающие в пространстве параметров эксперимента выгоду (яркость и размер кружка) от использования различных комбинаций методов решения задачи оптимизации сопутствующего производства (2.1) по отношению к «наивному» решению этой задачи с помощью комбинации жадных алгоритмов, моделирующей действия человека-оператора в условиях высокой размерности и ограниченного времени: (а) — Lin-Kernigan/TSM-MWC, (б) — Lin-Kernigan/Greedy, (в) — Greedy/TSM-MWC (подробности и обсуждение см. в § 2)

| | разность | частное |
|-----|---------------------|-----------------|
| (а) | 1848.7 ± 862.44 | 3.02 ± 2.59 |
| (б) | 1466.5 ± 100.54 | 1.79 ± 0.41 |
| (в) | 1793.0 ± 230.7 | 2.37 ± 0.82 |
| все | 1708.4 ± 531.68 | 2.39 ± 1.62 |

Таблица 1. Некоторые статистические характеристики графиков, представленных на рис. 2: «разность» — среднее значение и стандартное отклонение разности между результатами применения комбинации методов Lin–Kernigan/Greedy и комбинации Greedy/Greedy; «частное» — то же для частного

в каждом из состояний. Первая компонента данной комплексной задачи сведена к кластерной задаче коммивояжера, вторая — к поиску клики максимального веса.

В ходе масштабных вычислительных экспериментов было проведено сравнение качества решений задачи ОСП, получаемых с помощью эффективных современных методов и алгоритмов, с качеством решений, получаемых с помощью жадных алгоритмов (моделирующих поведение человека-оператора в условиях большой размерности задачи и ограниченного времени ее решения). Средний выигрыш составил 2.4 раза, варьируясь при изменении параметров задачи в пределах стандартного отклонения 1.62 раза (подробнее см. таблицу 1).

В качестве возможных направлений дальнейшего развития данной работы можно отметить следующие: 1) рассмотреть задачу ОСП с технологическими ограничениями в форме условий предшествования (например, когда для производства изделия C необходимо заранее изготовить изделия A и B); методы решения различных постановок кластерных и обобщенных задач коммивояжера подробно изучались в [56]; 2) разрешить дублирование изделий, заменив множества $\Omega(d)$ на мультимножества и рассчитывая оптимальную кратность каждого их элемента, опираясь на уже использовавшуюся функцию стоимости V и новую функцию востребованности на рынке.

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 18–07–00637, 19–01–00573).

Поступила в редакцию 10.10.2019

Белоусов Алексей Николаевич, младший научный сотрудник, отдел вычислительных систем, Институт математики и механики УрО РАН, 620990, Россия, г. Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, 16.

E-mail: anb@uroan.ru

Евгений Евгеньевич Иванко, д. ф.-м. н., зав. лабораторией анализа сложных систем, отдел вычислительных систем, Институт математики и механики УрО РАН, 620990, Россия, г. Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, 16.

E-mail: evgeny.ivanko@gmail.com

Цитирование: А. Н. Белоусов, Е. Е. Иванко. Экспериментальное исследование эффективности применения некоторых современных методов решения задач комбинаторной оптимизации при планировании сопутствующего производства // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2019. Т. 29. Вып. 4. С. 599–611.

A. N. Belousov, E. E. Ivanko

Experimental research of the application of modern combinatorial optimization solvers to the accompanying manufacturing optimization problem

Keywords: optimization of accompanying manufacturing, flexible and reconfigurable manufacturing, maximum weight clique, cluster travelling salesman problem.

MSC2010: 68M20, 90B30

DOI: [10.20537/vm190410](https://doi.org/10.20537/vm190410)

The paper is devoted to the problem of optimization of accompanying manufacturing in flexible or reconfigurable manufacturing systems. Using a set of obligatory products as an input, the initial problem is reduced to two interrelated subproblems: 1) for each product from the set of obligatory products, form a group of additional (accompanying) products that can be manufactured without changing the state of production, and 2) determine the order of manufacturing changeovers between the groups of additional products, as well as the “points of entry and exit” for each group. The subproblems are considered sequentially: the first subproblem is reduced to the maximum weight clique problem, the second – to the cluster traveling salesman problem. Large-scale computational experiments were conducted to reveal the benefits of applying effective modern methods for solving both subproblems in comparison with the greedy solution (which models the rational actions of a human operator solving large accompanying manufacturing problems in short time).

Funding. The study was funded by RFBR, project numbers 18–07–00637, 19–01–00573.

REFERENCES

1. Berk J. *Cost reduction and optimization for manufacturing and industrial companies*, Wiley, 2010. <https://doi.org/10.1002/9780470643815>
2. Caramia M., Dell’Olmo P. *Effective resource management in manufacturing systems: Optimization algorithms for production planning*, Springer, 2006. <https://doi.org/10.1007/1-84628-227-6>
3. Venkata R. R. *Advanced modeling and optimization of manufacturing processes: International research and development*, Springer, 2011. <https://doi.org/10.1007/978-0-85729-015-1>
4. Yoshimura M. System design optimization for product manufacturing, *Concurrent Engineering*, 2007, vol. 15, issue 4, pp. 329–343. <https://doi.org/10.1177/1063293X07083087>
5. Abbasi M., Houshmand M. Production planning and performance optimization of reconfigurable manufacturing systems using genetic algorithm, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2011, vol. 54, issue 1–4, pp. 373–392. <https://doi.org/10.1007/s00170-010-2914-x>
6. Dashchenko A. I. *Reconfigurable manufacturing systems and transformable factories*, Springer, 2006. <https://doi.org/10.1007/3-540-29397-3>
7. Bortolini M., Galizia F. G., Mora C. Reconfigurable manufacturing systems: Literature review and research trend, *Journal of Manufacturing Systems*, 2018, vol. 49, pp. 93–106. <https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2018.09.005>
8. Mehrabi M. G., Ulsoy A. G., Koren Y. Reconfigurable manufacturing systems: Key to future manufacturing, *Journal of Intelligent Manufacturing*, 2000, vol. 11, no. 4, pp. 403–419. <https://doi.org/10.1023/A:1008930403506>
9. Kaighobadi M., Venkatesh K. Flexible manufacturing systems: An overview, *International Journal of Operations and Production Management*, 1994, vol. 14, no. 4, pp. 26–49. <https://doi.org/10.1108/01443579410056029>
10. Suh S.-H., Kang S. K., Chung D.-H., Stroud I. *Theory and design of CNC systems*, Springer, 2008. <https://doi.org/10.1007/978-1-84800-336-1>

11. Xing B., Bright G., Tlale N., Potgieter J. Reconfigurable manufacturing system for agile mass customization manufacturing, *22nd International Conference on CAD/CAM, Robotics and Factories of the Future*, 2006.
12. Defersha F. M., Chen M. A comprehensive mathematical model for the design of cellular manufacturing systems, *International Journal of Production Economics*, 2006, vol. 103, no. 2, pp. 767–783. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2005.10.008>
13. Heragu S. S. Group technology and cellular manufacturing, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1994, vol. 24, no. 2, pp. 203–215. <https://doi.org/10.1109/21.281420>
14. Singh N. Design of cellular manufacturing systems: An invited review, *European Journal of Operational Research*, 1993, vol. 69, no. 3, pp. 284–291. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(93\)90016-G](https://doi.org/10.1016/0377-2217(93)90016-G)
15. Singh N., Rajamani D. *Cellular manufacturing systems: Design, planning and control*, Springer US, 2012. <https://doi.org/10.1007/978-1-4613-1187-4>
16. Benjaafar S., Heragu S. S., Irani S. A. Next generation factory layouts: Research challenges and recent progress, *INFORMS Journal on Applied Analytics*, 2002, vol. 32, no. 6, pp. 58–76. <https://doi.org/10.1287/inte.32.6.58.6473>
17. Koren Y. General RMS characteristics. Comparison with dedicated and flexible systems, *Reconfigurable Manufacturing Systems and Transformable Factories*, Springer, 2006, pp. 27–45. https://doi.org/10.1007/3-540-29397-3_3
18. Koren Y., Heisel U., Jovane F., Moriwaki T., Pritschow G., Ulsoy G., van Brussel H. Reconfigurable manufacturing systems, *CIRP Annals*, 1999, vol. 48, no. 2, pp. 527–540. [https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)63232-6](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)63232-6)
19. Koren Y., Shpitalni M. Design of reconfigurable manufacturing systems, *Journal of Manufacturing Systems*, 2010, vol. 29, no. 4, pp. 130–141. <https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2011.01.001>
20. Ahmadi E., Goldengorin B., Suer G. A., Mosadegh H. A hybrid method of 2-TSP and novel learning-based GA for job sequencing and tool switching problem, *Applied Soft Computing*, 2018, vol. 65, pp. 214–229. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2017.12.045>
21. Al-Fawzan M. A., Al-Sultan K. S. A tabu search based algorithm for minimizing the number of tool switches on a flexible machine, *Computers and Industrial Engineering*, 2003, vol. 44, no. 1, pp. 35–47. [https://doi.org/10.1016/S0360-8352\(02\)00183-3](https://doi.org/10.1016/S0360-8352(02)00183-3)
22. Blazewicz J., Finke G., Haupt R., Schmidt G. New trends in machine scheduling, *European Journal of Operational Research*, 1988, vol. 37, no. 3, pp. 303–317. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(88\)90192-0](https://doi.org/10.1016/0377-2217(88)90192-0)
23. Demir Y., Kursat Isleyen S. Evaluation of mathematical models for flexible job-shop scheduling problems, *Applied Mathematical Modelling*, 2013, vol. 37, no. 3, pp. 977–988. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2012.03.020>
24. Konak A., Kulturel-Konak S., Azizoglu M. Minimizing the number of tool switching instants in flexible manufacturing systems, *International Journal of Production Economics*, 2008, vol. 116, no. 2, pp. 298–307. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2008.09.001>
25. Paiva G. S., Carvalho M. A. M. Improved heuristic algorithms for the job sequencing and tool switching problem, *Computers and Operations Research*, 2017, vol. 88, pp. 208–219. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2017.07.013>
26. Xie J., Gao L., Peng K., Li X., Li H. Review on flexible job shop scheduling, *IET Collaborative Intelligent Manufacturing*, 2019, vol. 1, no. 3, pp. 67–77. <https://doi.org/10.1049/iet-cim.2018.0009>
27. Gutin G., Punnen A. P. *The traveling salesman problem and its variations*, Boston: Springer, 2007. <https://doi.org/10.1007/b101971>
28. Chentsov A. G., Chentsov P. A. Routing problem with precedence constraints (courier problem) dynamic programming approach, *Vestnik UGTU–UPI. Na peredovykh rubezhakh nauki i inzhenerenogo tvorchestva*, Yekaterinburg: USTU–UPI, 2004, no. 15, pp. 148–152 (in Russian).
29. Kalantari B., Hill A. V., Arora S. R. An algorithm for the traveling salesman problem with pickup and

- delivery customers, *European Journal of Operational Research*, 1985, vol. 22, no. 3, pp. 377–386.
[https://doi.org/10.1016/0377-2217\(85\)90257-7](https://doi.org/10.1016/0377-2217(85)90257-7)
30. Schrage L., Baker K.R. Dynamic programming solution of sequencing problems with precedence constraints, *Operations Research*, 1978, vol. 26, no. 3, pp. 444–449.
<https://doi.org/10.1287/opre.26.3.444>
31. Beezao A. C., Cordeau J.-F., Laporte G., Yanasse H.H. Scheduling identical parallel machines with tooling constraints, *European Journal of Operational Research*, 2017, vol. 257, no. 3, pp. 834–844.
<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.08.008>
32. Huy T.P. *Constraint propagation in flexible manufacturing*, Springer, 2000.
<https://doi.org/10.1007/978-3-642-58335-3>
33. van Pinxten J., Geilen M., Basten T., Waqas U., Somers L. Online heuristic for the multi-objective generalized traveling salesman problem, *2016 Design, Automation and Test in Europe Conference Exhibition (DATE)*, 2016, pp. 822–825. https://doi.org/10.3850/9783981537079_0953
34. van Pinxten J. *Optimization of product flows in flexible manufacturing systems*, PhD thesis, Eindhoven University of Technology, 2018.
35. Berrada M., Stecke K.E. A branch and bound approach for machine load balancing in flexible manufacturing systems, *Management Science*, 1986, vol. 32, no. 10, pp. 1316–1335.
<https://doi.org/10.1287/mnsc.32.10.1316>
36. Ho Y.-C., Hsieh H.-W. A part-and-tool assignment method for the workload-balance between machines and the minimisation of tool-shortage occurrences in an FMS, *International Journal of Production Research*, 2005, vol. 43, no. 9, pp. 1831–1860.
<https://doi.org/10.1080/00207540512331340686>
37. Potts C.N., Whitehead J.D. Workload balancing and loop layout in the design of a flexible manufacturing system, *European Journal of Operational Research*, 2001, vol. 129, no. 2, pp. 326–336.
[https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(00\)00230-7](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(00)00230-7)
38. Boe W.J., Cheng C.H. A close neighbour algorithm for designing cellular manufacturing systems, *International Journal of Production Research*, 1991, vol. 29, no. 10, pp. 2097–2116.
<https://doi.org/10.1080/00207549108948069>
39. Chan H.M., Milner D.A. Direct clustering algorithm for group formation in cellular manufacture, *Journal of Manufacturing Systems*, 1982, vol. 1, no. 1, pp. 65–75.
[https://doi.org/10.1016/S0278-6125\(82\)80068-X](https://doi.org/10.1016/S0278-6125(82)80068-X)
40. Chu C.-H. Cluster analysis in manufacturing cellular formation, *Omega*, 1989, vol. 17, no. 3, pp. 289–295. [https://doi.org/10.1016/0305-0483\(89\)90034-0](https://doi.org/10.1016/0305-0483(89)90034-0)
41. Chu C.-H., Hayya J.C. A fuzzy clustering approach to manufacturing cell formation, *International Journal of Production Research*, 1991, vol. 29, no. 7, pp. 1475–1487.
<https://doi.org/10.1080/00207549108948024>
42. Onwubolu G. C., Mutingi M. A genetic algorithm approach to cellular manufacturing systems, *Computers and Industrial Engineering*, 2001, vol. 39, no. 1–2, pp. 125–144.
[https://doi.org/10.1016/S0360-8352\(00\)00074-7](https://doi.org/10.1016/S0360-8352(00)00074-7)
43. De Souza R.B.R., Bell R. A tool cluster based strategy for the management of cutting tools in flexible manufacturing systems, *Journal of Operations Management*, 1991, vol. 10, no. 1, pp. 73–91.
[https://doi.org/10.1016/0272-6963\(91\)90036-W](https://doi.org/10.1016/0272-6963(91)90036-W)
44. Kaufman L., Rousseeuw P.J. *Finding groups in data: An introduction to cluster analysis*, John Wiley and Sons, 1990. <https://doi.org/10.1002/9780470316801>
45. Hsu V.N., Chhajed D., Lowe T. Tool design problems in a punch press flexible manufacturing system, *IIE Transactions*, 1998, vol. 30, no. 4, pp. 331–340.
<https://doi.org/10.1080/07408179808966473>
46. Wang H., Alidaee B., Glover F., Kochenberger G. Solving group technology problems via clique partitioning, *International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, 2006, vol. 18, pp. 77–97.
<https://doi.org/10.1007/s10696-006-9011-3>
47. Askin R.G. Contributions to the design and analysis of cellular manufacturing systems, *International Journal of Production Research*, 2013, vol. 51, no. 23–24, pp. 6778–6787.

- <https://doi.org/10.1080/00207543.2013.825745>
48. Macchiaroli R., Riemma S. Clustering algorithms to optimize the tool handling system management in an FMS, *International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, 1996, vol. 8, pp. 183–201.
<https://doi.org/10.1007/BF00394503>
 49. Stecke K. E. Formulation and solution of non-linear integer production planning problems for flexible manufacturing system, *Management Science*, 1983, vol. 29, no. 3, pp. 272–288.
<https://doi.org/10.1287/mnsc.29.3.273>
 50. Stecke K. E., Solberg J. J. Loading and control policies for a flexible manufacturing system, *International Journal of Production Research*, 1981, vol. 19, no. 5, pp. 481–490.
<https://doi.org/10.1080/00207548108956679>
 51. Chisman J. A. The clustered traveling salesman problem, *Computers and Operations Research*, 1975, vol. 2, no. 2, pp. 115–119. [https://doi.org/10.1016/0305-0548\(75\)90015-5](https://doi.org/10.1016/0305-0548(75)90015-5)
 52. Helsgaun K. *Solving the clustered traveling salesman problem using the Lin–Kernighan–Helsgaun algorithm*, Roskilde University, 2014, no. 142, 16 p.
 53. Finke G., Kusiak A. Models for the process planning problem in flexible manufacturing systems, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 1987, vol. 2, no. 2, pp. 3–12.
<https://doi.org/10.1007/BF02601472>
 54. Hamming R. W. Error detecting and error correcting codes, *The Bell System Technical Journal*, 1950, vol. 29, no. 2, pp. 147–160. <https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1950.tb00463.x>
 55. Jiang H., Li C., Liu Y., Manya F. A two-stage MaxSAT reasoning approach for the maximum weight clique problem, *Thirty-Second AAAI Conference on Artificial Intelligence*, 2018.
<https://www.aaai.org/ocs/index.php/AAAI/AAAI18/paper/view/16809>
 56. Chentsov A. G. *Extremal'nye zadachi marshrutizatsii i raspredeleniya zadaniy: voprosy teorii* (Extremal routing and distribution problems: theory), Moscow: Regular and Chaotic Dynamics, 2007.

Received 10.10.2019

Belousov Aleksei Nikolaevich, Junior Researcher, Department of Computing Systems, Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, ul. S. Kovalevskoi, 16, Yekaterinburg, 620990, Russia.

E-mail: anb@uroran.ru

Ivanko Evgenii Evgen'evich, Head of Complex Systems Laboratory, Department of Computing Systems, Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, ul. S. Kovalevskoi, 16, Yekaterinburg, 620990, Russia.

E-mail: evgeny.ivanko@gmail.com

Citation: A. N. Belousov, E. E. Ivanko. Experimental research of the application of modern combinatorial optimization solvers to the accompanying manufacturing optimization problem, *Vestnik Udmurtskogo Universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye Nauki*, 2019, vol. 29, issue 4, pp. 599–611.