

УДК 519.233 : 528.854

© В. Н. Миллч, В. А. Сметанин

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ БЕТА-РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В ЗАДАЧАХ АНАЛИЗА ИНФОРМАТИВНОСТИ ПРИЗНАКОВ И ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕШАЮЩЕГО ПРАВИЛА ПРИ РАСПОЗНАВАНИИ ТЕКСТУРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Рассматриваются задача классификации текстурных изображений и проблема уменьшения пространства признаков. Предлагается редукция задачи многоальтернативной классификации до бинарной одномерной задачи, в которой допустимо использовать байесовский подход с одномерными оценками распределений. Вводится гипотеза о бета-распределении значений признаков для одного класса. Параметры распределения оцениваются методом моментов. Для оценки четырех параметров требуются аналитические выражения и статистические оценки первых четырех моментов этого распределения. После оценки параметров осуществляется проверка гипотезы о распределении по критерию Пирсона. Экспериментально установлено, что модель бета-распределения в большинстве случаев применима к оценке распределений значений признаков. Сделан вывод о необходимости такой проверки для каждой обучающей выборки. В работе также предлагается по результатам оценки степени пересечений оцененных распределений классов оценивать эффективность признака. Рассматривается взаимная корреляция выбранных признаков. Вводится способ оценки информативности признаков, основанный на минимуме средней вероятности ошибки для одного признака и взаимной некоррелированности для системы признаков. На основе алгоритма оценки информативности строится система признаков для каждой пары классов. Формулируется алгоритм классификации, который использует полученные системы признаков и принимает решение на основе оценки плотности моделью бета-распределения на этапе бинарной задачи. Кроме того, сформулированный алгоритм объединяет результаты частных бинарных решений и принимает окончательное решение в задаче классификации.

Ключевые слова: текстурные изображения, бета-распределение, информативность признаков, бинарный классификатор.

§ 1. Введение

Автоматическая классификация текстурных изображений площадных объектов природной среды на космических снимках земной поверхности применяется во многих областях, таких как картография, лесное хозяйство, экология, сельское хозяйство. Процедура классификации имеет некоторую погрешность, которая характеризуется вероятностью неверного отнесения объектов к одному из классов. В настоящее время одной из актуальных задач является уменьшение этой погрешности, то есть повышение качества распознавания.

Современное развитие технологий космической съемки, например появление гиперзональных съемочных систем, предоставляет возможность получать больше информации об объектах за счет повышения спектрального и пространственного разрешения. Поэтому требуется построение системы классификации, которая бы использовала информацию об объектах, получаемую из гиперзональных снимков с высоким разрешением таким образом, чтобы минимизировать погрешность [1]. Ранее авторами было предложено обобщение признаков Харалика на многозональные изображения [2]. Предложенная методика вычисления признаков позволяет увеличить объем извлекаемой информации, однако вместе с этим увеличивается и размерность пространства признаков. Поэтому требуется использование каких-либо методов уменьшения размерности этого пространства, а также решающее правило, максимально эффективно использующее введенные признаки.

Таким образом, актуальной является задача получения и использования максимального количества полезной информации о различиях между классами за счет включения эффективных признаков и одновременное решение задачи минимизации ошибок, которое выполняется с помощью выбора наиболее информативных признаков.

Чтобы найти пути уменьшения погрешности классификации, рассмотрим причины возникновения ошибок. Часто ошибки возникают при различении между собой двух наиболее похожих классов [3]. Следовательно, если упростить задачу до бинарной классификации, то есть выбора из двух классов, с помощью которого можно сравнить попарно похожие классы, тогда решение будет более обоснованным, а значит, и надежным.

Таким образом, мы разбиваем задачу « N признаков, M классов» на несколько задач « N признаков, 2 класса». Дальнейшее упрощение задачи состоит в ее сведении к ситуации «1 признак, 2 класса», что позволит использовать одномерные оценки распределений признаков. Дополнительно появляется необходимость постановки задачи принятия окончательного решения по частным решениям бинарных одномерных подзадач.

Параметрический подход при построении классификатора требует знания или предположения закона распределения значений признаков. Для оценки распределения в пределах одного класса чаще всего используют нормальное распределение $\mathcal{N}(m, \sigma)$ [4]. Однако одним из ключевых свойств изображений природных объектов является многообразие разновидностей одного объекта при различных внешних условиях формирования этого объекта. Тогда один объект должен быть представлен не одним нормальным распределением, а смесью нескольких нормальных распределений, которые отличаются, например, математическим ожиданием m [5]. А если распределения для разновидностей объектов имеют различные σ , то совокупное распределение объекта будет иметь существенную асимметрию, что уже не позволяет использовать нормальный закон для оценки совокупного распределения значений признаков для этого объекта. Кроме того, признаки имеют конечную область значений на числовой оси.

В настоящей работе для оценки плотности предлагается использовать семейство бета-распределения. Бета-распределение допускает асимметричную плотность, а также имеет конечную область значений в отличие от нормального закона. В связи с большой сложностью обобщения бета-распределения на многомерный случай можно принимать решение отдельно по каждому признаку, используя оценку плотности распределения этого признака в виде бета-модели. Рассмотрим подробнее особенности использования бета-распределения для оценки плотности признаков при интерпретации изображений площадных объектов.

§ 2. Оценка параметров бета-распределения

Для каждого признака n и класса m мы можем определить Max_{mn} и Min_{mn} — максимальное и минимальное значения, полученные на обучающей выборке. Реальное распределение случайной величины ξ , реализациями которой являются значения признака n в пределах класса m , имеет существенно более широкую область значений, поскольку конечная обучающая выборка не может быть абсолютно представительной. Однако какой бы ни была область значений ξ , изменчивость объекта в любом случае приводит к конечной области значений. Таким образом, можно предполагать, что существуют такие a_{mn} и b_{mn} , что $a_{mn} < \text{Min}_{mn} < \text{Max}_{mn} < b_{mn}$, причем $a_{mn} < \xi < b_{mn}$. Как раз таким свойством и обладает бета-распределение на произвольном промежутке $[a, b]$, которое задается четырьмя параметрами $B(\alpha, \beta, a, b)$ [6].

Стандартное двухпараметрическое бета-распределение на отрезке $[0, 1]$ задается плотностью

$$B_{\alpha, \beta} = x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1} / \left(\int_0^1 t^{\alpha-1}(1-t)^{\beta-1} dt \right),$$

где α, β — параметры симметрии распределения. Чтобы перейти к распределению на произвольном отрезке, вводится замена $y = a + (b-a)x$, $x = \frac{y-a}{b-a}$. Тогда плотность будет иметь вид

$B_{\alpha, \beta, a, b}(y) = \frac{1}{b-a} B_{\alpha, \beta} \left(\frac{y-a}{b-a} \right)$, $Y \sim B(\alpha, \beta, a, b)$. Чтобы оценить четыре неизвестных параметра распределения, потребуются первые четыре момента. Они имеют вид

$$\mu_1 = M[Y] = \frac{\alpha b + \beta a}{\alpha + \beta} - \text{математическое ожидание,} \quad (1)$$

$$\mu_2 = D[Y] = \frac{\alpha\beta(b-a)^2}{(a+b)^2(\alpha+\beta+1)} - \text{дисперсия,} \quad (2)$$

$$\mu_3 = \frac{2(\beta-\alpha)\sqrt{\alpha+\beta+1}}{(\alpha+\beta+1)\sqrt{\alpha\beta}} - \text{коэффициент асимметрии,} \quad (3)$$

$$\mu_4 = \frac{6[(\alpha-\beta)^2(\alpha+\beta+1) - \alpha\beta(\alpha+\beta+2)]}{\alpha\beta(\alpha+\beta+2)(\alpha+\beta+3)} - \text{коэффициент эксцесса.} \quad (4)$$

Статистические оценки $\bar{\mu}_j$ по выборке объема K вычисляются по формулам

$$\bar{\mu}_1 = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K Y_i, \quad (5)$$

$$\bar{\mu}_2 = \frac{1}{K-1} \sum_{i=1}^K (Y_i - \bar{\mu}_1)^2, \quad (6)$$

$$\bar{\mu}_3 = \frac{K}{(K-1)(K-2)} \frac{\sum_{i=1}^K (Y_i - \bar{\mu}_1)^3}{(\bar{\mu}_3)^{\frac{3}{2}}}, \quad (7)$$

$$\bar{\mu}_4 = \frac{K(K+1)}{(K-1)(K-2)(K-3)} \frac{\sum_{i=1}^K (Y_i - \bar{\mu}_1)^4}{(\bar{\mu}_3)^2} - \frac{3(K-1)^2}{(K-2)(K-3)}. \quad (8)$$

Предполагая, что значения признака n для каждого класса имеет свое бета-распределение, оценим по обучающей выборке неизвестные параметры методом моментов [6]. Вычисляя значения первых четырех выборочных моментов (5), (6), (7), (8), полученных на обучающей выборке, и сравнивая их с аналитическими формулами (1), (2), (3), (4), мы можем оценить значения параметров бета-распределения, решив четыре уравнения с четырьмя неизвестными.

Для этого введем вспомогательный параметр $\nu = \alpha + \beta$. Используя этот параметр, выразим коэффициент эксцесса (4) через коэффициент асимметрии (3) [6]:

$$\mu_4 = \frac{6}{3+\nu} \left(\frac{2+\nu}{4} (\mu_3)^2 - 1 \right), \quad \text{если } (\mu_3)^2 - 2 < \mu_4 < \frac{3}{2} (\mu_3)^2.$$

Отсюда

$$\nu = 3 \frac{\mu_4 - (\mu_3)^2 + 2}{\frac{3}{2} (\mu_3)^2 - \mu_4}, \quad \text{если } (\mu_3)^2 - 2 < \mu_4 < \frac{3}{2} (\mu_3)^2.$$

Заменяя моменты μ_i их статистическими оценками $\bar{\mu}_i$ ($i = 3, 4$), мы можем получить оценки параметров $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$:

$$\bar{\alpha}, \bar{\beta} = \frac{\bar{\nu}}{2} \left(1 \pm 1 / \sqrt{1 + \frac{16(\bar{\nu}+1)}{(\bar{\nu}+2)^2(\bar{\nu}_3)^2}} \right), \quad \text{если } \bar{\nu}_3 \neq 0 \text{ и } (\mu_3)^2 - 2 < \mu_4 < \frac{3}{2} (\mu_3)^2.$$

Когда известны $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$, оценки \bar{a}, \bar{b} вычисляются из системы

$$\begin{cases} \frac{\bar{\alpha}\bar{b} + \bar{\beta}\bar{a}}{\bar{\alpha} + \bar{\beta}} = \bar{\mu}_1, \\ \frac{\bar{\alpha}\bar{\beta}(\bar{b} - \bar{a})^2}{(\bar{\alpha} + \bar{\beta})^2(\bar{\alpha} + \bar{\beta} + 1)} = \bar{\mu}_2. \end{cases}$$

Теперь, оценив параметры распределения, мы имеем явное выражение предполагаемой плотности распределения $f(y) = B_{\alpha,\beta,a,b}(y)$, где $Y \equiv B(\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{a}, \bar{b})$. Проверим гипотезу о том, что случайная величина Y , выражающая значения признака n на образцах класса m , действительно подчиняется данному закону.

Разобьем область значений признака n на обучающей выборке на Q интервалов. Для проверки гипотезы используем статистику хи-квадрат [7]:

$$\chi^2 = K \sum_{i=1}^Q \frac{(P_i^{emp} - P_i^{H_0})^2}{P_i^{H_0}}, \quad \text{где } P_i^{H_0} = \int_{x_i}^{x_{i+1}} B_{\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{a}, \bar{b}}(t) dt$$

— вероятность попадания в интервал (x_i, x_{i+1}) , полученная из оцениваемой функции плотности, $P_i^{emp} = \frac{n_i}{K}$ — эмпирическая частота, n_i — количество попаданий в i -й интервал, $s = 4$ — число параметров распределения.

Согласно критерию Пирсона [7], если полученная статистика превосходит квантиль распределения χ^2 заданного уровня значимости s ($K - s - 1$) степенями свободы, то гипотеза H_0 отвергается. В противном случае нет оснований отвергать данную гипотезу.

Чтобы проверить предположение о применимости бета-распределения к оценке одномерных плотностей признаков в задаче анализа площадных объектов на космических снимках, был проведен программный эксперимент. Для этого использовался снимок со спутника Quickbird с разрешением 2.5 м/пиксель по 4 спектральным каналам. В качестве образца был выбран квадрат 31×31 пикселей, по которому вычислялся набор из 324 признаков [2]. На снимке заданы 6 классов объектов: лес лиственный, лес хвойный, поверхность воды, пашня, луг, болото. Обучающая выборка состоит из 10 образцов, тестовая — из 15 образцов для каждого класса объектов. Таким образом, всего рассматривались $6 \times 324 = 1944$ оцениваемые случайные величины. Результаты эксперимента показали, что гипотеза о бета-распределении подтвердилась для 579 из них.

Таким образом, приходим к выводу о том, что бета-модель применима к оценке распределений признаков, хотя и требует проверки в процессе ее использования. В дальнейшем рассмотрение принимаем только пары «признак–класс» с подтвержденной гипотезой о принадлежности бета-семейству.

§ 3. Одномерная классификация

Для исследования особенностей одномерной классификации зафиксируем пару классов m_1 и m_2 и признак n . Предполагаем, что распределение класса m_1 по признаку n принадлежит семейству бета-распределений $B_1 = B_{\alpha_1, \beta_1, a_1, b_1}$, а распределение класса m_2 по этому же признаку относится к тому же семейству, но имеет другие параметры: $B_2 = B_{\alpha_2, \beta_2, a_2, b_2}$. Не ограничивая общности, будем считать, что кривая плотности распределения класса m_1 находится левее на оси значений. В случае если кривые пересекаются, будем считать, что левее на оси значений мода класса m_1 .

Как один из основных параметров нас будет интересовать точка p такая, что $B_1(p) = B_2(p)$ (рис. 1). Площади закрашенных областей соответствуют вероятностям ошибок, которые выражаются следующим образом:

$$\eta = \int_{a_2}^p B_2(x) dx, \quad \mu = \int_p^{b_1} B_1(x) dx.$$

Рассмотрим значения признака n , полученное на неизвестном объекте x , принадлежащем одному из двух классов m_1 и m_2 . Обозначим его x_n . Вероятности принадлежности к каждому из классов будем вычислять по следующим формулам:

$$x_n \in [a_1, b_2] \Rightarrow P_1^n = \frac{B_1(x_n)}{B_1(x_n) + B_2(x_n)}, \quad P_2^n = \frac{B_2(x_n)}{B_1(x_n) + B_2(x_n)}; \quad (9)$$

$$x_n < a_1 \Rightarrow P_1^n = 1, \quad P_2^n = 0; \quad x_n > b_2 \Rightarrow P_1^n = 0, \quad P_2^n = 1.$$

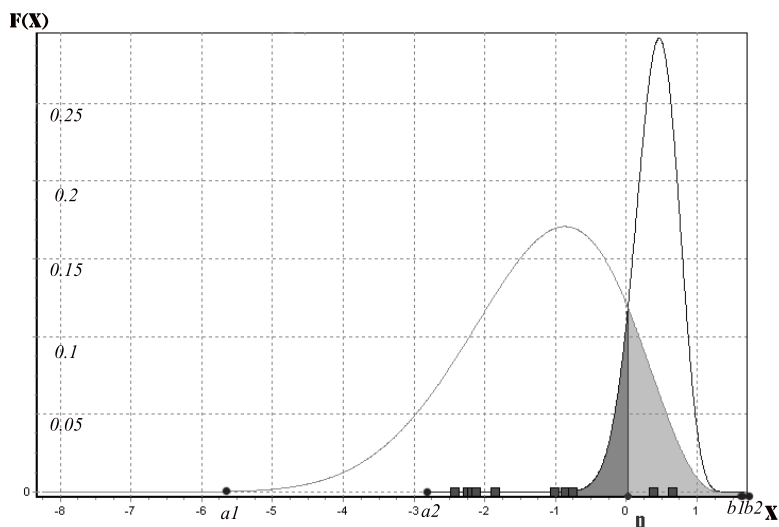


Рис. 1. Пересекающиеся плотности признаков, оцененных бета-распределением

Для простоты предполагая, что априорная вероятность появления обоих классов одинакова, получим, что вероятность ошибки классификации равна $\gamma = \frac{\eta + \mu}{2}$. Отметим, что γ вычисляется только для признака n и пары классов m_1, m_2 , для которых принята гипотеза о бета-распределении для обоих классов по этому признаку. Таким образом, средняя вероятность верной классификации $1 - \gamma$ является величиной, характеризующей эффективность данного признака по разделению двух классов. Следовательно, чтобы получить верную классификацию, требуется оценить эффективность каждого признака для каждой пары классов и использовать тот признак, который имеет наибольшую величину $1 - \gamma$.

§ 4. Обобщенная классификация и построение системы признаков

В случае когда значение признака для неизвестного образца попадает в область возможной ошибки (интервал $[a_2, b_1]$, см. рис. 1), надежное распознавание не может быть гарантировано, поэтому следует принимать решение, не ограничиваясь одним признаком, а строить систему и принимать решение, используя полезную информацию из каждого признака в этой системе.

Предлагается использовать набор из l признаков, по каждому из которых классификация проводится независимо. Теперь для каждой пары классов m_1, m_2 будем рассматривать все признаки, которые удовлетворяют гипотезе о бета-распределении и упорядочены по возрастанию параметра γ_n .

Предположим, есть K таких признаков, которые составляют систему L . Для каждого n принимаем решение по правилу (9), вычисляя P_1^n и P_2^n . Чтобы принять решение, вычислим суммы

$$\theta_1 = \sum_{n \in L} P_1^n, \quad \theta_2 = \sum_{n \in L} P_2^n.$$

Затем по наибольшему значению θ_i принимаем решение о принадлежности объекта к классу m_i .

Однако если признаки будут существенно коррелированными, то ошибка по одному признаку приведет к ошибке по другим признакам. Следовательно, при построении признаков нужно учитывать степень корреляции каждого добавляемого признака со всеми признаками, которые уже входят в систему. Тогда алгоритм построения системы признаков можно представить следующим образом.

Пусть L_2 — пустой список признаков; L_1 — список всех признаков, упорядоченных по возрастанию γ_n ; C — корреляционная матрица, построенная по обучающей выборке; T — порог

существенной корреляции двух признаков. На каждом шаге n_1 — элемент списка L_1 , n_2 — элемент списка S .

Перебирая по очереди все элементы списка L_1 , будем формировать список L_2 , проверяя $C(n_1, n_2) < T$ для всех n_2 из L_2 . Если новый признак n_1 существенно коррелирован хотя бы с одним из n_2 , то в L_2 он не попадет.

Таким образом, все признаки в окончательной системе для принятия решения не будут существенно коррелированными (в смысле порога T). Из каждой группы коррелированных признаков в эту систему попадет признак с минимальной ошибкой, а значит наиболее эффективный.

Таким образом, мы построили систему признаков для отнесения объекта к одному из двух классов. В случае M классов будем пользоваться следующим правилом.

Пусть на входе имеем неизвестный образец из тестовой выборки, а также имеем бинарное решающее правило $R(i, j)$, описанное выше, возвращающее значения из $\{i, j\}$. Строим матрицу A размерности $M \times M$, где номера строк i и номера столбцов j — номера классов:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{M1} & \dots & a_{MM} \end{pmatrix}, \text{ где } a_{ij} \in \{1, -1, 0\}, a = \begin{cases} 1, & \text{если } R(i, j) = i; \\ 0, & \text{если } i = j; \\ -1, & \text{если } R(i, j) = j. \end{cases}$$

Для пояснения рассмотрим пример с тремя классами. Пусть объект принадлежит классу № 3 и верно классифицируется бинарным классификатором, а при попытке выполнить классификацию между классами № 1 и № 2 выбирает класс № 1. Тогда значения функции $R(i, j)$ и матрица A будут выглядеть следующим образом:

| $R(i, j)$ | $j = 1$ | $j = 2$ | $j = 3$ | A | $j = 1$ | $j = 2$ | $j = 3$ |
|-----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $i = 1$ | 1 | 1 | 3 | $i = 1$ | 0 | 1 | -1 |
| $i = 2$ | 1 | 2 | 3 | $i = 2$ | -1 | 0 | -1 |
| $i = 3$ | 3 | 3 | 3 | $i = 3$ | 1 | 1 | 0 |

Чтобы получить наиболее вероятный класс, нужно просуммировать элементы каждой строки i матрицы A . Наибольшей сумме $S(i) = \sum_{j=1}^M a_{ij}$ будет соответствовать решение классификатора m^* в отношении неизвестного образца, то есть

$$m^* = \arg \max_{1 \leq m \leq M} (S(m)). \quad (10)$$

Для рассмотренного примера $S(1) = 0$, $S(2) = -2$, $S(3) = 2$. Согласно критерию максимума (10), образец будет отнесен к третьему классу.

Рассмотренная процедура позволяет интегрировать решения бинарных подзадач, а также использовать одномерные оценки распределений значений признаков, в частности бета-распределение, для многоальтернативных задач.

§ 5. Выводы

Установлено, что свойства распределений значений текстурных признаков аналогичны свойствам бета-распределения. Экспериментально подтверждено, что модель бета-распределения применима для оценки распределений признаков. Отметим также, что требуется проверка гипотезы о распределении для каждого нового класса.

Использование бета-распределения для оценки закона распределения значений признаков в задаче распознавания текстурных изображений на космических снимках в основе одномерного байесовского классификатора позволяет не только решать бинарную задачу классификации, но и оценивать эффективность признаков по величине вероятности ошибки.

Исключение существенно коррелированных признаков с сохранением одного признака с наименьшей средней ошибкой из каждой группы коррелированных признаков позволяет построить набор признаков, максимально эффективный для разделения данной пары классов.

Построенный алгоритм обобщения частных бинарных решений позволяет использовать для задачи распознавания при произвольном количестве классов в качестве основы бинарный одномерный классификатор, а следовательно, и одномерные оценки распределения признаков, в том числе бета-распределение.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лялько В.И., Попов М.А., Подорван В.Н., Сахацкий А.И. Методика классификации площадных объектов на многоспектральных космических изображениях на основе последовательного слияния информации // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2004. Т. 1. С. 88–95.
2. Сметанин В.А., Милич В.Н. Исследование биспектральных матриц рассеяния при анализе материалов многозональной съемки // Вестник Ижевского государственного технического университета. 2012. № 4. С. 123–126.
3. Плотников Д.Е., Барталев С.А., Жарко В.О., Михайлов В.В., Просянникова О.И. Экспериментальная оценка распознаваемости агрокультур по данным сезонных спутниковых измерений спектральной яркости // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2011. Т. 8. № 1. С. 199–208.
4. Ту Д., Гонсалес Р. Принципы распознавания образов. М.: Мир, 1978. 411 с.
5. Павлов И.Н., Ушанов С.В. Исследование распределения деревьев сосны по диаметру методами анализа смесей распределений // Вестник СибГТУ. 2005. № 1. С. 38–46.
6. Elderton W.P. Frequency curves and correlation. London, 1906.
<https://ia700401.us.archive.org/2/items/frequencycurvesc00elderich/frequencycurvesc00elderich.pdf>
7. Никулин М.С. О критерии хи-квадрат для непрерывных распределений // Теория вероятностей и ее применение. 1973. Т. 18. № 3. С. 583–591.

Поступила в редакцию 19.06.2014

Милич Владимир Николаевич, к. т. н., зав. отделом, отдел исследования и диагностики пространственной структуры, Физико-технический институт УрО РАН, 426000, г. Ижевск, ул. Кирова, 132.
E-mail: lssm@ftiudm.ru

Сметанин Вадим Александрович, аспирант, отдел исследования и диагностики пространственной структуры, Физико-технический институт УрО РАН, 426000, г. Ижевск, ул. Кирова, 132.
E-mail: flyblade@list.ru

V. N. Milich, V. A. Smetanin

Using the beta distribution for the analysis of informative value of features and for improving the efficiency of decision rule for texture images recognition

Keywords: texture images, beta distribution, informative value of features, binary classifier.

MSC: 62F03, 68T45

The problems of texture images classification and feature space reduction are considered. The multialternative classification is reduced to a binary one-dimensional problem, for which it is possible to use Bayesian approach with one-dimensional estimates of distribution. Hypothesis of beta-distribution for one separate class is introduced. Distribution parameters are estimated by method of moments. To estimate four parameters, analytic expressions and statistic estimations of first four moments of this distribution are needed. After that the hypothesis of distribution is verified by Pearson's criterion. It is established experimentally that beta-distribution model is generally applicable to estimate feature values distribution. It is concluded that such checks are needed for every learn sample. Feature effectiveness is estimates by analysis of degree of estimated distributions intersection. The cross-correlation of selected features is considered. A method for estimating

the informative value of feature is introduced. It is based on the minimum average error probability for one feature and on mutual uncorrelatedness for a system of features. For each pair of classes we build feature system using the algorithm for estimation of informative value. The classifier, which uses feature systems and makes decision on the basis of density estimation by beta-distribution model on the stage of the binary problem, is built. This classifier also aggregates the final decision from the results of binary problems decisions.

REFERENCES

1. Lyal'ko V.I., Popov M.A., Podorvan V.N., Sakhatskii A.I. Planar objects on the multispectral space imagery classification technique on the basis of the consequent information merging, *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa* (Current problems in remote sensing of the Earth from space), 2005, issue 2, vol. 1, pp. 89–95 (in Russian).
2. Smetanin V.A., Milich V.N. Investigation of bispectral co-occurrence matrices for multispectral data analysis, *Vestn. Izhevsk. Gos. Tekhn. Univ.*, 2012, no. 4, pp. 123–126 (in Russian).
3. Plotnikov D.E., Bartalev S.A., Zharko V.O., Mihailov V.V., Prosyannikova O.I. An experimental assessment of crop types recognisability using time-series of intra-seasonal spectral reflectance measurements by satellite sensor, *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa* (Current problems in remote sensing of the Earth from space), 2011, vol. 8, no. 1, pp. 199–208 (in Russian).
4. Tou J.T., Gonzalez R.C. *Pattern recognition principles*, AWPC Inc., 1974.
5. Pavlov I.N., Ushanov S.V. Investigation of tree diameter distributions by methods of distribution mixes, *Vestn. Sib. Gos. Tekhnol. Univ.*, 2005, no. 1, pp. 38–46 (in Russian).
6. Elderton W.P. *Frequency curves and correlation*, London, 1906.
<https://ia700401.us.archive.org/2/items/frequencycurvesc00elderich/frequencycurvesc00elderich.pdf>
7. Nikulin M.S. Chi-square test for continuous distributions with shift and scale parameters, *Theory of Probability and Its Applications*, 1973, vol. 18, issue 3, pp. 559–568.

Received 19.06.2014

Milich Vladimir Nikolaevich, Candidate of Engineering, Head of Department, Physical Technical Institute, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, ul. Kirova, 132, Izhevsk, 426000, Russia.
E-mail: lssm@ftiudm.ru

Smetanin Vadim Aleksandrovich, post-graduate student, Physical Technical Institute, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, ul. Kirova, 132, Izhevsk, 426000, Russia.
E-mail: flyblade@list.ru