УДК 517.977

© *Н. Н. Петров, К. А. Щелчков*

О ВЗАИМОСВЯЗИ ДВУХ ЛИНЕЙНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ ЗАДАЧ УКЛОНЕНИЯ СО МНОГИМИ УБЕГАЮЩИМИ [1]

Рассматривается линейная стационарная задача преследования с участием группы преследователей и группы убегающих при условиях, что матрица системы является скалярной, среди преследователей имеются как участники, у которых множество допустимых управлений совпадает с множеством допустимых управлений убегающих, так и участники с меньшими возможностями. Множеством значений допустимых управлений убегающих является шар с центром в нуле. Цель группы преследователей состоит в том, чтобы «переловить» всех убегающих. Цель группы убегающих — помешать этому, то есть предоставить возможность по крайней мере одному из убегающих уклониться от встречи. Преследователи и убегающие используют кусочно-программные стратегии. Показано, что если в игре, в которой все участники обладают равными возможностями, происходит уклонение от встречи хотя бы одного убегающего на бесконечном промежутке времени, то добавление любого числа преследователей с меньшими возможностями приводит к тому, что хотя бы один из убегающих уклонится от встречи на любом конечном промежутке времени.

Ключевые слова: дифференциальная игра, групповое преследование, преследователь, убегающий, цена игры.

Введение

Естественным обобщением игр преследования-убегания двух лиц [1–3] являются задачи конфликтного взаимодействия группы преследователей с одним или несколькими убегающими [4–7]. Эти игры интересны с теоретической точки зрения, так как не могут быть решены при помощи теории игр для двух лиц. Одна из причин этого состоит в том, что объединение множеств достижимости всех преследователей и объединение целевых множеств представляют собой множества, не являющиеся выпуклыми и, более того, не являющиеся связными. В работе [8] доказана возможность уклонения одного убегающего от любого числа преследователей при условии, что все участники обладают простым движением и максимальная по норме скорость убегающего больше максимальной по норме скорости любого преследователя. Обобщением данной работы на достаточно широкий класс задач является работа [9]. В работе [10] получены достаточные условия разрешимости задачи уклонения группы убегающих от группы преследователей, при условии, что все участники обладают простым движением с равными максимальными по норме скоростями. Обобщением результатов данной работы на линейные стационарные и линейные нестационарные дифференциальные игры с равными возможностями всех участников посвящены работы [11–12]. Задача уклонения от группы преследователей в различных других постановках рассматривалась в работах [13–16].

Данная работа посвящена конфликтному взаимодействию группы преследователей и группы убегающих при условии, что среди преследователей имеются как участники, у которых множество значений допустимых управлений, являющееся шаром с центром в нуле, совпадает с множеством значений допустимых управлений убегающих, так и участники с меньшими возможностями. Доказано, что если в игре с равными возможностями преследователей и убегающих происходит уклонение от встречи хотя бы одного убегающего на бесконечном промежутке, то при добавлении преследователей с меньшими возможностями уклонение хотя бы одного убегающего происходит на любом конечном отрезке времени.

Результаты примыкают к исследованиям [17–18].

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты №12–01–00195, №14–01–31176) и Минобрнауки России в рамках базовой части.

§ 1. Постановка задачи

В пространстве $\mathbb{R}^k$ $(k \geqslant 2)$ рассматривается дифференциальная игра Γ $n+m$ лиц: n преследователей $P_1, \ldots, P_n$ и m убегающих $E_1, \ldots, E_m$ с законами движения и начальными условиями (при $t = 0$)

$$\dot{x}_i = ax_i + u_i, \ \|u_i\| \leqslant \alpha_i, \quad \dot{y}_j = ay_j + v_j, \ \|v_j\| \leqslant 1,$$
$$x_i(0) = x_i^0, \quad y_j(0) = y_j^0,$$

где $x_i, y_j \in \mathbb{R}^k$ — фазовые переменные, $u_i, v_j \in \mathbb{R}^k$ — управляющие воздействия, $\alpha_i = 1$ для всех $i = \overline{1, l}$, $l < n$ и $\alpha_i < 1$ для всех $i = \overline{l+1, n}$, $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$. Здесь и всюду далее $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, m}$. Обозначим $Z_0^s = (x_1^0, \ldots, x_s^0, y_1^0, \ldots, y_m^0)$.

Под разбиением σ промежутка $[0, \infty)$ будем понимать последовательность $\{\tau_q\}_{q=0}^{\infty}$, не имеющую конечных точек сгущения и такую, что $0 = \tau_0 < \tau_1 < \tau_2 < \cdots < \tau_q < \ldots$. Под разбиением σ отрезка $[0, T]$ будем понимать совокупность попарно различных чисел $\{0, T, \tau_q \in (0, T), q = \overline{1, r}\}$, занумерованных в порядке возрастания.

Определение 1. *Кусочно-программной стратегией* Q_p убегающего E_p, заданной на $[0, \infty)$ ($[0, T]$), называется пара (σ, Q_σ^j), где σ — разбиение промежутка $[0, \infty)$ ($[0, T]$), а Q_σ^p — семейство отображений $c_p^r, r = 0, 1, \ldots$, ставящих в соответствие величинам

$$\Big(t_r, x_i(t_r), y_j(t_r), \min_{t \in [0, t_r]} \min_i \|x_i(t) - y_j(t)\|\Big)$$

измеримую функцию v_p^r, определенную на $[t_r, t_{r+1})$ и такую, что $\|v_p^r(t)\| \leqslant 1$ для всех $t \in \in [t_r, t_{r+1})$.

Аналогично определяются кусочно-программные стратегии преследователей. Игру, в которой участвуют преследователи $P_1, \ldots, P_l$ и убегающие $E_1, \ldots, E_m$, обозначим через $\Gamma(l, m, Z_0^l)$, а в которой участвуют преследователи $P_1, \ldots, P_n$ и убегающие $E_1, \ldots, E_m$ — через $\Gamma(n, m, Z_0^n)$.

Определение 2. В игре $\Gamma(l, m, Z_0^l)$ *происходит уклонение от встречи на* $[0, \infty)$ ($[0, T]$), если существуют кусочно-программные стратегии $Q_1, \ldots, Q_m$ убегающих $E_1, \ldots, E_m$ такие, что для любых траекторий $x_1(t), \ldots, x_l(t)$ преследователей $P_1, \ldots, P_l$ найдется номер s такой, что $y_s(t) \neq x_i(t)$ для всех i и всех $t \in [0, \infty)$ ($[0, T]$).

Пусть $T > 0$. Рассмотрим вспомогательную антагонистическую игру $\Gamma(l, m, T, Z_0^l)$ между нарядом преследователей $P_1, \ldots, P_l$ и нарядом убегающих $E_1, \ldots, E_m$ в классе кусочно-программных стратегий с функцией выигрыша

$$H(S_1, \ldots, S_l, Q_1, \ldots, Q_m) = \sum_{j=1}^{m} \min_{t \in [0, T]} \min_i \|x_i(t) - y_j(t)\|.$$

Определение 3. Ситуация $(S_1, \ldots, S_l, Q_1, \ldots, Q_m)$ называется *ситуацией равновесия* в игре $\Gamma(l, m, T, Z_0^l)$, если для любых кусочно-программных стратегий $U_1, \ldots, U_l$ преследователей $P_1, \ldots, P_l$ и для любых кусочно-программных стратегий $V_1, \ldots, V_m$ убегающих $E_1, \ldots, E_m$ справедливо неравенство

$$H(S_1, \ldots, S_l, V_1, \ldots, V_m) \leqslant H(S_1, \ldots, S_l, Q_1, \ldots, Q_m) \leqslant H(U_1, \ldots, U_l, Q_1, \ldots, Q_m).$$

§ 2. Вспомогательные результаты

Лемма 1. *Пусть в игре* $\Gamma(l, m, Z_0^l)$ *происходит уклонение от встречи на* $[0, \infty)$. *Тогда для любого* $T > 0$ *существуют* $\delta(T) > 0$, *разбиение* σ *отрезка* $[0, T]$, *кусочно-программные стратегии* $Q_1, \ldots, Q_m$ *убегающих* $E_1, \ldots, E_m$ *такие, что для любого* $Z = (x_1, \ldots, x_l, y_1, \ldots, y_m)$, *удовлетворяющего неравенствам*

$$\|x_i - x_i^0\| < \delta(T), \ \|y_j - y_j^0\| < \delta(T),$$

в игре $\Gamma(l, m, T, Z)$ *справедливо неравенство*

$$\inf_{U_1, \ldots, U_l} H(U_1, \ldots, U_l, Q_1, \ldots, Q_m) > 0.$$

Д о к а з а т е л ь с т в о. Пусть $T > 0$. Из условия леммы и известных результатов работы [19] следует, что в игре $\Gamma(l, m, T, Z_0^l)$ существует цена игры $V(Z_0^l, T)$, причем $V(Z_0^l, T) > 0$. Пусть $(S_1, \ldots, S_l, Q_1, \ldots, Q_m)$ — ситуация равновесия в игре $\Gamma(l, m, T, Z_0^l)$, σ — разбиение, отвечающее данной ситуации равновесия. Тогда

$$0 < V(Z_0^l, T) = H(S_1, \ldots, S_l, Q_1, \ldots, Q_m) \leqslant H(U_1, \ldots, U_l, Q_1, \ldots, Q_m). \tag{2.1}$$

В силу непрерывности функции $V(Z_0^l, T)$ по Z_0^l [19] существует $\delta_1(T) > 0$ такое, что для всех Z таких, что $\|x_i - x_i^0\| < \delta_1(T)$, $\|y_j - y_j^0\| < \delta_1(T)$, выполнено неравенство $V(Z, T) > 0$. Из неравенства (2.1) и теоремы о непрерывной зависимости решений дифференциального уравнения от начальных данных следует, что существует $\delta_2(T) > 0$ такое, что

$$\sum_{j=1}^{m} \min_{t \in [0,T]} \min_i \|\overline{x}_i(t) - \overline{y}_j(t)\| > \frac{1}{2} V(Z_0^l, T) > 0 \tag{2.2}$$

для всех Z таких, что $\|x_i - x_i^0\| < \delta_2(T)$, $\|y_j - y_j^0\| < \delta_2(T)$, где $\overline{x}_i(t) = x_i(t, x_i, u_i(t))$, $\overline{y}_j(t) = y_j(t, y_j, v_j^0)$ — траектории игроков $P_1, \ldots, P_l, E_1, \ldots, E_m$ в ситуации $(U_1, \ldots, U_l, Q_1, \ldots, Q_m)$. Отметим, что неравенство (2.2) справедливо для всех ситуаций $(U_1, \ldots, U_l, Q_1, \ldots, Q_m)$. Полагая $\delta(T) = \min\{\delta_1(T), \delta_2(T)\}$, получаем требуемое. Лемма доказана. $\square$

Определение 4. Кусочно-программная стратегия $Q_j = (\sigma, Q_\sigma^j)$ убегающего E_j, заданная на $[0, T]$, называется *кусочно-постоянной кусочно-программной стратегией*, если на каждом промежутке $[t_s, t_{s+1})$ функция v_j^s является кусочно-постоянной.

Лемма 2. *Пусть в игре* $\Gamma(l, m, Z_0^l)$ *происходит уклонение от встречи на* $[0, \infty)$. *Тогда для любого* $T > 0$ *существуют* $\delta(T) > 0$, *разбиение* σ *отрезка* $[0, T]$, *кусочно-постоянные кусочно-программные стратегии* $Q_1, \ldots, Q_m$ *убегающих* $E_1, \ldots, E_m$ *такие, что для любого* $Z = (x_1, \ldots, x_l, y_1, \ldots, y_m)$, *удовлетворяющего неравенствам*

$$\|x_i - x_i^0\| < \delta(T), \ \|y_j - y_j^0\| < \delta(T),$$

в игре $\Gamma(l, m, T, Z)$ *справедливо неравенство*

$$\inf_{U_1, \ldots, U_l} H(U_1, \ldots, U_l, Q_1, \ldots, Q_m) > 0. \tag{2.3}$$

Справедливость данной леммы следует из леммы 1 и того условия, что для любой измеримой функции, заданной на отрезке $[\tau_1, \tau_2]$, существует сходящаяся к ней последовательность кусочно-постоянных функций.

§ 3. Взаимосвязь двух задач уклонения

Теорема 1. *Пусть в игре* $\Gamma(l,m,Z_0^l)$ *происходит уклонение от встречи на* $[0,\infty)$. *Тогда в игре* $\Gamma(n,m,Z_0^n)$ *происходит уклонение от встречи на любом отрезке* $[0,T]$.

Доказательство. $\mathbf{1^0}$. Возьмем $T>0$. В силу леммы 2 существуют $\delta(T)>0$, разбиение σ отрезка $[0,T]$, кусочно-постоянные кусочно-программные стратегии $Q_1,\dots,Q_m$ убегающих $E_1,\dots,E_m$ такие, что для любого $Z=(x_1,\dots,x_l,y_1,\dots,y_m)$, удовлетворяющего неравенствам

$$\|x_i-x_i^0\|<\delta(T),\ \|y_j-y_j^0\|<\delta(T),$$

в игре $\Gamma(l,m,T,Z)$ справедливо неравенство (2.3). Пусть разбиение σ имеет вид

$$\sigma=\{0=t_0<t_1<\dots<t_r<t_{r+1}=T\}.$$

Считаем, что разбиение σ выбрано так, что на каждом промежутке $[t_s,t_{s+1})$ функции v_j^s постоянны.

$\mathbf{2^0}$. Покажем, что можно считать, что $\|v_j^s(t)\|=1$ для всех $t\in[0,T]$. Предположим, что существуют j,q для которых $v_j^q(t)=v_j$ для $t\in[t_q,t_{q+1})$ и $\|v_j\|<1$. Выберем b,d — натуральные числа такие, что

$$e^{a\frac{t_{q+1}-t_q}{b}}<\frac{3}{2},\quad\left|\frac{e^{a\frac{t_{q+1}-t_q}{d}}-1}{a}\right|<\frac{\delta(T)}{4}. \tag{3.1}$$

Обозначим $p=\max\{b,d\}$, $\Delta=\frac{t_{q+1}-t_q}{p}$. Для каждого отрезка $[t_q+\Delta\eta,t_q+\Delta(\eta+1)]$, $\eta=0,\dots,p-1$, определим число $t_\eta\in(t_q+\Delta\eta,t_q+\Delta(\eta+1))$ из равенства

$$e^{a(t_q+\Delta(\eta+1)-t_\eta)}\frac{e^{a(t_\eta-t_q-\Delta\eta)}-1}{a}=\frac{e^{a(t_q+\Delta(\eta+1)-t_\eta)}-1}{a}=:A.$$

Такое t_η существует в силу выполнения следующих условий: левая и правая части равенства непрерывны относительно t_η; в точке $t_\eta=t_q+\Delta\eta$ левая часть равенства обращается в 0, правая часть положительна; в точке $t_\eta=t_q+\Delta(\eta+1)$ левая часть равенства положительна, правая часть обращается в 0. Определим векторы w и h следующим образом. Если $v_j=0$, тогда w — любой единичный вектор, $h=-w$. Пусть $v_j\neq 0$. Определим вектор g следующим образом (достаточно определить вектор g для случая, когда все координаты вектора v_j ненулевые):

$$g_i=\begin{cases}\dfrac{(-1)^i}{v_j^i}, & \text{если } v_j^i\neq 0,\\ 0, & \text{если } v_j^i=0,\end{cases}\qquad i=1,\dots,k-1,$$

здесь v_j^i — i-я координата вектора v_j.

$$g_k=\begin{cases}\dfrac{(-1)^k}{v_j^k}, & \text{если } k \ \text{четное},\\ 0, & \text{если } k \ \text{нечетное}.\end{cases}$$

Тогда $(v_j,g)=0$. Определим число λ из равенства $\|v_j\|^2+\|\lambda g\|^2=1$. Отсюда $\lambda=\sqrt{1-\|v_j\|^2}/\|g\|$. Далее полагаем $w=v_j+\lambda g,\ h=v_j-\lambda g$. Имеем $\|w\|=\|h\|=1,\ w+h=2v_j$. Поэтому

$$Aw+Ah=2Av_j=v_j\left(e^{a(t_q+\Delta(\eta+1)-t_\eta)}\frac{e^{a(t_\eta-t_q-\Delta\eta)}-1}{a}+\frac{e^{a(t_q+\Delta(\eta+1)-t_\eta)}-1}{a}\right)=$$

$$=v_j\left(e^{a\Delta}\int_{t_q+\Delta\eta}^{t_\eta}e^{-a(s-t_q-\Delta\eta)}ds+e^{a(t_q+\Delta(\eta+1)-t_\eta)}\int_{t_\eta}^{t_q+\Delta(\eta+1)}e^{-a(s-t_\eta)}ds\right)=$$

$$= v_j e^{a\Delta} \int_{t_q+\Delta\eta}^{t_q+\Delta(\eta+1)} e^{-a(s-t_q-\Delta\eta)} ds. \tag{3.2}$$

Рассмотрим функцию $\overline{v}_j^q(t)$ вида

$$\overline{v}_j^q(t) = \begin{cases} w, & t \in [t_q + \Delta\eta, t_\eta), \\ h, & t \in [t_\eta, t_q + \Delta(\eta+1)), \end{cases} \qquad \eta = 0, \dots, p-1.$$

Получим, что $\overline{v}_j^q(t)$ — кусочно-постоянная на $[t_q, t_{q+1})$ функция, $\|\overline{v}_j^q(t)\| = 1$ для всех $t \in [t_q, t_{q+1})$ и, кроме того, $\overline{y}_j(t_q + \Delta(\eta+1)) = y_j(t_q + \Delta(\eta+1))$ для всех $\eta = 0, \dots, p-1$ в силу (3.2), то есть $\overline{y}_j(t_{q+1}) = y_j(t_{q+1})$. Кроме того, выполнено неравенство $\|y_j(t) - \overline{y}_j(t)\| < \delta(T)/4$ для всех $t \in [t_q, t_{q+1})$, где

$$y_j(t) = y_j(t_q)e^{a(t-t_q)} + v_j e^{a(t-t_q)} \int_{t_q}^{t} e^{-a(s-t_q)}\, ds,$$

$$\overline{y}_j(t) = y_j(t_q)e^{a(t-t_q)} + e^{a(t-t_q)} \int_{t_q}^{t} e^{-a(s-t_q)} \overline{v}_j^q(s)\, ds.$$

Данное неравенство следует из (3.1). Поэтому, заменив при определении стратегии Q_j функцию v_j на промежутке $[t_q, t_{q+1})$ функцией $\overline{v}_j^q(t)$, мы получим стратегию $\overline{Q}_j$, обладающую требуемым свойством.

3^0. Используя результаты работы [9], построим кусочно-программные стратегии $Q_1^0, \dots, Q_m^0$ убегающих $E_1, \dots, E_m$ в игре $\Gamma(n, m, T, Z_0^n)$. Определим числа $\varepsilon_s = \delta(T)/2^{r+2-s}$. Рассмотрим отрезок $[t_s, t_{s+1}]$. В силу пункта 2 на $[t_s, t_{s+1})$ управление убегающего E_j в игре $\Gamma(l, m, Z_0^l)$ является постоянным вектором v_j^s, причем $\|v_j^s\| = 1$. Пусть $v_j(t, t_s, v_j^s, \varepsilon_s)$ — управление убегающего E_j, гарантирующее ему уклонение от преследователей $P_{l+1}, \dots, P_n$ на $[t_s, t_{s+1})$ и такое, что

$$\|\overline{y}_j(t) - (y_j(t_s)e^{a(t-t_s)} + v_j^s e^{a(t-t_s)} \int_{t_s}^{t} e^{-a(g-t_s)}\, dg)\| < \frac{\varepsilon_{s-1}}{2}, \quad t \in [t_s, t_{s+1}), \ s = 1, \dots, r, \tag{3.3}$$

и

$$\|\overline{y}_j(t) - (y_j(t_0)e^{a(t-t_0)} + v_j^0 e^{a(t-t_0)} \int_{t_0}^{t} e^{-a(g-t_0)}\, dg)\| < \varepsilon_0, \quad t \in [t_0, t_1).$$

В силу [9] такое управление убегающего E_j существует. Полагаем управление убегающего E_j в игре $\Gamma(n, m, T, Z_0^n)$ на $[t_s, t_{s+1})$ равным $\overline{v}_j^s(t) = v_j(t, t_s, v_j^s, \varepsilon)$. Докажем, что в игре $\Gamma(n, m, T, Z_0^n)$ происходит уклонение от встречи. Предварительно докажем, что для всех $s \geqslant 1$ и всех $t \in [t_s, t_{s+1})$ справедливо следующее свойство: если

$$\|y_j(t_s) - \overline{y}_j(t_s)\| < \varepsilon_{s-1}, \text{ то } \|y_j(t) - \overline{y}_j(t)\| < \varepsilon_s, \ t \in [t_s, t_{s+1}). \tag{3.4}$$

Действительно, исходя из (3.1) и (3.3) получаем

$$\|y_j(t) - \overline{y}_j(t)\| < \frac{3}{2}\varepsilon_{s-1} + \frac{\varepsilon_{s-1}}{2} = \varepsilon_s, \ t \in [t_s, t_{s+1}).$$

Поэтому из неравенств (3.3), (3.4) и определения ε_s следует, что $\|y_j(t) - \overline{y}_j(t)\| < \delta(T)/4$, $t \in [0, T]$. Следовательно, по лемме 2 в игре $\Gamma(n, m, T, Z_0^n)$ происходит уклонение от встречи. Теорема доказана. □

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Айзекс Р. Дифференциальные игры. М.: Мир, 1967. 480 с.
2. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.
3. Петросян Л.А. Дифференциальные игры преследования. Л.: Изд-во ЛГУ, 1977. 222 с.
4. Рихсиев Б.Б. Дифференциальные игры с простыми движениями. Ташкент: Фан, 1989.
5. Чикрий А.А. Конфликтно-управляемые процессы. Киев: Наук. думка, 1992.

6. Григоренко Н.Л. Математические методы управления несколькими динамическими процессами. М.: Изд-во МГУ, 1990.
7. Благодатских А.И., Петров Н.Н. Конфликтное взаимодействие групп управляемых объектов. Ижевск: Изд-во Удмуртского университета, 2009. 266 с.
8. Черноусько Ф.Л. Одна задача уклонения от многих преследователей // Прикладная математика и механика. 1976. Т. 40. Вып. 1. С. 14–24.
9. Chernousko F.L., Zak V.L. On differential games of evasion from many pursuers // J. Optimiz. Theory Appl. 1985. Vol. 46. № 4. P. 461–470.
10. Петров Н.Н., Петров Н. Никандр. О дифференциальной игре «казаки-разбойники» // Дифференц. уравнения. 1983. Т. 19. № 8. С. 1366–1374.
11. Чикрий А.А., Прокопович П.В. Линейная задача убегания при взаимодействии групп управляемых объектов // Прикладная математика и механика. 1994. Т. 58. Вып. 4. С. 12–21.
12. Банников А.С. Нестационарная задача группового преследования // Известия вузов. Математика. 2009. № 5. С. 3–12.
13. Вагин Д.А., Петров Н.Н. Задача преследования групп жестко скоординированных убегающих // Известия РАН. Теория и системы управления. 2001. № 5. С. 75–79.
14. Петров Н.Н. Мягкая поимка инерционных объектов // Прикладная математика и механика. 2011. Т. 75. Вып. 3. С. 437–445.
15. Сатимов Н., Маматов М.Ш. О задаче преследования и уклонения от встречи в дифференциальных играх между группами преследователей и убегающих // Доклады Академии наук Узбекской ССР. 1983. № 4. С. 3–6.
16. Иванов Р.П. Простое преследование на компакте // Доклады Академии наук СССР. 1980. Т. 254. № 6. С. 1318–1321.
17. Петров Н.Н., Шелчков К.А. К задаче Черноусько // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2012. № 4. С. 62–67.
18. Петров Н.Н., Соловьева Н.А. Задача преследования группы скоординированных убегающих в линейных рекуррентных дифференциальных играх // Известия РАН. Теория и системы управления. 2012. № 6. С. 22–26.
19. Петров Н.Н. Существование значения игры преследования со многими участниками // Прикладная математика и механика. 1994. Т. 58. Вып. 4. С. 22–29.

Поступила в редакцию 29.08.2014

Петров Николай Никандрович, профессор, Удмуртский государственный университет, 426034, Россия, г. Ижевск, ул. Университетская, 1.
E-mail: npetrov@udmnet.ru

Щелчков Кирилл Александрович, студент, Удмуртский государственный университет, 426034, Россия, г. Ижевск, ул. Университетская, 1.
E-mail: incognitobox@mail.ru

N. N. Petrov, K. A. Shchelchkov

On the interrelation of two linear stationary evasion problems with many evaders

Keywords: differential game, group pursuit, pursuer, evader, the price of game.

MSC: 49N70, 49N75

A linear stationary pursuit problem with a group of pursuers and a group of evaders is considered under the following conditions: the matrix of the system is a scalar matrix, among the pursuers there are participants whose set of admissible controls coincides with the set of admissible controls of evaders, and there are participants with fewer opportunities. The set of values of admissible controls of evaders is a ball with center at the origin. The pursuers' goal is to capture all evaders. The evaders' goal is to prevent this, i.e. to provide an opportunity for at least one of them to escape meeting. Pursuers and evaders use piecewise-program strategies. It is shown that if all participants of the game have equal opportunities and at least one

of the evaders avoids meeting on the infinite time interval, then the addition of any number of pursuers with fewer opportunities leads to evasion of at least one evader on any finite time interval.

REFERENCES

1. Isaacs R. *Differential games*, New York: John Wiley and Sons, 1965. Translated under the title *Differentsial'nye igry*, Moscow: Mir, 1967, 480 p.

2. Krasovskii N.N., Subbotin A.I. *Pozitsionnye differentsial'nye igry* (Positional differential games), Moscow: Nauka, 1974, 456 p.

3. Petrosyan L.A. *Differentsial'nye igry presledovaniya* (Differential games of pursuit), Leningrad: Leningrad State University, 1977, 222 p.

4. Rikhsiev B.B. *Differentsial'nye igry s prostym dvizheniem* (Differential games with simple motion), Tashkent: Fan, 1989.

5. Chikrii A.A. *Conflict-controlled processes*, Boston–London–Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1997, 424 p.

6. Grigorenko N.L. *Matematicheskie metody upravleniya neskol'kimi dinamicheskimi protsessami* (Mathematical methods of control over multiple dynamic processes), Moscow: Moscow State University, 1990, 197 p.

7. Blagodatskikh A.I., Petrov N.N. *Konfliktnoe vzaimodeistvie grupp upravlyaemykh ob"ektov* (Conflict interaction of groups of controlled objects), Izhevsk: Udmurt State University, 2009, 266 p.

8. Chernous'ko F.L. A problem of evasion from many pursuers, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1976, vol. 40, no. 1, pp. 11–20.

9. Chernousko F.L., Zak V.L. On differential games of evasion from many pursuers, *Journal of Optimization Theory and Application,* 1985, vol. 46, no. 4, pp. 461–470.

10. Petrov N.N., Petrov N. Nikandr. On a differential game of "cossacks-robbers", *Differ. Uravn.*, 1983, vol. 19, no. 8, pp. 1366–1374 (in Russian).

11. Chikrii A.A., Prokopovich P.V. A linear evasion problem for interacting groups of objects, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1994, vol. 58, no. 4, pp. 583–591.

12. Bannikov A.S. A nonstationary group pursuit problem, *Russian Mathematics*, 2009, vol. 53, no. 5, pp. 1–9.

13. Vagin D.A., Petrov N.N. A problem of the pursuit of a group of rigidly connected evaders, *Journal of Computer and System Sciences International*, 2001, vol. 40, no. 5, pp. 749–753.

14. Petrov N.N. The soft capture of inertial objects, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2011, vol. 75, no. 3, pp. 343–349.

15. Satimov N., Mamatov M.Sh. About the pursuit problem and evasion problem in differential games between pursuers and evaders groups, *Doklady Akademii Nauk Uzbekskoi SSR*, 1983, no. 4, pp. 3–6 (in Russian).

16. Ivanov R.P. Simple pursuit in a compact set, *Doklady Akademii Nauk SSSR*, 1980, vol. 254, no. 6, pp. 1318–1321 (in Russian).

17. Petrov N.N., Shchelchkov K.A. To the problem of Chernous'ko, *Vestn. Udmurt. Univ. Mat. Mekh. Komp'yut. Nauki*, 2012, no. 4, pp. 62–67 (in Russian).

18. Petrov N.N., Solov'eva N.A. Problem of pursuit of a group of coordinated evaders in linear recurrent differential games, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2012, vol. 51, no. 6, pp. 770–778.

19. Petrov N.N. Existence of the value of a many-person game of pursuit, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1994, vol. 58, no. 4, pp. 593–600.

Received 29.08.2014

Petrov Nikolai Nikandrovich, Professor, Udmurt State University, ul. Universitetskaya, 1, Izhevsk, 426034, Russia.
E-mail: npetrov@udmnet.ru

Shchelchkov Kirill Aleksandrovich, student, Udmurt State University, ul. Universitetskaya, 1, Izhevsk, 426034, Russia.
E-mail: incognitobox@mail.ru