

УДК 536.24

© С. Г. Мартюшев, И. В. Мирошниченко, М. А. Шеремет

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ СОПРЯЖЕННОЙ ТЕРМОГРАВИТАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ И ТЕПЛОВОГО ПОВЕРХНОСТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ЗАМКНУТОМ КУБЕ, ЗАПОЛНЕННОМ ДИАТЕРМИЧНОЙ СРЕДОЙ¹

Проведено математическое моделирование конвективно-кондуктивно-радиационного теплообмена в кубической полости, заполненной прозрачной для излучения средой. Анализируемый объект представлял собой замкнутый объем с теплопроводными стенками конечной толщины, имеющими диффузно-серые внутренние поверхности. Внешние поверхности двух вертикальных стенок являлись изотермическими, а остальные внешние грани области решения — адиабатическими. Краевая задача сформулирована в безразмерных переменных «векторный потенциал–вектор завихренности–температура» в приближении Буссинеска и с учетом диатермичности сплошной среды. Анализ радиационного теплообмена проведен с использованием метода сальдо в варианте Поляка. Сформулированная нестационарная краевая задача реализована численно методом конечных разностей в широком диапазоне изменения числа Рэлея, коэффициента теплопроводности материала ограждающих твердых стенок и коэффициента излучения. Получены корреляционные соотношения для средних конвективного и радиационного чисел Нуссельта на характерной внутренней границе раздела сред. Проведено сравнение полученных результатов с данными двумерной модели. Установлено, что при рассмотрении трехмерной задачи можно оценить формирование интенсивных поперечных перетоков среды со стороны двух вертикальных поверхностей, которые отсутствуют в двумерной постановке. Показано, что решение задач конвективно-радиационного теплопереноса в сопряженной постановке приводит к существенным изменениям в распределениях локальных и интегральных характеристик по сравнению с несопряженной моделью, что в первую очередь связано с более корректным описанием механизма теплового излучения в диатермичных средах за счет учета теплопроводности ограждающих твердых стенок.

Ключевые слова: сопряженная естественная конвекция, поверхностное излучение, приближение Буссинеска, замкнутая кубическая полость, твердые стенки конечной толщины, математическое моделирование.

Введение

Совместный анализ нестационарных режимов естественной конвекции и теплового излучения имеет существенное значение при проектировании и создании эффективных систем пассивного охлаждения элементов радиоэлектронной аппаратуры и электронной техники (РЭА и ЭТ) [1–3]. Известно, что применение двумерных приближений для проведения подобных исследований оправдано в случае рассмотрения областей, один из геометрических размеров которых значительно превышает два других [4]. В современных условиях очень часто встречаются блоки РЭА и ЭТ кубической формы или же в виде параллелепипеда с размерами одного порядка, что требует при исследовании транспортных процессов учитывать распределение термодинамических характеристик по всем трем координатам. Изучению пространственных режимов естественной конвекции и теплового излучения в прозрачных средах посвящено очень мало работ [5, 6], что связано с существенными вычислительными затратами и математическими сложностями. Учет теплопроводности ограждающих твердых стенок, с одной стороны, ведет к дальнейшему усложнению задачи, а с другой — позволяет акцентировать внимание на прикладных аспектах математических моделей, учитывающих всю совокупность физических механизмов переноса массы, импульса и энергии в реальных элементах РЭА и ЭТ [1–3].

¹Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 14-08-31137 мол_а).

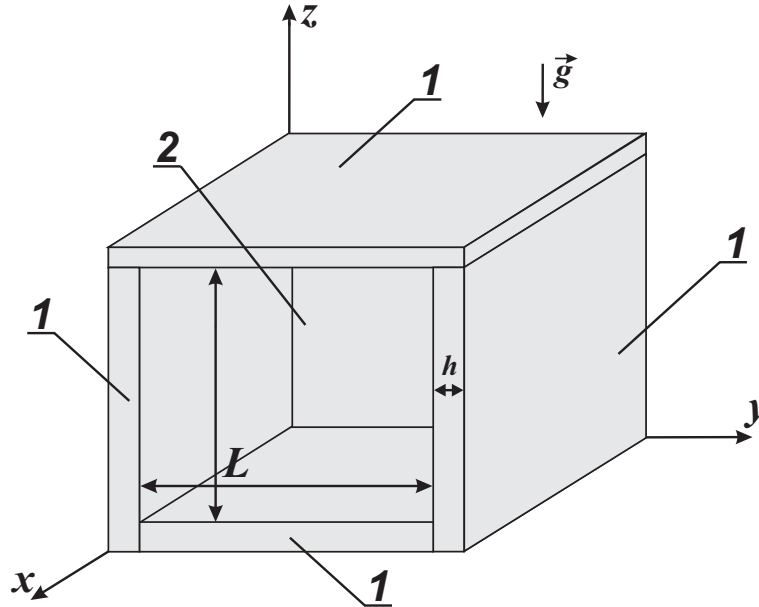


Рис. 1. Область решения: 1 — твердая стенка; 2 — газовая полость

Целью настоящей работы является численный анализ сопряженной естественной конвекции и теплового поверхностного излучения в замкнутой кубической полости, заполненной ньютоновской теплопроводной диатермичной средой, при наличии горизонтального температурного напора. Решаемая задача является логическим продолжением исследований сложного теплообмена в двумерной постановке [7] и позволяет отдельно оценить влияние третьей координаты на распределения термогидродинамических параметров.

§ 1. Математическая модель

Рассматривается краевая задача сопряженного конвективно-радиационного теплообмена в замкнутом кубе (см. рис. 1). Область исследования включает как элементы твердого материала (1 на рис. 1), так и внутреннюю полость (2 на рис. 1), заполненную подвижной сплошной средой. Внешние поверхности твердых стенок ($y = 0$, $y = L + 2h$, $z = 0$, $z = L + 2h$) предполагаются теплоизолированными. На оставшихся двух стенках ($x = 0$, $x = L + 2h$) поддерживается постоянная температура T_h и T_c соответственно.

Предполагается, что теплофизические характеристики ограждающих твердых стенок и газа, занимающего внутренний объем, не зависят от температуры, а режим течения является ламинарным. Газ считается несжимаемой, теплопроводной, ньютоновской жидкостью, прозрачной для излучения. Внутренние поверхности твердых стенок считаются диффузно-серыми. Основные предположения относительно отраженного излучения, используемые в настоящей работе, были описаны ранее [7].

Для моделирования сложного теплообмена используются трехмерные нестационарные уравнения конвекции в приближении Буссинеска [8] в газовой полости и нестационарное пространственное уравнение теплопроводности в твердых стенках [8]. Анализ теплообмена излучением проводится на основе модификации метода сальдо [9].

Математическая модель сформулирована в безразмерных переменных — векторный потенциал $\bar{\Psi}$, удовлетворяющий следующим соотношениям: $\bar{V} = \text{rot}(\bar{\Psi})$, $\text{div}(\bar{\Psi}) = 0$, вектор завихренности $\bar{\Omega} = \text{rot}(\bar{V})$ и температура Θ . В качестве масштабов расстояния, времени, скорости, температуры, векторного потенциала и вектора завихренности были выбраны L , $\sqrt{L/g_z\beta\Delta T}$, $\sqrt{g_z\beta\Delta T L}$, $\Delta T = T_h - T_c$, $\sqrt{g_z\beta\Delta T L^3}$, $\sqrt{g_z\beta\Delta T/L}$. Безразмерные переменные имели вид

$$X = x/L, \quad Y = y/L, \quad Z = z/L, \quad \tau = t\sqrt{g_z\beta\Delta T/L},$$

$$\begin{aligned}
V_x &= v_x / \sqrt{g_z \beta \Delta T L}, & V_y &= v_y / \sqrt{g_z \beta \Delta T L}, & V_z &= v_z / \sqrt{g_z \beta \Delta T L}, \\
\Psi_x &= \psi_x / \sqrt{g_z \beta \Delta T L^3}, & \Psi_y &= \psi_y / \sqrt{g_z \beta \Delta T L^3}, & \Psi_z &= \psi_z / \sqrt{g_z \beta \Delta T L^3}, \\
\Omega_x &= \omega_x \sqrt{L / g_z \beta \Delta T}, & \Omega_y &= \omega_y \sqrt{L / g_z \beta \Delta T}, & \Omega_z &= \omega_z \sqrt{L / g_z \beta \Delta T}, & \Theta &= (T - T_0) / \Delta T,
\end{aligned}$$

где L — длина газовой полости по оси x ; g_z — составляющая ускорения силы тяжести в проекции на ось z ($g_x = g_y = 0$); β — температурный коэффициент объемного расширения; x, y, z — координаты декартовой системы координат; X, Y, Z — безразмерные координаты, соответствующие координатам x, y, z ; t — время; T — температура; $T_0 = 0.5(T_h + T_c)$ — начальная температура области решения; τ — безразмерное время; v_x, v_y, v_z — составляющие скорости в проекции на оси x, y, z соответственно; V_x, V_y, V_z — безразмерные скорости, соответствующие скоростям v_x, v_y, v_z ; Θ — безразмерная температура; ψ_x, ψ_y, ψ_z — составляющие векторного потенциала в проекции на оси x, y, z соответственно; Ψ_x, Ψ_y, Ψ_z — безразмерные компоненты векторного потенциала, соответствующие ψ_x, ψ_y, ψ_z ; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ — составляющие вектора завихренности в проекции на оси x, y, z соответственно; $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$ — безразмерные компоненты вектора завихренности, соответствующие $\omega_x, \omega_y, \omega_z$.

Векторные уравнения сопряженного теплопереноса:

- внутри полости (2 на рис. 1)

$$\frac{\partial \bar{\Omega}}{\partial \tau} + (\bar{V}, \bar{\nabla}) \bar{\Omega} - (\bar{\Omega}, \bar{\nabla}) \bar{V} = \sqrt{\frac{Pr}{Ra}} \nabla^2 \bar{\Omega} + \bar{S}_{\Theta}, \quad (1)$$

$$\nabla^2 \bar{\Psi} = -\bar{\Omega}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + (\bar{V}, \bar{\nabla}) \Theta = \frac{1}{\sqrt{Ra \cdot Pr}} \nabla^2 \Theta; \quad (3)$$

- в твердых стенках (1 на рис. 1)

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{a_{1,2}}{\sqrt{Ra \cdot Pr}} \nabla^2 \Theta, \quad (4)$$

где $\bar{\nabla} = (\frac{\partial}{\partial X}, \frac{\partial}{\partial Y}, \frac{\partial}{\partial Z})$ — оператор Гамильтона, $\bar{S}_{\Theta} = (\frac{\partial \Theta}{\partial Y}, -\frac{\partial \Theta}{\partial X}, 0)$.

Начальные и граничные условия для сформулированной задачи (1)–(4) рассматривались в следующем виде.

Начальные условия:

$$\begin{aligned}
\Psi_x(X, Y, Z, 0) &= \Psi_y(X, Y, Z, 0) = \Psi_z(X, Y, Z, 0) = 0, \\
\Omega_x(X, Y, Z, 0) &= \Omega_y(X, Y, Z, 0) = \Omega_z(X, Y, Z, 0) = \Theta(X, Y, Z, 0) = 0.
\end{aligned}$$

Граничные условия:

- на границе $X = 0$: $\Theta = 0.5$;
- на границе $X = 1 + 2h/L$: $\Theta = -0.5$;
- на внешних гранях $Y = 0$ и $Y = 1 + 2h/L$ — условия теплоизоляции: $\frac{\partial \Theta}{\partial Y} = 0$;
- на внешних гранях $Z = 0$ и $Z = 1 + 2h/L$ — условия теплоизоляции: $\frac{\partial \Theta}{\partial Z} = 0$;
- на границах $X = h/L$ и $X = 1 + h/L$:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Psi_x}{\partial X} = \Psi_y = \Psi_z &= 0; & \Omega_x &= 0, & \Omega_y &= -\frac{\partial^2 \Psi_y}{\partial X^2}, & \Omega_z &= -\frac{\partial^2 \Psi_z}{\partial X^2}; \\
\Theta_1 = \Theta_2, & \lambda_{1,2} \frac{\partial \Theta_1}{\partial X} &= \frac{\partial \Theta_2}{\partial X} &- N_r Q_{\text{rad}};
\end{aligned}$$

- на границах $Y = h/L$ и $Y = 1 + h/L$:

$$\Psi_x = \frac{\partial \Psi_y}{\partial Y} = \Psi_z = 0; \quad \Omega_x = -\frac{\partial^2 \Psi_x}{\partial Y^2}, \quad \Omega_y = 0, \quad \Omega_z = -\frac{\partial^2 \Psi_z}{\partial Y^2};$$

$$\Theta_1 = \Theta_2, \quad \lambda_{1,2} \frac{\partial \Theta_1}{\partial Y} = \frac{\partial \Theta_2}{\partial Y} - N_r Q_{\text{rad}};$$

- на границах $Z = h/L$ и $Z = 1 + h/L$:

$$\Psi_x = \Psi_y = \frac{\partial \Psi_z}{\partial Z} = 0; \quad \Omega_x = -\frac{\partial^2 \Psi_x}{\partial Z^2}, \quad \Omega_y = -\frac{\partial^2 \Psi_y}{\partial Z^2}, \quad \Omega_z = 0;$$

$$\Theta_1 = \Theta_2, \quad \lambda_{1,2} \frac{\partial \Theta_1}{\partial Z} = \frac{\partial \Theta_2}{\partial Z} - N_r Q_{\text{rad}}.$$

Здесь $Pr = \nu/a$ — число Прандтля; ν — коэффициент кинематической вязкости; $Ra = g_z \beta \Delta T L^3 / \nu a$ — число Рэлея; $N_r = \sigma T_h^4 L / (\lambda_2 \Delta T)$ — радиационный параметр; σ — постоянная Стефана–Больцмана; $\lambda_{1,2} = \lambda_1 / \lambda_2$ — относительный коэффициент теплопроводности; λ_i — коэффициент теплопроводности i -ой подобласти; $a_{1,2} = a_1 / a_2$ — относительный коэффициент температуропроводности; a_i — коэффициент температуропроводности i -ой подобласти.

Для определения безразмерной плотности радиационного потока Q_{rad} применялся метод решения с использованием плотности потока эффективного излучения [9], который основан на реализации следующих двух разностных уравнений с использованием метода последовательной верхней релаксации:

$$Q_{\text{rad},k} = R_k - \sum_{i=1}^N F_{k-i} R_i, \quad (5)$$

$$R_k = (1 - \epsilon_k) \sum_{i=1}^N F_{k-i} R_i + \epsilon_k (1 - \xi)^4 \left(\Theta_k + 0.5 \frac{1 + \xi}{1 - \xi} \right)^4, \quad (6)$$

где $Q_{\text{rad},k}$ — безразмерная плотность радиационного потока, подводимого к k -ой поверхности; R_k — безразмерная плотность эффективного излучения k -ой поверхности; F_{k-i} — угловой коэффициент между поверхностями k и i ; ϵ_k — приведенная степень черноты k -ой поверхности; $\xi = T_c / T_h$ — температурный параметр; Θ_k — температура k -ой поверхности; N — количество поверхностей.

Угловые коэффициенты F_{k-i} вычислялись по определению путем интегрирования по соответствующим поверхностям [9].

Задача (1)–(6) с соответствующими краевыми условиями решена методом конечных разностей [2, 4, 7, 8]. Используемый метод решения был детально протестирован на ряде модельных задачах [7, 8].

§ 2. Результаты и обсуждение

Численные исследования рассматриваемой краевой задачи с соответствующими начальными и граничными условиями проведены при следующих значениях безразмерных комплексов: $Ra = 10^4$, $N_r = 36.36$; $Ra = 10^5$, $N_r = 77.91$; $Ra = 10^6$, $N_r = 166.21$; $Pr = 0.7$; $h/L = 0.1$; $\xi = 0.9$; $0 \leq \tau \leq 100$; $0 \leq \epsilon < 1$; $1 \leq \lambda_{1,2} \leq 15$.

На рисунке 2 представлены траектории движения внутренней среды и поля температуры при $\epsilon = 0.6$, $\lambda_{1,2} = 15$, $\tau = 100$, соответствующие различным значениям числа Рэлея.

Так же как при отсутствии твердых стенок внутри полости, формируется глобальный вихрь, обусловленный наличием горизонтального температурного напора, и внутренние поперечные течения, отражающие влияние торцевых граней объема. Рост числа Рэлея приводит к изменению конфигурации внутреннего ядра глобального вихря — формируются две рециркуляции (см. рис. 2, б). Причем структура внутренних поперечных течений не изменяется вблизи

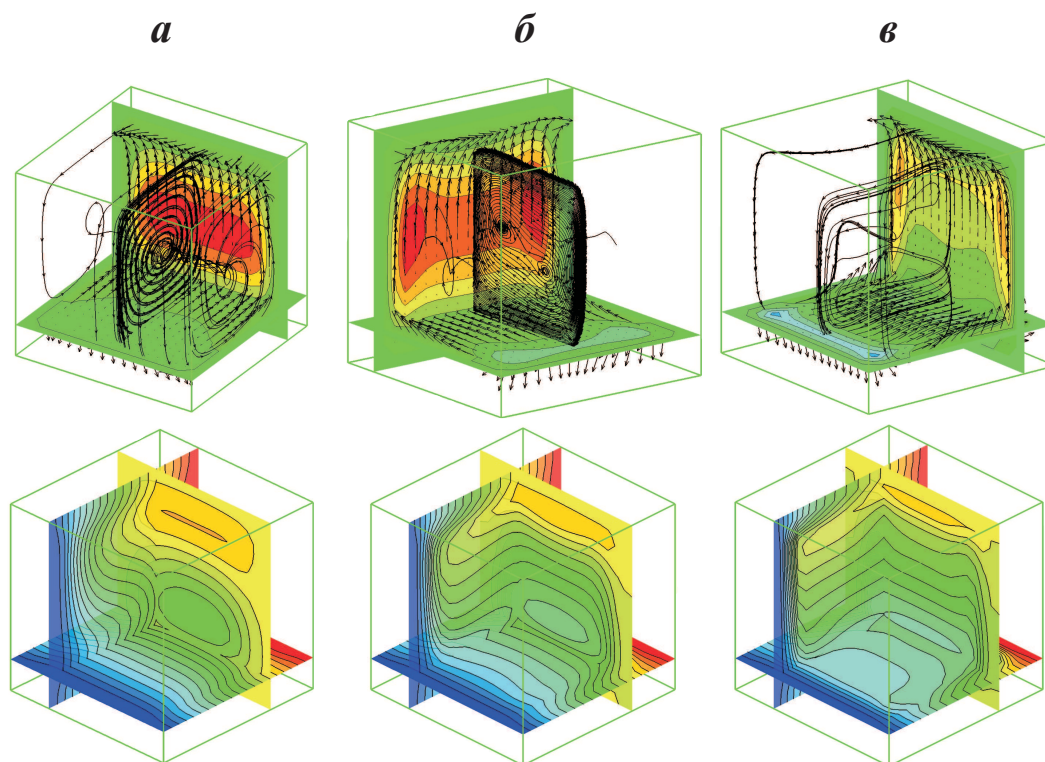


Рис. 2. Траектории движения среды и поля температуры при $\epsilon = 0.6$, $\lambda_{1,2} = 15$, $\tau = 100$:
 а) $Ra = 10^4$; б) $Ra = 10^5$; в) $Ra = 10^6$

вертикальных граней $Y = h/L$ и $Y = 1 + h/L$, а при приближении к центральной части полости происходит разветвление траекторий к центрам сформировавшихся ядер конвективного вихря. При $Ra = 10^6$ конфигурация глобальной циркуляции претерпевает существенные изменения. Анализируя распределения значений скорости в сечении $X = \text{const}$ (см. рис. 2), можно отметить, что с увеличением числа Рэлея наблюдается смещение зоны максимальных скоростей от центральной части к периферии этого сечения. Такие изменения связаны как с уменьшением толщин динамических пограничных слоев, формирующихся вблизи внутренних поверхностей твердых стенок, так и с взаимодействием между этими слоями. Поле температуры дополняет отмеченные выше особенности. Рост значения выталкивающей силы приводит к более выраженной вертикальной стратификации среды с учетом сужения тепловых пограничных слоев. Перенос энергии осуществляется от нагреваемой стенки за счет конвективного механизма по контуру глобального вихря, внутри же объема теплообмен происходит за счет теплопроводности от верхних более теплых слоев среды к нижним более холодным. В этом процессе термически инерционные твердые стенки препятствуют интенсивному теплообмену между холодной и горячей зонами объема. Отмеченные выше смещения зоны максимальных скоростей в сечении $X = \text{const}$ связаны также и с влиянием твердых теплопроводных стенок.

На рисунке 3 представлено влияние коэффициента излучения внутренних поверхностей ограждающих стенок на структуру течения и температурное поле. Увеличение ϵ незначительно отражается на конфигурации внутреннего глобального вихря, при этом заметно повышение скорости движения среды вблизи обогреваемой и охлаждаемой стенок. Последнее связано с особенностями физической реализации радиационного теплообмена в диатермичных средах. Влияние теплового излучения на характеристики среды заключается в том, что сначала излучение воспринимается ограждающими стенками, температура которых вследствие такого контакта увеличивается, что в результате отражается на интенсивности движения среды вблизи этих стенок. Последнее, за счет механизма конвективного теплопереноса, приводит к изменению термогидродинамических параметров всего объема среды. Следует отметить, что в слу-

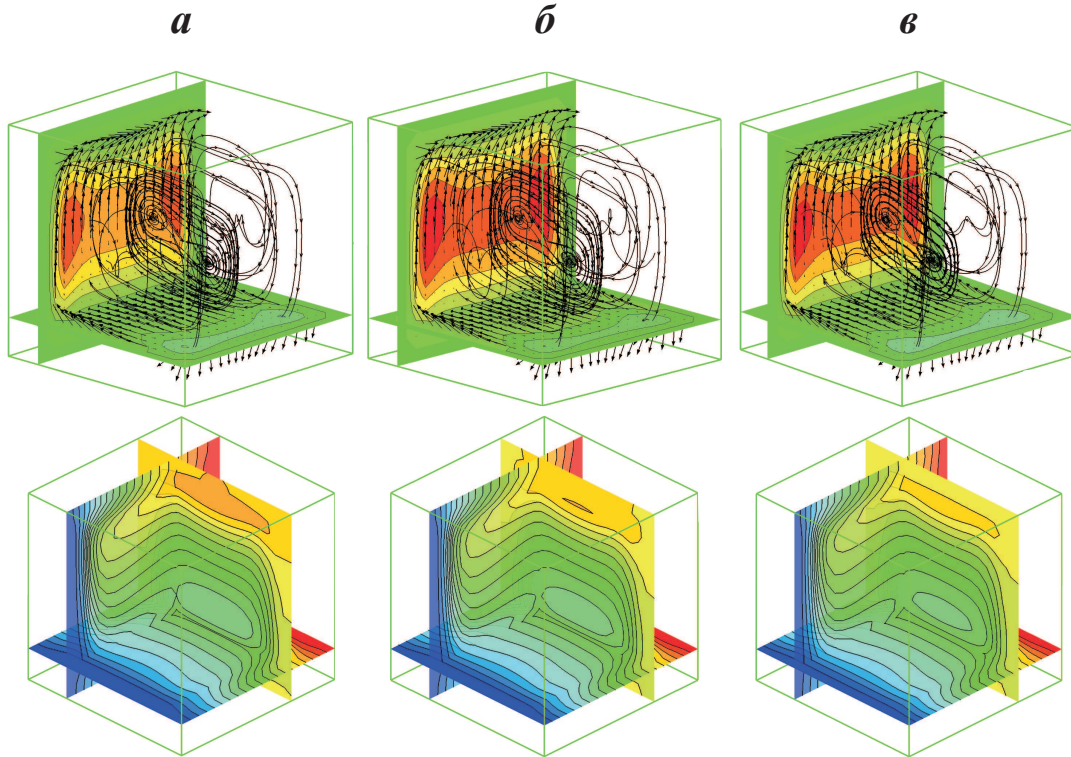


Рис. 3. Траектории движения среды и поля температуры при $Ra = 10^5$, $\lambda_{1,2} = 15$, $\tau = 100$:
 а) $\epsilon = 0$; б) $\epsilon = 0.3$; в) $\epsilon = 0.9$

чае сопряженных задач конвективно-радиационного теплообмена в прозрачных для излучения средах как в двумерной [7], так и в трехмерной постановках эффекты теплового излучения наиболее значительны вследствие дополнительного прогрева или охлаждения теплопроводных стенок. В частности, с ростом ϵ заметно снижение температуры вблизи верхней горизонтальной стенки и повышение температуры около нижней горизонтальной стенки (см. рис. 3).

Проведен анализ влияния числа Рэлея (см. рис. 4) и приведенной степени черноты (см. рис. 5) на средние конвективное

$$Nu_{\text{conv}} = \int_{h/L}^{1+h/L} \int_{h/L}^{1+h/L} \left| \frac{\partial \Theta}{\partial X} \right|_{X=h/L} dY dZ$$

и радиационное

$$Nu_{\text{rad}} = N_r \int_{h/L}^{1+h/L} \int_{h/L}^{1+h/L} |Q_{\text{rad}}|_{X=h/L} dY dZ$$

числа Нуссельта на внутренней вертикальной поверхности $X = h/L$.

В отличие от несопряженной постановки введение твердых стенок приводит к наличию расхождений между интегральными параметрами даже при $Ra = 10^4$. В двумерной постановке [7] средние числа Нуссельта превышают аналогичные характеристики для пространственной задачи в случае кубического объема. С ростом Ra относительные отклонения $\frac{|Nu_{\text{conv}}^{3D} - Nu_{\text{conv}}^{2D}|}{Nu_{\text{conv}}^{3D}}$ и $\frac{|Nu_{\text{rad}}^{3D} - Nu_{\text{rad}}^{2D}|}{Nu_{\text{rad}}^{3D}}$ уменьшаются, но при этом выполняется неравенство вида

$$\frac{|Nu_{\text{rad}}^{3D} - Nu_{\text{rad}}^{2D}|}{Nu_{\text{rad}}^{3D}} > \frac{|Nu_{\text{conv}}^{3D} - Nu_{\text{conv}}^{2D}|}{Nu_{\text{conv}}^{3D}}.$$

Для Nu_{conv} существует начальный временной этап, на котором результаты для плоской и пространственной моделей совпадают. Необходимо также отметить, что введение твердых

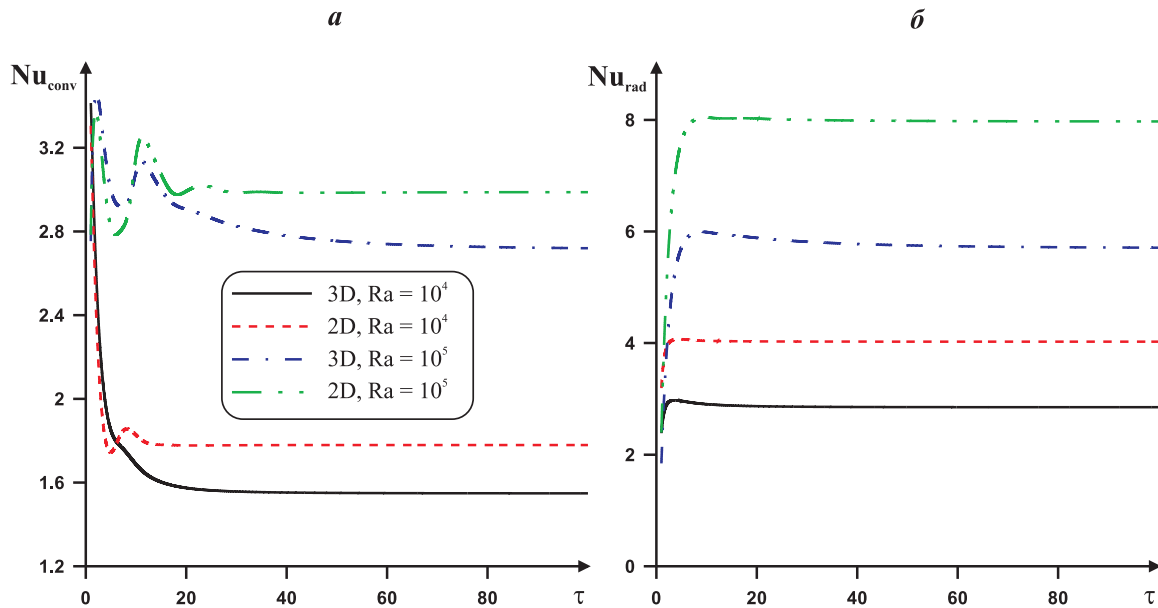


Рис. 4. Зависимость средних конвективного (а) и радиационного (б) чисел Нуссельта от времени, размерности задачи и числа Рэлея при $\epsilon = 0.6$ и $\lambda_{1,2} = 15$

стенок даже толщиной 0.1 приводит к значительному уменьшению среднего конвективного числа Нуссельта и росту среднего радиационного числа Нуссельта.

Детальная картина влияния приведенной степени черноты на интегральные тепловые характеристики представлена на рис. 5. Увеличение ϵ независимо от размерности задачи приводит к уменьшению среднего конвективного числа Нуссельта (см. рис. 5, а) и росту среднего радиационного числа Нуссельта (см. рис. 5, б).

В результате проведенных исследований были получены корреляционные соотношения для среднего конвективного и радиационного чисел Нуссельта на границе $X = h/L$ при $Ra = 10^4$, $Ra = 10^5$, $Pr = 0.7$, $h/L = 0.1$, $0 \leq \epsilon \leq 0.9$, $1 \leq \lambda_{1,2} \leq 15$:

$$\begin{cases} Nu_{\text{conv}} = 0.933 \cdot \lambda_{1,2}^{0.258} \cdot (1 + \epsilon)^{-0.406}, & \chi = 0.94, \quad \tilde{\epsilon} = 8.23\%, \\ Nu_{\text{rad}} = 2.577 \cdot \lambda_{1,2}^{0.217} \cdot \epsilon^{0.885}, & \chi = 0.99, \quad \tilde{\epsilon} = 5.24\% \end{cases}$$

при $Ra = 10^4$,

$$\begin{cases} Nu_{\text{conv}} = 1.332 \cdot \lambda_{1,2}^{0.392} \cdot (1 + \epsilon)^{-0.75}, & \chi = 0.92, \quad \tilde{\epsilon} = 10.63\%, \\ Nu_{\text{rad}} = 3.716 \cdot \lambda_{1,2}^{0.328} \cdot \epsilon^{0.818}, & \chi = 0.99, \quad \tilde{\epsilon} = 6.97\% \end{cases}$$

при $Ra = 10^5$.

Здесь χ — коэффициент корреляции, $\tilde{\epsilon}$ — средняя относительная ошибка прогнозирования (в %).

§ 3. Заключение

В работе проведен численный анализ нестационарных режимов сопряженного конвективно-радиационного теплопереноса в замкнутой кубической области, заполненной диатермичной средой, в достаточно широком диапазоне изменения числа Рэлея, приведенной степени черноты внутренних поверхностей газовой полости и относительного коэффициента теплопроводности. Получены пространственные поля скорости и температуры, а также временные зависимости средних чисел Нуссельта от ϵ и Ra . Установлено, что учет третьей координаты отражается

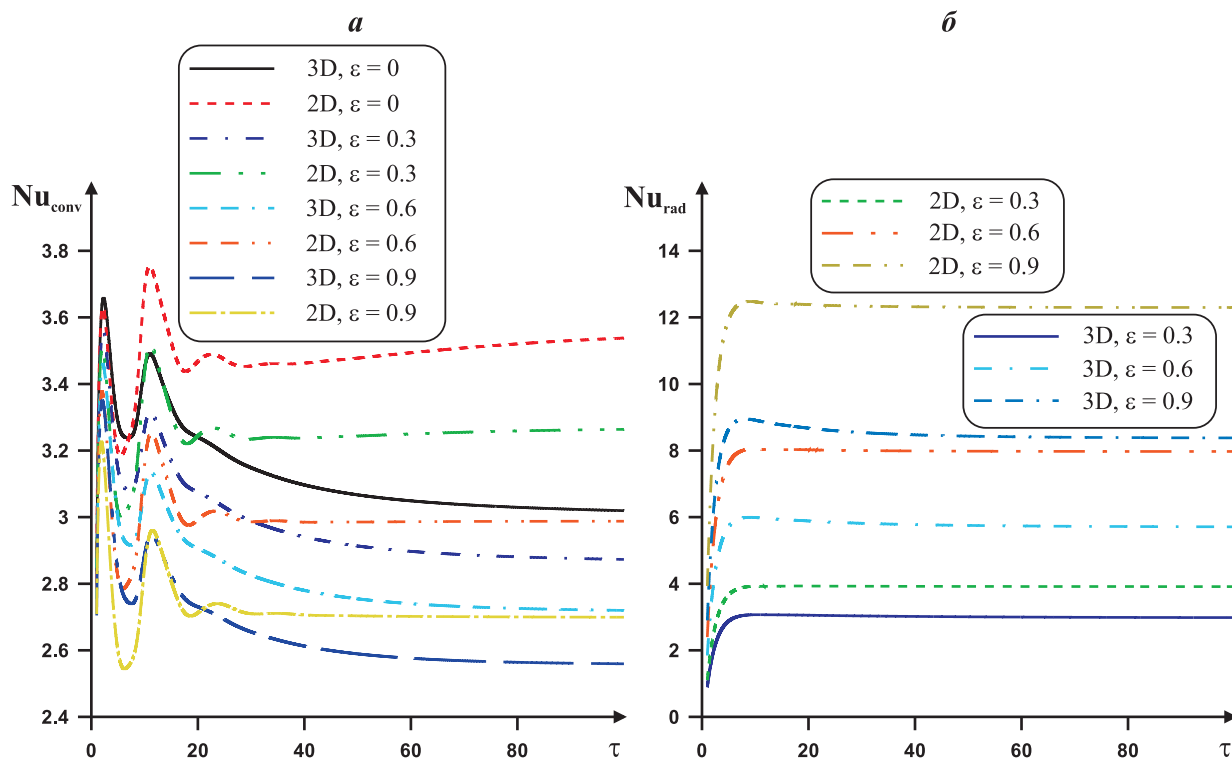


Рис. 5. Зависимость средних конвективного (а) и радиационного (б) чисел Нуссельта от времени, размерности задачи и степени черноты при $Ra = 10^5$ и $\lambda_{1,2} = 15$

на формировании интенсивных поперечных перетоков среды со стороны «появившихся» вертикальных поверхностей. Показано, что при рассмотрении задач конвективно-радиационного теплопереноса учет теплопроводности твердых стенок приводит к существенным изменениям в распределениях локальных и интегральных характеристик, что в первую очередь связано с более корректным описанием механизма теплового излучения в диатермичных средах. Установлены корреляционные соотношения для средних конвективного и радиационного чисел Нуссельта в зависимости от Ra , ϵ и $\lambda_{1,2}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Steinberg D.S. Cooling techniques for electronic equipment. San Francisco: Wiley, 1991. 512 p.
2. Martyushev S.G., Sheremet M.A. Conjugate natural convection combined with surface thermal radiation in an air filled cavity with internal heat source // International Journal of Thermal Sciences. 2014. Vol. 76. P. 51–67.
3. Smith T.F., Weber S.W., Beckermann C. Combined conduction, natural convection, and radiation heat transfer in an electronic chassis // Journal of Electronic Packaging. 1991. Vol. 113. № 4. P. 382–391.
4. Мартюшев С.Г., Шеремет М.А. Математическое моделирование термогравитационной конвекции и теплового поверхностного излучения в дифференциально обогреваемом параллелепипеде // Тезисы VII Сибирской конференции по параллельным и высокопроизводительным вычислениям. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2013. С. 50–51.
5. Colomer G., Costa M., Coonsul R., Oliva A. Three-dimensional numerical simulation of convection and radiation in a differentially heated cavity using the discrete ordinates method // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2004. Vol. 47. P. 257–269.
6. Albanakis C., Bouris D. 3D conjugate heat transfer with thermal radiation in a hollow cube exposed to external flow // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2008. Vol. 51. P. 6157–6168.
7. Мартюшев С.Г., Шеремет М.А. Численный анализ сопряженного конвективно-радиационного теплопереноса в замкнутой полости, заполненной диатермичной средой // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2012. Вып. 3. С. 114–125.

8. Мартюшев С.Г., Мирошниченко И.В., Шеремет М.А. Численный анализ пространственных нестационарных режимов сопряженного конвективно-радиационного теплопереноса в замкнутом объеме с источником энергии // Инженерно-физический журнал. 2014. Т. 87. № 1. С. 119–128.
9. Siegel R., Howell J.R. Thermal radiation heat transfer. London: Taylor and Francis, 2002. 868 p.

Поступила в редакцию 12.02.2014

Мартюшев Семён Григорьевич, аспирант, кафедра теоретической механики, Томский государственный университет, 634050, Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36.
E-mail: Naabym@sibmail.com

Мирошниченко Игорь Валерьевич, студент, кафедра теоретической механики, Томский государственный университет, 634050, Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36.
E-mail: miroshnichenko@land.ru

Шеремет Михаил Александрович, д. ф.-м. н., доцент, профессор, кафедра теоретической механики, Томский государственный университет, 634050, Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36; кафедра атомных и тепловых электростанций, Томский политехнический университет, 634050, Россия, г. Томск, пр. Ленина, 30.
E-mail: Michael-sher@yandex.ru

S. G. Martyushev, I. V. Miroshnichenko, M. A. Sheremet

Numerical analysis of conjugate natural convection and thermal surface radiation in a cube filled with diathermanous medium

Keywords: conjugate natural convection, thermal surface radiation, Boussinesq approximation, closed cubical cavity, solid walls of finite thickness, mathematical simulation.

MSC: 76R10, 80A20

Mathematical simulation of convective-conductive-radiative heat transfer in a cubical cavity filled with diathermanous medium has been carried out. The domain of interest is a closed volume having heat-conducting solid walls of finite thickness with diffuse grey inner surfaces. The outer surfaces of two vertical walls are isothermal while the other walls are adiabatic. The boundary-value problem has been formulated in dimensionless variables such as “vector potential–vorticity vector–temperature” in the Boussinesq approximation and taking into account the diathermancy of the continuous medium. An analysis of surface thermal radiation has been conducted on the basis of the net-radiation method in the form of Poljak. The formulated transient boundary-value problem has been solved by finite difference method in a wide range of the Rayleigh number, thermal conductivity ratio and surface emissivity. Correlations for the average convective and radiative Nusselt numbers at the characteristic internal solid-fluid interface have been obtained. The comparison between the obtained three-dimensional results and the two-dimensional data has been conducted. It has been found, that on the basis of a three-dimensional model it is possible to analyze the formation of intensive transverse flows from two vertical surfaces which are absent in a two-dimensional model. It has been also shown, that the solution of convective-radiative heat transfer problems in the conjugate statement leads to essential changes in distributions of local and integral parameters in comparison with the non-conjugate model, which first of all is related to a more correct description of the thermal radiation in diathermanous media due to taking into account the thermal conduction of the solid walls.

REFERENCES

1. Steinberg D.S. *Cooling techniques for electronic equipment*, San Francisco: Wiley, 1991, 512 p.
2. Martyushev S.G., Sheremet M.A. Conjugate natural convection combined with surface thermal radiation in an air filled cavity with internal heat source, *Int. J. Thermal Sciences*, 2014, vol. 76, pp. 51–67.
3. Smith T.F., Weber S.W., Beckermann C. Combined conduction, natural convection, and radiation heat transfer in an electronic chassis, *J. Electronic Packaging*, 1991, vol. 113, no. 4, pp. 382–391.
4. Martyushev S.G., Sheremet M.A. Mathematical simulation of natural convection and thermal surface radiation in differentially heated parallelepiped, *Proceedings of 7th Siberian Conference on Parallel and High-Performance Computing*, Tomsk, Tomsk State University, 2013, pp. 50–51 (in Russian).

5. Colomer G., Costa M., Coonsul R., Oliva A. Three-dimensional numerical simulation of convection and radiation in a differentially heated cavity using the discrete ordinates method, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2004, vol. 47, pp. 257–269.

6. Albanakis C., Bouris D. 3D conjugate heat transfer with thermal radiation in a hollow cube exposed to external flow, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2008, vol. 51, pp. 6157–6168.

7. Martyushev S.G., Sheremet M.A. Numerical analysis of conjugate convective-radiative heat transfer in an enclosure filled with diathermanous medium, *Vestn. Udmurt. Univ. Mat. Mekh. Komp'yut. Nauki*, 2012, no. 3, pp. 114–125 (in Russian).

8. Martyushev S.G., Miroshnichenko I.V., Sheremet M.A. Numerical analysis of spatial transient conjugate convective-radiative heat transfer in a closed volume with heat source, *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2014, vol. 87, no. 1, pp. 124–134.

9. Siegel R., Howell J.R. *Thermal radiation heat transfer*, London: Taylor and Francis, 2002, 868 p.

Received 12.02.2014

Martyushev Semen Grigor'evich, Post-graduate student, Department of Classical Mechanics, Tomsk State University, pr. Lenina, 36, Tomsk, 634050, Russia.

E-mail: Naabym@sibmail.com

Miroshnichenko Igor' Valer'evich, Student, Department of Classical Mechanics, Tomsk State University, pr. Lenina, 36, Tomsk, 634050, Russia.

E-mail: miroshnichenko@land.ru

Sheremet Mikhail Aleksandrovich, Doctor of Physics and Mathematics, Associate Professor, Department of Classical Mechanics, Tomsk State University, pr. Lenina, 36, Tomsk, 634050, Russia; Department of Nuclear and Thermal Power Plants, Tomsk Polytechnic University, pr. Lenina, 30, Tomsk, 634050, Russia.

E-mail: Michael-sher@yandex.ru