

УДК 532.517.2:534.2

© *Б. А. Снигерев, Ф. Х. Тазюков*

## НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ПОЛЗУЩЕЕ ТЕЧЕНИЕ ВЯЗКОУПРУГОЙ ЖИДКОСТИ СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ПРИ ФОРМОВАНИИ ВОЛОКОН

Работа посвящена моделированию ползущего движения вязкоупругой жидкости со свободной поверхностью, реализующейся при входе полимерной жидкости в формующий канал и выходе из него. Движение жидкости описывается уравнениями сохранения массы, импульса и энергии, дополненное определяющим реологическим уравнением состояния среды Гиезекуса. На основе метода конечных элементов разработан устойчивый численный алгоритм решения задачи. Проведены численные исследования по определению формы выходной струи для различных режимов течения и формы насадки. Исследована картина распределения скоростей жидкости, давления, напряжений и температуры при увеличении степени нагрева стенки формующего канала. Получены численные результаты зависимости эффекта разбухания полимерной жидкости от параметров реологической модели и температурных факторов.

*Ключевые слова:* вязкоупругая жидкость, реологическая модель Гиезекуса, течение со свободной поверхностью.

### Введение

В последние годы в промышленности переработки полимеров большое внимание уделяется интенсификации существующих процессов и производств, при этом все больше внимания уделяется качеству производимых изделий. Индустрия переработки полимерных материалов базируется по большей части на двух основных типах производств — литья под давлением и экструзии [1, 2]. Под термином экструзия имеется в виду непрерывный процесс формования длинномерных изделий, заключающийся в придании материалу требуемой формы в результате продавливания его через профилирующий канал. Экструзия дает возможность формовать погонажные профильные изделия, прежде всего пленки во всем их многообразии и длинномерные профили, включая трубы и профильные уплотнения.

Экспериментальные и теоретические исследования [1, 2] показывают, что характер течения полимерной жидкости в формующих элементах насадки (фильере) и выходной струе определяется совокупностью факторов, которые можно разделить на две группы:

— гидродинамические и реологические факторы: расход массы в насадке, определяемый производительностью перерабатываемого оборудования; геометрические характеристики формующей насадки; физико-механические свойства полимерной жидкости (плотность, вязкость, реологические характеристики); массовые силы;

— теплофизические факторы: температурный режим экструзии (температура поступающей полимерной жидкости, температура и изоляционные качества стенок насадки и фильеры, температура окружающего воздуха) и теплофизические свойства полимерной жидкости.

В соответствии с вышеизложенным особую актуальность приобретает разработка математических моделей, методов расчета и оптимизации процесса экструзии с последующей проверкой и внедрением полученных результатов в производство. К настоящему времени число работ, посвященных исследованию гидродинамических и тепловых процессов в канале формующей головки и экструзии незначительно.

### § 1. Математическая постановка задачи

В данной работе рассматривается вытекание вязкоупругой жидкости из цилиндрического ступенчатого канала, схема которого представлена на рис. 1. На рисунке  $h$  обозначает радиус

узкого канала выходной части насадки,  $4h$  — радиус трубы на входе,  $h_1 = 0,5h$  есть длина закругленной части,  $L$  — длина выходной части насадки. Рассматривается влияние длины выходной части насадки  $L$  на степень разбухания полимерной жидкости в процессе экструзии. Рассматриваются значения равные  $L = 0, 2h, 4h, 10h$ . Анализируется влияние реологических параметров конститутивного соотношения Гиезекуса и условия неизотермичности потока на характер истечения из ступенчатого сужающегося канала.

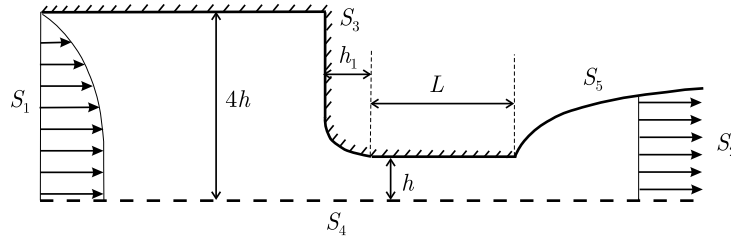


Рис. 1. Схема вытекания вязкоупругой жидкости из цилиндрического ступенчатого канала

Исходной является система уравнений законов сохранения массы, импульса, энергии, для замыкания которой привлекается определяющее конститутивное реологическое соотношение Гиезекуса [3, 4]:

$$\rho \left( \frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x^j} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}, \quad \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1.1)$$

$$\tau_{ij} = \tau_{ij}^V + 2\eta_N D_{ij}, \quad \frac{\delta \tau_{ij}^V}{\delta t} = \frac{\partial \tau_{ij}^V}{\partial t} + v_k \frac{\partial \tau_{ij}^V}{\partial x_k} - \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \tau_{kj}^V - \tau_{ik}^V \frac{\partial v_k}{\partial x_j},$$

$$\tau_{ij}^V + \lambda \frac{\delta \tau_{ij}^V}{\delta t} + \frac{\alpha_G \lambda}{\eta_V} \tau_{ij}^{2V} = 2\eta_V D_{ij}, \quad D_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right),$$

$$\rho c_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + v_j \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) = k \frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2} + (\tau_{ij} \cdot D_{ji}). \quad (1.2)$$

В системе уравнений (1.1–1.2)  $v_i$  — компоненты скорости жидкости,  $P$  — давление,  $\tau_{ij}$  — девиатор напряжения,  $\tau_{ij}^V$  — вязкоупругая часть напряжения,  $T$  — температура жидкости,  $\eta_V, \eta_N$  — динамические вязкости полимера и растворителя соответственно,  $c_p$  — теплоемкость жидкости при постоянном давлении,  $k$  — коэффициент теплопроводности,  $\lambda$  — время релаксации напряжений полимерной жидкости,  $\alpha_G$  — безразмерный параметр реологической модели Гиезекуса. Для зависимости вязкости и времени релаксации от температуры используется соотношение Аррениуса [4]

$$\eta(T) = \eta_0 a(T), \quad \lambda(T) = \lambda_0 a(T), \quad a(T) = \exp[A(1/T - 1/T_0)], \quad A = E/R,$$

где индекс 0 означает, что значение параметра вычисляется при температуре  $T_0$ ,  $E$  — энергия активации,  $R$  — универсальная газовая постоянная.

Граничные условия имеют вид:  $S_1 : v_2 = v_2(x_2), \tau_{ij}^V = \tau_{ij}^V(x_2), T = T_0(x_1); S_2 : v_1 = 0, \partial v_2 / \partial x_2 = 0, \partial T / \partial x_2 = 0, \partial \tau_{ij} / \partial x_2 = 0; S_3 : v_i = 0, T = T_1; S_4 : v_1 = 0, \tau_{12} = 0, \partial T / \partial x_1 = 0; S_5 : dx_i / dt = v_i, n_i \tau_{ij} n_j - (P - P_0) n_i = \frac{1}{\sigma_p} 2K, n_j \tau_{ij} t_i = 0, k \partial T / \partial n = -\alpha (T - T_2)$ . Здесь  $n_i, t_j$  — компоненты единичной нормали и касательной к поверхности  $S_5$ ,  $P_0$  — давление над свободной поверхностью,  $\sigma_p$  — коэффициент поверхностного натяжения,  $K$  — кривизна свободной поверхности,  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи с окружающей средой,  $T_1$  — температура стенок канала,  $T_0$  — температура жидкости на входе,  $T_2$  — температура окружающей среды.

В качестве безразмерных переменных используются параметры

$$x_i^* = x_i/L, \quad v_i^* = v_i/U_0, \quad t^* = tU_0/L, \quad p^* = (\eta_V + \eta_N)U_0/L p, \quad (1.3)$$

$$\tau_{ij}^* = (\eta_V + \eta_N)U_0/L \tau_{ij}, \quad \theta = (T - T_1)/(T - T_0),$$

где  $U_0$  — средняя скорость жидкости на входе,  $L$  — характерный размер, равный радиусу узкой части канала (далее звездочка над безразмерными величинами опущена).

Исходную систему уравнений (1.1)–(1.2) запишем в безразмерном виде

$$Re \left( \frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x^j} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}, \quad \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1.4)$$

$$\tau_{ij} = \tau_{ij}^V + 2\beta D_{ij}, \quad \tau_{ij}^V + We \frac{\delta \tau_{ij}^V}{\delta t} + \frac{\alpha_G We}{1 - \beta} \tau_{ij}^2 v = 2(1 - \beta) D_{ij},$$

$$Pe \left( \frac{\partial \theta}{\partial t} + v_j \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \right) = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_i^2} + Br(\tau_{ik} \cdot D_{kj}) \quad (1.5)$$

Здесь определяющими являются безразмерные комплексы:  $Re = Re_0 a(\theta)$ ,  $Re_0 = \rho U_0 L / (\eta_V + \eta_N)$  — число Рейнольдса,  $Pe = \rho c_p U_0 L / k$  — Пекле,  $We = We_0 a(\theta)$ ,  $We_0 = \lambda U_0 / L$  — Вайссенберга,  $Br = Br_0 a(\theta)$ ,  $Br_0 = (\eta_V + \eta_N) U_0^2 / (T_1 - T_0)$  — Бринкмана,  $\beta = \beta_0 a(\theta)$ ,  $\beta_0 = \eta_N / (\eta_N + \eta_V)$  — параметр ретардации.

Граничные условия в безразмерной форме примут вид:  $S_1 : v_i = v_i(x_1), \theta = 0$ ;  $S_2 : v_1 = 0, \partial v_2 / \partial x_2 = 0, \theta = 1$ ;  $S_3 : v_i = 0, \theta = 1$ ;  $S_4 : v_1 = 0, \tau_{12} = 0$ ;  $S_5 : dx_i / dt = v_i, n_i \tau_{ij} n_j - \frac{1}{Ca} 2K = 0, n_j \tau_{ij} t_i = 0, \partial \theta / \partial n = -Bi(\theta - \theta_0)$ , где  $Ca = \eta U_0 / \sigma_p$  — число капиллярности,  $Bi = \alpha L / k$  — параметр Био.

## § 2. Численное решение задачи

Аппроксимация уравнений (1.4)–(1.5) и вычисления проводятся методом конечных элементов (МКЭ) второго порядка на нерегулярных сетках, сгущающихся к зоне истечения полимера из насадки. Для расчетов строилась последовательность сгущающихся сеток  $\Omega_e$  9-узловых четырехугольных элементов (число узлов 5000, 18400, 26700). Для скоростей применяется квадратичная аппроксимация  $\varphi = \{\varphi_i, i = 1, 9\}$  и линейная  $\psi = \{\psi_i, i = 1, 4\}$  для давления, напряжений, температуры. После применения стандартной процедуры метода конечных элементов к уравнениям движения получаем матричные уравнения для нахождения скоростей и давлений следующего вида

$$M_{ij} v_j^{n+1} + A_{ij} v_j^{n+1} - E_{ij} p_i^{n+1} = M_{ij} v_j^n - C_{ij} v_j^n + E_{ik} \tau_{kj}, \quad (2.1)$$

$$E_{ij}^T v_i^{n+1} = 0, \quad (2.2)$$

где  $M_{ij}$  — матрица масс,  $E_{ij}$  — дискретизация оператора дивергенции,  $E_{ij}^T$  — транспонированная матрица оператора дивергенции,  $A_{ij}$  — сеточный аналог оператора Лапласа,  $C_{ij}$  — дискретизация конвективного члена. Для их вычисления применяются следующие формулы

$$M_{ij} = \int_{\Omega_e} \varphi_i \varphi_j dx_1 dx_2, \quad E_{ij} = \int_{\Omega_e} (\nabla \psi_i) \varphi_j dx_1 dx_2,$$

$$A_{ij} = \int_{\Omega_e} \nabla \varphi_i \nabla \varphi_j dx_1 dx_2, \quad C_{ij} = \int_{\Omega_e} v_i^n (\nabla \varphi_i) \varphi_j dx_1 dx_2.$$

Интегралы на четырехугольнике вычисляются с помощью 4-точечной квадратурной формулы Гаусса [5]. Компоненты напряжений и температура находятся раздельно после определения

поля скоростей из решения матричных уравнений (2.1)–(2.2) с помощью следующих соотношений:

$$M_{ij}\tau_{ik}^{n+1} = M_{ij}\tau_{ij}^n - G_{ij}(v_i^n)\tau_{ij}^n - S_{ij}(v_i^n)\tau_{ij}^n - P_{ij}, \quad (2.3)$$

$$M_{ij}\theta_j^{n+1} = M_{ij}\theta_j^n - C_{ij}(v_i^n)\theta_j^n + F_{ij}\tau_{ij}^n, \quad (2.4)$$

где  $M_{ij}$  — матрица масс,  $G_{ij}, S_{ij}$  — дискретизации оператора верхней конвективной производной и конвективных слагаемых соответственно,  $F_{ij}, P_{ij}$  — порождены дополнительными членами в уравнениях для энергии и напряжений. Данные матрицы находятся через

$$G_{ij} = \int_{\Omega_e} [f(v_i^n)]\psi_i\psi_j dx_1dx_2, \quad S_{ij} = \int_{\Omega_e} v_i^n(\nabla\psi_i)\psi_j dx_1dx_2,$$

$$F_{ij} = \int_{\Omega_e} v_i^n(\nabla\psi_i)\psi_j dx_1dx_2, \quad P_{ij} = \int_{\Omega_e} (\psi_i)^2(\psi_j) dx_1dx_2.$$

Для свободной поверхности, описываемой уравнением  $F(x_i, t) = 0$ , выполняется кинематическое соотношение

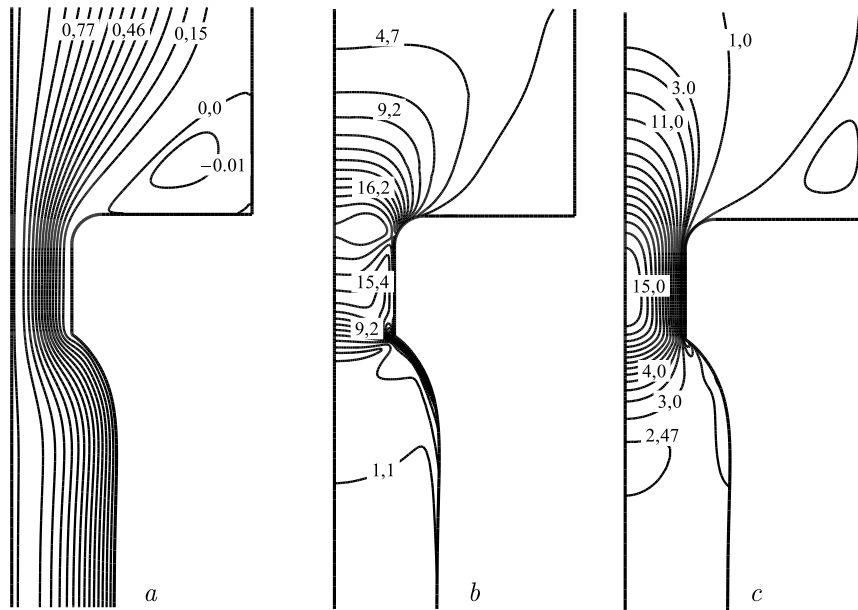
$$\frac{\partial F}{\partial t} + v_i\nabla F = 0. \quad (2.5)$$

Местоположение деформируемой свободной поверхности находится из аппроксимации кинематического условия (2.5) методом конечных элементов, затем сетка конечных элементов вблизи нее перестраивается для получения решений матричных уравнений (2.1)–(2.4), с помощью которых находится поле скоростей, давлений, напряжений и температур на новом временном слое  $t^{n+1} = (n+1)\Delta t$ . Стационарное положение формы выходящей струи находится методом установления эволюционной задачи с использованием традиционных для уравнений данного класса алгоритмов [5, 6].

### § 3. Результаты расчета

Для изотермического потока полимерной жидкости значения всех теплофизических параметров рассматриваются при температуре  $T_0 = 303$  К. В случае неизотермического течения рассматривается истечение полимерной жидкости из насадки с нагретыми стенками, температура которых повышается до  $T_1 = 323$  К,  $353$  К соответственно. Расчеты проводились при следующих значениях теплофизических свойств полимерной жидкости:  $\rho = 924$  кг/м<sup>3</sup>,  $\eta = 10^4$  Па · с,  $c_p = 2300$  Дж/(кг · К),  $k = 0,26$  Вт/(м · К),  $A = 2000$  К,  $\sigma_p = 3 \cdot 10^{-2}$  н/м,  $\alpha = 10^2$  Вт/(м<sup>2</sup> · К). Характерные параметры рассматривались такими:  $h = 10^{-2}$  м,  $U_0 = 4 \cdot 10^{-3}$  м/сек. Время релаксации напряжений жидкости изменялось в пределах от  $\lambda = 0,1$  до 10 сек. Получены следующие значения безразмерных критериев  $Re = 10^{-5}$ ,  $Pe = 180$ ,  $Br = 2 \cdot 10^{-2}$ ,  $Ca = 1,4 \cdot 10^3$ ,  $Bi = 3,8$ , а число  $We$  изменяется от 0,1 до 5.

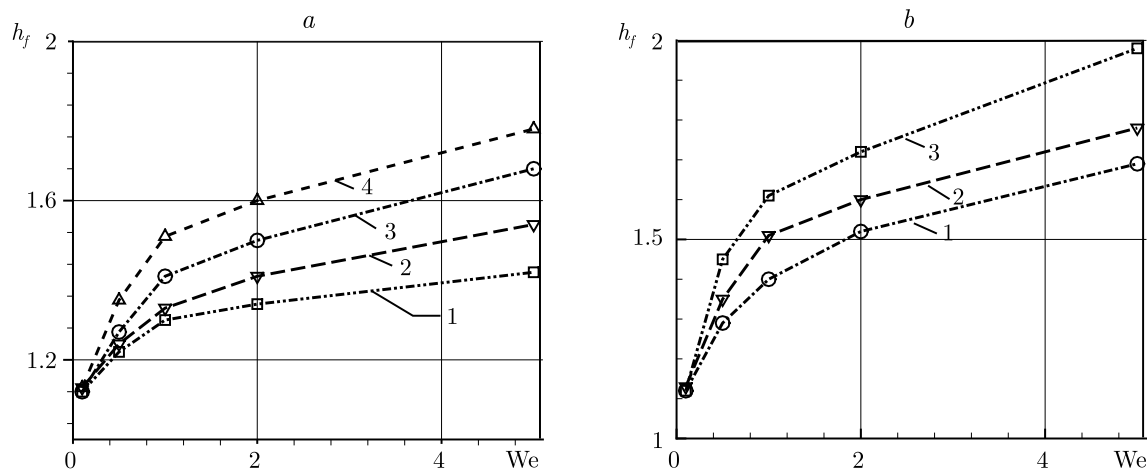
На рис. 2 представлена картина течения для насадки с размером выходного канала, равным  $L = 2h$ , в виде изолиний линий тока (рис. 2a), первой разности главных напряжений  $N_1 = \sigma_1 - \sigma_2 = \sqrt{(\tau_{11} - \tau_{22})^2 + 4\tau_{12}}$  (рис. 2b) и изолинии осевой компоненты скорости (рис. 2c) для изотермической экструзии при  $We = 3,0$ . На этих рисунках видно, что как только полимерная жидкость проходит выходное сечение и попадает в зону свободного течения, давление и напряжения начинают немедленно релаксировать. Процесс релаксации происходит до тех пор, пока накопленная высокоэластичная деформация не уменьшится до значения, соответствующего эластической деформации полимера, находящегося в состоянии стационарного течения. Выделим две основные причины изменения сечения струи: перестройка профиля скоростей от параболического, соответствующего течению в канале, к прямоугольному, соответствующему движению струи как сплошного твердого стержня; релаксация высокоэластических деформаций растяжения, накопленных в материале струи за время ее прохождения по каналу. Перестройка профиля скорости приводит к возникновению продольных деформаций растяжения или сжатия. Из требования выполнения закона сохранения количества движения



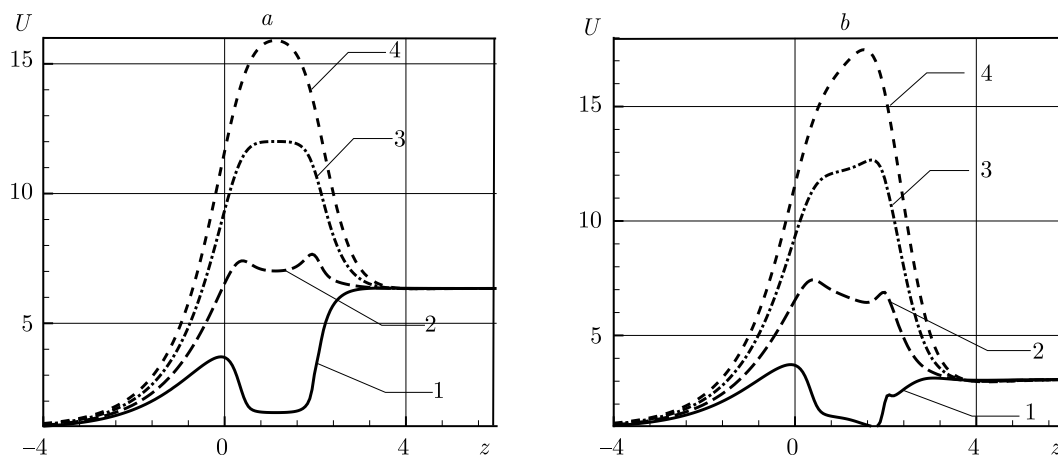
**Рис. 2.** Изолинии линии тока  $\psi$  (a); изолинии  $N_1$  (b); изолинии осевой компоненты скорости (c) при  $We = 3,0$  для насадки  $L = 2h$

следует, что струя, выходящая из канала, должна сужаться. Этот эффект известен для низкомолекулярных жидкостей, не проявляющих высокоэластических свойств. Для полимерных систем реализуется упругое разбухание, обусловленное высокоэластическими деформациями. Увеличение диаметра выходной струи характеризуется параметром  $h_f$ , равным отношению диаметра струи к диаметру канала и называемым эффектом разбухания струи. На рис. 3a приведена зависимость степени разбухания  $h_f$  выходящей струи полимерной жидкости от значения числа  $We$  для различных насадок. Формы насадок различаются длиной узкой выходной части  $L$ , изменяющейся от 0 до  $10h$ . Результаты показывают, что степень разбухания  $h_f$  струи увеличивается при уменьшении длины выходного участка. Видно, что значения  $h_f$  зависят от кинематики предшествующего деформирования — скорости сдвига и длины выходной части капилляра. Это можно трактовать тем, что постэкструзионное разбухание при переработке полимеров обусловлено высвобождением упругой энергии, запасенной при предшествующем течении в канале. Вязкоупругие жидкости являются средами, обладающими наследственной памятью. Наследственная жидкость «помнит» предысторию, то есть изменение поля скоростей в предшествующие моменты времени. Длительность «памяти» характеризуется временем релаксационных процессов  $\lambda$ , что определяется параметром  $We$ . Видно, что при увеличении значения числа  $We$  степень разбухания увеличивается для всех насадок.

Результаты исследования влияния реологического параметра модели Гиезекуса  $\alpha_G$  на процесс разбухания при изотермическом течении показано на рис. 3b. На рис. 3b приведена зависимость степени разбухания выходящей струи полимерной жидкости от значения числа  $We$  для насадки с длиной  $L = 0$  при увеличении параметра  $\alpha_G$  модели Гиезекуса. Увеличение данного параметра для вязкоупругих жидкостей означает, что они обладают большей аномалией вязкости при увеличении скорости сдвига. Жидкости, не обладающие аномалией вязкости, описываются реологическим уравнением Олдройда [6], что соответствует  $\alpha_G = 0$  в модели Гиезекуса. Видно, что для упруговязких жидкостей, проявляющих большую аномалию вязкости, степень разбухания уменьшается при изотермическом выдавливании из насадки. Это объясняется тем, что упругие свойства жидкости играют значительную роль в увеличении диаметра выходной струи. Для малых значений времени релаксации напряжений (соответственно  $We$ ) поведение полимерной смеси близко к ньютоновской жидкости, когда значение  $h_f$  не превышает 1.18 [1]. В этом случае увеличение диаметра струи в основном определяется резким перераспределением неоднородного поля скоростей в однородное.



**Рис. 3.** Степень разбухания выходной струи  $h_f$  в зависимости от значения числа  $We$  для различных насадок 1 –  $L = 10h$ , 2 –  $L = 4h$ , 3 –  $L = 2h$ , 4 –  $L = 0$  (a);  $h_f$  в зависимости от значения числа  $We$  для насадки с длиной 1 –  $L = 0h$  в зависимости от параметра  $\alpha_G$  (1 –  $\alpha_G = 0,86$ , 2 –  $0,33$ , 3 –  $0,11$ ) (b)

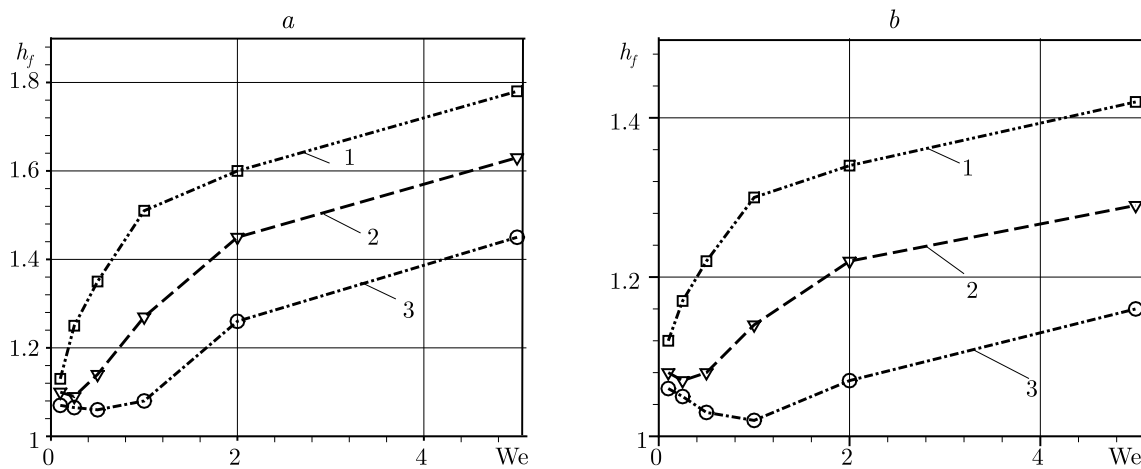


**Рис. 4.** Распределение осевой скорости по продольным сечениям 1 –  $r = 0.95$ , 2 –  $r = 0.75$ , 3 –  $r = 0.50$ , 4 –  $r = 0.0$  для насадки с длиной  $L = 2h$  при  $We = 0.1$  (a); для  $We = 3.0$  (b)

Влияние длины насадки на характер перераспределения профиля скоростей жидкости по сечениям показано на рис. 4, где приведены кривые, характеризующие значение осевой скорости для 4-х продольных сечений 1 –  $r = 0.95$ ; 2 –  $r = 0.75$ ; 3 –  $r = 0.50$ ; 4 –  $r = 0.0$  при  $We = 0.1$ ; 3.0 соответственно. Из этого рисунка видно, что наибольшее изменение скорости наблюдается для слоев жидкости прилегающих с центру фильерной трубы. Для жидкости в центральной части происходит сильное замедление потока после выхода из насадки. Для слоев же находящихся вдоль верхней стенки выходного канала (сечение 1) наблюдается монотонное ускорение для жидкостей, поведение которых аналогично ньютоновскому ( $We = 0, 1$ , рис. 4a). Для неньютоновских жидкостей со значительными вязкоупругими свойствами ( $We = 3.0$ ) проявляется значительное разбухание после выхода из насадки, что приводит к немонотонному ускорению для жидкости вблизи стенки (кривая 1, рис. 4b). Поток практически становится полностью однородным после выхода из насадки на расстоянии ширины выходного канала.

На рис. 5a показана зависимость  $h_f$  от числа  $We$  при неизотермической экструзии для ступенчатой формующей насадки с размером выходной части  $L = 0$  в зависимости от температурного напора между стенкой и потоком полимерной жидкости. На рис. 5b приведена аналогичная зависимость для насадки с размером  $L = 2h$ . Видно, что нагрев стенки на  $\Delta T =$

$= 30 \text{ K}$  (кривая 3) на обоих графиках приводит к уменьшению диаметра выходной струи. Отметим при этом, что для более длинной насадки с ростом числа  $We$  и температурного напора выявлен немонотонный характер увеличения  $h_f$ . При небольших числах  $We$  ( $We < 1$ ) происходит уменьшение степени разбухания. Приведенные результаты расчетов процесса экструзии вязкоупругой жидкости из ступенчатых формирующих насадок с разной длиной выходной части показали, что степень разбухания выходной струи увеличивается для коротких формирующих каналов. Данные результаты подтверждают вывод о том, что одним из факторов, влияющих на степень разбухания для наследственных вязкоупругих сред, является время релаксации напряжений. Неизотермичность потока полимерной массы, определяющаяся разностью температур стенки и основного потока, приводит к уменьшению диаметра выходной струи. Выявлено, что при увеличении температурного напора наблюдается уменьшение диаметра выходной струи с ростом числа  $We$  на начальном этапе. Данный характер немонотонного поведения степени разбухания свидетельствует о том, что температурная аномалия вязкости оказывает существенное влияние на форму выходящей струи.



**Рис. 5.** Степень разбухания выходной струи  $h_f$  для неизотермической экструзии в зависимости от значения числа  $We$  при увеличении температуры стенки  $S_3$  (1 —  $\Delta T = 0 \text{ K}$ , 2 —  $15 \text{ K}$ , 3 —  $30 \text{ K}$ ) насадки с длиной  $L = 0$  (a); для насадки  $L = 2h$  (b)

## Заключение

Результаты численного моделирования истечения вязкоупругой жидкости из насадки на основе модели жидкости Гиезекуса показали, что для моделирования эффекта разбухания жидкости необходим выбор нелинейных вязкоупругих моделей, учитывающих первую и вторую разности нормальных напряжений в сдвиговом течении. Существование нормальных напряжений также является одной из причин «разбухания» струи или Баррус-эффекта. Для более адекватного реологического описания данного явления учтены температурные факторы с помощью теории неравновесной термодинамики, поскольку известно, что эластическое восстановление и усадка резко возрастают при понижении температуры предшествующей деформации. Результаты данной работы позволяют получить некоторые качественные оценки по форме свободной поверхности и распределению нормальных и сдвиговых напряжений в потоке экструдата. Полученная информация будет полезной при инженерном прогнозировании технологического процесса переработки полимеров. Явления эластического восстановления и разбухания струи экструдата очень сложны и многообразны, поэтому для адекватности математического описания необходимо также обращаться к эксперименту для более качественного прогнозирования данного явления.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Торнер Р. В. Теоретические основы переработки полимеров. — М.: Химия, 1977. — 467 с.
2. Раувендаль К. Экструзия полимеров. — СПб.: Профессия, 2008. — 768 с.
3. Giesekus H. A simple constitutive equation for polymer fluids based on the concept of deformation dependent tensorial mobility // J.Non-Newtonian Fluid. Mech. — 1982. — Vol. 11. — № 1. — P. 69–109.
4. Назмеев Ю. Г. Гидродинамика и теплообмен закрученных потоков реологически сложных жидкостей. — М.: Энергоатомиздат, 1996. — 304 с.
5. Полежаев В. И., Бунэ А. В., Везеуб Н. А., Грязнов И. К. Математическое моделирование конвективного теплообмена на основе уравнений Навье–Стокса. — М.: Наука, 1987. — 271 с.
6. Снигерев Б. А., Тазюков Ф. Х., Кутузов А. Г., Амер Аль Раваш. Течение упруговязкой жидкости со свободной поверхностью // Вестник Казанского технологического университета. — 2007. — Вып. 1. — С. 86–93.

Поступила в редакцию 06.11.09

*B. A. Snigerev, F. X. Tazyukov*

**Nonisothermal creeping flow of viscoelastic fluid with free surface during forming fibers**

Numerical simulation flow of viscoelastic fluid with free surface, which is realized in entrance and output flow in extrusion die was performed. The flow of liquid is described by equations of conservation of mass, momentum and thermal energy with rheological constitutive equation of Giesekes. On basis of finite element method the stable numerical scheme was developed to solve this problem. Different numerical experiments was performed to define the configuration of outflow jet in various regimes and construction of die. The distribution of flow velocity fields, pressure and temperature are investigated on dependence of heating the walls. The ratio of extrusion in dependence of parameters the rheological model are investigated.

*Keywords:* viscoelastic fluid, Giesekes model, free surface flow.

Mathematical Subject Classifications: 76D50

Снигерев Борис Александрович, к. т. н., с. н. с., Институт механики и машиностроения Казанского научного центра РАН, 420111, Россия, г. Казань, ул. Лобачевского, 2–31, e-mail: Snigerev@mail.knc.ru

Тазюков Фарук Хоснутдинович, д. т. н., профессор, Казанский государственный технологический университет, 420025, Россия, г. Казань, ул. К. Маркса, 68, e-mail: tazyukov@mail.ru