ВЕСТНИК УДМУРТСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

МАТЕМАТИКА 2008. Вып. 2

УДК 517.977

© *И. Н. Шуравина*

«МЯГКАЯ» ПОИМКА В ЗАДАЧЕ ГРУППОВОГО ПРЕСЛЕДОВАНИЯ

Приводятся достаточные условия «мягкой» поимки в задаче группового преследования.

Ключевые слова: групповое преследование, убегающий, преследователь.

В пространстве R^m $(m \geqslant 2)$ рассматривается дифференциальная игра Γ $n+1$ лиц: n преследователей $P_1, P_2, \ldots, P_n$ и убегающего E, описываемая системой вида

$$z_i^{(l)} + a_1 z_i^{(l-1)} + \ldots + a_l z_i = u_i - v, \quad u_i,\, v \in V, \tag{1}$$

где $a_1, \ldots, a_l \in R^1$, $l \geqslant 3$, V — выпуклый компакт R^m. При $t = 0$ заданы начальные условия $z_i^{(q)}(0) = z_{iq}^0$.

Пусть $z^0 = (z_{i\alpha}^0,\, \alpha = 0, \ldots, l-1,\, i = 1, \ldots, n)$, $\xi_i(t)$ — решения системы (1) с нулевой правой частью и вектором начальных позиций z^0, φ_q, $q = 0, 1, \ldots,$ $l-1$ — решения задачи Коши

$$\varphi^{(l)} + a_1 \varphi^{(l-1)} + \ldots + a_l \varphi = 0,\ \varphi^{(s)}(0) = 0, \quad s \neq q, \quad \varphi^{(q)}(0) = 1.$$

Определение 1. В игре Γ происходит «мягкая» поимка, если существуют $T > 0$ и квазистратегии $\mathcal{P}_1, \ldots, \mathcal{P}_n$ преследователей $P_1, \ldots, P_n$ такие, что для любой измеримой функции $v : [0, T] \to V$ найдется момент $\tau \in [0, T]$ и номер q такие, что $z_q(\tau) = \dot{z}_q(\tau) = \ddot{z}_q(\tau) = 0$.

Условие 1. Все корни характеристического уравнения

$$\lambda^l + a_1 \lambda^{l-1} + \ldots + a_l = 0 \tag{2}$$

вещественные.

Обозначим попарно различные корни уравнения (2) через $\lambda_1 < \ldots < \lambda_s$, а их кратности соответственно $k_1, \ldots, k_s$. Тогда

$$\varphi_q(t) = \sum_{r=1}^{s} e^{\lambda_r t} P_{rq}(t),\ \xi_i(t) = \sum_{r=1}^{s} e^{\lambda_r t} Q_{ri}(t).$$

Считаем, что степени многочленов $Q_{si}(t)$ равны $k_s-1=\gamma$. Пусть далее

$$z_i^0=\lim_{t\to\infty}\frac{\xi_i(t)}{t^\gamma},\ \lambda(z,v)=\sup\{\lambda\geqslant 0: -\lambda z\cap(V-v)\neq\emptyset\},$$

где $z\in R^k$, $z\neq 0$.

Теорема 1. *Пусть выполнено условие* 1, $\lambda_s=0$, $k_s\geqslant 3$,

$$\delta=\min_v\max_i\lambda(z_i^0,v)>0,$$

функция λ *непрерывна во всех точках* (z_i^0,v), *где* $\lambda(z_i^0,v)>0$. *Тогда в игре* Γ *происходит «мягкая» поимка.*

Теорема 2. *Пусть выполнено условие* 1, $\lambda_s<0$,

$$\delta=\min_v\max_i\lambda(z_i^0,v)>0,$$

функция λ *непрерывна во всех точках* (z_i^0,v), *где* $\lambda(z_i^0,v)>0$. *Тогда в игре* Γ *происходит «мягкая» поимка.*

У с л о в и е 2. Характеристическое уравнение (2) имеет положительный корень.

Теорема 3. *Пусть выполнено условие* 2, $\dot\varphi_{l-1}(t)\geqslant 0$, $\ddot\varphi_{l-1}(t)\geqslant 0$ *для всех* $t>0$ *и справедливо неравенство*

$$\min_v\max_i\min\lambda(\xi_i(t),v),\ \lambda(\dot\xi_i(t),v),\ \lambda(\ddot\xi_i(t),v)>\frac{n}{a},$$

где $a=\lim\limits_{t\to\infty}\int\limits_0^t e^{-\lambda_s t}\frac{\min\{\varphi_{l-1}(t-\tau),\ \dot\varphi_{l-1}(t-\tau),\ \ddot\varphi_{l-1}(t-\tau)\}}{(t+1)^\gamma}d\tau$. *Тогда в игре* Γ *происходит «мягкая» поимка.*

Поступила в редакцию 13.02.08

I. N. Shuravina
«Soft» capture in the problem of group pursuit

Sufficient conditions are presented for solution of the pursuit problem.

Шуравина Ирина Николаевна
ГОУВПО «Удмуртский
государственный университет»
426000, Россия, г. Ижевск,
ул. Университетская, 1 (корп. 4)
E-mail: shuravina_in@mail.ru