МАТЕМАТИКА 2008. Вып. 2

УДК 517.929

© *П. Г. Сурков*

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ПРИ ПРОДОЛЖЕНИИ РЕШЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ НА ОТРИЦАТЕЛЬНУЮ ПОЛУОСЬ [1]

Для линейной системы с запаздыванием рассматривается задача продолжения решения в сторону убывания времени.

Ключевые слова: линейные системы с запаздыванием, некорректные задачи, асимптотические методы.

Задача продолжения решений дифференциальных уравнений с запаздыванием на отрицательную полуось является некорректной. Для её решения используется метод регуляризации А. Н. Тихонова [1], позволяющий свести рассматриваемую задачу к нахождению компонент x решений следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{gathered}
x'' = P^{-1}(\vartheta)\big(Q(\vartheta)x - P'(\vartheta)x'\big) + \alpha^{-1}P^{-1}(\vartheta)\big(\psi - z(\vartheta)\big),\\
\psi' = \Big(B^{-1}(\vartheta)\big(B'(\vartheta) - A(\vartheta)B(\vartheta)\big)\Big)^{\top}\psi - B^{\top}(\vartheta)\chi,\\
\chi' = A(\vartheta)\chi + B(\vartheta)x,
\end{gathered}\tag{1}$$

с краевыми условиями

$$\begin{gathered}
x'(-r) = 0,\\
\psi(-r) + \alpha B^{\top}(0)\big(Gx(0) + P(0)x'(0)\big) = z(-r),\\
\psi(0) = B^{\top}(0)\chi(0), \quad x(0) = \chi(-r).
\end{gathered}\tag{2}$$

Здесь функция z является решением задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{gathered}
z' = \Big(B^{-1}(\vartheta)\big(B'(\vartheta) - A(\vartheta)B(\vartheta)\big)\Big)^{\top}z - B^{\top}(\vartheta)\varphi(\vartheta),\\
z(0) = B^{\top}(0)\varphi(0),
\end{gathered}$$

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 06–01–00399), Программы поддержки фундаментальных исследований Президиума РАН №13 «Математические методы в нелинейной динамике» и Программы поддержки ведущих научных школ России.

$G,\ P(s),\ Q(s),\ s \in [-r,0]$ — симметричные положительно определённые матрицы; $A,\ Q$ — непрерывные, а B и P — непрерывно дифференцируемые матричнозначные функции на $[-r,0]$; $\det B(\vartheta) \neq 0$ при $\vartheta \in [-r,0]$; $\varphi \in C = C([-r,0],\mathbb{R}^n)$, α — малый положительный параметр.

Теорема 1. *Пусть* $\varphi \in C^2 = C^2([-r,0],\mathbb{R}^n)$; A — *непрерывно дифференцируемая,* B, P *и* Q — *дважды непрерывно дифференцируемые матричнозначные функции на* $[-r,0]$; $\det B(\vartheta) \neq 0$ *и собственные числа матрицы* $P^{-1}(\vartheta)B^{\top}(\vartheta)B(\vartheta)$ *простые на* $[-r,0]$. *Тогда компонента* x *решения краевой задачи* (1), (2) *определяется асимптотической формулой*

$$x(\vartheta,\alpha^{1/4}) = S(\vartheta,\alpha)\Delta(\varphi) + B^{-1}(\vartheta)\big(\varphi'(\vartheta) - A(\vartheta)\varphi(\vartheta)\big) + O(\alpha^{1/4};\vartheta,\varphi),$$

где $S(\cdot,\alpha)$ — *ограниченная матричнозначная функция при малых значениях параметра регуляризации* α,

$$\Delta(\varphi) = B^{-1}(0)\big(A(0)\varphi(0) - \varphi'(0)\big) + \varphi(-r) - B^{-1}(0)\big(\varphi'(0) - A(0)\varphi(0)\big),$$

$O(\alpha^{1/4};\cdot,\varphi)$ — *значения непрерывных отображений* $: C^2 \to C$.

* * *

1. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986.

Поступила в редакцию 12.02.08

P. G. Surkov

Use of asymptotic methods for continuation of solutions of differential equations with delay to the negative semi-axis

The paper presents the problem of continuation of solutions of linear systems with delay in inverse time.

Сурков Платон Геннадьевич
Институт математики
и механики УрО РАН
620219, Россия, г. Екатеринбург,
ул. С. Ковалевской, 16
E-mail: platon.surkov@gmail.com