ВЕСТНИК УДМУРТСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

МАТЕМАТИКА 2008. Вып. 2

УДК 517.917

© *С. И. Солодушкин*

# О СТАБИЛИЗАЦИИ СИСТЕМ С ПОСЛЕДЕЙСТВИЕМ [1]

Для линейной управляемой системы с запаздыванием в координатах и в управлении предложен метод построения стабилизирующего управления.

*Ключевые слова*: линейные системы с последействием, стабилизация, управление системами с последействием.

## Введение

Рассмотрим систему вида

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) = \quad & Ax(t) + A_\tau x(t-\tau) + \int_{-\tau}^{0} A(s)x(t+s)\,ds + \\ & Bu(t) + B_\Delta u(t-\Delta) + \int_{-\Delta}^{0} B(\zeta)u(t+\zeta)\,d\zeta.\end{aligned} \tag{1}$$

Здесь $\tau$ и $\Delta$ — положительные константы, $A, A_\tau$ — постоянные $n\times n$-матрицы, $B, B_\Delta$ — постоянные $n\times r$-матрицы, $A(\cdot)$ — $n\times n$-матрица с непрерывными на $[-\tau;0]$ элементами, $B(\cdot)$ — $n\times r$-матрица с непрерывными на $[-\Delta;0]$ элементами, $x\in\mathbb{R}^n$ — фазовый вектор (траектория движения), $u\in\mathbb{R}^r$ — управление.

Далее для краткости будем использовать обозначения

$$y(s) = x(t+s),\ s\in[-\tau;0);\quad w(s) = u(t+s),\ s\in[-\Delta,0).$$

Управление для системы (1) ищется в классе линейных отображений

$$u[x, y(\cdot), w(\cdot)] = Ex + \int_{-\tau}^{0} L_\tau(s)y(s)\,ds + \int_{-\Delta}^{0} L_\Delta(\zeta)w(\zeta)\,d\zeta. \tag{2}$$

Здесь $E$ — постоянная $r\times n$-матрица, $L_\tau(\cdot)$ и $L_\Delta(\cdot)$ — $n\times n$ и $n\times r$-матрицы с кусочно-непрерывными элементами, имеющие кусочно-непрерывные производные на $[-\tau;0]$ и $[-\Delta;0]$ соответственно.

Требуется стабилизировать систему, то есть найти такое управление, чтобы тривиальное решение было асимптотически устойчивым.

[1] Работа выполнена при поддержке Программы Президиума РАН «Процессы управления» Урало–Сибирский междисциплинарный проект и РФФИ (грант 05–01–00732а).

МАТЕМАТИКА 2008. Вып. 2

## § 1. Построение управления

Задача стабилизации заменяется на эквивалентную задачу оптимального управления на бесконечном промежутке. Квадратичный функционал качества выбирается из тех соображений, чтобы упростить задачу управления; коэффициенты его не являются заранее фиксированными, распоряжаясь ими в дальнейшем удается построить управление в явном виде.

Для полученной вспомогательной задачи оптимального управления найден вид функционала Беллмана. На основе принципа динамического программирования составлены обобщенные уравнения Риккати (ОУР); для нахождения производной функционала Беллмана в силу системы использовалась техника i-гладкого анализа. Система ОУР представляет собой систему алгебраического уравнения, обыкновенных дифференциальных, в частных производных и с запаздыванием. Матрицы — коэффициенты усиления в управлении — являются решением системы ОУР.

Показано, что выбирая коэффициенты в функционале качества должным образом, можно упростить систему ОУР и явно свести её решение к решению одного алгебраического уравнения, которое решается численно.

## § 2. Исследование стабилизирующих свойств управления

В отличие от обыкновенных дифференциальных уравнений управление, найденное таким образом, не обязательно стабилизирует систему; необходимо предложить достаточные условия стабилизируемости.

Показано, что если весовой функционал и функционал Беллмана являются положительно определенными, то найденное управление стабилизирует систему. Функционал Беллмана рассматривается как функционал Ляпунова–Красовского для данной системы, показано, что его производная в силу системы есть минус весовой функционал минус положительно определенная квадратичная форма относительно управления.

Поступила в редакцию 20. 02. 08

***S. I. Solodushkin***
**On the stabilization of systems with delay**

The paper presents the algorithm of construction of the control to stabilize a system with delay both in coordinates and in control.

Солодушкин Святослав Игоревич
Институт математики и механики УрО РАН
620144, Россия, г. Екатеринбург,
ул. С. Ковалевской, 16
E-mail: solodushkin_s@mail.ru