ВЕСТНИК УДМУРТСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

МАТЕМАТИКА 2008. Вып. 2

УДК 539.372

© *Ю. А. Сагдеева*

ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ЧИСЛЕННОГО ВЕЙВЛЕТ-ОСРЕДНЕНИЯ [1]

Исследуются вычислительные особенности процедуры вейвлет-осреднения. Предложены способы повышения вычислительной эффективности.

Ключевые слова: осреднение, вейвлет-преобразование, вычисление осредненных характеристик материалов.

1. Вейвлет-осреднение

Рассмотрим применение вейвлет-преобразования для осреднения решения эллиптических дифференциальных уравнений в комбинации с методом конечных элементов (МКЭ). Методом конечных элементов исходное дифференциальное уравнение $Lu = f$ заменялось аппроксимирующим его на некоторой сетке дискретным уравнением $L_h u_h = f_h$, решение которого сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений $Au = b$, где матрица A имеет размер $2^j \times 2^j$, симметрична и положительно определена. Затем к системе применялось вейвлет-преобразование Хаара W_n:

$$\begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}, \tag{1}$$

где введены следующие обозначения:

$$K_{11} = Q_j A Q_j^T,\ K_{12} = Q_j A P_j^T,\ K_{21} = P_j A Q_j^T,\ K_{22} = P_j A P_j^T,$$

$$u_1 = u_{j-1}^d, \quad u_2 = u_{j-1}^c, \quad b_1 = b_{j-1}^d, \quad b_2 = b_{j-1}^c.$$

Вектор неизвестных разбивается на две составляющих компоненты — вектор осредненных неизвестных и вектор «деталей» (уточняющих компонент).

Исключая u_1 из первого уравнения (1), получим $Su_2 = b$, где S – дополнение Шура: $S = K_{22} - K_{21} K_{11}^{-1} K_{12}$, $b = b_2 - K_{21} K_{11}^{-1} b_1$. Разрешив $Su_2 = b$, получаем искомое осредненное решение u_2. Применяя вейвлет-преобразование несколько раз, на каждом шаге имеем решение с разной степенью осреднения.

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 07-01-96069-р Урал).

МАТЕМАТИКА 2008. Вып. 2

2. Вычислительные особенности

Основными операциями при осреднении являются преобразование матрицы A и вектора правых частей, обращение матрицы K_{11}, матричные и матрично-векторные операции умножения и сложения. После применения вейвлет-преобразования структура матрицы меняется — она становится блочной, причем каждый малый блок имеет портрет, близкий к портрету исходной матрицы, и несет информацию или об уточнениях (локальные свойства), или об осреднении исходной матрицы.

* * *

1. Копысов С. П., Сагдеева Ю. А. Вычислительные особенности и реализация вейвлет-осреднения в задачах многомасштабного анализа // Вычислительные методы и программирование. 2005. Т. 6, №1. С. 5–12.
2. Копысов С. П., Сагдеева Ю. А. Применение вейвлет-преобразования при численном осреднении дифференциальных уравнений с быстро осциллирующими коэффициентами и получении эффективных характеристик // Изв. вузов. Математика. 2007. № 7. С. 80–83.

Поступила в редакцию 15.02.08

Y. A. Sagdeeva

About efficiency of wavelet homogenization

A numerical algorithm for the 2D wavelet-transformation with the use of the Haar basis and its properties are considered. An approach for improving the efficiency of the numerical scheme is proposed.

Сагдеева Юлия Альбертовна
Институт прикладной механики УрО РАН
426067, г. Ижевск,
ул. Т. Барамзиной, 34
E-mail: sagdeeva@yandex.ru