ВЕСТНИК УДМУРТСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

МАТЕМАТИКА 2008. Вып. 2

УДК 517.977

© *Н. Н. Петров*

ГРУППОВОЕ ПРЕСЛЕДОВАНИЕ В КЛАССЕ ИМПУЛЬСНЫХ СТРАТЕГИЙ [1]

Приводятся достаточные условия разрешимости задачи преследования в классе импульсных стратегий преследователей.

Ключевые слова: групповое преследование, убегающий, преследователь, импульсные стратегии.

В пространстве R^m $(m \geqslant 2)$ рассматривается дифференциальная игра Γ $n+1$ лиц: n преследователей $P_1, P_2, \ldots, P_n$ и убегающего E, описываемая системой вида

$$z_i^{(l)} + a_1 z_i^{(l-1)} + \cdots + a_l z_i = u_i - v, \ u_i \in U_i, \ v \in V, \tag{1}$$

где $a_1, \ldots, a_l \in R^1$, U_i, V — строго выпуклые компакты в R^m с гладкой границей. При $t = 0$ заданы начальные условия $z_i^{(q)}(0) = z_{iq}^0$, причем $z_{i0}^0 \neq 0$.

Пусть $z^0 = (z_{i\alpha}^0, \alpha = 0, \ldots, l-1, i = 1, \ldots, n)$, $I_j = \{0, 1, \ldots, j\}$, $\sigma = \{\tau_l\}_{l=0}^{\infty}$ — возрастающая последовательность вещественных чисел такая, что $\tau_0 = 0$, $\lim\limits_{l \to \infty} \tau_l = \infty$ и любой отрезок $[t_1, t_2]$ содержит не более конечного числа точек данной последовательности, $\xi_i(t)$ — решения системы (1) с нулевой правой частью и вектором начальных позиций z^0, $v_{j+1}(\cdot) = \{v(s), v : [0, t_{j+1}] \to V\}$, φ_q, $q = 0, 1, \ldots, l-1$ — решения задачи Коши

$$\varphi^{(l)} + a_1 \varphi^{(l-1)} + \cdots + a_l \varphi = 0, \ \varphi^{(s)}(0) = 0, \quad s \neq q, \quad \varphi^{(q)}(0) = 1.$$

Определение 1. Будем говорить, что задана импульсная квазистратегия $\mathcal{P}_i$ преследователя P_i, отвечающая разбиению σ, если определено семейство отображений $\mathcal{P}_i$, ставящее в соответствие вектору z^0, моментам τ_k, значениям $v(t), t \in [t_k, t_{k+1})$ точку $u_{ik} \in U_i$.

Определение 2. В игре Γ происходит поимка в момент T, если существуют импульсные квазистратегии $\mathcal{P}_i$ преследователей P_i такие, что для любой измеримой функции $v : [0, T] \to V$ найдется номер q, для которого $z_q(T) = 0$. В игре Γ происходит поимка, если существует момент T такой, что в игре Γ происходит поимка в момент T.

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 06–01–00258).

У с л о в и е 1. Все корни характеристического уравнения

$$\lambda^l + a_1\lambda^{l-1} + \dots + a_l = 0 \tag{2}$$

вещественны и неположительны.

Обозначим попарно различные корни уравнения (2) через $\lambda_1 < \dots < \lambda_s$, а их кратности соответственно $k_1, \dots, k_s$. Тогда

$$\varphi_q(t) = \sum_{r=1}^{s} e^{\lambda_r t} P_{rq}(t),\ \xi_i(t) = \sum_{r=1}^{s} e^{\lambda_r t} Q_{ri}(t).$$

Считаем, что степени многочленов $Q_{si}(t)$ равны $k_s - 1 = \gamma$. Пусть далее

$$z_i^0 = \lim_{t\to\infty} \frac{Q_{si}(t)}{t^\gamma},\ \lambda(A, v) = \sup\{\lambda \geqslant 0 : -\lambda A \cap (V - v) \neq \emptyset\}.$$

Теорема 1. *Пусть выполнено условие* 1, $\lambda_s = 0$, $\tau_j = \tau \cdot j$ $(\tau > 0)$, $U_i = \tau V$, $0 \in V$, $\min\limits_{v\in V} \max\limits_i \lambda(z_i^0, v) > 0$. *Тогда в игре* Γ *происходит поимка.*

У с л о в и е 2. $\lambda_s < 0$, $l \geqslant 2$, $0 \in V$, $\tau_j = j \cdot \tau$ для всех j, $\tau = \frac{T_0}{N_0}$, где T_0 — единственный положительный корень $\dot{\varphi}_{l-1}$, N_0 — натуральное число.

Лемма 1. *Пусть выполнены условия* 1, 2. *Тогда существует* $\beta_0 > 0$ *такое, что для всех* $\beta > \beta_0$, *для любого натурального* j, *всех* $k \in I_{j-1}$ *справедливо*

$$\varphi_{l-1}(\tau_j - \tau_k)\beta\tau V \overset{*}{-} \int_{\tau_k}^{\tau_{k+1}} \varphi_{l-1}(\tau_j - t) V\, dt \neq \emptyset.$$

Теорема 2. *Пусть выполнены условия леммы* 1, $U_i = \beta_0 \tau V$, $\min\limits_{v\in V} \max\limits_i \lambda(z_i^0, v) > 0$. *Тогда в игре* Γ *происходит поимка.*

Поступила в редакцию 15.02.08

N. N. Petrov
Group pursuit in the class of impulse strategies

Sufficient conditions are presented for solvability of the pursuit problem in the class of impulse strategies.

Петров Николай Никандрович
ГОУВПО «Удмуртский
государственный университет,
426034, Россия, г. Ижевск,
ул. Университетская, 1 (корп. 4)
E-mail: npetrov@udmnet.ru