ВЕСТНИК УДМУРТСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

МАТЕМАТИКА 2008. Вып. 2

УДК 517.929

© *Е. В. Кукушкина*

# ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛИ ДЛЯ АВТОНОМНЫХ СИСТЕМ ФУНКЦИОНАЛЬНО-РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ [1]

Рассматривается линейная стационарная система функционально-разностных уравнений. В качестве аппроксимирующих конечномерных операторов рассматриваются отрезки представления Шмидта. Предлагается конструктивная процедура построения приближенных характеристических определителей.

*Ключевые слова*: линейные системы функционально-разностных уравнений, характеристические определители, конечномерные аппроксимации.

Рассматривается линейная стационарная система функционально-разностных уравнений

$$x\,(t)=\int_{-r}^{0} d\eta(\vartheta)x(t+\vartheta), \quad t\in\mathbb{R}^{+}=(0,+\infty), \tag{1}$$

где $x:[-r,+\infty)\to\mathbb{R}^n$, матричная функция $\eta$ имеет ограниченную вариацию на $[-r,0]$, $\eta\,(0)=\eta\,(-0)=0$.

В функциональном пространстве состояний

$$\widetilde{\mathbf{C}}=\widetilde{\mathbf{C}}\,([-r,0]\,,\mathbb{R}^n)=\Big\{x:x\in\mathbf{C}\,([-r,0]\,,\mathbb{R}^n)\,,\ x(0)=\int_{-r}^{0} d\eta\,(\vartheta)\,x\,(\vartheta)\Big\}$$

система (1) порождает сильно непрерывную полугруппу с инфинитезимальным оператором $A$ [1]. Пусть $\lambda_0$ — регулярное значение последнего оператора, а $R_0=R(\lambda_0,A)$ — значение его резольвенты. Оператор $R_0$ допускает непрерывное расширение на пространство $\mathbf{L}_2\,([-r,0]\,,\mathbb{C}^n)$ и является вполне непрерывным.

Оператор $R_0$ аппроксимируем, он допускает представление Шмидта

$$R_0=\sum_{k=1}^{+\infty} s_k\,(\cdot,\varphi_k)\,\psi_k,$$

где $\varphi_k$, $k\geqslant 1$ — ортонормированная система собственных элементов оператора $H$, $s_k$, $k\geqslant 1$ — сингулярные числа оператора $R_0$, $R_0=UH$ —

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 06–01–00399).

полярное представление оператора $R_0$ с эрмитовым оператором $H$ и унитарным оператором $U$, $\psi_k = U\varphi_k$, $k \geqslant 1$ [2, гл. 2].

Оператор $R_0$ является оператором Гильберта–Шмидта. Построение характеристического уравнения на основе характеристических определителей требует регуляризации. Регуляризованный характеристический определитель $\hat{D}$ оператора $R_0$ определяется формулами

$$\tilde{D}(z) = \prod_{j=1}^{+\infty}\left(\left(1 - \frac{z}{\lambda_0 - \lambda_j}\right)\exp\bigl(z/\,(\lambda_0 - \lambda_j)\bigr)\right), \quad \hat{D}\,(\lambda) = \tilde{D}(\lambda_0 - \lambda),$$

где $z, \lambda \in \mathbb{C}$, $\lambda_j$, $j = \overline{1, +\infty}$ — собственные числа оператора $A$. Приближенные характеристические определители определяются формулами

$$\tilde{D}_N(z) = \det \|\delta_{jk} - z\,(\psi_j, \varphi_k)\,\|_1^N \exp\left(z\sum_{j=1}^{N}(\psi_j, \varphi_j)\right),$$
$$\hat{D}_N\,(\lambda) = \tilde{D}_N(\lambda_0 - \lambda), \quad z, \lambda \in \mathbb{C}.$$

**Теорема 1.** *Для произвольного $\varepsilon > 0$ найдется натуральное число $N$ такое, что $\left|\hat{D}\,(\lambda) - \hat{D}_N\,(\lambda)\right| < \varepsilon$, $\lambda \in \Omega$, где $\Omega$ — замкнутое ограниченное множество в $\mathbb{C}$.*

* * *

1. Кукушкина Е. В. Устойчивость стационарных систем функционально-разностных уравнений // Изв. Урал. ун-та. Екатеринбург, 2006. № 46, вып. 10. С. 107–118.
2. Гохберг И. Ц., Крейн М. Г. Введение в теорию линейных несамосопряженных операторов в гильбертовом пространстве. М.: Наука, 1965.

Поступила в редакцию 01.02.08

***E. V. Kukushkina***

**Characteristic determinants for autonomous systems of functional-difference equations**

The linear stationary system of functional-difference equations is considered. We consider segments of representation of Schmidt as approximating finite-dimensional operators. The constructive procedure of construction of the approximate characteristic determinants is offered.

Кукушкина Евгения Викторовна
Уральский государственный
технический университет – УПИ
620001, Россия, г. Екатеринбург,
ул. Мира, 19
E-mail: kukushkiny@r66.ru