УДК 517.977

© *А. М. Кадиев*

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИНАМИЧЕСКОГО ВОССТАНОВЛЕНИЯ ВХОДА ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ [1]

Предлагается устойчивый к информационным помехам и погрешностям вычислений алгоритм восстановления неизвестного управления, действующего на дифференциальное уравнение с запаздыванием.

Ключевые слова: функционально-дифференциальные уравнения, идентификация, управление с моделью.

Рассматривается система, описываемая нелинейным дифференциальным уравнением с запаздыванием

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), x(t-\tau)) + Bu(t), \quad t \in T = [t_0, \vartheta],$$

$$x(t_0 + s) = x_0(s), \quad s \in [-\tau, 0],$$

где $x \in R^n$, $u \in R^N$, $\vartheta < +\infty$, B — $n \times N$-матрица, $f(t,x,y)$ — $n \times n$-матрица-функция, удовлетворяющая условию Липшица по совокупности переменных t, x, y, функция $x_0(s)$, $s \in [-\tau, 0]$ дифференцируема, причем $\dot{x}_0(\cdot) \in L_\infty([-\tau, 0]; R^n)$. Траектория системы $x(\cdot)$ зависит от меняющегося во времени входного воздействия $u(\cdot)$, заранее, как и траектория, не заданного. Известно лишь, что $u(\cdot) \in L_\infty(T; R^N)$. В дискретные, достаточно частные, моменты времени $\tau_i \in T$, $\tau_{i+1} = \tau_i + \delta(h)$, $i \in [0 : m-1]$, $\tau_0 = t_0$, $\tau_m = \vartheta$ наблюдаются векторы $x(\tau_i)$. Результаты измерений — векторы $\xi_i^h \in R^n$ — удовлетворяют соотношениям $\xi_i^h = x(\tau_i) + z_i$, $|z_i|_n \leqslant h$, $h \in (0,1)$ — точность измерения. Требуется построить алгоритм приближенного восстановления входа $u(\cdot)$, обладающий свойствами динамичности и устойчивости.

Алгоритм решения задачи основан на идеях работ [1, 2]. Следуя этим работам, выбираем вспомогательную систему в виде

$$\dot{w}^h(t) = f(\tau_i, \xi_i^h, \xi_{i-k_h}^h) + Bv^h(t), \quad t \in \delta_i = [\tau_i, \tau_{i+1}),$$

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 07-01-00008), Фонда содействия отечественной науке, Программы поддержки ведущих научных школ России.

$k_h = \tau/\delta(h)$ с начальным условием $w^h(t_0) = \xi_0^h$ и управлением $v^h \in R^N$. Управление задаем следующим образом:

$$v^h(t) = \arg\min\{2(w^h(\tau_i) - \xi_i^h, Bv) + \alpha(h)|v|_N^2 : v \in S(d(h))\},$$

при $t \in \delta_i$, $S(d(h)) = \{u \in R^N : |u|_N \leqslant d(h)\}$.

Теорема 1. *Пусть* $u_*(\cdot) \in L_\infty(T; R^N)$, $\delta(h) \to +0$, $\alpha(h) \to +0$, $d(h) \to \infty$, $d^2(h)(h + \delta(h))/\alpha(h) \to 0$, $h/\delta(h) \leqslant 1$ *при* $h \to 0$. *Тогда имеет место сходимость* $v^h(\cdot) \to u_*(\cdot)$ *в* $L_2(T; R^N)$ *при* $h \to 0$. *Здесь* $u_*(\cdot) = u_*(\cdot; x(\cdot))$ *— элемент множества* $U(x(\cdot))$ *минимальной* $L_2(T; R^N)$*-нормы,* $U(x(\cdot))$ *— множество всех управлений* $u(\cdot) \in L_2(T; R^N)$*, совместимых с выходом* $x(\cdot)$.

Результаты работы алгоритма для системы

$$\dot{x}(t) = -x(t-1) + (1 + x(t)) + u(t),$$

$t \in T = [0, 5]$, $x_0(s) = 0$, $s \in [-1, 0]$ с управлением $u(t) = \sin(t) + \cos(5t)$ представлены на рисунке 1. Условие согласования параметров имеет вид $\delta(h) = h$, $\alpha(h) = h^{1/2}$, $d(h) = h^{-1/5}$.

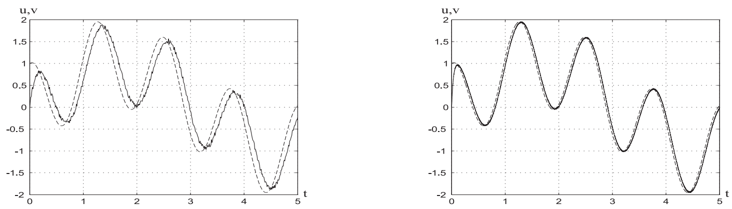

Рис. 1. $h = 10^{-2}$ (слева), $h = 10^{-4}$ (справа). Пунктиром обозначено исходное управление, сплошной линией — результат восстановления.

* * *

1. Кряжимский А. В., Осипов Ю. С. О моделировании управления в динамической системе // Изв. АН СССР. Техн. кибернет. 1983. № 2. С. 29–41.
2. Максимов В. И. Задачи динамического восстановления входов бесконечномерных систем. Екатеринбург: УрО РАН, 2000.

Поступила в редакцию 15.02.08

A. M. Kadiyev

Numerical solution of the problem of dynamic reconstruction of unknown controls for delay system

The present paper suggests the solution algorithm for the problem of dynamic reconstruction of unknown control applied to a delay system.

Кадиев Алексей Махаевич
Институт математики и механики УрО РАН
620219, Россия, г. Екатеринбург,
ул. С. Ковалевской, 16
E-mail: kadiev@imm.uran.ru