УДК 517.929

© *Ю. Ф. Долгий*

ОПРЕДЕЛИТЕЛИ ВОЗМУЩЕНИЯ В ЗАДАЧЕ ПОСТРОЕНИЯ АППРОКСИМИРУЮЩИХ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПОСЛЕДЕЙСТВИЕМ [1]

Для линейных периодических систем с последействием строятся аппроксимирующие характеристические уравнения.

Ключевые слова: линейные системы с последействием, характеристические уравнения, определители возмущения.

Данная работа посвящена проблеме построения характеристических уравнений для линейных периодических систем с последействием

$$\frac{dx(t)}{dt} = \int_{-r}^{0} d\eta(t,s)x(t+s), \quad t \in \mathbb{R}^{+} = (0,+\infty), \tag{1}$$

где $x : [-r,+\infty) \longrightarrow \mathbb{R}^n$, $\eta : \mathbb{R}^{+} \times [-r,0] \longrightarrow \mathbb{R}^{n\times n}$ — ω-периодическое отображение по первому аргументу, $\eta(\cdot,0)=0$, $0 < r \leqslant \omega$. Предполагается, что функция η измерима по Лебегу на множестве $[0,\omega]\times[-r,0]$, при фиксированном значении $t \in [0,\omega]$ функция $\eta(t,\cdot)$ имеет ограниченную вариацию на $[-r,0]$, функция $\operatorname*{var}_{s\in[-r,0]} \eta(\cdot,s)$ является интегрируемой по Лебегу на $[0,\omega]$.

Оператор монодромии действует в функциональном пространстве состояний $\mathbb{C}([-r,0],\mathbb{R}^n)$ и определяется формулой $U\varphi = x_\omega(\cdot,\varphi)$, где $x_\omega(\cdot,\varphi)$ — элемент решения с начальной функцией φ [1, 2]. Рассмотрим в функциональном пространстве состояний представление оператора

$$U = U_M + R_M, \tag{2}$$

где R_M и U_M — возмущающий и конечномерный операторы соответственно, $U_M = \sum\limits_{k=1}^{M} f_k(\cdot)\varphi_k$, f_k — непрерывные функционалы, $\varphi_k \in \mathbb{C}([-r,0],\mathbb{R}^n)$,

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке программы фундаментальных исследований Президиума РАН № 13 «Математические методы в нелинейной динамике» и РФФИ (грант 06–01–00399).

$k = \overline{1, M}$. Определители возмущения [3] позволяют задачу нахождения собственных чисел оператора монодромии свести к вычислению нулей аналитической функции D в области $\left\{z : |z| < r^{-1}(R_M), z \in \mathbb{C}\right\}$.

Теорема 1. *Для любого малого положительного числа $\varepsilon > 0$ справедлива асимптотическая формула*

$$\max_{|z| \leqslant (r(R_M)+\varepsilon)^{-1}} |D(z) - D_N(z)| = O\left(\left(\frac{(r(R_M)+\delta)}{(r(R_M)+\varepsilon)}\right)^N\right),$$

для некоторого зависящего от ε положительного числа δ, $\delta < \varepsilon$.

При дополнительных ограничениях на η можно обеспечить действие оператора U и его вполне непрерывность в пространстве $\mathbb{L}_\infty([-r, 0], \mathbb{R}^n)$. В этом пространстве справедлива сформулированная выше теорема, а также можно выделить класс систем (1), для которых имеет место представление (2) с вольтерровым оператором R_M. При наличии последнего представления функция D является целой и скорость ее приближения полиномами D_N внутри круга комплексной плоскости существенно выше указанной в приведенной теореме скорости.

* * *

1. Красовский Н. Н. Некоторые задачи теории устойчивости движения. М.: Физматгиз, 1959.
2. Шиманов С. Н. К теории линейных дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами и запаздыванием времени // Прикл. матем. и механика. 1963. Т. 27, вып. 1. С. 450–458.
3. Гохберг И. Ц., Крейн М. Г. Введение в теорию линейных несамосопряженных операторов в гильбертовом пространстве. М.: Наука, 1965.

Поступила в редакцию 05. 02. 08

Yu. F. Dolgii

Construction of the approached characteristic equations for periodic systems with aftereffect and determinants of perturbation

The approximating characteristic equations are proposed for linear periodic systems with aftereffect.

Долгий Юрий Филиппович
Уральский государственный
университет им. А.М. Горького
620083, Россия, г. Екатеринбург,
пр. Ленина, 51
E-mail: Yurii.Dolgii@usu.ru