ВЕСТНИК УДМУРТСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

МАТЕМАТИКА 2008. Вып. 2

УДК 517.977.1 + 517.926

© ***А. Ф. Габдрахимов***

# О СТАБИЛИЗАЦИИ ЛИНЕЙНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ С НЕПОЛНОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Получены достаточные условия стабилизации линейных стационарных управляемых систем с неполной обратной связью в классе кусочно-постоянных управлений для $n \leqslant 3$.

*Ключевые слова*: управляемая система, стабилизация, обратная связь.

Рассмотрим линейную стационарную управляемую систему

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}^m. \tag{1}$$

Допустим, что измерению доступны линейные комбинации фазового вектора

$$y = C^* x, \quad y \in \mathbb{R}^k. \tag{2}$$

Пусть управление строится по принципу неполной обратной связи в виде $u = Uy$. Соответствующая замкнутая система будет имеет вид

$$\dot{x} = (A + BUC^*)x, \quad x \in \mathbb{R}^n. \tag{3}$$

В системе (3) роль управления играет $U$. Исследуется следующая задача стабилизации. *Дана тройка матриц $A$, $B$, $C$. При каких условиях существует матрица $U$ такая, что система* (3) *является асимптотически устойчивой?* Данная задача в работе [1] названа проблемой Брокетта.

Рассмотрим случай $k = 1$. Будем предполагать, что система (1) вполне управляема, и система (1), (2) вполне наблюдаема. Тогда (см., например, [2]) без ограничения общности можно считать, что $m = 1$ и матрицы $A$, $B$, $C$ системы (3) имеют вид

$$A = \begin{Vmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_n \end{Vmatrix}, \quad B = \begin{Vmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -1 \end{Vmatrix}, \quad C = \begin{Vmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_{n-1} \\ c_n \end{Vmatrix}.$$

Из условия полной наблюдаемости необходимо следует, что $c_n \neq 0$. Полагаем без ограничения общности $c_n = 1$.

**Теорема 1.** *Пусть* $n = 2$. *Стабилизация системы* (3) *невозможна в следующих случаях:*

а) $c_1 \leqslant 0$ *и* $a_1 - a_2c_1 + c_1^2 < 0$;

б) $c_1 < 0$ *и* $a_1 - a_2c_1 + c_1^2 = 0$.

*Во всех остальных случаях возможна стабилизация системы в классе кусочно-постоянных управлений* $U$.

**Теорема 2.** *Пусть* $n = 3$. *Тогда стабилизация системы* (3) *возможна в следующих случаях:*

а) $c_1 < 0$;

б) $c_1 \geqslant 0,\ c_2 > 0$;

в) $c_1 > 0,\ c_2 < 0$ *и* ($a_1 < c_1a_3$ *или* $c_1a_2 < a_1c_2$);

г) $c_1 = 0,\ c_2 < 0$ *и* (*либо* $a_1 > -a_2a_3,\ a_1 > 0$, *либо* $a_1c_2 < -a_2,\ a_1 < 0$, *либо* $a_3c_2 > a_2,\ a_1 = 0$);

д) $c_2 = 0,\ c_1 > 0$ *и* ($a_1 < a_2a_3$ *для случая* $a_2 > 0$);

е) $c_1 = 0,\ c_2 = 0$ *и* ($a_2 \geqslant 0$ *или* $a_1 < 0$).

*При этом управление можно выбрать кусочно-постоянным.*

Полученные результаты дополняют некоторые результаты работы [1].

* * *

1. Леонов Г. А. Проблема Брокетта в теории устойчивости линейных дифференциальных уравнений // Алгебра и анализ. 2001. Т. 13, вып. 4. С. 134–155.
2. Зайцев В. А. Глобальная ляпуновская приводимость двумерных управляемых систем с кусочно-постоянными коэффициентами // Вестн. Удм. ун-та. 2002. № 1. С. 3–12.

Поступила в редакцию 19.02.08

***A. F. Gabdrahimov***

**On the stabilization of linear stationary control systems with incomplete feedback**

The sufficient conditions have been obtained for the stabilization of linear stationary control systems with incomplete feedback in the class of piecewise constant control functions for $n \leqslant 3$.

Габдрахимов Александр Фаритович
ГОУВПО «Удмуртский
государственный университет»
426034, Россия, г. Ижевск,
ул. Университетская, 1 (корп. 4)
E-mail: gaf84@mail.ru