ВЕСТНИК УДМУРТСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

МАТЕМАТИКА 2008. Вып. 2

УДК 517.977

© *М. С. Близорукова*

# ОБ ОДНОЙ МОДИФИКАЦИИ ДИНАМИЧЕСКОГО МЕТОДА НЕВЯЗКИ [1]

Предлагается алгоритм решения задачи устойчивого восстановления неизвестного управления в динамической системе по неточным измерениям текущей фазовой траектории системы.

*Ключевые слова*: управляемые системы, алгоритм восстановления.

Рассматривается система

$$\dot{x}(t) = f_1(t, x(t)) + f_2(t, x(t))u(t), \quad t \in T = [t_0, \vartheta], \quad x(t_0) = x_0, \qquad (1)$$

где $x(t) \in \mathbb{R}^n$ — фазовый вектор системы, $u(t) \in \mathbb{R}^N$ — неизвестная управляющая функция, $f_1(\cdot)$, $f_2(\cdot)$ — векторные функции, удовлетворяющие на $T \times \mathbb{R}^n$ условию Липшица. Обсуждаемая задача состоит в следующем. Траектория системы $x(\cdot)$ порождается некоторым входом $u(t) \in P$ при $t \in T$, где $P \subset \mathbb{R}^N$ — фиксированный выпуклый компакт. В дискретные моменты времени $\tau_i$ замеряется с ошибкой вектор $x(\tau_i)$. Задача состоит в построении алгоритма, который в режиме «реального времени» по результатам измерений формирует некоторую функцию $u(\cdot)$, порождающую $x(\cdot)$. В настоящей работе предложен алгоритм решения указанной задачи, основанный на динамической модификации известного в теории некорректных задач метода невязки, приведенной в работе [1].

Пусть $u_*(\cdot)$ — минимальный по норме в $L_2(T; \mathbb{R}^N)$ элемент из множества всех управлений $u(\cdot)$, порождающих траекторию $x(\cdot)$ и принимающих значения в $P$. Для каждого $h \in (0, 1)$ выберем равномерное разбиение отрезка $T$: $\Delta_h = \{\tau_{h,i}\}_{i=0}^{m_h}$, $t_0 = \tau_{h,0} < \tau_{h,1} < \ldots < \tau_{h,m_h} = \vartheta$, $\tau_{h,i} = \tau_{h,i-1} + \delta(h)$. Предположим, что движение $x(\cdot) = x(\cdot\,; t_0, x_0, u(\cdot))$ и результаты неточных измерений (величины $\xi_i^h$) связаны соотношением $|\xi_i^h - x(\tau_{h,i})| \leqslant \nu_i^h$, где величина $\nu_i^h$ характеризует ошибку наблюдения в момент $\tau_i$. Пусть выполнены условия: 1) существует число $K > 0$ такое, что $0 \geqslant \nu_i^h \geqslant K$, $\forall i \in [0 : m_h]$, $h \in (0, 1)$; 2) $\delta(h) \to 0$, $\varphi(h) = \sum\limits_{i=1}^{m_h} \nu_i^h \to 0$ при $h \to 0$. Последнее содержательно означает следующее: при стремлении $h$

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 06–01–00359), Программы поддержки ведущих научных школ России и Урало-Сибирского интеграционного проекта.

к нулю совокупность результатов измерений $x(\cdot)$ все лучше «в среднем» на $T$ приближает эту траекторию.

Введем вспомогательную управляемую систему (модель), описываемую уравнением

$$z^h(t) = z^h(\tau_{h,i}) + [f_1(\tau_{h,i-1}, \xi^h_{i-1}) + f_2(\tau_{h,i-1}, \xi^h_{i-1}) v_h(\tau_{h,i})](t - \tau_{h,i})$$

$$\text{при} \quad t \in [\tau_{h,i}, \tau_{h,i+1}), \quad z^h(\tau_{h,1}) = \xi^h_0.$$

Предположим, что в каждый момент $\tau_i$ на основании результатов измерений $\xi^h_i$ и $\xi^h_{i-1}$ построено замкнутое множество вида

$$\Omega_{h,i} = \Omega_{h,i}(\xi^h_i, \xi^h_{i-1}) = \{v \in P : (z_h(\tau_{h,i}) - \xi^h_{i-1})' \times$$

$$\times \Big[f_1(\tau_{h,i-1}, \xi^h_{i-1}) + f_2(\tau_{h,i-1}, \xi^h_{i-1}) v\Big] - (z_h(\tau_{h,i}) - \xi^h_i)' \frac{\xi^h_i - \xi^h_{i-1}}{\delta} \leqslant \sigma^\delta_{h,i}\Big\},$$

где штрих означает транспонирование. Величины $\sigma^\delta_{h,i}$ выписываются явно по параметрам задачи (ввиду громоздкости этих формул мы их опустим). Следуя идеологии метода невязки, закон выбора управления в модели отождествим с правилом (при $t \in [\tau_{h,i}, \tau_{h,i+1})$, $i \in [0, m_h - 1]$):

$$v_h(t) = v_h(\tau_{h,i}) = \begin{cases} \arg\min\{|u| : u \in \Omega_{h,i}\}, & \text{если} \quad \Omega_{h,i} \neq \emptyset, \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

**Теорема 1.** *Имеет место сходимость* $|v_h(\cdot) - u_*(\cdot)|_{L_2(T;U)} \to 0$ *при* $h \to 0$.

* * *

1. Blizorukova M. S. On a method of positional modeling in a system with time delay // Распределенные системы: оптимизация и приложения в экономике и науках об окружающей среде: Сб. докл. Междунар. конф. Екатеринбург: УрО РАН, 2000. С. 254–257.

Поступила в редакцию 13.02.08

***M. S. Blizorukova***
**On a modification of the dynamical discrepancy method**

An algorithm is suggested for solving the problem of stable reconstruction of an unknown control in a dynamical system by inaccurate measurements of phase states.

Близорукова Марина Сергеевна
Институт математики и механики УрО РАН
620219, Россия, г. Екатеринбург,
ул. С. Ковалевской, 16
E-mail: msb@imm.uran.ru