МАТЕМАТИКА 2008. Вып. 2

УДК 517.977.8

© *А. И. Благодатских*

О НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧАХ ГРУППОВОГО ПРЕСЛЕДОВАНИЯ[1]

Для нестационарного конфликтно управляемого процесса с равными возможностями участников получены достаточные условия поимки группой преследователей одного убегающего и заданного числа убегающих.

Ключевые слова: дифференциальные игры, групповое преследование, поимка, колебательный конфликтно управляемый процесс.

В пространстве R^ν $(\nu \geqslant 2)$ рассматривается дифференциальная игра Γ $n+m$ лиц: n преследователей $P_1, \dots, P_n$ и m убегающих $E_1, \dots, E_m$. Движение каждого преследователя P_i описывается системой

$$\dot{x}_i = A(t)x_i + u_i, \quad u_i \in V, \tag{1}$$

закон движения каждого убегающего E_j имеет вид

$$\dot{y}_j = A(t)y_j + v_j, \quad v_j \in V. \tag{2}$$

Здесь и далее $x_i, y_j, u_i, v_j \in R^\nu$, $i \in I = \{1, \dots, n\}$, $j \in J = \{1, \dots, m\}$, $A(t)$ — непрерывная на $[t_0, \infty)$ квадратная матрица порядка ν, V — строго выпуклый компакт в R^ν с гладкой границей такой, что $\mathrm{IntV} \neq \emptyset$. При $t = t_0$ заданы начальные условия

$$x_i(t_0) = X_i^0,\ y_j(t_0) = Y_j^0, \text{ причем } X_i^0 \neq Y_j^0 \text{ для всех } i, j. \tag{3}$$

Определение 1. В игре Γ возможна поимка одного убегающего $(m = 1)$, если существует момент $T_0 = T_0(X_i^0, Y_1^0)$, при котором для любого допустимого управления $v(t)$ найдутся допустимые управления $u_i(t) = u_i\big(t,\ X_i^0, Y_1^0,\ v(s), s \in [t_0, t]\big)$ такие, что для некоторых $\tau \in [t_0, T_0]$ и $\alpha \in I$ выполнено $x_\alpha(\tau) = y(\tau)$.

Пусть Φ — фундаментальная матрица системы $\dot{\omega} = A(t)\omega$ такая, что $\Phi(t_0)$ совпадает с единичной матрицей.

[1]Работа поддержана грантом РФФИ (06-01-00258) и грантом Президента РФ для молодых кандидатов наук МК-2817.2008.1.

П р е д п о л о ж е н и е 1. Матрица $\Phi(t)$ является почти периодической в смысле Бора и ее первая производная равномерно ограничена.

Теорема 1. *Пусть* $m = 1$, *выполнено предположение* 1 *и имеет место включение* $Y_1^0 \in \operatorname{Int}\operatorname{co}\{X_i^0\}$. *Тогда в игре* Γ *возможна поимка одного убегающего.*

О п р е д е л е н и е 2. В игре Γ возможна поимка r $(r \geqslant 2)$ убегающих $(n \geqslant m \geqslant r)$, если существует момент $T_0 = T_0(X_i^0, Y_j^0)$, при котором для любой совокупности допустимых управлений $v_j(t)$ найдутся допустимые управления $u_i(t) = u_i\big(t,\ X_i^0, Y_j^0,\ v_j(s),\ s \in [t_0, \infty)\big)$, обладающие следующим свойством: существуют множества $N \subset I$, $M \subset J$, $|N| = |M| = r$ такие, что каждый убегающий $E_\beta, \beta \in M$ ловится не позднее момента T_0 некоторым преследователем $P_\alpha, \alpha \in N$, причем если преследователь P_α ловит убегающего E_β, то остальные убегающие считаются им не пойманными. Выражение «преследователь P_α ловит убегающего E_β» означает, что для некоторого $\tau \in [t_0, T_0]$ выполнено $x_\alpha(\tau) = y_\beta(\tau)$.

Теорема 2. *Пусть выполнено предположение* 1 *и для каждого числа* $k \in \{0, 1, \ldots, r-1\}$ *верно следующее: для любого множества* $N \subset I$, $|N| = n - k$ *найдется такое множество* $M \subset J$, $|M| = r - k$, *что для всех* $\beta \in M$ *имеет место включение* $Y_\beta^0 \in \operatorname{Int}\operatorname{co}\{X_\alpha^0,\ \alpha \in N\}$. *Тогда в игре* Γ *возможна поимка* r *убегающих.*

Поступила в редакцию 21.01.08

A. I. Blagodatskikh
About some problems of group pursuit

For the non-stationary conflict-controlled process with the opportunities of the participants being equal, sufficient conditions have been obtained for a group of pursuers to catch one evader and a given number of evaders.

Благодатских Александр Иванович
ГОУВПО «Удмуртский
государственный университет»
426034, Россия, г. Ижевск,
ул. Университетская, 1 (корп. 4)
E-mail: aiblag@mail.ru