МАТЕМАТИКА

УДК 517.977.8

© *Ю. В. Авербух*

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИГР НАВЕДЕНИЯ С НЕФИКСИРОВАННЫМ ВРЕМЕНЕМ ОКОНЧАНИЯ[1]

Для произвольной игровой задачи наведения на множество предложен метод преобразования к задаче наведения «в момент».

Ключевые слова: дифференциальные игры, метод программных итераций.

При обычных в теории дифференциальных игр ограничениях изучается игровая задача наведения на множество M для системы

$$\dot{x} = f(x,u,v), \quad u \in P, \quad v \in Q \tag{1}$$

на промежутке времени $[0,\vartheta]$.

Игра рассматривается в классе контрстратегия/стратегия [1]. По теореме об альтернативе Н. Н. Красовского и А. И. Субботина [1, теорема 82.2] решение задачи наведения полностью определяется множеством успешной разрешимости (максимальным u-стабильным мостом) $\mathfrak{W}$. В случае выполнения условия Айзекса достаточно рассматривать дифференциальную игру в классе позиционных стратегий [1]. Метод программных итераций, предложенный А.Г. Ченцовым [2], сводит решение дифференциальной игры к последовательности игровых задач управления: строится последовательность множеств, сходящаяся к множеству успешной разрешимости задачи наведения.

Пусть M — множество управляемости с целевым множеством $M^* \triangleq \{\vartheta\} \times F$ для системы $\dot{x} = g(x,\omega)$, $\omega \in \Omega$ (Ω — компакт):

$$M = \mathrm{co}\{(t,x) \in [0,\vartheta] \times \mathbb{R}^n : \exists x_* \in F \, \exists \omega(\cdot) : x = \varphi_g(t,\vartheta,x_*,\omega(\cdot))\}.$$

Здесь $\varphi_g(t,\vartheta,x_*,\omega(\cdot))$ движение системы $\dot{x} = g(x,\omega)$, проходящее через позицию (ϑ,x_*), порожденное управлением $\omega(\cdot)$, Ω — компакт в конечномерном арифметическом пространстве.

На промежутке $[0,\vartheta]$ рассмотрим конфликтно управляемую систему

$$\dot{x} = \nu \cdot f(x,u,v) + (1-\nu)\cdot g(t,\omega), \; x \in \mathbb{R}^n, \; (\nu,u,\omega) \in \{0,1\} \times P \times \Omega, \; v \in Q. \tag{2}$$

[1]Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 06-01-00414, 07-01-96088).

В новой системе (2) первый игрок распоряжается управлениями ν, u и ω, а второй игрок, как и в системе (1), управлением v. Рассмотрим задачу наведения для системы (2) на множество M^*. Последовательность, построенную по методу программных итераций для исходной задачи, обозначим через $\{W_k\}_{k=0}^{\infty}$, для преобразованной задачи — через $\{W_k^*\}_{k=0}^{\infty}$. Множества успешной разрешимости для исходной и преобразованной задач обозначим через $\mathfrak{W}$ и $\mathfrak{W}^*$ соответственно. Поток за время τ в системе (1), порожденный фиксированными управлениями u и v, обозначим через $\mathcal{F}_{u,v}^{\tau}$. Аналогично поток в системе $\dot{x} = g(x,\omega)$, порожденный управлением ω, обозначим через $\mathcal{G}_{\omega}^{\tau}$.

Теорема 1. *Пусть для всех* $u \in P$, $v \in Q$, $\omega \in \Omega$ *и* $\tau', \tau'' \geqslant 0$ *потоки* $\mathcal{F}_{u,v}^{\tau'}$ *и* $\mathcal{G}_{\omega}^{\tau''}$ *коммутируют:* $\mathcal{F}_{u,v}^{\tau'} \circ \mathcal{G}_{\omega}^{\tau''} = \mathcal{G}_{\omega}^{\tau''} \circ \mathcal{F}_{u,v}^{\tau'}$, *тогда* $W_k = W_k^*$ *для всех* $k \in \mathbb{N}$; $\mathfrak{W} = \mathfrak{W}^*$. *Кроме того, если система* (1) *удовлетворяет условию Айзекса, то и система* (2) *также удовлетворяет условию Айзекса.*

Если $f(\cdot,u,v)$ и $g(\cdot,\omega)$ являются гладкими векторными полями, то условие коммутируемости может быть записано через скобки Ли векторных полей $[\cdot,\cdot]:$ $[f(\cdot,u,v), g(\cdot,\omega)] = 0 \quad \forall\, u \in P \quad \forall\, v \in Q \quad \forall \omega \in \Omega$.

* * *

1. Красовский Н. Н., Субботин А. И. Позиционые дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.
2. Субботин А. И., Ченцов А. Г. Оптимизация гарантии в задачах управления. М.: Наука, 1981.

Поступила в редакцию 06.02.08

Yu. V. Averboukh
Transformation of differential guidance games with nonfixed moment of termination

The method of transformation of the guidance problem for the conflict-controlled system into the problem of guidance «into the moment» is suggested. The transformation is realized by changing the dynamic function.

Авербух Юрий Владимирович
Институт математики и механики УрО РАН
620219, Россия, г. Екатеринбург,
ул. С. Ковалевской, 16
E-mail: ayv@imm.uran.ru