

УДК 519.6, 532.546

© *М. К. Хасанов, М. В. Столповский, Н. Г. Мусакаев, Р. Р. Ягафарова***ЧИСЛЕННЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОБ ОБРАЗОВАНИИ ГАЗОГИДРАТА
ПРИ ЗАКАЧКЕ ГАЗА В ЧАСТИЧНО НАСЫЩЕННУЮ ЛЬДОМ ПОРИСТУЮ СРЕДУ**

В рамках методов и уравнений механики многофазных сред построена математическая модель образования газового гидрата при закачке метана в пласт конечной протяженности, насыщенный метаном и льдом. Изучаемая проблема сведена к проблеме нахождения двух подвижных границ фазовых переходов. На основе метода ловли фронта в узел пространственной сетки получены численные решения задачи. Найдены распределения по пространственной координате температуры, давления и гидратонасыщенности, а также приведена эволюция во времени координат границ фазовых переходов. Анализ результатов вычислительных экспериментов показал, что образование газогидрата метана может происходить как на фронтальной границе, так и в протяженной зоне. Установлено, что часть газогидрата, образовавшегося в протяженной области, может в дальнейшем разлагаться на газ и воду. В этом случае протяженная область гидратообразования будет вырождаться во фронтальную поверхность.

Ключевые слова: система нелинейных дифференциальных уравнений, фильтрационное течение, нагнетание газа, газовые гидраты, пористая среда.

DOI: [10.20537/vm190109](https://doi.org/10.20537/vm190109)**Введение**

В настоящее время для ряда практических задач нефтегазовой отрасли немаловажным является теоретическое изучение фильтрационного многофазного течения с учетом возможных фазовых переходов в пористых средах. Например, на ряде нефтяных месторождений происходит сжигание попутного нефтяного газа. Это происходит в первую очередь из-за того, что в должной мере отсутствует необходимая инфраструктура для сбора и транспортировки газа. Поэтому достаточно большое количество этого природного ресурса (в основном метана) теряется, а также происходит загрязнение окружающей среды.

В качестве одного из способов сбора попутного нефтяного газа можно предложить его захоронение в пористых коллекторах в газогидратной форме [1, 2]. Поскольку при одинаковых термобарических условиях в единице объема газового гидрата содержится значительно больше газа, чем в свободном состоянии, то газогидратное состояние позволяет хранить большое количество метана при относительно низких давлениях [3–6]. То есть газогидратное состояние фактически приводит к увеличению емкости подземных резервуаров для хранения попутного нефтяного газа, а также уменьшает риск выхода метана (который является парниковым газом) на поверхность. Организовывать подземные хранилища газа наиболее действенно будет в условиях распространения многолетнемерзлых пород [7]. Оценки возможности создания подземных хранилищ газа в газогидратном состоянии в зонах многолетней мерзлоты приведены в работе [8].

Для реализации технологии хранения попутного нефтяного газа в пористых коллекторах в газогидратной форме необходимы предварительные исследования. При этом стоит отметить важность математического моделирования, так как полученные при теоретическом изучении результаты могут существенным образом уменьшить объем необходимых экспериментальных и промысловых данных [9, 10]. При теоретическом описании фильтрационного течения с учетом физико-химических превращений широко используются уравнения механики многофазных сред [9]. Системы таких в общем случае нелинейных дифференциальных уравнений и основополагающие принципы их применения представлены в монографиях Р. И. Нигматулина [11, 12].

Математическое моделирование образования газогидрата при нагнетании газа в пористую среду, изначально насыщенную газом и льдом, было проведено в работе [13]. В этой работе процесс гидратообразования рассматривался в автомодельном приближении для пласта полу-бесконечной протяженности. Однако все реальные пласты имеют хотя и достаточную протяженность, но все же ограничены в размерах. Поэтому автомодельные решения оказываются справедливыми только для начальных времен процесса гидратообразования, когда влияние правой границы еще не существенно. Для получения решений, адекватно описывающих рассматриваемый процесс для последующих этапов времени, возникает необходимость в построении численных схем, пригодных для пластов конечной протяженности. Известно, что большинство численных методов решения задач с фазовым переходом (задач Стефана) условно можно разделить на две группы: схемы сквозного счета и схемы с явным выделением фронта. Алгоритмы сквозного счета особенно широко применяются для многомерных задач, однако точность расчета как значения температуры, так и положения границы раздела фаз сильно зависит от параметра сглаживания, определить который часто довольно непросто. Поэтому в представленной работе для решения задачи используется метод ловли фронта в узел пространственной сетки.

В данной работе предложена математическая модель для описания процесса образования газового гидрата при нагнетании газа в пористый пласт конечной длины, насыщенный в исходном состоянии метаном и льдом. Проведено численное исследование данного процесса. При этом рассмотрены различные случаи образования газового гидрата, а именно: фазовый переход происходит либо на фронтальной поверхности, либо в протяженной области.

§ 1. Постановка и алгоритм решения задачи

Рассмотрим горизонтальный пористый пласт длины L , поры которого в начальный момент времени $t = 0$ заполнены газом (метаном) и льдом. Начальная льдонасыщенность ν пористого коллектора известна. Положим, что давление p_0 и температура T_0 в пласте при $t = 0$ соответствуют условиям существования газа и льда в свободном (не газогидратном) состоянии. Пусть через левую границу пласта ($x = 0$) начинает закачиваться нефтяной газ с известной температурой T_e и давлением p_e . В работе с целью упрощения дальнейших выкладок и расчетов за параметры закачиваемого газа приняты параметры метана (также стоит отметить, что для большинства нефтяных месторождений основной компонент попутного нефтяного газа — это метан).

В данной работе кровлю, подошву и боковые грани пласта будем считать непроницаемыми и рассматривать одномерную постановку задачи. Использование плоскоодномерного приближения справедливо при достаточно высоких значениях толщины и ширины пласта. Так, характерные размеры области l , в которой будет сказываться температурное влияние кровли, подошвы и боковых граней пласта, можно оценить следующим образом:

$$l \approx \sqrt{\frac{\lambda}{\rho c} t},$$

где ρc и λ — удельная объемная теплоемкость и коэффициент теплопроводности системы «пористый пласт–насыщающее вещество», t — время.

Например, для значений $\lambda = 2$ Вт/(м · К), $\rho c = 2 \cdot 10^6$ Дж/(К · м³) и $t = 1000$ сут имеем $l \approx 10$ м. Поэтому, например, для значений времени $t < 1000$ сут и непроницаемых верхней, нижней и боковых граней пласта плоскоодномерное приближение справедливо для случая, когда поперечные размеры пласта удовлетворяют условию

$$l \gg 10 \text{ м.}$$

Значения T_e и p_e являются постоянными и на фазовой диаграмме для системы «СН₄–Н₂О» расположены в области стабильного существования гидрата метана, т.е. выше кривой трехфазного равновесия «газ–лед–гидрат». Таким образом, в пласте возможно образование газового

гидрата и в пористой среде можно выделить три характерные области. В зоне (назовем ее ближней), примыкающей к границе нагнетания газа, поры заполнены метаном и его гидратом. Дальняя область, которая примыкает к правой границе пласта, насыщена метаном и льдом. Также возможно существование промежуточной зоны, где газ, лед и газогидрат находятся в состоянии термодинамического равновесия. Соответственно, на поверхности между ближней и промежуточной областями ($x = x_{(n)}$) начинается процесс образования газового гидрата, а на границе, разделяющей промежуточную и дальнюю зоны ($x = x_{(d)}$), этот процесс заканчивается.

При описании процесса тепломассопереноса в пористых средах примем, что данный процесс является однотемпературным. Будем полагать, что фильтрационное течение газа является безынерционным и подчиняется закону Дарси. Пусть отсутствуют изменение объема льда и газогидрата, а также нет деформации породы, т. е. скелет пористой среды, лед и гидрат несжимаемы и неподвижны, а пористость пласта m постоянна. Положим, что метан является калорически совершенным газом [13–18]:

$$m, \rho_{sk}, \rho_h, \rho_i = \text{const}, \quad v_{sk} = v_h = v_i = 0, \quad p = \rho_g R_g T,$$

где ρ_j и v_j ($j = sk, h, i$) — истинная плотность и скорость j -й фазы соответственно, R_g — газовая постоянная. Нижние индексы sk, h, i, g соответствуют параметрам скелета, газогидрата, льда и газа. Гидрат метана является двухкомпонентной системой с массовой концентрацией газа G .

Система нелинейных дифференциальных уравнений для описания процесса гидратообразования в пористой среде включает в себя уравнения сохранения масс (газа и льда), уравнение притока тепла и уравнение Дарси. Эта система в плоскоодномерном случае при сделанных допущениях имеет вид [10, 13–18]

$$\frac{\partial}{\partial t} (m S_g \rho_g) + \frac{\partial}{\partial x} (m S_g v_g \rho_g) = -m G \rho_h \frac{\partial S_h}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (m S_i \rho_i) = -m (1 - G) \rho_h \frac{\partial S_h}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_g c_g m S_g v_g \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + m S_g \frac{\partial p}{\partial t} + m \rho_h L_h \frac{\partial S_h}{\partial t}, \quad (3)$$

$$m S_g v_g = -\frac{k_g}{\mu_g} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (4)$$

Здесь x — координата, t — время, S_j ($j = g, i, h$) — насыщенность пор j -й фазой ($\sum_j S_j = 1$), c_g и μ_g — удельная массовая теплоемкость и динамическая вязкость газа, L_h — теплота образования гидрата метана. Удельную объемную теплоемкость ρc и коэффициент теплопроводности λ будем считать постоянными величинами, так как они определяются в основном параметрами скелета. Второе слагаемое в правой части уравнения притока тепла (3) отвечает за баротермический эффект (эффект адиабатического сжатия). Считая газ калорически совершенным, для величины изменения температуры газа за счет эффекта адиабатического сжатия газа имеем

$$\Delta T = m \eta \Delta p,$$

где $\eta = \frac{1}{\rho_g c_g}$ — коэффициент адиабатического сжатия калорически совершенного газа (метана).

Поскольку перепады давления, рассматриваемые в статье, имеют порядок нескольких атмосфер, то величина изменения температуры газа (метана), если не учитывать теплообмен со скелетом пористой среды, составит порядка градуса. Однако в работе рассматриваются такие характерные времена, за которые температура газа и температура пористой среды успевают выравниваться. Поскольку удельная объемная теплоемкость пористого скелета ρc на два порядка

превосходит удельную объемную теплоемкость метана $\rho_g c_g$, то величина изменения температуры всей системы за счет эффекта адиабатического расширения газа будет порядка сотой доли градуса.

Зависимость коэффициента фазовой проницаемости для газа от исходной газонасыщенности зададим на основе формулы Козени [19]:

$$k_g = k_* \frac{(m S_g)^3}{(1 - m S_g)^2} \approx k_0 S_g^3, \quad k_0 = k_* m^3,$$

где k_0 — абсолютная проницаемость пласта.

Для описания кривой трехфазного равновесия «газ–вода–гидрат» использована следующая корреляция:

$$T = T_0 + T_* \ln \left(\frac{p}{p_{s0}} \right), \quad (5)$$

где T_* и p_{s0} — эмпирические параметры, зависящие от вида газогидрата.

На подвижных границах фазового перехода запишем соотношения, которые следуют из законов сохранения масс (газа и льда) и тепла:

$$\begin{aligned} [m S_g \rho_g (v_g - \dot{x}_{(j)}) - m G \rho_h S_h \dot{x}_{(j)}] &= 0, \quad [m (S_i \rho_i + G \rho_h S_h) \dot{x}_{(j)}] = 0, \\ \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right] &= [m \rho_h L_h S_h \dot{x}_{(j)}]. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $[\psi]$ — скачок параметра ψ на поверхности фазового перехода $x = x_{(j)}$ ($j = n, d$), $\dot{x}_{(j)}$ — скорость ее движения.

Так как в исходном состоянии пласт насыщен метаном и льдом, то начальные условия примут вид

$$t = 0: \quad p = p_0, \quad T = T_0 \quad (0 \leq x \leq L). \quad (7)$$

В соответствие с поставленной задачей запишем условия на левой границе пласта:

$$t > 0: \quad p = p_e, \quad T = T_e \quad (x = 0). \quad (8)$$

Таким образом, при $x = 0$ происходит мгновенное понижение температуры до значения температуры нагнетания газа T_e и повышение давления до величины p_e . При $x = L$ можно принять условие, которое соответствует непроницаемой:

$$t > 0: \quad \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (x = L), \quad (9)$$

или открытой:

$$t > 0: \quad p = p_0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (x = L) \quad (10)$$

для потока газа правой границы пласта.

На основе системы нелинейных дифференциальных уравнений (1)–(3) с учетом закона Дарси (4) и уравнения состояния газа можно записать уравнения температуро- и пьезопроводности для ближней и дальней зон пласта:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{k_g}{m \mu_g S_g} \frac{\partial}{\partial x} \left(p \frac{\partial p}{\partial x} \right), \quad (11)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa^{(T)} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{c_g k_g}{\mu_g \rho c} \frac{p}{R_g T} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (12)$$

где $\kappa^{(T)} = \lambda / \rho c$ — коэффициент температуропроводности пласта.

Уравнения для нахождения распределений давления и, соответственно, температуры, а также гидратонасыщенности в промежуточной области имеют вид

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{k_g}{m\mu_g S_g} \frac{\partial}{\partial x} \left(p \frac{\partial p}{\partial x} \right) - \frac{\Re T}{\Delta T} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\aleph^{(T)} \Re T}{\Delta T} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{c_g k_g \Re}{\mu_g \rho c} \frac{p}{\Delta T} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial S_h}{\partial t} = \frac{1}{\Delta T} \left[\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa^{(T)} \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \frac{c_g k_g}{\mu_g \rho c} \frac{p}{R_g T} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} \right]. \quad (14)$$

Положим, что при нагнетании метана в пористый коллектор на границе $x = x_{(n)}$, разделяющей промежуточную и ближнюю зоны, происходит скачок гидратонасыщенности от значения $S_{h(n)}^- = S_{h(1)} > 0$ до $S_{h(n)}^+ > 0$. Этот скачок обусловлен переходом на поверхности $x = x_{(n)}$ части воды в газогидратное состояние. Тогда условия (6) можно переписать следующим образом:

$$\frac{k_{g(n)}^+}{\mu_g} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{(n)}^+ - \frac{k_{g(n)}^-}{\mu_g} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{(n)}^- = m \dot{x}_{(n)} \left[S_{g(n)}^- - S_{g(n)}^+ + \frac{\rho_h G (S_{h(n)}^- - S_{h(n)}^+)}{\rho_{g(n)}} \right], \quad (15)$$

$$\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{(n)}^- - \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{(n)}^+ = m \rho_h L_h (S_{h(n)}^- - S_{h(n)}^+) \dot{x}_{(n)}, \quad (16)$$

где $S_{h(1)}$ — гидратонасыщенность ближней зоны.

На поверхности $x = x_{(d)}$, которая разделяет дальнюю и промежуточную области, условия (6) можно представить в виде

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{(d)}^- = \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_{(d)}^+, \quad (17)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{(d)}^- = \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{(d)}^+. \quad (18)$$

Решение задачи (11)–(18) с начально-граничными условиями (6)–(10) осуществлялось на основе метода ловли фронта в узел пространственной сетки [20] с шагом по координате $h = L/n$, где n — число точек разбиения. Суть указанного метода состоит в том, что за неизвестный временной шаг τ , определяемый в ходе решения задачи, ближний фронт проходит по координатной сетке ровно на величину h . Уравнениям (11)–(18), а также условиям (8)–(10) и (15)–(16) ставятся в соответствие неявные дискретные аналоги. При этом на каждом временном шаге очередные приближения распределений давления, температуры и гидратонасыщенности, а также положение дальней границы фазового перехода проводились методом итераций следующим образом. Из уравнений (11) и (13) с условиями (8), (9) или (10), (15) и (17) находится очередное распределение давления в пласте, а из (5) — «новое» распределение температуры в протяженной области. По найденным давлению и температуре из неявного аналога (14) определяется очередное распределение гидратонасыщенности. При этом очередное положение дальнего фронта будем относить к какому-либо узлу, в котором величина гидратонасыщенности равна нулю с некоторой погрешностью, поскольку, согласно постановке рассматриваемой задачи, на дальней границе процесс гидратообразования заканчивается и значение гидратонасыщенности равно нулю. Распределения температуры в ближней и дальней областях находятся из уравнения теплопроводности (12) совместно с условиями (8), (9) и (18), а уточненное значение временного шага — как среднее геометрическое времен, полученных из дискретных аналогов (15) и (16).

§ 2. Результаты расчетов

На рис. 1 для момента времени $t = 3.2$ сут приведены поля давления, температуры и гидратонасыщенности в случае непроницаемой правой границы (условие (9)) при разных значениях давления инъекции. Для других параметров, характеризующих систему «пористый пласт – насыщающее вещество» приняты следующие значения: $T_e = 265$ К, $L = 50$ м, $k_0 = 10^{-14}$ м², $m = 0.2$, $G = 0.12$, $\nu = 0.35$, $\mu_g = 10^{-5}$ Па · с, $\lambda = 2$ Вт/(м · К), $L_h = 1.66 \cdot 10^5$ Дж/кг, $\rho_h = 900$ кг/м³, $\rho_i = 900$ кг/м³, $T_0 = 271$ К, $T_* = 30$ К, $p_0 = 1.7$ МПа, $p_{s0} = 2.38$ МПа. Как следует из рис. 1, образование газового гидрата может происходить в трех режимах. Так, при невысокой интенсивности нагнетания газа (рис. 1, а) образование гидрата происходит на фронтальной поверхности, которая является частным случаем гидратообразования в протяженной области, когда ее ближняя и дальняя границы совпадают, т. е. при $x_{(n)} = x_{(d)}$. При нагнетании газа под более высоким давлением (рис. 1, б) гидратообразование происходит в протяженной области. Из данных, представленных на этом рисунке, видно, что температура пласта поднимается выше исходной. Такое повышение температуры обусловлено выделением скрытой теплоты образования газогидрата при высокой интенсивности фазовых переходов. Дальнейшее повышение давления закачиваемого газа определяет дальнейший рост температуры пласта, и при $p_e = 2.6$ МПа она поднимается выше температуры плавления льда (рис. 1, в). Поэтому в этом случае рассмотренная модель с образованием газогидрата из льда дает физически противоречивое решение. Для устранения этого противоречия необходимо вводить еще одну область пористой среды, в которой содержатся газ, гидрат и вода.

На рис. 2 приведены поля температуры, давления и гидратонасыщенности в различные моменты времени после начала нагнетания газа для случая непроницаемой правой границы пласта. Из данных, представленных на этом рисунке, видно, что в момент времени $t = 1.3$ сут в пористом коллекторе содержатся все три выделенные области. К моменту времени $t = 6$ сут поверхность раздела дальней и промежуточной областей $x = x_{(d)}$ достигает правой границы пласта. Таким образом, в пористой среде остается лишь две зоны: ближняя, насыщенная газом и его гидратом, и дальняя, в которой поры пласта содержат лед, метан и его гидрат. Также стоит отметить, что распределения температуры, давления и гидратонасыщенности в дальней области при $t = 6$ сут имеют монотонный характер. Так как правая граница является непроницаемой, то с течением времени давление для всех точек пласта выравнивается и становится равным давлению нагнетаемого газа. В этом случае движение газа в пласте прекращается, и при $t = 6$ сут в дальней области значения температуры и гидратонасыщенности имеют постоянное значение.

На рис. 3 представлены поля температуры и гидратонасыщенности для случая открытой правой границы при $p_e = 2.5$ МПа и $p_0 = 2$ МПа. Остальные параметры соответствуют рис. 2. При таких параметрах нагнетания метана в пористый коллектор гидратообразование происходит в протяженной зоне. Из данных, представленных на рис. 3, видно, что с течением времени граница $x = x_{(d)}$ движется назад, навстречу ближней границе $x = x_{(n)}$. При этом наблюдается уменьшение значения гидратонасыщенности в протяженной области и незначительное снижение температуры в ней. Таким образом, в зоне равновесия льда, метана и его гидрата происходит частичная диссоциация ранее образовавшегося газового гидрата. Это в первую очередь связано с конвективным сносом нагретого (за счет тепла, выделившегося при гидратообразовании на границе $x = x_{(n)}$) метана при его фильтрации в протяженной области. Слияние двух границ означает, что процесс гидратообразования происходит уже на фронтальной поверхности $x = x_{(n)}$. На рис. 3 такой режим показан для момента времени $t = 1500$ сут.

На рис. 4, а представлены зависимость координаты ближней поверхности фазовых превращений от времени при параметрах нагнетаемого газа и системы, соответствующих рис. 3. Как видно из рисунка, скорость движения поверхности $x = x_{(n)}$ в случае непроницаемой правой границы пласта выше, чем при открытой. Это объясняется тем, что в первом случае достаточно быстро реализуется случай, когда в пласте существуют две области, причем дальняя насыщена газом и гидратом с постоянной гидратонасыщенностью. В этом случае часть льда уже перешла в гидратное состояние, льдонасыщенность уменьшилась. Во втором случае режим образова-

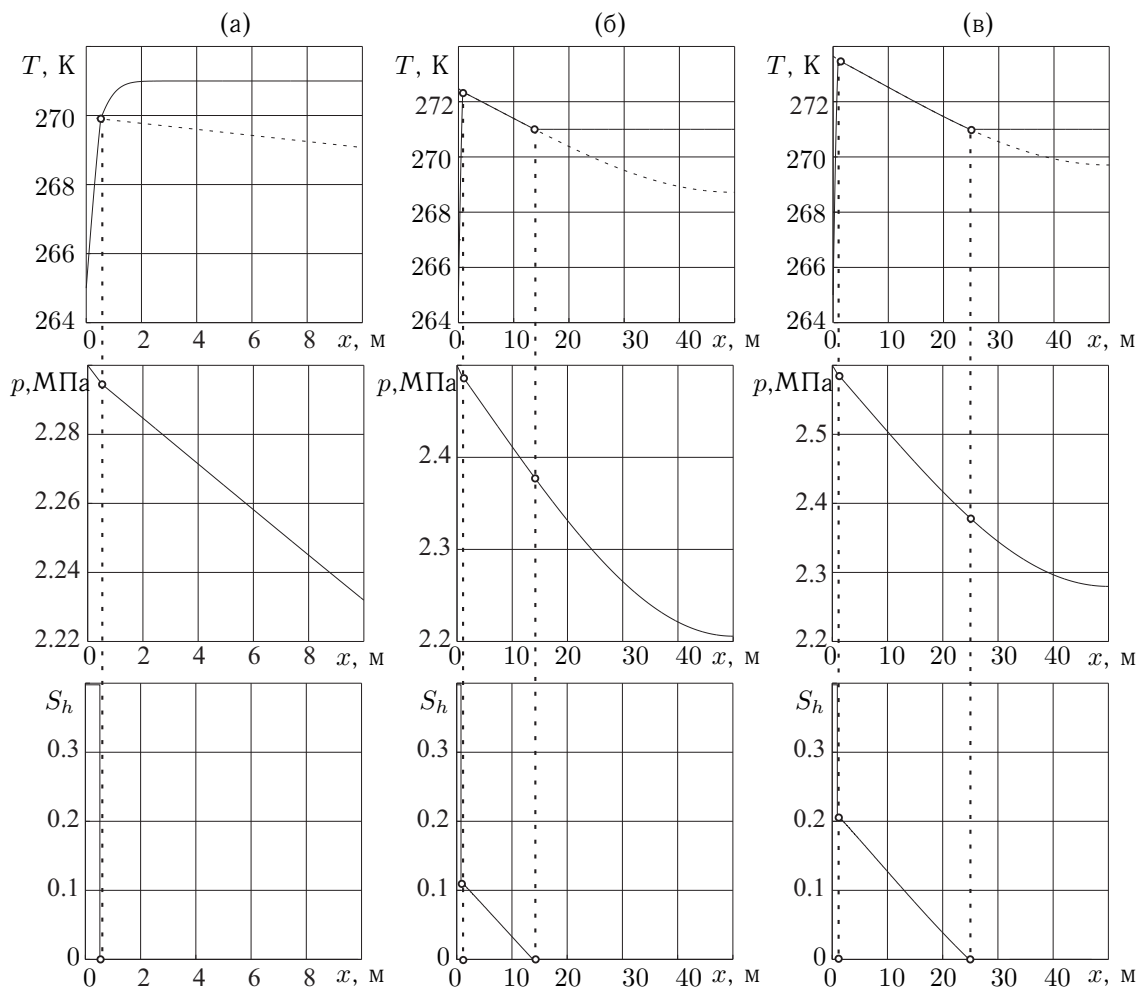


Рис. 1. Распределение по координате x температуры, давления и гидратонасыщенности пласта: а) $p_e = 2.3$ МПа; б) $p_e = 2.5$ МПа; в) $p_e = 2.6$ МПа

ния гидрата в протяженной области сменяется режимом гидратообразования на фронтальной поверхности. Поэтому количество льда, которое необходимо связать с газом, не изменилось.

Зависимости координаты ближней границы фазовых превращений от времени при продувке пласта для различных значений начального давления представлены на рис. 4, б. Как следует из рисунка, при уменьшении начального давления скорость движения границы фазового перехода снижается. Это объясняется тем, что уменьшение исходного давления приводит к тому, что на плоскости фазовой диаграммы (p, T) точки, характеризующие состояние системы, сильнее отдаляются от равновесной кривой гидратообразования в область существования газа и льда в свободном (несвязанном) состоянии.

На рис. 5, а приведена зависимость координаты границы фазовых переходов от времени для случая открытой правой границы пласта и нагнетания газа под давлением $p_e = 2.3$ МПа. Для данного случая образование газового гидрата происходит на фронтальной поверхности. Из данных, представленных на рис. 3, видно, что граница $x_{(n)}^*$, а затем ее движение прекращается. При этом в области пласта при $x > x_{(n)}^*$ содержатся лишь газ и лед, а в области $x < x_{(n)}^*$ — только метан и его гидрат. Это объясняется тем, что с момента остановки границы фазового перехода, температура пласта становится равной равновесной температуре гидратообразования. При этом равновесная температура, как следует из рис. 5, б, имеет вид прямой, убывающей в глубь пласта. Поэтому существует такая точка $x = x_{(n)}^*$, в которой равновесная температура образования газового гидрата совпадает с температурой пласта. В зоне пласта при $x > x_{(n)}^*$

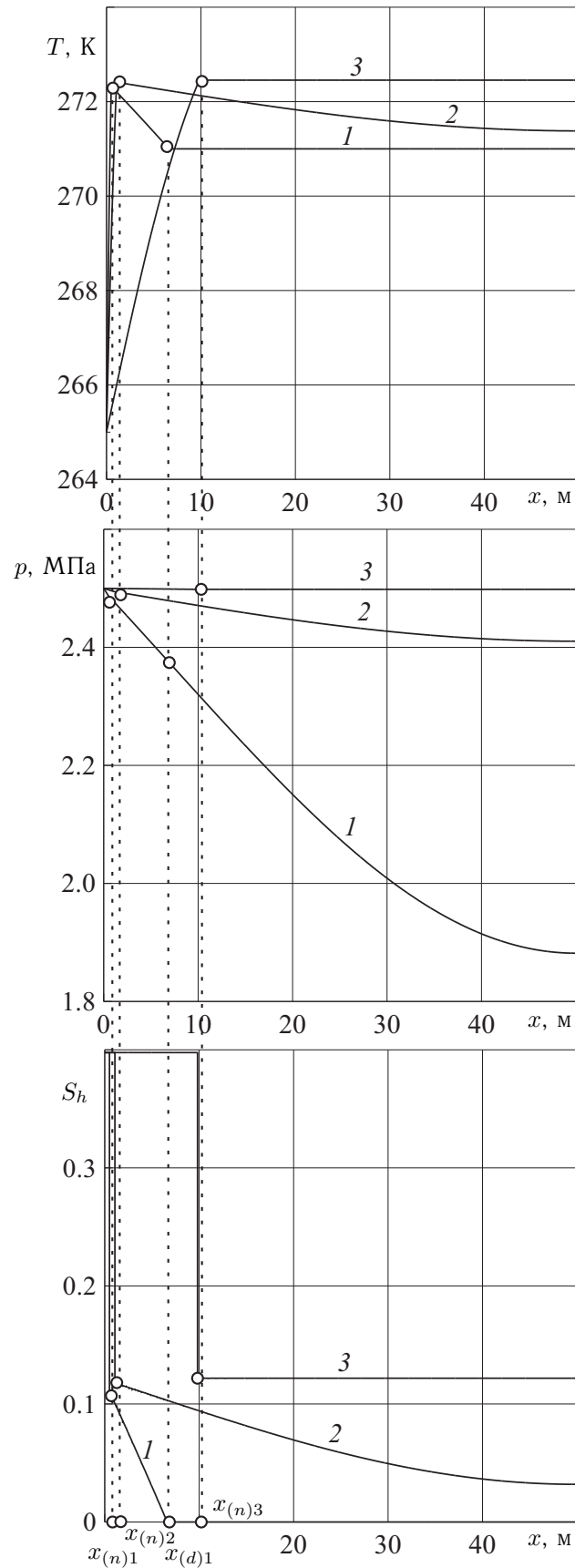


Рис. 2. Распределение по координате x температуры, давления и гидратонасыщенности пласта, $p_e = 2.5$ МПа:
 1 – $t = 1.3$ сут; 2 – $t = 6$ сут; 3 – $t = 500$ сут

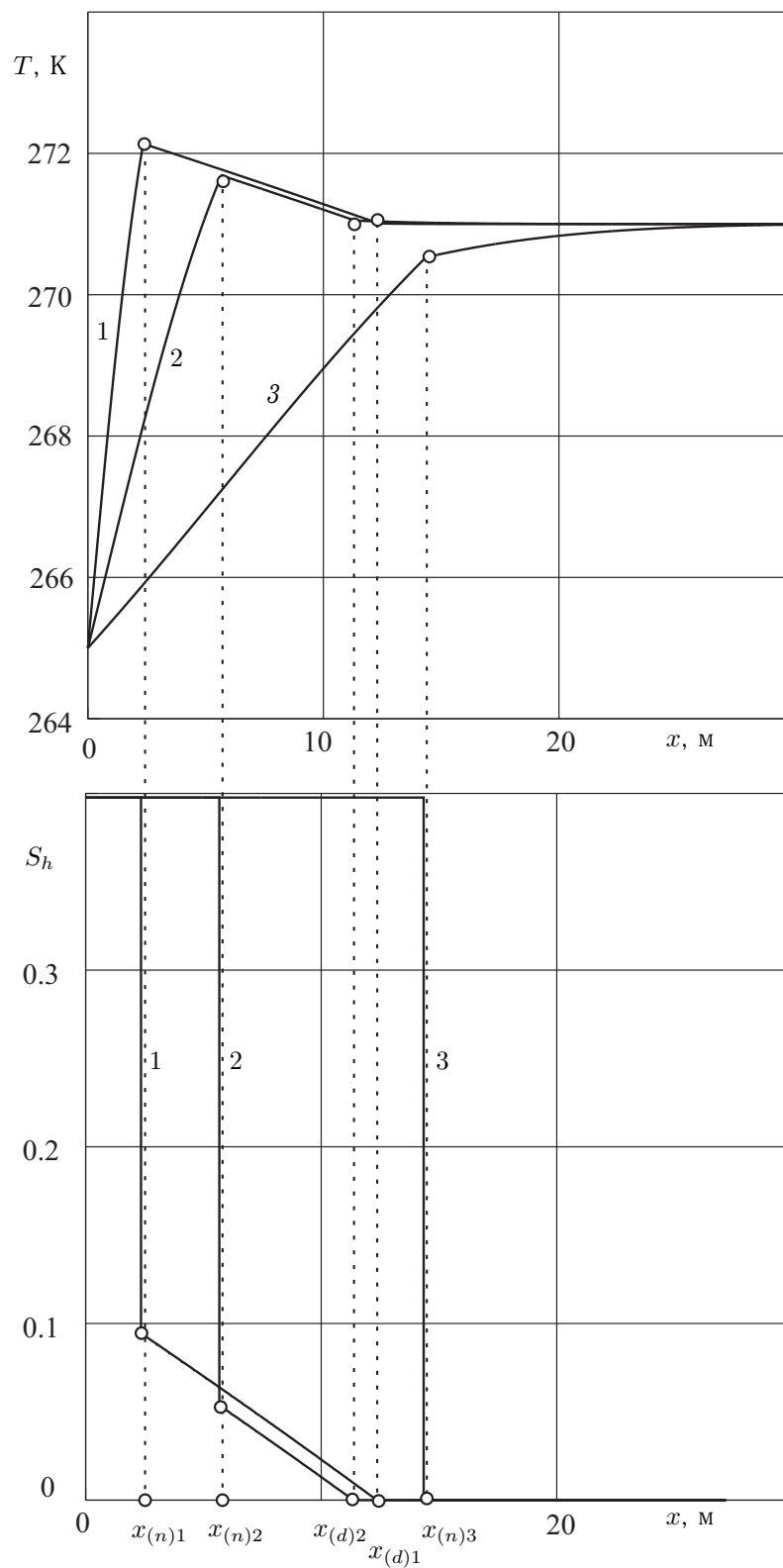


Рис. 3. Распределение по координате x температуры и гидратонасыщенности пласта для случая граничного условия (10): 1 – $t = 30$ сут; 2 – $t = 280$ сут; 3 – $t = 1500$ сут

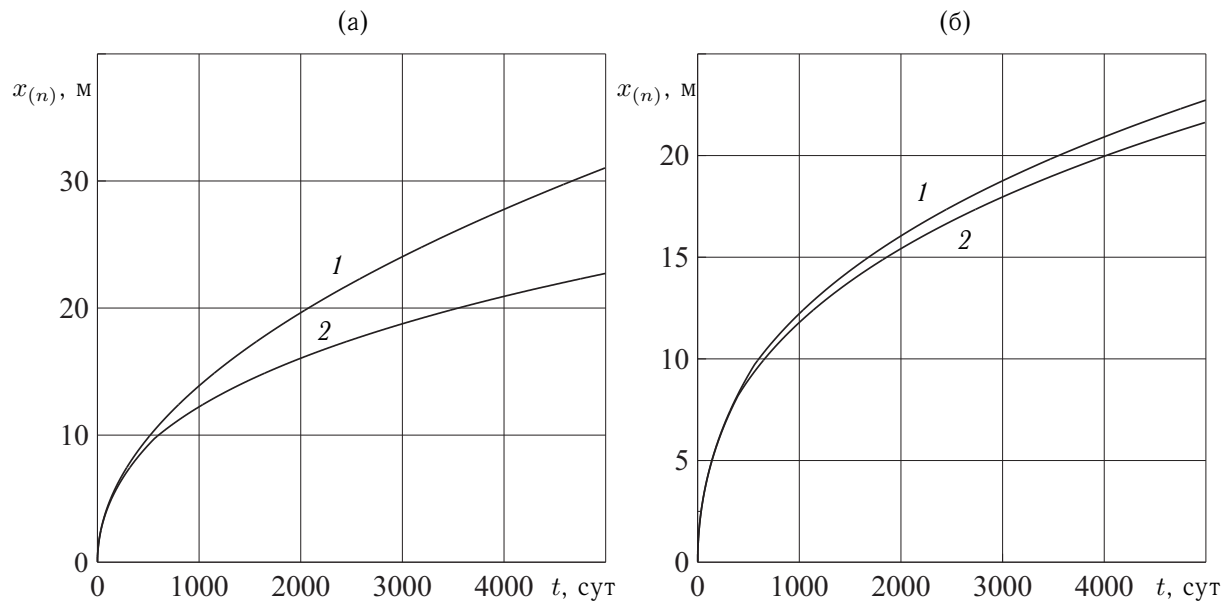


Рис. 4. Зависимость координаты $x = x_{(n)}$ от времени для случая: а) непроницаемой (1) и открытой (2) правой границы пласта; б) открытой правой границы пласта при $p_0 = 2$ МПа (1) и $p_0 = 1.9$ МПа (2)

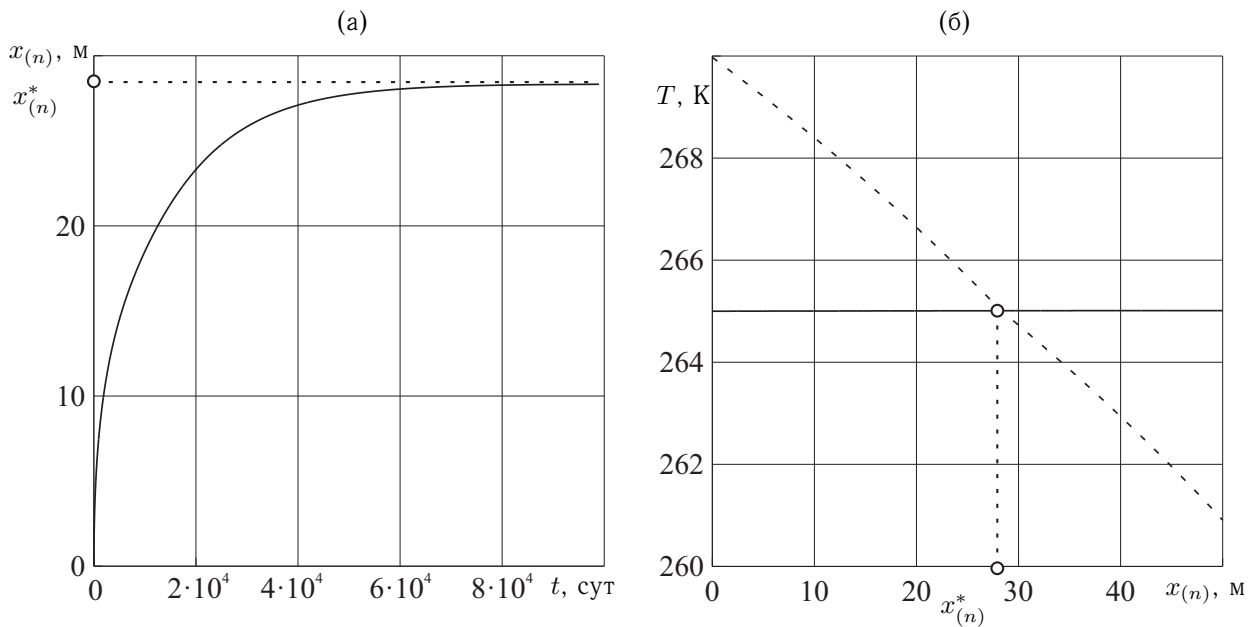


Рис. 5. а) эволюция во времени координаты $x = x_{(n)}$ для случая открытой (2) правой границы пласта; б) распределение по координате x температуры (сплошная) и равновесной температуры (пунктирная) на момент остановки фронта

значения давления и температуры будут соответствовать условию существования метана и льда в свободном состоянии, а в области $x < x_{(n)}^*$ — метана и его гидрата. Таким образом, для гидратации всего пласта без остановки поверхности фазовых превращений необходимо, чтобы температура нагнетаемого газа T_e удовлетворяла следующему условию:

$$T_e < T_0 + T_* \ln \left(\frac{p_0}{p_{s0}} \right).$$

§ 3. Выводы

На основе представленной математической модели решена задача об образовании гидрата в пористых пластах конечной длины, изначально содержащих газ и лед. Показано, что гидратообразование может происходить как в протяженной зоне, так и на фронтальной границе. Установлено, что гидратообразование в протяженной области для случая открытой правой границы пласта приводит к его диссоциации газового гидрата и вырождению этой области во фронтальную поверхность. Показано, что при температуре нагнетаемого газа выше равновесной температуры гидратообразования, соответствующей исходному давлению в пористом коллекторе, реализуется для случая открытой правой границы пласта режим с остановкой границы фазового перехода.

Финансирование. Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18–29–10023.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sloan E.D., Koh C.A. Clathrate hydrates of natural gases. Boca Raton: CRC Press, 2007. 752 p.
2. Makogan Y.F. Hydrates of hydrocarbons. Tulsa: PennWell Publishing Company, 1997. 482 p.
3. Veluswamy H.P., Kumar A., Seo Y., Lee J.D., Linga P. A review of solidified natural gas (SNG) technology for gas storage via clathrate hydrates // Applied Energy. 2018. Vol. 216. P. 262–285. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2018.02.059>
4. Borchardt L., Casco M.E., Silvestre-Albero J. Methane hydrate in confined spaces: An alternative storage system // ChemPhysChem. 2018. Vol. 19. Issue 11. P. 1298–1314. <https://doi.org/10.1002/cphc.201701250>
5. Zhang B., Zheng J., Yin Z., Liu C., Wu Q., Liu C., Gao X., Zhang Q. Methane hydrate formation in mixed-size porous media with gas circulation: Effects of sediment properties on gas consumption, hydrate saturation and rate constant // Fuel. 2018. Vol. 233. P. 94–102. <https://doi.org/10.1016/j.fuel.2018.06.055>
6. Chen L.-T., Li N., Sun C.-Y., Chen G.-J., Koh C.A., Sun B.-J. Hydrate formation in sediments from free gas using a one-dimensional visual simulator // Fuel. 2017. Vol. 197. P. 298–309. <https://doi.org/10.1016/j.fuel.2017.02.034>
7. Дучков А.Д., Соколова Л.С., Аюнов Д.Е., Пермяков М.Е. Оценка возможности захоронения углекислого газа в криолитозоне Западной Сибири // Криосфера Земли. 2009. Т. 13. № 4. С. 62–68. <https://elibrary.ru/item.asp?id=13009708>
8. Бондарев Э.А., Рожин И.И., Попов В.В., Аргунова К.К. Оценка возможности подземного хранения гидратов природного газа в зоне многолетней мерзлоты // Криосфера Земли. 2015. Т. 19. № 4. С. 64–74. <https://elibrary.ru/item.asp?id=25028090>
9. Цыпкин Г.Г. Течения с фазовыми переходами в пористых средах. М.: Физматлит, 2009. 232 с.
10. Шагапов В.Ш., Мусакаев Н.Г. Динамика образования и разложения гидратов в системах добычи, транспортировки и хранения газа. М.: Наука, 2016. 240 с.
11. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 366 с.
12. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 2. М.: Наука, 1987. 360 с.
13. Гималтдинов И.К., Хасанов М.К. Математическая модель образования газогидрата при инъекции газа в пласт, частично насыщенный льдом // Прикладная математика и механика. 2016. Т. 80. Вып. 1. С. 80–90.

14. Shagapov V.S., Khasanov M.K., Musakaev N.G., Duong N.H. Theoretical research of the gas hydrate deposits development using the injection of carbon dioxide // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2017. Vol. 107. P. 347–357.
<https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.11.034>
15. Шагапов В.Ш., Хасанов М.К., Гималтдинов И.К., Столповский М.В. Численное моделирование образования газогидрата в пористом пласте конечной протяженности при продувке его газом // Прикладная механика и техническая физика. 2011. Т. 52. № 4 (308). С. 116–126.
<https://elibrary.ru/item.asp?id=16973567>
16. Musakaev N.G., Borodin S.L., Khasanov M.K. The mathematical model of the gas hydrate deposit development in permafrost // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2018. Vol. 118. P. 455–461. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.10.127>
17. Шагапов В.Ш., Чиглинцева А.С. О нагнетании гидратообразующего газа в снежный массив, насыщенный тем же газом, при переходе через точку плавления льда // Теплофизика и аэромеханика. 2018. Т. 25. № 1. С. 89–104.
18. Чиглинцева А.С. Автомодельное решение задачи образования гидрата в снежном массиве // Вычислительная механика сплошных сред. 2017. Т. 10. № 2. С. 212–224.
<https://doi.org/10.7242/1999-6691/2017.10.2.18>
19. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 211 с.
20. Васильев В.И., Попов В.В., Тимофеева Т.С. Вычислительные методы в разработке месторождений нефти и газа. Новосибирск: Издательство СО РАН, 2000. 127 с.

Поступила в редакцию 17.01.2019

Хасанов Марат Камилович, к. ф.-м. н., доцент, кафедра прикладной информатики и программирования, Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета, 453103, Россия, г. Стерлитамак, пр. Ленина, 49.

E-mail: hasanovmk@mail.ru

Столповский Максим Владимирович, к. ф.-м. н., доцент, кафедра физики, Уфимский государственный нефтяной технический университет, 450062, Россия, г. Уфа, ул. Космонавтов, 1.

E-mail: s_maxim.pmm@mail.ru

Мусакаев Наиль Габсалямович, д. ф.-м. н., главный научный сотрудник, Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, 625026, Россия, г. Тюмень, ул. Таймырская, 74;

профессор, кафедра разработки и эксплуатации нефтяных и газовых месторождений, Тюменский индустриальный университет, 625000, Россия, г. Тюмень, ул. Володарского, 38.

E-mail: musakaev@ikz.ru

Ягафарова Рита Радиковна, магистрант, Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета, 453103, Россия, г. Стерлитамак, пр. Ленина, 49.

E-mail: rita.yagafarova@bk.ru

M. K. Khasanov, M. V. Stolpovsky, N. G. Musakaev, R. R. Yagafarova

Numerical solutions of the problem of gas hydrate formation upon injection of gas into a porous medium partly saturated by ice

Citation: *Vestnik Udmurtskogo Universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye Nauki*, 2019, vol. 29, issue 1, pp. 92–105 (in Russian).

Keywords: system of nonlinear differential equations, filtration flow, gas injection, gas hydrates, porous medium.

MSC2010: 93A30

DOI: [10.20537/vm190109](https://doi.org/10.20537/vm190109)

In the framework of the methods and equations of the mechanics of multiphase media, a mathematical model is constructed for the formation of gas hydrate during the injection of methane into a reservoir of finite length saturated with methane and ice. The problem under study is reduced to the problem of finding two moving boundaries of phase transitions. Based on the method of catching the front in the node of the spatial grid, numerical solutions of the problem are obtained. The distributions along the spatial coordinate of temperature, pressure, and hydrate saturation are found, and the time evolution of the coordinates of the phase transition boundaries is given. Analysis of the results of computational experiments has shown that the formation of methane gas hydrate can occur both at the frontal boundary and in the extended zone. It has been established that part of the gas hydrate formed in the extended region can be further decomposed into gas and water. In this case, the extended region of hydrate formation will degenerate into the frontal surface.

Funding. The reported study was funded by RFBR according to the research project 18–29–10023.

REFERENCES

1. Sloan E.D., Koh C.A. *Clathrate hydrates of natural gases*, Boca Raton: CRC Press, 2007, 752 p.
2. Makogan Y.F. *Hydrates of hydrocarbons*, Tulsa: PennWell Publishing Company, 1997, 482 p.
3. Veluswamy H.P., Kumar A., Seo Y., Lee J.D., Linga P. A review of solidified natural gas (SNG) technology for gas storage via clathrate hydrates, *Applied Energy*, 2018, vol. 216, pp. 262–285. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2018.02.059>
4. Borchardt L., Casco M.E., Silvestre-Albero J. Methane hydrate in confined spaces: An alternative storage system, *ChemPhysChem*, 2018, vol. 19, issue 11, pp. 1298–1314. <https://doi.org/10.1002/cphc.201701250>
5. Zhang B., Zheng J., Yin Z., Liu C., Wu Q., Liu C., Gao X., Zhang Q. Methane hydrate formation in mixed-size porous media with gas circulation: Effects of sediment properties on gas consumption, hydrate saturation and rate constant, *Fuel*, 2018, vol. 233, pp. 94–102. <https://doi.org/10.1016/j.fuel.2018.06.055>
6. Chen L.-T., Li N., Sun C.-Y., Chen G.-J., Koh C.A., Sun B.-J. Hydrate formation in sediments from free gas using a one-dimensional visual simulator, *Fuel*, 2017, vol. 197, pp. 298–309. <https://doi.org/10.1016/j.fuel.2017.02.034>
7. Duchkov A.D., Sokolova L.S., Ayunov D.E., Permyakov M.E. Assessment of potential of West Siberian permafrost for the carbon dioxide storage, *Kriosfera Zemli*, 2009, vol. 13, no. 4, pp. 62–68 (in Russian). <https://elibrary.ru/item.asp?id=13009708>
8. Bondarev E.A., Rozhin I.I., Popov V.V., Argunova K.K. Assessment of possibility of natural gas hydrates underground storage in permafrost regions, *Kriosfera Zemli*, 2015, vol. 19, no. 4, pp. 64–74 (in Russian). <https://elibrary.ru/item.asp?id=25028090>
9. Tsyarkin G.G. *Techeniya s fazovymi perekhodami v poristykh sredakh* (Flows with phase transitions in porous media), Moscow: Fizmatlit, 2009, 232 p.
10. Shagapov V.Sh., Musakaev N.G. *Dinamika obrazovaniya i razlozheniya gidratov v sistemakh dobychi, transportirovki i khraneniya gaza* (Dynamics of formation and decomposition of hydrates in gas production, transportation and storage systems), Moscow: Nauka, 2016, 240 p.
11. Nigmatulin R.I. *Osnovy mekhaniki geterogennykh sred* (Fundamentals of mechanics of heterogeneous media), Moscow: Nauka, 1978, 366 p.
12. Nigmatulin R.I. *Dinamika mnogofaznykh sred. Chast' 2* (Dynamics of multiphase media. Part 2), Moscow: Nauka, 1987, 360 p.
13. Gimaltdinov I.K., Khasanov M.K. Mathematical model of the formation of a gas hydrate on the injection of gas into a stratum partially saturated with ice, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2016, vol. 80, issue 1, pp. 57–64. <https://doi.org/10.1016/j.jappmathmech.2016.05.009>
14. Shagapov V.S., Khasanov M.K., Musakaev N.G., Duong N.H. Theoretical research of the gas hydrate deposits development using the injection of carbon dioxide, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2017, vol. 107, pp. 347–357. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.11.034>
15. Shagapov V.Sh., Khasanov M.K., Gimaltdinov I.K., Stolpovskii M.V. Numerical modeling of formation of a gas hydrate in a finite-length porous bed purged by a gas, *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2011, vol. 52, issue 4, pp. 599–607. <https://doi.org/10.1134/S0021894411040134>
16. Musakaev N.G., Borodin S.L., Khasanov M.K. The mathematical model of the gas hydrate deposit development in permafrost, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2018, vol. 118, pp. 455–461. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.10.127>

17. Shagapov V.S., Chiglintseva A.S. On injection of hydrate-forming gas into a gas-saturated snowy agglomerate while transition through the ice melting point, *Thermophysics and Aeromechanics*, 2018, vol. 25, issue 1, pp. 85–99. <https://doi.org/10.1134/S0869864318010080>
18. Chiglintseva A.S. Self-similar solution of the problem of hydrate formation in snow massifs, *Computational Continuum Mechanics*, 2017, vol. 10, issue 2, pp. 212–224. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2017.10.2.18>
19. Barenblatt G.I., Entov V.M., Ryzhik V.M. *Dvizhenie zhidkosti i gazov v prirodnykh plastakh* (Movement of liquids and gases in natural formations), Moscow: Nedra, 1984, 211 p.
20. Vasil'ev V.I., Popov V.V., Timofeeva T.S. *Vychislitel'nye metody v razrabotke mestorozhdenii nefti i gaza* (Computational methods in the development of oil and gas), Novosibirsk: Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, 2000, 127 p.

Received 17.01.2019

Khasanov Marat Kamilovich, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Sterlitamak Branch of the Bashkir State University, pr. Lenina, 49, Sterlitamak, 453103, Russia.

E-mail: hasanovmk@mail.ru

Stolpovsky Maxim Vladimirovich, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Ufa State Petroleum Technological University, ul. Kosmonavtov, 1, Ufa, 450062, Russia.

E-mail: s_maxim.pmm@mail.ru

Musakaev Nail Gabsalyamovich, Doctor of Physics and Mathematics, Chief Researcher, Tyumen Branch of the Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, ul. Taimyrskaya, 74, Tyumen, 625026, Russia;

Professor, Industrial University of Tyumen, ul. Volodarskogo, 38, Tyumen, 625000, Russia.

E-mail: musakaev@ikz.ru

Yagafarova Rita Radikovna, Master Student, Sterlitamak Branch of the Bashkir State University, pr. Lenina, 49, Sterlitamak, 453103, Russia.

E-mail: rita.yagafarova@bk.ru