МАТЕМАТИКА 2018. Т. 28. Вып. 1

УДК 517.977

© *В. И. Ухоботов, И. С. Стабулит*

ДИНАМИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ ПОМЕХИ И С ЗАДАННЫМ МНОЖЕСТВОМ МОМЕНТОВ КОРРЕКЦИЙ[1]

Рассматривается динамическая управляемая система с помехой. Задано множество моментов коррекций управления. Рассматривается задача удержания фазовой точки в заданном семействе множеств в моменты коррекций. Допускается мгновенное изменение позиции. Найдены необходимые и достаточные условия возможности удержания. В качестве примера рассматривается дискретная линейная задача управления с помехой и одномерной целью. Условие одномерности цели означает, что модуль значения заданной линейной функции от фазовых переменных в фиксированный момент окончания процесса управления не должен превосходить заданного числа. Для этой задачи в явном виде найдены необходимые и достаточные условия, выполнение которых гарантирует существование допустимого управления, которое обеспечивает достижение цели при любой допустимой реализации помехи. Это управление построено в явном виде, причем информация о реализовавшемся значении помехи не используется. Построена помеха, которая гарантирует не достижение цели при любом допустимом управлении из начального состояния, не удовлетворяющего найденным условиям.

Ключевые слова: управление, помеха, коррекция.

DOI: 10.20537/vm180107

Введение

В работах [1, 2] рассматривались дифференциальные игры удержания, в которых цель одного из игроков заключается в том, чтобы фазовая точка находилась в некоторые моменты времени в заданных множествах. Была предложена процедура построения максимального стабильного моста [3, 4] для таких задач удержания.

В данной статье проводится дальнейшее исследование задач удержания, причем формализация этих задач делается для динамических управляемых систем [5] при наличии неконтролируемой помехи. Допускается возможность «мгновенного» перехода фазовой точки в новое состояние.

Такая ситуация возникает, например, в дифференциальных играх с импульсным управлением [6–9]. Построение управления осуществляется с помощью процедуры ее коррекции [10, 11]. Каждому моменту времени t поставлено в соответствие множество моментов коррекций. Используется процедура рекуррентных итераций. В случае, когда множество моментов коррекций не фиксировано, эта процедура использовалась при построении множеств разрешимости и для нахождения цены игры в работах [1, 2, 4, 11].

§ 1. Описание процесса управления

Заданы множество Z произвольной природы и некоторое непустое подмножество I множества вещественных чисел $\mathbb{R}$.

Заданы множество P значений управления u и множество Q значений помехи v.

Каждой паре $(z, t) \in Z \times I$ и любому числу τ, $t < \tau \in I$ поставлены в соответствие множества $U_t^\tau(z)$ программных управлений $u\colon [t, \tau] \to P$ и множество $V_t^\tau(z)$ программных реализаций $v\colon [t, \tau] \to Q$ помехи.

[1]Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18–01–00264 а.

Задано правило перехода точки z, согласно которому для любых $(z,t) \in Z \times I$, $t < \tau \in I$, $u(\cdot) \in U_t^\tau(z)$, $v(\cdot) \in V_t^\tau(z)$ в момент времени τ реализуется точка

$$z(\tau) = G_t^\tau(z, u(\cdot), v(\cdot)) \in Z. \tag{1}$$

Для каждой пары $(z,t) \in Z \times I$ определено еще правило «мгновенного» перехода, которое строится с помощью множеств $P_+(z,t)$ и $Q_+(z,t)$ значений управления u_+ и помехи v_+ «мгновенного» перехода. Для каждых $(z,t) \in Z \times I$, $u_+ \in P_+(z,t)$, $v_+ \in Q_+(z,t)$ определена точка $g(z,t,u_+,v_+) \in Z$. При выбранных $u_+ \in P_+(z,t)$, $v_+ \in Q_+(z,t)$ точка z «мгновенно» переходит в точку $g(z,t,u_+,v_+)$.

Для каждого $t \in I$ задано множество $L(t) \subset I$ возможных моментов коррекций $\tau \geqslant t$.

Процесс управления строится следующим образом. В начальный момент времени $t_0 \in I$ задано начальное состояние $z(t_0)$. Выбирается управление $u_+ \in P_+(z(t_0), t_0)$. При реализовавшейся помехе $v_+ \in Q_+(z(t_0), t_0)$ точка $z(t_0)$ переходит в состояние $z(t_0+0) = g(z(t_0), t_0, u_+, v_+)$. Если $t_0 = L(t_0)$, процесс управления считается оконченным.

Пусть $L(t_0) \neq t_0$. Тогда множество чисел $\tau \in L(t_0)$ и $\tau > t_0$ непусто. Выбираются число $t_1 \in L(t_0)$, $t_1 > t_0$ и управление $u_0(\cdot) \in U_{t_0}^{t_1}(z(t_0+0))$. Тогда при реализовавшейся помехе $v_0(\cdot) \in V_{t_0}^{t_1}(z(t_0+0))$ по формуле (1) при $t = t_0$, $z = z(t_0+0)$ и $\tau = t_1$ реализуется состояние $z(t_1)$. Оно принимается за начальное. Далее управление строится по правилу, описанному выше.

§ 2. Постановка задачи управления

При каждом $t \in I$ задано непустое множество $W(t) \subset Z$. Цель управления заключается в удержании траектории $z(t)$ во множествах $W(t)$ в моменты коррекций $t = t_i$ при любой допустимой реализации помехи.

Для строгой формализации задачи удержания введем одно понятие, которое учитывает факт наличия «мгновенного» перехода.

Определение 1. Пусть $X \subset Z$ и $t \in I$. Точка $z \in M_t(X)$ тогда и только тогда, когда существует $u_+ \in P_+(z,t)$ такое, что $g(z,t,u_+,v_+) \in X$ для любого $v_+ \in Q_+(z,t)$.

Задача 1. Фиксировано целое число $k \geqslant 1$. Требуется определить начальные состояния $t_0 \in I$, $z(t_0) \in Z$, откуда возможно осуществить включения

$$z(t_i) \in M_{t_i}(W(t_i)), \quad i = \overline{0,k}, \tag{2}$$

при любых допустимых реализациях помехи. Здесь моменты коррекций удовлетворяют условиям

$$t_0 < t_1 \in L(t_0), \quad t_1 < t_2 \in L(t_1), \quad \ldots, \quad t_{k-1} < t_k \in L(t_{k-1}), \quad t_k = L(t_k). \tag{3}$$

Задача 2. Задано множество $Y \subset Z$ и фиксировано число $k \geqslant 1$. Требуется определить начальные состояния $t_0 \in I$, $z(t_0) \in Z$, для каждого из которых можно построить моменты коррекций (3) и управление так, чтобы выполнялось включение $z(t_k) \in M_{t_k}(Y)$ при любых допустимых реализациях помехи.

§ 3. Решение задач управления

Введем в рассмотрение множество моментов окончания процесса управления

$$I_0 = \{t \in I : t = L(t)\}.$$

Далее, при каждом $k \geqslant 1$ обозначим через I_k множество чисел $t_0 \in I$, для каждого из которых найдется набор чисел t_i, $i = \overline{1,k}$, удовлетворяющих условиям (3).

Положим при $k \geqslant 1$ и $t \in I$

$$L_k(t) = \{\tau \in I : t < \tau \in L(t) \cap I_{k-1}\}. \tag{4}$$

Отметим, что если $t \in I_k$, то точка t_1 из набора в (3) принадлежит множеству $L_k(t)$.

Зафиксируем множество $X \subset Z$ и два числа $t < \tau$ из I.

Определение 2. Точка $z \in Z$ принадлежит множеству $N_t^{\tau}(X)$ тогда и только тогда, когда существует управление $u(\cdot) \in U_t^{\tau}(z)$ такое, что выполнено включение $G_t^{\tau}(z, u(\cdot), v(\cdot)) \in X$ при любой помехе $v(\cdot) \in V_t^{\tau}(z)$. Для пустого множества $\varnothing$ положим $N_t^{\tau}(\varnothing) = \varnothing$.

При $k \geqslant 0$ введем в рассмотрение многозначные функции $W_k(t) \subset Z$, $t \in I$. Если $k = 0$, то

$$W_0(t) = \varnothing \text{ при } t \notin I_0, \quad W_0(t) = M_k(W(t)) \text{ при } t \in I_0. \tag{5}$$

Если $k \geqslant 1$, то $W_k(t) = \varnothing$ при $t \notin I_k$ и

$$W_k(t) = M_t(W(t)) \bigcap M_t\left(\bigcup_{\tau \in L_k(t)} N_t^{\tau}(W_{k-1}(\tau))\right) \text{ при } t \in I_k. \tag{6}$$

Теорема 1. *Пусть $k \geqslant 1$. Для начального момента времени $t_0 \in I_k$ из начального положения $z(t_0) \in Z$ возможно осуществить включение (2) при любой допустимой реализации помехи тогда и только тогда, когда*

$$z(t_0) \in W_k(t_0). \tag{7}$$

Д о к а з а т е л ь с т в о. Пусть выполнено включение (7). Тогда из (6) следует включение $z(t_0) \in M_{t_0}(W(t_0))$ и

$$z(t_0) \in M_{t_0}\left(\bigcup_{\tau \in L_k(t_0)} N_{t_0}^{\tau}(W_{k-1}(\tau))\right). \tag{8}$$

Из включения (8), используя определение 1, получим, что существует такое управление $u_+ \in P_+(z(t_0), t_0)$, что

$$z(t_0 + 0) = g(z(t_0), u_+, v_+) \in \bigcup_{\tau \in L_k(t_0)} N_t^{\tau}(W_{k-1}(\tau)) \tag{9}$$

для любой помехи $v_+ \in Q_+(z(t_0), t_0)$. Из включения (9), используя формулу (4) и определение 2, получим, что существуют моменты времени $t_0 < t_1 \in L(t_0) \cap I_{k-1}$ и программное управление $u(\cdot) \in U_{t_0}^{t_1}(z(t_0 + 0))$ такие, что

$$z(t_1) = G_{t_0}^{t_1}(z(t_0 + 0), u(\cdot), v(\cdot)) \in W_{k-1}(t_1) \tag{10}$$

для любой реализации помехи $v(\cdot) \in V_{t_0}^{t_1}(z(t_0 + 0))$.

Если $k = 1$, то $t_1 \in I_0$. Из (5) и (10) следует при t_1 включение (3).

Пусть $k > 1$. Тогда, продолжая предыдущие рассуждения, построим моменты времени $t_{i-1} < t_i \in L(t_{i-1}) \cap I_{k-i}$, $i = \overline{1, k}$, и управления так, что будут выполнены включения

$$z(t_i) \in W_{k-i}(t_i) \subset M_{t_i}(W(t_i))$$

при любых реализациях помехи. Отметим, что $t_k \in I_0$.

Пусть включение (7) не выполнено. Тогда, как следует из (6), не выполнено при $i = 0$ включение (2) либо не выполнено включение (8). В последнем случае из определения 1 следует, что для любого управления $u_+ \in P_+(z(t_0), t_0)$ найдется помеха $v_+ \in Q_+(z(t_0), t_0)$ такая, что включение (9) не выполнено. Отсюда, используя (4) и определение 2, получим, что для любого момента времени $t_0 < t_1 \in L(t_0) \cap I_{k-1}$ и для любого управления $u(\cdot) \in U_{t_0}^{t_1}(z(t_0 + 0))$ найдется такая реализация помехи $v(\cdot) \in V_{t_0}^{t_1}(z(t_0 + 0))$, что включение (10) не выполнено.

Продолжая это рассуждение дальше, получим, что либо $z(t_i) \notin M_{t_i}(W(t_i))$ при некотором $0 \leqslant i \leqslant k-1$, либо $z(t_{k-1}) \in M_{t_{k-1}}(W(t_{k-1}))$, но $z(t_{k-1}) \notin W_1(t_{k-1})$. В последнем случае из формулы (6) следует, что

$$z(t_{k-1}) \notin M_{t_{k-1}}\left(\bigcup_{\tau\in L_1(t_{k-1})} N^{\tau}_{t_{k-1}}(W_0(\tau))\right).$$

Стало быть, для любого управления $u_+ \in P_+(z(t_{k-1}), t_{k-1})$ найдется $v_+ \in Q_+(z(t_{k-1}), t_{k-1})$ — такая помеха, что $z(t_{k-1}+0) \notin N^{\tau}_{t_{k-1}}(W_0(\tau))$ для любого $\tau \in L_1(t_{k-1})$. Поэтому для любого момента времени $t_k \in L(t_{k-1}) \cap I_0$, $t_{k-1} < t_k$, и для любого управления $u(\cdot) \in U^{t_k}_{t_{k-1}}(z(t_{k-1}+0))$ существует помеха $v(\cdot) \in V^{t_k}_{t_{k-1}}(z(t_{k-1}+0))$ такая, что $z(t_k) \notin W_0(t_k)$. Отсюда и из (5) следует, что включение (2) не выполнено при $i = k$. □

Рассмотрим задачу 2. При каждом $t \in I$ положим $W(t) = Y$, если $t \in I_0$, и $W(t) = Z$ в противном случае. Тогда $M_t(W(t)) = Z$ при $t \notin I_0$. Следовательно, включения (2) для набора моментов коррекций (3) выполнены тогда и только тогда, когда $z(t_k) \in M_{t_k}(Y)$.

Из формул (5) получим, что $W_0(t) = \varnothing$ при $t \notin I_0$ и $W_0(t) = M_t(Y)$, если $t \in I_0$. При $k \geqslant 1$ из (6) следует, что $W_k(t) = \varnothing$, если $t \notin I_k$, и

$$W_k(t) = M_t\left(\bigcup_{\tau\in L_k(t)} N^{\tau}_{t}(W_{k-1}(\tau))\right) \text{ при } t \in I_k. \tag{11}$$

§ 4. Дискретная линейная задача управления

Рассмотрим дискретный управляемый процесс [12, 13]

$$x(t+1) = A(t)x(t) - f + \phi, \quad x(t) \in \mathbb{R}^n, \quad t = \overline{0,p}. \tag{12}$$

Здесь при каждом $t = \overline{0,p}$ $A(t)$ — матрица соответствующей размерности; $f \in F(t) \subset \mathbb{R}^n$ — управление и помеха $\phi \in \Phi(t) \subset \mathbb{R}^n$, где множества $F(t)$ и $\Phi(t)$ являются связными компактами.

Заданы вектор $\psi_* \in \mathbb{R}^n$ и числа $\alpha \in \mathbb{R}$, $\varepsilon \geqslant 0$. Цель выбора управления f заключается в осуществлении неравенства

$$|\langle \psi_*, x(p)\rangle - \alpha| \leqslant \varepsilon. \tag{13}$$

Здесь посредством $\langle \cdot, \cdot \rangle$ обозначено скалярное произведение в $\mathbb{R}^n$.

Определим при $t = \overline{0,p}$ вектор $\psi(t)$ следующей рекуррентной формулой:

$$\psi(t) = A^*(t)\psi(t+1), \quad \psi(p) = \psi_*.$$

Здесь $A^*(t)$ — транспонированная матрица. Тогда из (12) получим, что

$$\langle \psi(t+1), x(t+1)\rangle = \langle \psi(t), x(t)\rangle - \langle \psi(t+1), f\rangle + \langle \psi(t+1), \phi\rangle. \tag{14}$$

Обозначим

$$a_-(t) = \min_f \langle \psi(t+1), f\rangle, \quad a_+(t) = \max_f \langle \psi(t+1), f\rangle, \quad f \in F(t);$$

$$b_-(t) = \min_\phi \langle \psi(t+1), \phi\rangle, \quad b_+(t) = \max_\phi \langle \psi(t+1), \phi\rangle, \quad \phi \in \Phi(t).$$

Тогда, используя условие связности компактов $F(t)$ и $\Phi(t)$, получим, что

$$\langle \psi(t+1), f\rangle = \frac{a_+(t) + a_-(t)}{2} + a(t)u, \quad |u| \leqslant 1, \quad a(t) = \frac{a_+(t) - a_-(t)}{2}, \tag{15}$$

$$\langle\psi(t+1),\phi\rangle=\frac{b_+(t)+b_-(t)}{2}+b(t)v,\quad |v|\leqslant 1,\quad b(t)=\frac{b_+(t)-b_-(t)}{2}. \tag{16}$$

Определим набор чисел $\delta(t)\in\mathbb{R}$, $t=\overline{0,p}$, с помощью формул

$$\delta(t)=\delta(t+1)-\frac{a_+(t)+a_-(t)}{2}+\frac{b_+(t)+b_-(t)}{2},\quad \delta(p)=0 \tag{17}$$

и перейдем к новой переменной

$$z(t)=\langle\psi(t),x(t)\rangle-\alpha+\delta(t). \tag{18}$$

Тогда из (14)–(17) получим, что

$$z(t+1)=z(t)-a(t)u+b(t)v,\quad |u|\leqslant 1,\quad |v|\leqslant 1. \tag{19}$$

Обозначим $S=\{z\in\mathbb{R}^n:|z|\leqslant 1\}$. Из (13) и (18) следует, что цель управления заключается в осуществлении включения

$$z(p)\in\varepsilon S.$$

Имеем $L(t)=t+1$ при $0\leqslant t<p$ и $L(p)=p$. Далее, $M_t(X)=X$ при любом $t\leqslant p$. Поэтому $W_0(t)=\varnothing$ при $t<p$ и $W_0(p)=\varepsilon S$. Зафиксируем число $k=\overline{1,p}$. Из (11) получим, что $W_k(t)=\varnothing$ при $t\neq p-k$ и

$$W_{p-t}(t)=N_t^{t+1}\Bigg(N_{t+1}^{t+2}\Big(\ldots(N_{p-1}^{p}(\varepsilon S))\ldots\Big)\Bigg). \tag{20}$$

Зафиксируем число $\gamma>0$ и вычислим множество $N_\tau^{\tau+1}(\gamma S)$ при $0\leqslant\tau<p$. Из определения 2 и из формулы (19) получим, что

$$N_\tau^{\tau+1}(\gamma S)=\bigcap_{|v|\leqslant 1}(\gamma S-b(\tau)v)+a(\tau)S.$$

Стало быть,

$$N_\tau^{\tau+1}(\gamma S)=\varnothing \text{ при } \gamma<b(\tau) \text{ и } N_\tau^{\tau+1}(\gamma S)=(\gamma+a(\tau)-b(\tau))S, \text{ если } \gamma\geqslant b(\tau). \tag{21}$$

Чтобы записать в явном виде множество (20), положим

$$a(p)=b(p)=0 \text{ и } c(t)=\varepsilon+\sum_{i=t}^{p}(a(i)-b(i)),\quad t=\overline{0,p}.$$

Отсюда и из формул (20) и (21) получим, что включение $z\in W_{p-t}(t)$ выполнено тогда и только тогда, когда

$$|z|\leqslant c(t) \text{ и } c(\tau)\geqslant a(\tau) \text{ для всех } t\leqslant\tau\leqslant p-1. \tag{22}$$

Построим соответствующие управление и помеху. Пусть при $t=0$ и $z=z(0)$ выполнены условия (22). Покажем, что управление

$$u(t,z)=0 \text{ при } |z|=0,\quad v(t,z)=\frac{z}{|z|} \text{ при } |z|>0 \text{ и } |z|\geqslant a(t),$$
$$u(t,z)=\frac{z}{a(t)} \text{ при } 0<|z|<a(t) \tag{23}$$

обеспечивает выполнение неравенства $|z(p)|\leqslant\varepsilon$ при любой реализации помехи.

В самом деле, пусть в момент времени $0 \leqslant t < p$ выполнены неравенства (22) при $z = z(t)$. Из (19) следует, что при любых $|u| \leqslant 1$ и $|v| \leqslant 1$

$$|z(t+1)| \leqslant |z(t) - a(t)u| + b(t).$$

Подставим сюда управление (23).

Пусть $|z(t)| > 0$ и $|z(t)| \geqslant a(t)$. Тогда

$$|z(t+1)| \leqslant |z(t)| - a(t) + b(t) \leqslant c(t) - a(t) + b(t) = c(t+1).$$

Пусть $0 < |z(t)| < a(t)$ или $|z(t)| = 0$. Тогда

$$|z(t+1)| \leqslant b(t) = b(t) - a(t) + a(t) = c(t+1) - c(t) + a(t) \leqslant c(t+1).$$

Здесь использовано второе условие в (22). При $t = p$ будем иметь $|z(p)| \leqslant c(p) = \varepsilon$.

Исходное управление f в системе (12) определяется с помощью формулы (15).

Пусть при $t = 0$ и $z = z(0)$ нарушено одно из условий (22). Пусть $|z(0)| > c(0)$. Возьмем помеху

$$v(t, z) = \frac{z}{|z|} \text{ при } |z| > 0 \text{ и любое } v(t, 0) \text{ с } |v(t, 0)| = 1. \tag{24}$$

Из (19) следует, что при любом $|u| \leqslant 1$ выполнено неравенство

$$|z(t+1)| \geqslant |z(t)| - a(t) + b(t).$$

Поэтому, если $|z(t)| > c(t)$ при некотором $t = \overline{0, p-1}$, то $|z(t+1)| > c(t+1)$. Стало быть, при $t = p$ помеха (24) обеспечивает выполнение неравенства $|z(p)| > \varepsilon$.

Пусть $|z(0)| \leqslant c(0)$, но $c(\tau) < a(\tau)$ при некотором $0 \leqslant \tau \leqslant p-1$. Последнее неравенство равносильно тому, что $c(\tau+1) < b(\tau)$. Положим в (24) $t = \tau$, а z заменим на $z - a(\tau)u$. Получим помеху $v(\tau, z - a(\tau)u)$. Из (19) получим, что

$$|z(\tau+1)| = |z(\tau) - a(\tau)u + b(\tau)v(\tau, z - a(\tau)u)| = |z(\tau) - a(\tau)u| + b(\tau).$$

Следовательно, $|z(\tau+1)| \geqslant b(\tau) > c(\tau+1)$. Стало быть, помеха (24) обеспечивает выполнение неравенства $|z(p)| > \varepsilon$.

Отметим, что условия (22) и формулы (23), (24) остаются справедливыми и для дискретного процесса (19), в котором $z \in \mathbb{R}^n$ и $|z|$ — норма в $\mathbb{R}^n$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ухоботов В.И. К построению стабильного моста в игре удержания // Прикладная математика и механика. 1981. Т. 45. № 2. С. 236–240.
2. Ухоботов В.И. Дифференциальная игра удержания // Известия АН СССР. Техническая кибернетика. 1984. № 2. С. 70–76.
3. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974. 456 с.
4. Субботин А.И., Ченцов А.Г. Оптимизация гарантии в задачах управления. М.: Наука, 1981. 288 с.
5. Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. М.: Мир, 1971. 400 с.
6. Красовский Н.Н., Третьяков В.Е. К задаче о преследовании в случае ограничений на импульсы управляющих сил // Дифференциальные уравнения. 1966. Т. 2. № 5. С. 587–599.
7. Пожарицкий Г.К. Игровая задача импульсной «мягкой» встречи двух материальных точек // Прикладная математика и механика. 1972. Т. 36. Вып. 2. С. 201–210.
8. Ухоботов В.И. Линейная дифференциальная игра с ограничениями на импульсы управлений // Прикладная математика и механика. 1988. Т. 52. Вып. 3. С. 355–362.
9. Ухоботов В.И., Изместьев И.В. Однотипная задача импульсной встречи в заданный момент времени с терминальным множеством в форме кольца // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2017. Т. 27. Вып. 1. С. 68–85. DOI: 10.20537/vm170107
10. Черноусько Ф.Л., Меликян А.А. Игровые задачи управления и поиска. М.: Наука, 1978. 270 с.

11. Ченцов А.Г. О дифференциальных играх с ограничением на число коррекций. I / ИММ АН СССР. Свердловск, 1980. 53 с. Деп. в ВИНИТИ 15.12.80, № 5272-80.
12. Пропой А.И. Элементы теории оптимальных дискретных процессов. М.: Наука, 1973. 256 с.
13. Шориков А.Ф. Алгоритм адаптивного минимаксного управления для процесса преследования–уклонения в дискретных системах // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2000. Т. 6. № 2. С. 515–535.

Поступила в редакцию 28.12.2017

Ухоботов Виктор Иванович, д. ф.-м. н., профессор, заведующий кафедрой теории управления и оптимизации, Челябинский государственный университет, 454001, Россия, г. Челябинск, ул. Братьев Кашириных, 129.
E-mail: ukh@csu.ru

Стабулит Ирина Станиславовна, аспирант, кафедра теории управления и оптимизации, Челябинский государственный университет, 454001, Россия, г. Челябинск, ул. Братьев Кашириных, 129.
E-mail: irisku76@mail.ru

V. I. Ukhobotov, I. S. Stabulit

Dynamic control problem under interference with a given set of correction momenta

Citation: *Vestnik Udmurtskogo Universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye Nauki*, 2018, vol. 28, issue 1, pp. 74–81 (in Russian).

Keywords: control, interference, correction.

MSC2010: 91A23, 49N75

DOI: 10.20537/vm180107

We consider a dynamic control system under interference. A set of correction momenta of the controls is given. The problem of phase point retention in a given collection of sets at correction momenta is considered. Instantaneous change of a position is admissible. Necessary and sufficient conditions for the possibility of retention are found. As an example, we consider a discrete linear control problem under interference and with the one-dimensional aim. The condition of one-dimensionality of the aim means that the modulus of the value of a given linear function of the phase variables at a fixed moment of the control process end should not be more than a given number. For this problem, necessary and sufficient conditions are found in an explicit form, the fulfillment of which guarantees the existence of an admissible control that ensures the achievement of the aim for any admissible realization of the interference. This control is constructed in an explicit form, and information about the realized value of the interference is not used. We constructed the interference which guarantees that the aim will not be reached at any admissible control from the initial state that does not satisfy the obtained conditions.

REFERENCES

1. Ukhobotov V.I. On the construction of a stable bridge in a retention game, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1981, vol. 45, issue 2, pp. 169–172. DOI: 10.1016/0021-8928(81)90030-7
2. Ukhobotov V.I. Differential confinement games, *Engineering cybernetics*, 1984, vol. 22, issue 3, pp. 53–59.
3. Krasovskii N.N., Subbotin A.I. *Pozitsionnye differentsial'nye igry* (Positional differential games), Moscow: Nauka, 1974, 456 p.
4. Subbotin A.I., Chentsov A.G. *Optimizatsiya garantii v zadachakh upravleniya* (Guarantee optimization in control problems), Moscow: Nauka, 1981, 288 p.
5. Kalman R., Falb P., Arbib M. *Topics in mathematical system theory*, New York: McGraw–Hill, 1969, 358 p. Translated under the title *Ocherki po matematicheskoi teorii sistem*, Moscow: Mir, 1971, 400 p.
6. Krasovskii N.N., Tret'yakov V.E. On a pursuit problem in the case of restrictions on the impulses of control forces, *Differ. Uravn.*, 1966, vol. 2, no. 5, pp. 587–599 (in Russian).

МАТЕМАТИКА 2018. Т. 28. Вып. 1

7. Pozharitskii G.K. Game problem of the “soft” impulse contact of two material points, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1972, vol. 36, issue 2, pp. 201–210. DOI: 10.1016/0021-8928(72)90156-6
8. Ukhobotov V.I. A linear differential game with constraints imposed on the control impulses, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 1988, vol. 52, issue 3, pp. 277–283. DOI: 10.1016/0021-8928(88)90078-0
9. Ukhobotov V.I., Izmest’ev I.V. Synthesis of controls in a single-type game problem of pulse meeting at fixed time with a terminal set in the form of a ring, *Vestn. Udmurt. Univ. Mat. Mekh. Komp’yut. Nauki*, 2017, vol. 27, issue 1, pp. 69–85 (in Russian). DOI: 10.20537/vm170107
10. Chernous’ko F.L., Melikyan A.A. *Igrovye zadachi upravleniya i poiska* (Game problems of control and search), Moscow: Nauka, 1978, 270 p.
11. Chentsov A.G. *On differential games with restriction on correction count. I.*, IMM AS USSR, Sverdlovsk, 1980, 53 p. Deposited in VINITI 15.12.80, no. 5272-80 (in Russian).
12. Propoi A.I. *Elementy teorii optimal’nykh diskretnykh protsesov* (Elements of theory of optimal discrete processes), Moscow: Nauka, 1973, 256 p.
13. Shorikov A.F. An algorithm of adaptive minimax control for the pursuit–evasion process in discrete-time dynamical system. *Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics*, 2000, suppl. 2, pp. S173–S190.

Received 28.12.2017

Ukhobotov Viktor Ivanovich, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Head of Department of Control Theory and Optimization, Chelyabinsk State University, ul. Brat’ev Kashirinykh, 129, Chelyabinsk, 454001, Russia.
E-mail: ukh@csu.ru

Stabulit Irina Stanislavovna, Post-Graduate Student, Department of Control Theory and Optimization, Chelyabinsk State University, ul. Brat’ev Kashirinykh, 129, Chelyabinsk, 454001, Russia.
E-mail: irisku76@mail.ru