

УДК 533.17, 533.697.4

© *Е. А. Лучихина, Л. Е. Тонков***ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ОТСОЕДИНЕННЫХ ВИХРЕЙ В ЗАДАЧЕ ОЦЕНКИ БОКОВОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ТЯГИ СВЕРХЗВУКОВОГО СОПЛА¹**

Численно исследуются газодинамические процессы, протекающие в начальный момент работы сверхзвукового сопла с высокой степенью геометрического расширения. Основное внимание уделяется изучению механизмов потери течением осевой симметрии за счет неустойчивости образующихся в сверхзвуковой части сопла зон отрывного течения. Модель нестационарного течения вязкого теплопроводного сжимаемого газа по соплу основана на системе уравнений сохранения в форме Навье–Стокса. Турбулентность исследуемого течения моделируется методом отсоединенных вихрей DES и его модификацией DDES с привлечением полуэмпирической модели Спаларта–Аллмараса. Выполнено сравнение распределения давления на стенке сопла, проекции годографа вектора тяги, мгновенных и осредненных картин течения с экспериментальными данными и численными результатами других авторов. Показано, что применение вихреразрешающего моделирования DES и DDES позволяет адекватно описать основные особенности течения и воспроизвести феномен возникновения боковой составляющей тяги сверхзвукового сопла при приемлемом уровне вычислительных затрат.

Ключевые слова: математическое моделирование, моделирование отсоединенных вихрей, сверхзвуковое сопло, боковая составляющая тяги.

DOI: [10.20537/vm170110](https://doi.org/10.20537/vm170110)**Введение**

Нарушение осесимметричности течения по сверхзвуковому соплу и, как следствие, отклонение вектора тяги от оси симметрии присуще любому реальному течению. Однако для ряда практических приложений, прежде всего таких, как ракетные двигатели первой ступени с высокой геометрической степенью расширения сопла, потеря течением симметрии приводит к возникновению значительных нестационарных боковых нагрузок и является существенной инженерной проблемой [1].

Помимо очевидной прикладной значимости, задача о начальном периоде формирования течения газа по сверхзвуковому соплу с высокой степенью расширения также представляет непосредственный интерес и с точки зрения построения математических моделей и численных схем. Рассматриваемый класс течений обладает целым рядом особенностей, таких как наличие областей до- и сверхзвукового течения, разделенных системой скачков уплотнения; образование отрывных и рециркуляционных областей, а также истечение сверхзвуковой струи в затопленное пространство.

Известно [2], что именно отрывные зоны в сверхзвуковой части сопла, возникающие в результате ряда изложенных выше особенностей, являются основным механизмом потери симметрии и возникновения нестационарной боковой составляющей тяги. Таким образом, при численном моделировании внутренней газодинамики сопел необходимо стремиться учитывать с должной точностью особенности всех протекающих процессов, так как это влияет на корректное определение газодинамических и силовых характеристик двигателя.

Большинство авторов, изучающих особенности течения в соплах с высокой геометрической степенью расширения, в том числе и проблему возникновения боковых нагрузок, основываются на решении осредненных уравнений Рейнольдса, а в качестве моделей турбулентности используют k - ω [2–5] или k - ω -SST-модели [3]. Работ, в которых при решении задач рассматриваемого класса применяется вихреразрешающее моделирование, крайне мало. Подробное описание

¹Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты 14–01–00055-а, 14–08–00064-а).

численного эксперимента на основе модели отсоединенных вихрей (DES) и его модификаций можно найти в [6], где, в частности, отмечено, что основные характеристики зоны отрывного течения (уровень среднеквадратичного значения, амплитуда смещения точки отрыва) хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

Использование осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса (RANS) для моделирования турбулентности требует намного меньших вычислительных ресурсов, но хорошо известно, что каждая RANS-модель в отдельности не является универсальной и налагает определенные ограничения применимости на практике. Кроме того, по построению в основе RANS лежит осреднение по времени, что затрудняет решение существенно нестационарных задач.

Прямое численное моделирование (DNS) по-прежнему затруднительно из-за высоких вычислительных затрат, и его применение ограничивается узким кругом модельных примеров. Альтернативой для DNS и RANS являются вихреразрешающие методы (LES), основанные на идее пространственной фильтрации исходной системы уравнений (1.1) от мелких турбулентных неоднородностей, имеющих размеры порядка размеров фильтра. Такая фильтрация позволяет существенно уменьшить требуемые вычислительные ресурсы по сравнению с DNS. Однако в случае описания пристеночных отрывных течений по вычислительным затратам LES приближается к DNS, поскольку вихревые структуры вблизи стенки имеют довольно малые размеры.

В данной ситуации перспективным методом расчета турбулентных течений является моделирование отсоединенных вихрей (DES), основная идея которого состоит в том, что «точно» разрешаются только крупные вихревые структуры, а пограничные слои описываются теми же полуэмпирическими моделями турбулентности, что используются для замыкания RANS.

§ 1. Постановка задачи и метод численного решения

Модель нестационарного внутреннего течения совершенного газа по соплу основана на системе уравнений сохранения в форме Навье–Стокса:

$$\begin{aligned} \partial\rho/\partial t + \nabla \cdot \rho\mathbf{U} &= 0, \\ \partial\rho\mathbf{U}/\partial t + \nabla \cdot \rho\mathbf{U}\mathbf{U} &= -\nabla p + \nabla\sigma, \\ \partial\rho E/\partial t + \nabla \cdot \rho\mathbf{U}E &= -p(\nabla \cdot \mathbf{U}) - \nabla \cdot \mathbf{q} - \nabla \cdot (\sigma \cdot \nabla\mathbf{U}), \end{aligned} \quad (1.1)$$

где σ — тензор вязких напряжений, $E = \frac{1}{2}\mathbf{U}^2 + c_v T$ — полная энергия, \mathbf{q} — тепловой поток. Остальные обозначения общепринятые.

Расчетная область включает внутреннее пространство сопла и область свободного течения. Профиль стенки сверхзвуковой части сопла соответствует приведенному в [3] (ЖРД J-2S). Данное сопло по типу относится к TOP (Thrust Optimised Parabolic) и имеет следующие геометрические параметры: длина сопла $L = 2.2281$ м, длина сверхзвуковой части $l = 1.913$ м, радиус критического сечения $r_* = 0.154$ м, радиус выходного сечения $r_a = 0.975$ м. Степень расширения $PR = 43$, геометрическая степень расширения $AR = 39.6$.

Построение вычислительной сетки осуществлялось вращением относительно оси симметрии сопла плоской сетки (рис. 1), содержащей 30 350 четырехугольных ячеек. Выбранный способ построения позволяет при проведении вычислений полностью исключить влияние сетки как механизма потери решением осевой симметрии. Все дальнейшие результаты получены на сетке, состоящей в общей сложности из 4 552 500 элементов.

Граничные условия формулировались следующим образом. На стенках сопла для скорости ставилось условие прилипания, для давления и температуры — равенство нулю производной по нормали к поверхности.

Значения модифицированной вязкости на стенках, согласно [7], принимались $\tilde{\nu} = 0$, на входной границе — $\tilde{\nu} \approx \nu$, на выходной границе $\tilde{\nu}$ экстраполируется из внутренних точек области. Расчет параметров потока и параметров турбулентности вблизи стенок выполняется без применения функций стенки.

В начальный момент времени в дозвуковой части сопла параметры среды имеют значения $U_s = 0$ м/с, $p_s = 43 \cdot 10^5$ Па, $T_s = 300$ К; в сверхзвуковой части и в окружающем сопло

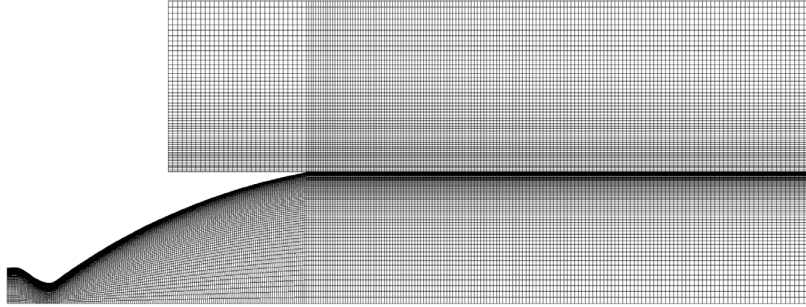


Рис. 1. Образующая плоская сетка

пространстве задавались нормальные условия: $U_a = 0$ м/с, $p_a = 1 \cdot 10^5$ Па и $T_a = 288$ К, а в качестве рабочей среды использовался совершенный газ с показателем адиабаты $\gamma = 1.4$ и газовой постоянной $R = 287$ Дж/кг · К.

§ 2. Моделирование турбулентности

Для рассматриваемой задачи, где структура течения в равной степени определяется как крупными вихрями в области за прямым скачком уплотнения, так и малыми в пристенных областях отрывного течения, применение моделирования отсоединенных вихрей позволит не только существенно сократить вычислительные затраты по сравнению с LES и DNS, но и, не прибегая к осреднению по времени, с хорошей точностью разрешить динамику вихревых структур, образующихся в зонах возвратного течения и затопленном пространстве сразу за срезом сопла.

Реализация метода DES базируется на том, что уравнения Навье–Стокса, осредненные по времени (RANS) и осредненные по пространству (LES), имеют одинаковую форму записи. При этом модель подсеточной вязкости, применяемая в LES, может быть использована в качестве замыкающей для RANS путем замены линейного масштаба.

Таким образом, математическая модель дополнительно к системе уравнений Навье–Стокса (1.1), включает в себя одно дифференциальное уравнение переноса модифицированной кинематической турбулентной вязкости $\tilde{\nu}$ [8]:

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla \tilde{\nu} = \frac{1}{\sigma} \{ \nabla [(\nu + \tilde{\nu}) \nabla \tilde{\nu}] + c_{b2} \nabla \tilde{\nu} \cdot \nabla \tilde{\nu} \} + S. \quad (2.1)$$

Источниковый член, учитывающий порождение и диссипацию турбулентной вязкости, в уравнении (2.1) имеет вид

$$S = c_{b1} \tilde{S} \tilde{\nu} - c_{w1} f_w \left(\frac{\tilde{\nu}}{d} \right)^2, \quad (2.2)$$

где d — расстояние до стенки. Модифицированная вязкость связана с турбулентной вязкостью соотношением $\nu_t = f_{v1} \tilde{\nu}$ или $\mu_t = \rho f_{v1} \tilde{\nu}$.

В работе рассматривается формулировка модели Спаларта–Аллмараса (SA) без учета «численного» перехода от ламинарного режима течения в пограничном слое к турбулентному и без инициирования ламинарно-турбулентного перехода на заданной линии [7]. А также используется ограничитель, в котором \tilde{S} обрезается величиной $C_s \cdot S$ со значением $C_s = 0.3$. Значения констант и вид функций, входящих в (2.1)–(2.2), приведены, например, в [8].

Формулировка модели SA в качестве подсеточной модели для LES заключается в замене линейного масштаба d на масштаб

$$l_{DES} = \min\{l_{RANS}, C_{DES} \Delta\}, \quad (2.3)$$

где $C_{DES} = 0.65$ — константа модели, l_{RANS} — ближайшее расстояние до твердой стенки. В качестве размера фильтра взята величина $\Delta = \sqrt[3]{\Delta_x \Delta_y \Delta_z}$.

В зависимости от соотношения линейных масштабов DES функционирует как RANS либо как LES. В тех областях потока, где размер ячеек расчетной сетки (а значит, и величина Δ) недостаточно мал для разрешения турбулентных структур с линейным масштабом порядка макромасштаба турбулентности, модель будет работать как RANS, что позволит ослабить требования к шагу сетки, например, вблизи стенок.

Для правильной работы DES необходимо, чтобы весь пограничный слой находился в RANS области DES, иначе переключение DES из RANS в LES-режим происходит внутри пограничного слоя, что может привести к ложному («индуцированному сеткой») отрыву пограничного слоя, а также турбулентная вязкость и трение на стенке могут оказаться существенно заниженными. Для того чтобы избежать ложного отрыва, разработана модификация метода DES, названная авторами DDES (Delayed DES) [9]. Таким образом, метод DDES позволяет исключить неоправданный переход от RANS к LES в области пограничного слоя, и для этого линейный масштаб определяется соотношением

$$l_{\text{DDES}} = l_{\text{RANS}} - f_d \max\{0, (l_{\text{RANS}} - C_{\text{DES}}\Delta)\}, \quad (2.4)$$

где f_d — эмпирическая функция, определяющая близость к внутренней области пограничного слоя [9].

Если функция f_d близка к нулю во всей внутренней области пограничного слоя и к единице вне этой области, то, независимо от сетки, в основной части пограничного слоя DDES работает как RANS, а в остальной части течения функционирует как исходная модель DES.

§ 3. Результаты численного моделирования

Численная схема решения системы (1.1), (2.1) полностью аналогична описанной в [5]. Следуя [3], рассмотрим развитие течения на отрезке времени $0 \leq t \leq 0.189$ с, достаточном для формирования системы скачков уплотнения, индуцирующих сначала ограниченный отрыв потока (RSS, рис. 2, а) и затем переход к свободному отрыву потока (FSS, рис. 2, б) с образованием значительных рециркуляционных зон. Хорошо заметно нарушение симметрии течения относительно оси сопла (рис. 2, б), обусловленное особенностями течения в рециркуляционной зоне.

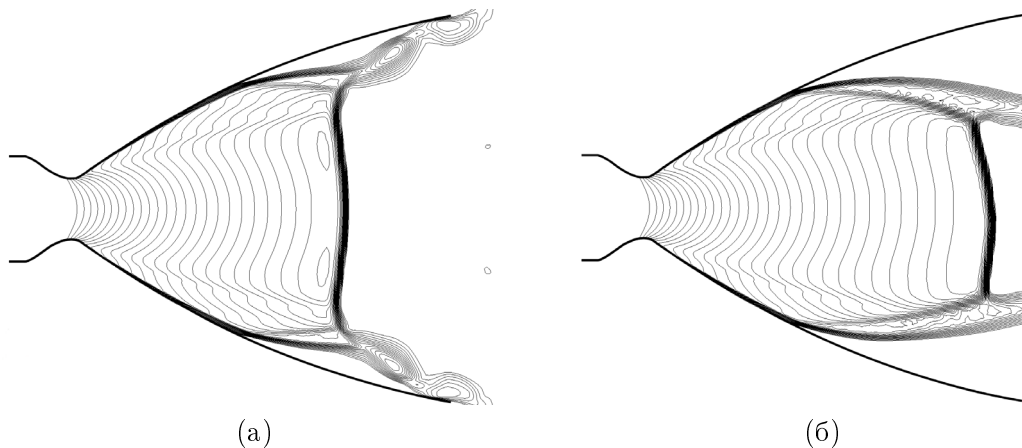


Рис. 2. Изолинии числа Маха: а) режим RSS ($t = 0.007$); б) режим FSS ($t = 0.186$)

На рис. 3 представлены графики давления на стенке сопла, полученные численно, с использованием DES-SA и DDES-SA, где различные кривые соответствуют повороту продольного сечения относительно оси Ox . Таким образом, амплитуда разброса значений давления отражает асимметричный характер отрывного течения.

На рис. 4 показаны линии тока пристеночного течения, характеризующие положение линии отрыва потока и существенно несимметричное возвратное течение. В режиме FSS асимметрия

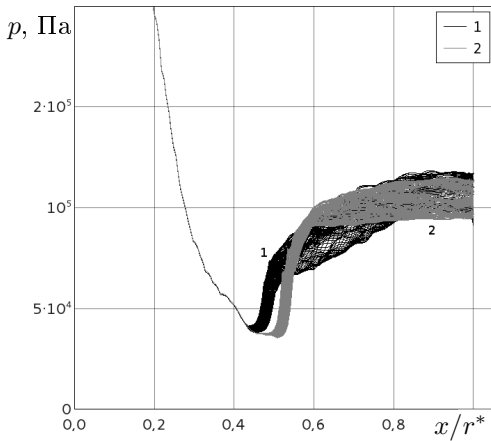


Рис. 3. Распределение давления на стенке сопла для режима FSS для $t = 0.186$: 1 — расчет по модели DES-SA; 2 — расчет по модели DDES-SA

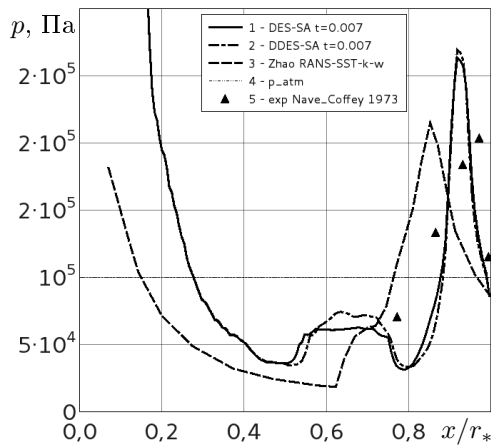


Рис. 4. Мгновенные линии тока на стенке сопла для режима FSS

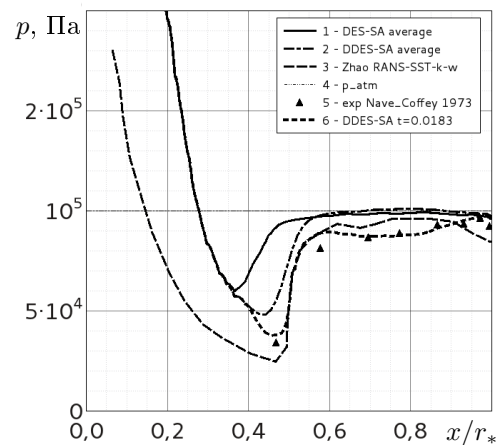
выражена во всей области после линии отрыва. Полученные данные подтверждают, что боковая тяга развивается при установлении режима FSS, то есть основным механизмом нарушения симметрии является отрыв потока и порождаемое им возвратное течение.

На рис. 5 приведены графики осредненного по времени распределения давления вдоль стенки сопла, полученные численно для режима FSS (рис. 5, а) и для режима RSS (рис. 5, б) в сравнении с результатами расчета [3] и физического эксперимента [10].

Сравнение графиков давления (рис. 5, линии 1 и 2) свидетельствует, что отрыв при расчете DDES происходит ниже по потоку по сравнению с DES. Сопоставление полученных результатов с экспериментальными данными (рис. 5, линия 5), позволяет заключить, что в целом расчет по модели DDES-SA лучше предсказывает положение отрыва потока и уровень давления за ним, как для режима FSS, так и для режима RSS. Но следует отметить, что максимальные значения давления на стенке несколько выше, чем представленные в [3].



(а)



(б)

Рис. 5. Распределение давления на стенке сопла; режим FSS (а) и режим RSS (б): 1 — расчет DES-SA; 2 — расчет DDES-SA; 3 — расчет [3]; 4 — давление окружающей среды; 5 — эксперимент [10]; 6 — мгновенное значение давления, расчет DDES-SA для $t = 0.183$ с

На рис. 6, б, в показана реализация проекции годографа вектора тяги на плоскость, нормальную к оси симметрии, полученная для DES и DDES, в сравнении с численными результатами [3] (рис. 6, а). Полученный годограф боковой составляющей тяги качественно близко к результатам [3] (рис. 6, а), но частота колебаний выше, а дисперсия амплитуды меньше.

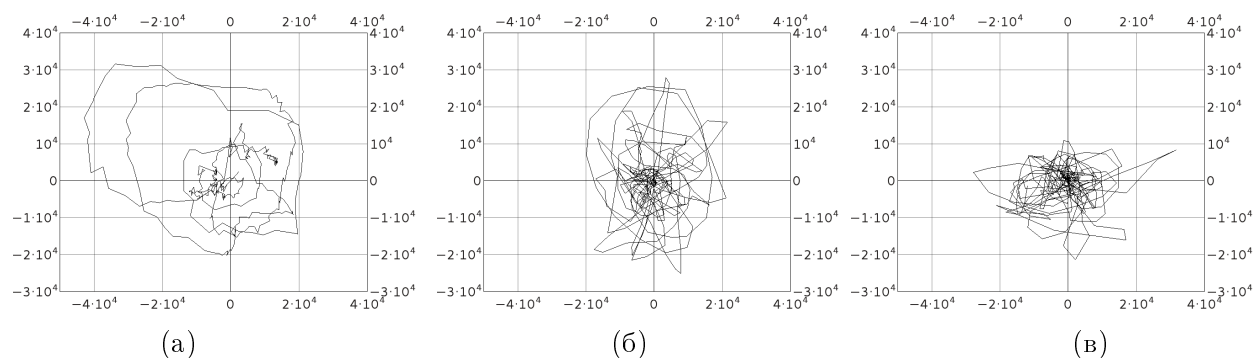


Рис. 6. Годограф вектора боковой составляющей силы тяги F_{yz} : а) расчет [3]; б) расчет по модели DES-SA; в) расчет по модели DDES-SA

Как уже было отмечено выше, в зависимости от соотношения линейных масштабов (2.3) и (2.4), методы DES и DDES функционируют либо как RANS-модель, либо как LES. На рис. 7 серым отмечены полученные в ходе численного эксперимента области RANS. Для метода DES (рис. 7, а) эта область определяется только геометрией расчетной сетки и, следовательно, в рассматриваемой задаче является симметричной и неизменной во времени.

В случае применения метода DDES определение линейного масштаба турбулентности содержит эмпирическую функцию специального вида, определяющую близость к внутренней области пограничного слоя, где DDES работает как RANS вне зависимости от размеров ячеек сетки.

Таким образом, в DDES переход от RANS к LES определяется локальными особенностями течения (рис. 7, б) и для рассматриваемой задачи является существенно нестационарным и несимметричным. Помимо основной цели — предотвращения нежелательного переключения из RANS в режим LES в пограничном слое, приводящем к «численно-индуцированному» раннему отрыву потока, — указанный способ определения линейного масштаба турбулентности позволяет построить индикаторную функцию, например, для определения подобластей локального динамического перестроения сетки с учетом конкретных особенностей рассматриваемого нестационарного течения.

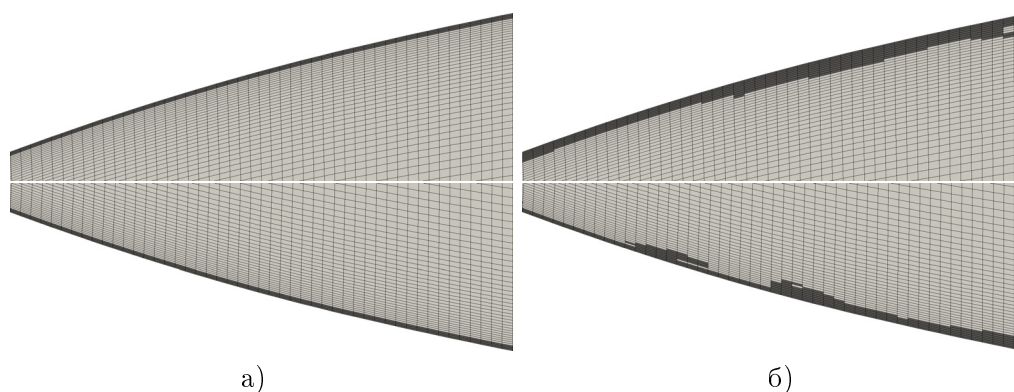


Рис. 7. Поле индикатора областей RANS и LES в диаметрально противоположных сечениях: (а) расчет DES-SA; (б) расчет DDES-SA.

§ 4. Заключение

С применением вихреразрешающего моделирования турбулентных течений DES и DDES выполнено численное исследование течения газа по сверхзвуковому соплу и проведено сравнение с данными натурального [10] и вычислительного [3] экспериментов. Анализ полученных результатов позволяет заключить, что построенная математическая модель адекватно описывает основные особенности рассматриваемого типа течений. Методы семейства DDES обеспечивают более корректное определение положения линии отрыва потока, но не исключают необходимости подбора параметров подсеточной модели, определяющих величину численной диссипации и отвечающих за смену методов RANS/LES в пограничной области потока в зависимости от ширины фильтра Δ .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Tomita T., Sakamoto H., Onodera T., Sasaki M., Takahashi M., Watanabe Y., Tamura H. Experimental evaluation of side load characteristics on TP, CTP, and TO nozzles // 40th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit. Fort Lauderdale, Florida, USA. 2004. Vol. 4. 9 p. DOI: [10.2514/6.2004-3678](https://doi.org/10.2514/6.2004-3678)
2. Глушко Г.С., Иванов И.Э., Крюков И.А. Численное моделирование отрывных течений в соплах // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2010. Т. 9. С. 172–179. <http://chemphys.edu.ru/issues/2010-9/articles/143/>
3. Zhao X., Bayyuk S., Zhang S. Aeroelastic response of rocket nozzles to asymmetric thrust loading // Computers and Fluids. 2013. Vol. 76. P. 128–148. DOI: [10.1016/j.compfluid.2013.01.022](https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2013.01.022)
4. Wang T.S. Transient three-dimensional startup side load analysis of a regeneratively cooled nozzle // Shock Waves. 2009. Vol. 19. Issue 3. P. 251–264. DOI: [10.1007/s00193-009-0201-2](https://doi.org/10.1007/s00193-009-0201-2)
5. Кузьмин И.М., Тонков Л.Е., Чернова А.А. Моделирование турбулентности в соплах с высокой степенью расширения и оценка параметров боковой составляющей тяги // Известия Института математики и информатики УдГУ. 2015. Вып. 2 (46). С. 93–98. <http://mi.mathnet.ru/iimi307>
6. Deck S. Delayed detached eddy simulation of the end-effect regime and side-loads in an overexpanded nozzle flow // Shock Waves. 2009. Vol. 19. Issue 3. P. 239–249. DOI: [10.1007/s00193-009-0199-5](https://doi.org/10.1007/s00193-009-0199-5)
7. Garbaruk A., Niculin D., Strelets M., Dyadkin A., Krylov A., Stekenius K. Comparative study of different turbulence modeling approaches to prediction of transonic and supersonic flows past a reentry capsule with balance flaps // Progress in Flight Physics. 2013. Vol. 5. P. 3–22. DOI: [10.1051/eucass/201305003](https://doi.org/10.1051/eucass/201305003)
8. Spalart P.R., Allmaras S.R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows // 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reno, NV, USA. 1992. Vol. 92-0439. 22 p. DOI: [10.2514/6.1992-439](https://doi.org/10.2514/6.1992-439)
9. Spalart P.R., Deck S., Shur M.L., Squires K.D., Strelets M.Kh., Travin A. A new version of detached-eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities // Theoretical and Computational Fluid Dynamics. 2006. Vol. 20. P. 181–195. DOI: [10.1007/s00162-006-0015-0](https://doi.org/10.1007/s00162-006-0015-0)
10. Nave L.H., Coffey G.A. Sea level side loads in high-area-ratio rocket engines // 9th Propulsion Conferences. Las Vegas, NV, USA. 1973. Vol. 73-1284. 65 p. DOI: [10.2514/6.1973-1284](https://doi.org/10.2514/6.1973-1284)

Поступила в редакцию 12.12.2016

Лучихина Екатерина Анатольевна, инженер-исследователь, Институт механики УрО РАН, 426067, Россия, г. Ижевск, ул. Т. Барамзиной, 34.

E-mail: luchikhinaea@yandex.ru

Тонков Леонид Евгеньевич, к.ф.-м.н., старший научный сотрудник, Институт механики УрО РАН, 426067, Россия, г. Ижевск, ул. Т. Барамзиной, 34.

E-mail: tnk@udman.ru

E. A. Luchikhina, L. E. Tonkov

Detached eddy simulations of the side-loads in an overexpanded nozzle flow

Citation: *Vestnik Udmurtskogo Universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye Nauki*, 2017, vol. 27, issue 1, pp. 121–128 (in Russian).

Keywords: mathematical modeling, detached eddy simulations, supersonic nozzle, side-load.

MSC2010: 76H05, 76F65

DOI: [10.20537/vm170110](https://doi.org/10.20537/vm170110)

In this paper, we numerically examine the separated flow in an overexpanded nozzle developed during the starting phase of a rocket engine featuring the side-load effect. We use detached eddy simulation (DES), namely, its version referred to as delayed DES, and compare our results with the existing experimental and numerical data. The calculations are based on finite volume approximation of the Navier-Stokes equations for perfect gas and pressure-based formulation with PISO coupling. By investigating the unsteadiness associated with the shock-induced separation, a better insight can be obtained as to how these affect the nozzle start-up. Three-dimensional, transient, turbulent computational fluid dynamics methodology has been demonstrated to capture major side-load physics with supersonic nozzles. The main flow properties (wall pressure levels, shock waves pattern, side load locus) are rather well reproduced. We suggest using a delayed detached eddy simulation for more accurate predictions of the flow separation.

REFERENCES

1. Tomita T., Sakamoto H., Onodera T., Sasaki M., Takahashi M., Watanabe Y., Tamura H. Experimental evaluation of side load characteristics on TP, CTP, and TO nozzles, *40th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, Fort Lauderdale, Florida, USA, 2004, vol. 4, 9 p. DOI: [10.2514/6.2004-3678](https://doi.org/10.2514/6.2004-3678)
2. Glushko G.S., Ivanov I.E., Kryukov I.A. Numerical simulation of separated flow in nozzles, *Physical and Chemical Processes In Gas Dynamics*, 2010, vol. 9, pp. 172–179 (in Russian). <http://chemphys.edu.ru/issues/2010-9/articles/143/>
3. Zhao X., Bayyuk S., Zhang S. Aeroelastic response of rocket nozzles to asymmetric thrust loading, *Computers and Fluids*, 2013, vol. 76, pp. 128–148. DOI: [10.1016/j.compfluid.2013.01.022](https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2013.01.022)
4. Wang T.S. Transient three-dimensional startup side load analysis of a regeneratively cooled nozzle, *Shock Waves*, 2009, vol. 19, issue 3, pp. 251–264. DOI: [10.1007/s00193-009-0201-2](https://doi.org/10.1007/s00193-009-0201-2)
5. Kuz'min I.M., Tonkov L.E., Chernova A.A. Turbulence modeling approaches to prediction of the overexpanded supersonic nozzles side load, *Izv. Inst. Mat. Inform. Udmurt. Gos. Univ.*, 2015, issue 2 (46), pp. 93–98 (in Russian). <http://mi.mathnet.ru/eng/iimi307>
6. Deck S. Delayed detached eddy simulation of the end-effect regime and side-loads in an overexpanded nozzle flow, *Shock Waves*, 2009, vol. 19, issue 3, pp. 239–249. DOI: [10.1007/s00193-009-0199-5](https://doi.org/10.1007/s00193-009-0199-5)
7. Garbaruk A., Niculin D., Strelets M., Dyadkin A., Krylov A., Stekenius K. Comparative study of different turbulence modeling approaches to prediction of transonic and supersonic flows past a reentry capsule with balance flaps, *Progress in Flight Physics*, 2013, vol. 5, pp. 3–22. DOI: [10.1051/eucass/201305003](https://doi.org/10.1051/eucass/201305003)
8. Spalart P.R., Allmaras S.R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows, *30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, NV, USA, 1992, vol. 92-0439, 22 p. DOI: [10.2514/6.1992-439](https://doi.org/10.2514/6.1992-439)
9. Spalart P.R., Deck S., Shur M.L., Squires K.D., Strelets M.Kh., Travin A. A new version of detached-eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities, *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 2006, vol. 20, pp. 181–195. DOI: [10.1007/s00162-006-0015-0](https://doi.org/10.1007/s00162-006-0015-0)
10. Nave L.H., Coffey G.A. Sea level side loads in high-area-ratio rocket engines, *9th Propulsion Conference*, Las Vegas, NV, USA, 1973, vol. 73-1284, 65 p. DOI: [10.2514/6.1973-1284](https://doi.org/10.2514/6.1973-1284)

Received 12.12.2016

Luchikhina Ekaterina Anatol'evna, Research Engineer, Institute of Mechanics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, ul. T. Baramzinoi, 34, Izhevsk, 426067, Russia.

E-mail: luchikhinaea@yandex.ru

Tonkov Leonid Evgen'evich, Candidate of Physics and Mathematics, Senior Researcher, Institute of Mechanics Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, ul. T. Baramzinoi, 34, Izhevsk, 426067, Russia.

E-mail: tnk@udman.ru