

УДК 512.579

© В. А. Куракин, Ю. И. Ханукаев

ОБ ОПИСАНИИ ФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ МЕТОДАМИ АЛГЕБРЫ КЛИФФОРДА И ОСЦИЛЛЯЦИИ МЕТРИКИ МАЛЫХ ОБЛАСТЕЙ ПРОСТРАНСТВА

Сопоставляя реальному пространству декартову систему координат (линейное векторное пространство), И. Ньютон рассматривал его как вместилище и не наделял какой-либо внутренней структурой. Такой подход приводит к феноменологическому описанию экспериментально наблюдаемых силовых полей и вынуждает каждому силовому полю сопоставлять источник. Некорректная, однако, весьма эффективная в вопросах статики интерпретация алгебры Клиффорда в виде аналитической геометрии, получившая повсеместное признание благодаря усилиям Хевисайда, не является алгеброй в ее математическом понимании. Следствием этого является, например, отсутствие в классической механике меры (спин), наблюдаемой экспериментально.

В отличие от такого подхода в работе реальному пространству сопоставляется векторное пространство, обладающее алгеброй Клиффорда, что позволяет вводить меры, связанные с понятиями триада, четыреда, и допускают совместное рассмотрение большого количества трехмерных полей. Объектам реальности, которые обозначаются терминами «заряд», «точечная масса», сопоставляются силовые поля, объясняющие результаты экспериментов, лежавших в основе квантовой механики в прошлом веке. Особенности силовых полей отнесены к особенностям метрики и допускают существование статически устойчивых образований без каких-либо дополнительных постулатов.

Ключевые слова: физические поля, метрика пространства, осцилляции метрики, алгебра Клиффорда.

Введение. Проблема создания изделия заданной структуры и, как следствие, заданных свойств решается в зависимости от поставленной задачи различными приемами. Совокупность этих приемов есть знания, накопленные в процессе трудовой деятельности и обозначаемые понятием *Технология*.

С другой стороны *Механика* есть набор методов математического моделирования простейших явлений макромира. Она вводит математические категории и правила исчисления, необходимые для расшифровки результатов экспериментов и построения последовательности технологических приемов, приводящих к требуемому результату.

Когда мы имеем дело с континуумом материальных точек и тел, вводится понятие сплошной среды. При описании физических полей, упругой деформации среды, течений в среде, если ее внутренняя структура остается неизменной, можно стоять на позиции континуальности.

Например, описание неупругого деформирования, при котором изменяется структура среды, описание ее разрушения, описание течения разреженного газа и т. д. реализует концепция дискретности.

Таким образом, при математическом моделировании реальности, с которой нам приходится иметь дело при решении конкретных задач, мы постоянно сталкиваемся с проблемой выбора концепции. Концепция непрерывности подразумевает допустимость работать с осредненными, интегральными характеристиками рассматриваемого объекта. В соответствии с концепцией дискретности все объекты обладают внутренней структурой, и потому континуальное описание является лишь приближением.

Развитие нанотехнологий, то есть опыт работы с объектами малых размеров порядка нескольких нанометров (нано = 10^{-9}), ставит задачу описания их структуры как совокупности большого количества материальных точек, тел или других континуальных структур. При этих построениях по умолчанию считается, что свойства пространства определяются геометрией Евклида, а элементам дискретности приписываются макроскопические свойства. Большая производительность вычислительной техники позволяет эффективно преодолеть проблемы, связанные с их большим количеством. Полученные в результате численных экспериментов

факты должны сравниваться с результатами натуральных испытаний, проводимых над образцами конечных размеров. И даже хорошее их совпадение не является доказательством возможности применения сделанных предположений в других аналогичных ситуациях. При этом остается открытым вопрос о физических свойствах элементов дискретности.

По сравнению с прошлым веком точность измерительной техники выросла, и в настоящее время мы имеем массу фактов, которые не находят вообще какого-либо объяснения.

Таким образом, отсутствие знаний законов взаимодействия элементов реальности, размеры которых малы, вынуждает нас распространять закономерности макромира на микромир. Трудности расшифровки результатов технологических приемов на языке макропроцессов говорят вообще о некорректности такого распространения.

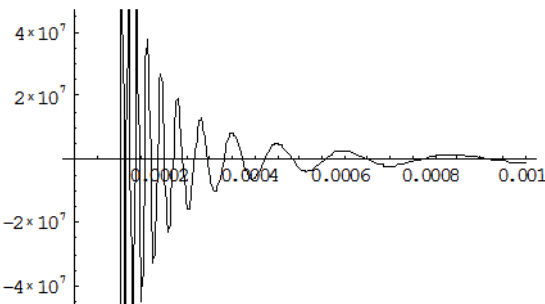
Механика как метод анализа проявлений реальности [1] подразумевает наличие единых принципов описания как процессов макромира, так и процессов микромира.

1. Силовые поля микромира. Такая попытка была реализована в [2, 3]. Результаты экспериментов, лежащих в основе квантовой механики, объясняет предположение, что силовое поле точечного заряда имеет вид

$$f_r = \frac{\alpha}{r^2} \cos \sqrt{\frac{\beta}{r}},$$

где r — расстояние от заряда до точки пространства, α, β — параметры. На больших расстояниях имеем обычное кулоновское поле $f_r = \frac{\alpha}{r^2}$. При малых значениях r на расстояниях

$\sqrt{\frac{\beta}{r}} = \pi \left(k + \frac{1}{2}\right)$, $k \in \mathbb{N}$, сила обращается в нуль. На расстояниях $\sqrt{\frac{\beta}{r}} = \pi k$, $k \in \mathbb{N}$, имеет место максимальное значение силы притяжения или силы отталкивания.



Области устойчивости по координате r — сферические слои

$$\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq \sqrt{\frac{\beta}{r}} \leq \pi + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{N},$$

в которых имеет место сила притяжения, допускают финитные движения заряда с траекториями, близкими к окружности. Например, на расстояниях $r_{1,2} = \sqrt{r^2 + (z \mp a)^2}$ от точек с координатами $(0, 0, a)$ и $(0, 0, -a)$, в которых расположены соответственно

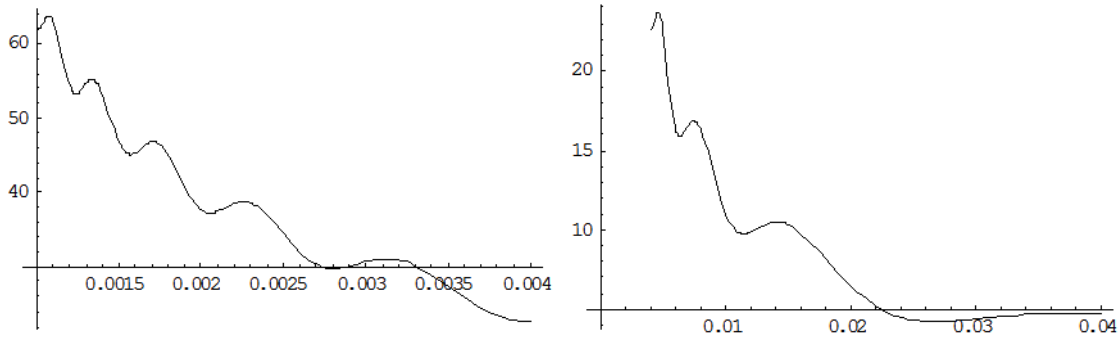
заряды σ_1 и σ_2 , имеем поле

$$E_r = \frac{\sigma_1 r}{2r_1^3} \cos \sqrt{\frac{1}{r_1}} + \frac{\sigma_2 r}{2r_2^3} \cos \sqrt{\frac{1}{r_2}}, \quad E_\varphi = 0, \quad E_z = \frac{\sigma_1(z-a)}{2r_1^3} \cos \sqrt{\frac{1}{r_1}} + \frac{\sigma_2(z-a)}{2r_2^3} \cos \sqrt{\frac{1}{r_2}}.$$

Удвоенные произведения слагаемых в выражении удельной энергии поля $\frac{1}{8\pi} (E_r^2 + E_\varphi^2 + E_z^2)$ определяет ее изменение

$$\Delta W = \frac{\sigma_1 \sigma_2}{8\pi} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^\infty \cos \sqrt{\frac{1}{r_1}} \cdot \cos \sqrt{\frac{1}{r_2}} \cdot \frac{r^2 + z^2 - a^2}{2r_1^3 r_2^3} r dr d\varphi dz$$

в зависимости от расстояния между зарядами. Результаты вычисления для малых значений $a = 0.001-0.01$ представлены на рисунках, из которых следует, что изменение энергии электростатического поля двух зарядов как функции расстояния между ними можно считать ступенчатым. Именно дискретное изменение энергии осциллятора позволило М. Планку объяснить экспериментальные кривые спектрального распределения излучения произвольной полости при фиксированной температуре, а Дебаю — молярную теплоемкость твердых тел при низкой температуре. При фотоэффекте частота света, падающего на металл, определяет энергию выбитых электронов, а его интенсивность — их количество. При наличии любой регулярной



структуры электроны находятся в положениях локального минимума электрического поля. Их колебаниям в этих положениях соответствует излучение или поглощение энергии фиксированной частоты. При совпадении частоты падающего света с этой фиксированной частотой наступает явление резонанса. Электрон покидает область локального минимума потенциальной энергии, когда его энергия достигнет некоторого критического значения. Интенсивность света не влияет на величину этого критического значения.

Следует признать, что линейчатый спектр атома водорода был поводом для введения осцилляции силы, указанной выше. Терм $T = \frac{R}{n^2}$, где R — константа Ридберга, соответствует

верхней границе слоя $2\pi n + \frac{\pi}{2} \geq \sqrt{\frac{\beta}{r}} \geq \pi n$, в котором возможно устойчивое по координате r пребывание заряженной частицы. Движение с энергией, не соответствующей слою, приводит к переходу в другой слой. Терму T_0 соответствует сфера бесконечно большого радиуса. С ростом n слои приближаются к центру и характерная для слоя энергия увеличивается.

Если под размером устойчивых образований типа элементов таблицы Д. И. Менделеева понимать расстояние r_1^* от центра, на котором электрическая напряженность обращается в нуль первый раз, то есть

$$f_r = \frac{\alpha}{r^2} \cos \sqrt{\frac{\beta}{r}} = 0 \Rightarrow \sqrt{\frac{\beta}{r_k^*}} = k \frac{\pi}{2}, \quad k = 1,$$

то все они имеют размеры одного порядка.

Немонотонность отклонения заряженных частиц потока, обусловленная осцилляциями напряженности силового поля рассеивающего центра, приводит к концентрическим окружностям их плотности на экране, что можно трактовать как дифракцию ансамбля частиц.

Итак, перечислены опыты, которые в начале прошлого века вынудили провести пересмотр концепций классической физики и в конечном итоге привели к созданию квантовой механики. Отмечаем, что введенные осцилляции поля заряда есть такой же феноменологический факт, как и первые постулаты на пути создания квантовой механики. Однако в отличие от постулатов квантовой механики он вводит *детерминизм* в вопросы моделирования явлений микромира.

Нет ответа на вопрос, что является причиной осцилляций, каково значение постоянных, фигурирующих в выражении силы. Не устранена особенность поля в нуле.

Таким образом, мы приходим к проблеме математического моделирования реального пространственного континуума и к проблеме математического описания поля.

В 1911 году А. В. Конвей [4] и независимо в 1912 году Л. Зильберштейн [5] построили кватернионный аналог специальной теории относительности. При этом выяснилось, что использование полных кватернионов, а не только их векторных частей предоставляет естественную возможность записи уравнений Максвелла в виде, явно ковариантном относительно преобразований Лоренца. Такая запись уравнений Максвелла полностью эквивалентна их тензорной формулировке. Тем самым Конвей и Зильберштейн показали, что любые физические поля (электромагнитное, гравитационное), для которых выполняются требования специальной теории относительности, могут представляться кватернионами или октавами. Объективных при-

чин, кроме инерционности мышления, препятствующих этому, нет.

Последнее означает, что *неучет скалярной компоненты при описании электромагнитного поля и векторной компоненты при описании гравитационного поля некорректны.*

В такой постановке уравнения, описывающие поля, сводятся к волновым уравнениям, и причиной отмеченных осцилляций может быть метрика пространственно-временного континуума.

2. Осцилляции силового поля как осцилляции метрики. Выясним, при какой метрике решения волнового уравнения имеют осцилляции, подобные осцилляциям введенной выше силы. В четырехмерном пространстве с псевдоевклидовой метрикой будем рассматривать изоморфные числу-кватерниону и числу-октаве $V = V^0 + \tau_\alpha V^\alpha$, $V^0, V^\alpha \in \mathbb{C}$, соответственно вектор-кватернион $\mathbf{V} = \mathbf{e}V^0 + \mathbf{i}V^1 + \mathbf{j}V^2 + \mathbf{k}V^3 = v + \bar{v}$ и вектор-октаву $\mathbf{V} = \mathbf{e}V^0 + \mathbf{i}V^1 + \mathbf{j}V^2 + \mathbf{k}V^3 + \mathbf{E}V^4 + \mathbf{I}V^5 + \mathbf{J}V^6 + \mathbf{K}V^7 = v + \bar{v} + V + \bar{V}$. Как декартовым координатам сопоставляются криволинейные ортогональные координаты, так и элементам $\mathbf{e}, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ вектор-кватерниона можно сопоставить элементы $\mathbf{e}_0, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ того же вектор-кватерниона в криволинейной ортогональной системе координат. Правила кватернионного перемножения элементов $\mathbf{e}_0, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ такие же, как и для элементов $\mathbf{e}, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$. Аналогичным образом элементам октавы $\mathbf{E}, \mathbf{I}, \mathbf{J}, \mathbf{K}$ можно сопоставить элементы $\mathbf{E}_0, \mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3$. Так возникает описание октавы в криволинейном ортогональном базисе.

Таким образом, произвольной точке пространственно-временного континуума можно сопоставить вектор-октаву

$$\mathbf{X} = \mathbf{e}_0 x^0 + \mathbf{e}_k x^k + \mathbf{E}_0 X^0 + \mathbf{E}_k X^k, \quad x^k, X^k \in \mathbb{R}, \quad x^0 \equiv ict, \quad X^0 \equiv icT.$$

Операторы наблы-октавы, вводимые соотношениями

$$\begin{aligned} \nabla^\pm &= \mathbf{e}_\alpha \frac{\partial}{\partial x^\alpha} + \mathbf{E}_\alpha \frac{\partial}{\partial X^\alpha} = \mp \mathbf{e}_0 \frac{i}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{e}_k \frac{\partial}{\partial x^k} \mp \mathbf{E}_0 \frac{i}{c} \frac{\partial}{\partial T} + \mathbf{E}_k \frac{\partial}{\partial X^k}, \\ \tilde{\nabla}^\pm &= \mp \mathbf{e}_0 \frac{i}{c} \frac{\partial}{\partial t} - \mathbf{e}_k \frac{\partial}{\partial x^k} \mp \mathbf{E}_0 \frac{i}{c} \frac{\partial}{\partial T} - \mathbf{E}_k \frac{\partial}{\partial X^k}, \end{aligned}$$

декларируют зависимость функций от восьми переменных: от времени t и времени T , от координат x^k и координат X^k . Пространство четырехмерное, и реально мы имеем четыре переменные $t \equiv T$, $x^k \equiv X^k$, но каждая переменная в качестве аргумента в описании компонент поля фигурирует дважды и потому имеет двойное начертание:

$$\begin{aligned} \nabla \circ \mathbf{V} &= -\frac{i}{c} \frac{\partial v}{\partial t} - \operatorname{div} \bar{v} + \frac{i}{c} \frac{\partial V}{\partial T} - \operatorname{Div} \bar{V} - \\ &\quad - \frac{i}{c} \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \operatorname{grad} v + \operatorname{rot} \bar{v} - \frac{i}{c} \frac{\partial \bar{V}}{\partial T} - \operatorname{Grad} V - \operatorname{Rot} \bar{V} - \\ &\quad - \frac{i}{c} \frac{\partial V}{\partial t} - \operatorname{div} \bar{V} - \frac{i}{c} \frac{\partial v}{\partial T} + \operatorname{Div} \bar{v} - \\ &\quad - \frac{i}{c} \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + \operatorname{grad} V - \operatorname{rot} \bar{V} + \frac{i}{c} \frac{\partial \bar{v}}{\partial T} + \operatorname{Grad} v - \operatorname{Rot} \bar{v}. \end{aligned}$$

При построении дифференциальных операций второго порядка сталкиваемся с необычными операторами $\operatorname{div} \operatorname{Rot}$, $\operatorname{Div} \operatorname{rot}$; $\operatorname{grad} \operatorname{Div}$, $\operatorname{Grad} \operatorname{div}$; $\operatorname{rot} \operatorname{Grad}$, $\operatorname{Rot} \operatorname{grad}$. Очевидно, что эти операторы будут давать тождественный нуль при условии

$$v(t, x, y, z, T, X, Y, Z) \equiv v(t, x, y, z), \quad \bar{v}(t, x, y, z, T, X, Y, Z) \equiv \bar{v}(t, x, y, z),$$

$$V(t, x, y, z, T, X, Y, Z) \equiv V(t, x, y, z), \quad \bar{V}(t, x, y, z, T, X, Y, Z) \equiv \bar{V}(t, x, y, z),$$

то есть в том случае, когда каждый из двух кватернионов, составляющих октаву, зависит от своих переменных. Ограничимся именно этим случаем. Последнее означает, что каждой точке пространственно-временного континуума сопоставляется не октава, а два кватерниона.

При наличии центральной симметрии пространственно-временной интервал имеет вид

$$ds^2 = dr \circ dr^* = (cdt)^2 - \left(\frac{d\rho}{dr} dr \right)^2 - (\rho d\theta)^2 - (\rho \sin \theta d\varphi)^2,$$

где $\rho(r)$ — функция, обеспечивающая осцилляции потенциала при малых значениях r . Дифференциальные операции принимают следующий вид:

$$\text{grad } V = \frac{\mathbf{e}_1}{d\rho/dr} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\mathbf{e}_2}{\rho} \frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{\mathbf{e}_3}{\rho \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \varphi} = \mathbf{e}_1 \frac{\partial V}{\partial \rho} + \frac{\mathbf{e}_2}{\rho} \frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{\mathbf{e}_3}{\rho \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \varphi},$$

$$\begin{aligned} \text{div } V &= \frac{1}{(d\rho/dr)\rho^2 \sin \theta} \left[\frac{\partial(V^1 \rho^2 \sin \theta)}{\partial r} + \frac{\partial((d\rho/dr)V^2 \rho \sin \theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial((d\rho/dr)\rho V^3)}{\partial \varphi} \right] = \\ &= \frac{1}{\rho^2 \sin \theta} \left[\frac{\partial(V^1 \rho^2 \sin \theta)}{\partial \rho} + \frac{\partial(V^2 \rho \sin \theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\rho V^3)}{\partial \varphi} \right], \end{aligned}$$

$$(\text{rot } \mathbf{V})^1 = \frac{1}{\rho^2 \sin \theta} \left[\frac{\partial(V^3 \rho \sin \theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(V^2 \rho)}{\partial \varphi} \right],$$

$$(\text{rot } \mathbf{V})^2 = \frac{1}{\rho \sin \theta (d\rho/dr)} \left[\frac{\partial(V^1 (d\rho/dr))}{\partial \varphi} - \frac{\partial(V^3 \rho \sin \theta)}{\partial r} \right] = \frac{1}{\rho \sin \theta} \left[\frac{\partial(V^1)}{\partial \varphi} - \frac{\partial(V^3 \rho \sin \theta)}{\partial \rho} \right],$$

$$(\text{rot } \mathbf{V})^3 = \frac{1}{(d\rho/dr)\rho} \left[\frac{\partial(V^2 \rho)}{\partial r} - \frac{\partial(V^1 (d\rho/dr))}{\partial \theta} \right] = \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial(V^2 \rho)}{\partial \rho} - \frac{\partial(V^1)}{\partial \theta} \right],$$

$$\begin{aligned} \text{div grad } V &= \frac{1}{(d\rho/dr)\rho^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\rho^2}{d\rho/dr} \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{\rho^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{(\rho \sin \theta)^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} = \\ &= \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho^2 \frac{\partial V}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{(\rho \sin \theta)^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2}. \end{aligned}$$

Скалярное волновое уравнение $\frac{\varepsilon\mu}{\omega^2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} - \text{div grad } V = 0$ ($\varepsilon\mu = 1/c^2$) имеет решение

$$V = R_n(\rho) \exp\left(\pm i \frac{\omega}{\sqrt{\varepsilon\mu}} t\right) Y_{mn}(\theta, \varphi),$$

где $Y_{mn}(\theta, \varphi)$ — поверхностная сферическая гармоника и

$$R_n(\rho) = \begin{cases} \rho^{-(n+1)} \left[\alpha_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k (\omega\rho)^{2k} \right], & \alpha_k = \frac{\alpha_{k-1} \omega^2}{2k(2n+1-2k)}, \\ \rho^n \left[\beta_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k (\omega\rho)^{2k} \right], & \beta_k = \frac{\beta_{k-1} \omega^2}{2k(2n+1+2k)}, \end{cases}$$

— решения уравнения

$$\begin{aligned} \omega^2 R_n + \frac{1}{(d\rho/dr)\rho^2} \frac{d}{dr} \left(\frac{\rho^2}{d\rho/dr} \frac{\partial R_n}{\partial r} \right) - \frac{n(n+1)}{\rho^2} R_n &= 0 \longrightarrow \\ \longrightarrow \frac{d}{d\rho} \left(\rho^2 \frac{\partial R_n}{\partial \rho} \right) + [\omega^2 \rho^2 - n(n+1)] R_n &= 0. \end{aligned}$$

Таким образом, все свелось к замене $r \rightarrow \rho(r)$.

Например, статическое поле

$$\mathbf{E} = -\mathbf{e}_1 \frac{2\alpha^2}{r^2} \cos\left(2\sqrt{\frac{k}{r}}\right) = -\mathbf{e}_1 \frac{\alpha^2}{r^2} \exp\left(i2\sqrt{\frac{k}{r}}\right) - \mathbf{e}_1 \frac{\alpha^2}{r^2} \exp\left(-i2\sqrt{\frac{k}{r}}\right)$$

есть суперпозиция двух полей:

$$\mathbf{E}^{\pm} = \text{grad } V^{\pm} = \frac{\mathbf{e}_1}{d\rho^{\pm}/dr} \frac{\partial V^{\pm}}{\partial r} = \mathbf{e}_1 \frac{\partial V^{\pm}}{\partial \rho^{\pm}} = \mathbf{e}_1 \frac{\partial}{\partial \rho^{\pm}} \left(\frac{1}{\rho^{\pm}} \right) =$$

$$\begin{aligned}
&= -\mathbf{e}_1 \frac{1}{\rho^\pm \rho^\pm} = -\mathbf{e}_1 \frac{\alpha^2}{r^2} \exp\left(\pm i 2\sqrt{\frac{k}{r}}\right) \longrightarrow \\
&\longrightarrow \rho^\pm = \frac{r}{\alpha} \exp\left(\mp i \sqrt{\frac{k}{r}}\right).
\end{aligned} \tag{2.1}$$

Потенциалы $V^+ = 1/\rho^+$ и $V^- = 1/\rho^-$ можно рассматривать как скалярные компоненты взаимно сопряженных кватернионов. При больших значениях r метрика пространственно-временного континуума псевдоевклидова, а при малых r имеем два экземпляра комплексно сопряженных континуумов.

Осевая симметрия означает, что

$$ds^2 = dr \circ dr^* = (cdt)^2 - \left(\frac{d\rho_r}{dr} dr\right)^2 - (\rho d\varphi)^2 - \left(\frac{d\rho_z}{dz}\right)^2 dz,$$

где

$$\rho_r = \frac{r}{\alpha_r} \exp\left(\pm i \sqrt{\frac{k_r}{r}}\right), \quad \rho_z = \frac{z}{\alpha_z} \exp\left(\pm i \sqrt{\frac{k_z}{|z|}}\right) \tag{2.2}$$

— функции, обеспечивающие осцилляции потенциала при малых значениях r и $|z|$.

Скалярное волновое уравнение имеет решения

$$V = J_n[\rho(r)] \exp\left(\pm i \frac{\omega}{\sqrt{\varepsilon\mu}} t\right) \begin{cases} \cos(n\varphi), & \cosh(k\rho_z), \\ \sin(n\varphi), & \sinh(k\rho_z), \end{cases}$$

где $J_n[\rho(r)]$ — функция Бесселя, удовлетворяющая уравнению

$$\begin{aligned}
\omega^2 J_n + \left[\frac{1}{(d\rho_r/dr)\rho_r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\rho_r}{(d\rho_r/dr)} \frac{\partial J_n}{\partial r} \right) + \left(k^2 - \frac{n^2}{\rho_r^2} \right) J_n \right] &= 0 \longrightarrow \\
\longrightarrow \rho_r \frac{\partial}{\partial \rho_r} \left(\rho_r \frac{\partial J_n}{\partial \rho_r} \right) + [(\omega^2 + k^2) \rho_r^2 - n^2] J_n &= 0.
\end{aligned}$$

Для декартовой системы координат метрика и решение скалярного волнового уравнения определяются выражениями

$$ds^2 = dr \circ dr^* = (cdt)^2 - \left(\frac{d\rho_x}{dx} dx\right)^2 - \left(\frac{d\rho_y}{dy} dy\right)^2 - \left(\frac{d\rho_z}{dz} dz\right)^2,$$

где

$$\rho_x = \frac{x}{\alpha_x} \exp\left(\pm i \sqrt{\frac{k_x}{x}}\right), \quad \rho_y = \frac{y}{\alpha_y} \exp\left(\pm i \sqrt{\frac{k_y}{y}}\right), \quad \rho_z = \frac{z}{\alpha_z} \exp\left(\pm i \sqrt{\frac{k_z}{|z|}}\right), \tag{2.3}$$

$$V = \exp\left(\pm i \frac{\omega}{\sqrt{\varepsilon\mu}} t\right) \begin{cases} \cos(n_x \rho_x), & \cos(n_y \rho_y), & \cos(n_z \rho_z), \\ \sin(n_x \rho_x), & \sin(n_y \rho_y), & \sin(n_z \rho_z), \end{cases} \quad n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = \omega^2.$$

В случае центральной симметрии векторное волновое уравнение

$$\frac{\varepsilon\mu}{\omega^2} \frac{\partial^2 \mathbf{V}}{\partial t^2} - \text{grad div } \mathbf{V} + \text{rot rot } \mathbf{V} = 0$$

имеет решения $\mathbf{V}_1 = \text{grad } V$, $\mathbf{V}_2 = \text{rot}(\mathbf{e}_1 \rho V)$, $\mathbf{V}_3 = \frac{1}{\omega} \text{rot rot}(\mathbf{e}_1 \rho V)$, где функция $V = V^\pm$ — решение скалярного волнового уравнения для взаимно сопряженных метрик (2.1).

Таким образом, осцилляции физических полей в малых областях пространства есть следствие осцилляций метрики.

По Френелю, каждая точка пространства, в которую приходит плоская волна, становится источником сферической волны. Этот факт может быть связан с осцилляцией метрики. Источником сферической волны является поверхность, на которой $\text{grad } \rho$ имеет стационарное по координате $r \sim \lambda$ значение (любой эффективный излучатель электромагнитных волн частоты $\nu = c/\lambda$ имеет размеры, кратные длине волны λ).

Осцилляции поля вокруг заряда (массы) должны проявляться и на больших расстояниях. Например, малые смещения перигелиев планет солнечной системы можно отнести к проявлению действия силы

$$f_r = -\frac{\alpha}{r^2} \cos \sqrt{\frac{\beta}{r}} \approx -\frac{\alpha}{r^2} + \frac{\alpha\beta}{2r^3}.$$

Комплексная плоскость, сопоставляемая каждой протяженности, допускает отображение точек любой ее ограниченной части на внешнюю область, и наоборот, отображение любой внешней к ограниченной части плоскости на внутреннюю область. Это отображение (конформное преобразование) может быть истолковано как бесконечно большая скорость констатации какого-либо факта (эксперименты Козырева, комета Шумахера, анализ фотографий).

Осцилляции метрики допускают существование очень плотных статически устойчивых образований сложной структуры в виде зарядов, расположенных сколь угодно близко друг к другу и называемых «элементарные частицы». Их разрушение требует большой энергии и реализуется в ускорителях. Элементарные частицы допускают устойчивые образования типа «элементов таблицы Менделеева — атомов», которые, в свою очередь, образуют «молекулы». При любом статически устойчивом в некоторой области пространства распределении атомов, молекул и пр. возникает «пограничный слой» — зона, в которой имеет место осцилляция силы. Эти осцилляции силы допускают формирование гибких, легко деформируемых цепочек и образований, называемых «кластерами». Молекулы могут образовывать периодические структуры, жесткие решетки, называемые «кристаллами». Большое разнообразие макроскопических свойств реальных объектов есть следствие большого разнообразия их структур. Причиной этого разнообразия является единственный факт: осцилляция метрики, допускающая существование разнообразных статически устойчивых структур. Размеры этих образований велики, осцилляции метрики проявляются слабо или вообще не проявляются, и на первый план выступают их макроскопические свойства.

Итак, экспериментально наблюдаемые проявления силового поля заряда связаны с метрикой пространства. Особенности силового поля заряда отнесены к особенностям метрики. Силовое поле заряда допускает существование в малой области пространства большого их количества в виде разнообразных статически устойчивых образований.

3. Описание физических полей. Теперь обратимся к проблеме математического описания самого поля. Рассмотрению полей кватернионов посвящена работа [7].

Произвольной точке пространства сопоставлен вектор-кватернион

$$\mathbf{X} = iX^0 + e_k X^k, \quad X^0 \equiv cT, \quad X^k \in \mathbb{R}.$$

Действие оператора набла-кватернион

$$\nabla = -\frac{i}{c} \frac{\partial}{\partial T} + \mathbf{e}_\alpha \frac{\partial}{\partial X^\alpha}, \quad \nabla^* = \frac{i}{c} \frac{\partial}{\partial T} + \mathbf{e}_\alpha \frac{\partial}{\partial X^\alpha}, \quad c = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$$

на кватернион

$$\mathbb{A} = (H + \bar{H}) - i\sqrt{\varepsilon_e/\mu_e}(E + \bar{E}),$$

где $E, \bar{E}, H, \bar{H} \in \mathbb{R}$ — электрическая и магнитная напряженности ($D = \varepsilon_e E, \bar{D} = \varepsilon_e \bar{E}, B = \mu_e H, \bar{B} = \mu_e \bar{H}$ — индукции), дает уравнения, аналогичные уравнениям электромагнитного поля, составленные Герцем (уравнения Максвелла):

$$\begin{aligned} \nabla_e \circ \mathbb{A} = & - \left(\frac{\partial D}{\partial T} + \text{div } \bar{H} \right) - i\sqrt{\frac{\varepsilon_e}{\mu_e}} \left(\frac{\partial B}{\partial T} - \text{div } \bar{E} \right) + \\ & + \left(-\frac{\partial \bar{D}}{\partial T} + \text{grad } H + \text{rot } \bar{H} \right) - i\sqrt{\frac{\varepsilon_e}{\mu_e}} \left(\frac{\partial \bar{B}}{\partial T} + \text{grad } E + \text{rot } \bar{E} \right) = \mathbb{J}, \end{aligned} \quad (3.1)$$

где $\mathbb{J} = \frac{i}{\sqrt{\varepsilon_e \mu_e}} q + \bar{J}$ — четыре-ток.

Уравнения (3.1) могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \bar{H} + \operatorname{grad} H - \frac{\partial \bar{D}}{\partial T} &= \bar{J}, & \operatorname{div} \bar{H} + \frac{\partial D}{\partial T} &= 0, \\ \operatorname{rot} \bar{E} + \operatorname{grad} E + \frac{\partial \bar{B}}{\partial T} &= 0, & \operatorname{div} \bar{D} - \varepsilon_e \frac{\partial B}{\partial T} &= q. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Обычно скалярные поля $E, H, D = \varepsilon_e E, B = \mu_e H$ полагают равными нулю. Соотношение

$$\nabla_e^* \circ \mathbb{J} = - \left(\frac{\partial q}{\partial T} + \operatorname{div} \bar{J} \right) + \frac{i}{\sqrt{\varepsilon_e \mu_e}} \left(\varepsilon_e \mu_e \frac{\partial \bar{J}}{\partial T} + \operatorname{grad} q \right) + \operatorname{rot} \bar{J} = \operatorname{rot} \bar{J},$$

которое эквивалентно уравнениям

$$\frac{\partial q}{\partial T} + \operatorname{div} \bar{J} = 0, \quad \varepsilon_e \mu_e \frac{\partial \bar{J}}{\partial T} + \operatorname{grad} q = 0,$$

отражает непрерывности тока. Все компоненты поля удовлетворяют волновым уравнениям

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} F - \varepsilon_e \mu_e \frac{\partial^2 F}{\partial T^2} = 0, \quad \operatorname{grad} \operatorname{div} \bar{F} - \operatorname{rot} \operatorname{rot} \bar{F} - \varepsilon_e \mu_e \frac{\partial^2 \bar{F}}{\partial T^2} = 0.$$

Кватернион \mathbb{A} может быть получен из аналогичного кватерниона

$$\mathbb{B} = (A + \bar{A}) - \sqrt{\mu_g / \varepsilon_g} (M + \bar{M}),$$

где $M, \bar{M}, A, \bar{A} \in \mathbb{R}$ — напряженности ($N = \mu_g M, \bar{N} = \mu_g \bar{M}, L = \varepsilon_g A, \bar{L} = \varepsilon_g \bar{A}$ — соответствующие индукции):

$$\begin{aligned} \nabla_g^* \circ \mathbb{B} &= \left(\frac{\partial N}{\partial T} - \operatorname{div} \bar{A} \right) + i \sqrt{\frac{\mu_g}{\varepsilon_g}} \left(\frac{\partial L}{\partial T} + \operatorname{div} \bar{M} \right) + \\ &+ \left(\operatorname{rot} \bar{A} + \operatorname{grad} A + \frac{\partial \bar{N}}{\partial T} \right) - i \sqrt{\frac{\mu_g}{\varepsilon_g}} \left(\operatorname{rot} \bar{M} + \operatorname{grad} M - \frac{\partial \bar{L}}{\partial T} \right) = \mu_e \mathbb{A}, \end{aligned}$$

где ∇_g^* — набла-оператор, в котором $c = c_g = 1 / \sqrt{\varepsilon_g \mu_g}$. Приравнивая мнимые и вещественные, скалярные и векторные части этого равенства, получаем

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \bar{M} + \operatorname{grad} M - \frac{\partial \bar{L}}{\partial T} &= \sqrt{\frac{\mu_e \varepsilon_g}{\varepsilon_e \mu_g}} \bar{D}, & \operatorname{div} \bar{M} + \frac{\partial L}{\partial T} &= - \sqrt{\frac{\mu_e \varepsilon_g}{\varepsilon_e \mu_g}} D, \\ \operatorname{rot} \bar{A} + \operatorname{grad} A + \frac{\partial \bar{N}}{\partial T} &= \bar{B}, & \operatorname{div} \bar{A} - \frac{\partial N}{\partial T} &= -B. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Итак, имеем $\nabla_e \circ \mathbb{A} = \mathbb{J}$, $\nabla_e^* \circ \mathbb{J} = \operatorname{rot} \bar{J}$, $\nabla_g^* \circ \mathbb{B} = \mu_e \mathbb{A}$, или $\nabla_e^* \circ \nabla_e \circ \mathbb{A} = \operatorname{rot} \bar{J}$, $\nabla_e \circ \nabla_g^* \circ \mathbb{B} = \mu_e \mathbb{J}$. Обращают на себя внимание два момента:

- несимметричность этих уравнений;
- поля имеют место только при наличии четыре-тока.

Уравнения (3.2) и (3.3) становятся симметричными, если записать их, например, в виде

$$\nabla_e \circ \mathbb{A} = -\varepsilon_g \mathbb{B} + \mathbb{J}, \quad \nabla_g^* \circ \mathbb{B} = \mu_e \mathbb{A} + \mathbb{I}, \quad (3.4)$$

где $\mathbb{I} = \frac{i}{\sqrt{\varepsilon_g \mu_g}} p + \bar{I}$ — четыре-ток. Четыре-ток \mathbb{I} также непрерывен, и $\nabla_g^* \circ \mathbb{I} = \operatorname{rot} \bar{I}$. Вместо (3.2) и (3.3) имеем

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \bar{H} + \operatorname{grad} H - \frac{\partial \bar{D}}{\partial T} &= \bar{J} - \bar{L}, & \operatorname{div} \bar{H} + \frac{\partial D}{\partial T} &= L, \\ \operatorname{rot} \bar{E} + \operatorname{grad} E - \frac{\partial \bar{B}}{\partial T} &= \sqrt{\frac{\mu_e \varepsilon_g}{\varepsilon_e \mu_g}} \bar{N}, & \operatorname{div} \bar{E} - \frac{\partial B}{\partial T} &= \frac{q}{\varepsilon_e} + \sqrt{\frac{\mu_e \varepsilon_g}{\varepsilon_e \mu_g}} N; \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \bar{A} + \operatorname{grad} A + \frac{\partial \bar{N}}{\partial T} &= \bar{I} + \bar{B}, & \operatorname{div} \bar{A} - \frac{\partial N}{\partial T} &= -B, \\ \operatorname{rot} \bar{M} + \operatorname{grad} M - \frac{\partial \bar{L}}{\partial T} &= \sqrt{\frac{\mu_e \varepsilon_g}{\varepsilon_e \mu_g}} \bar{D}, & \operatorname{div} \bar{M} + \frac{\partial L}{\partial T} &= \frac{p}{\mu_g} - \sqrt{\frac{\mu_e \varepsilon_g}{\varepsilon_e \mu_g}} D. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Каждое из полей удовлетворяет неоднородному уравнению Гельмгольца:

$$\begin{aligned} \nabla_g^* \circ (\nabla_e \circ \mathbb{A}) + \varepsilon_g \mu_e \mathbb{A} &= -\varepsilon_g \mathbb{I} + \nabla_g^* \circ \mathbb{J}, \\ \nabla_e \circ (\nabla_g^* \circ \mathbb{B}) + \varepsilon_g \mu_e \mathbb{B} &= \mu_e \mathbb{J} + \nabla_e \circ \mathbb{I}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Уравнения разделились, поэтому комплексным кватернионам \mathbb{A} и \mathbb{B} можно сопоставить различные сущности. Поля (экспериментально обнаруженные Н. Теслой) существуют независимо от зарядов и токов, которые ответственны только за их изменение.

Уравнения (3.4) следует рассматривать как *аксиому*, подлежащую экспериментальной проверке. Существование кватернионного аналога специальной теории относительности [4, 5] означает также возможность описания полей методами алгебры. Алгебра кватернионов является частным случаем алгебры Клиффорда, которая вводит понятие спинора. Перейдем к описанию полей спиноров.

4. Алгебры векторного пространства, сопоставленного реальному пространству.

В работе [6] П. К. Рашевский показал, что линейное представление алгебры Клиффорда (сопоставление элементам базиса соответствующих матриц) приводит к понятию спиноров — объектов, представляемых кососимметрическими матрицами. Вводится понятие агрегата как совокупности скаляра, вектора, бивектора, тривектора, ..., n -вектора. Для двух измерений имеем $\mathbf{A} = \mathbb{A} + (\mathbf{e}_1 \mathbb{A}^1 + \mathbf{e}_2 \mathbb{A}^2) + \mathbf{e}_{12} \mathbb{A}^{12}$. Элементом базиса можно сопоставить матрицы

$$1 \Leftrightarrow I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_1 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_2 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_3 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix},$$

удовлетворяющие правилам умножения $\mathbf{e}_1 \circ \mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_2 \circ \mathbf{e}_2 = -I$, $\mathbf{e}_1 \circ \mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_{12} = -\mathbf{e}_{21} = -\mathbf{e}_2 \mathbf{e}_1 = -\mathbf{e}_2 \circ \mathbf{e}_1$ — диада и $\mathbf{e}_2 \circ \mathbf{e}_{12} = -\mathbf{e}_{12} \circ \mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_{12} \circ \mathbf{e}_1 = -\mathbf{e}_1 \circ \mathbf{e}_{12} = \mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}_{12} \circ \mathbf{e}_{12} = -I$. Скалярной величине \mathbb{A} сопоставляется $I\mathbb{A}$. Эти двумерные спиноры изоморфны кватернионам.

Для трех измерений евклидова пространства имеем агрегаты

$$\mathbf{A} = \mathbb{A} + (\mathbf{e}_1 \mathbb{A}^1 + \mathbf{e}_2 \mathbb{A}^2 + \mathbf{e}_3 \mathbb{A}^3) + (\mathbf{e}_{23} \mathbb{A}^{23} + \mathbf{e}_{31} \mathbb{A}^{31} + \mathbf{e}_{12} \mathbb{A}^{12}) + \mathbf{e}_{123} \mathbb{A}^{123},$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{23} &= \mathbf{e}_2 \circ \mathbf{e}_3 = \mathbf{e}_2 \mathbf{e}_3, \quad \mathbf{e}_{31} = \mathbf{e}_3 \circ \mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_3 \mathbf{e}_1, \quad \mathbf{e}_{12} = \mathbf{e}_1 \circ \mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2 \text{ — диады,} \\ \mathbf{e}_{123} &= \mathbf{e}_1 \circ \mathbf{e}_2 \circ \mathbf{e}_3 = \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2 \mathbf{e}_3 \text{ — триада,} \\ \mathbf{e}_{23} &= -\mathbf{e}_{32}, \quad \mathbf{e}_{31} = -\mathbf{e}_{13}, \quad \mathbf{e}_{12} = -\mathbf{e}_{21}, \quad \mathbf{e}_{123} = -\mathbf{e}_{132} = \mathbf{e}_{231} = -\mathbf{e}_{213} = \mathbf{e}_{312} = -\mathbf{e}_{321}, \\ \mathbf{e}_1 \mathbb{A}^1 + \mathbf{e}_2 \mathbb{A}^2 + \mathbf{e}_3 \mathbb{A}^3 &\text{ — вектор,} \\ \mathbf{e}_{23} \mathbb{A}^{23} + \mathbf{e}_{31} \mathbb{A}^{31} + \mathbf{e}_{12} \mathbb{A}^{12} &\text{ — бивектор (кососимметрический тензор второго ранга),} \\ \mathbf{e}_{123} \mathbb{A}^{123} &\text{ — псевдоскаляр (кососимметрический тензор третьего ранга).} \end{aligned}$$

Представление поля трехмерным спинором выделяет его свойства, обусловленные поливекторами \mathbf{e}_{23} , \mathbf{e}_{31} , \mathbf{e}_{12} , \mathbf{e}_{123} . Скалярной величине и элементам базиса трехмерного евклидова пространства \mathbf{e}_1 , \mathbf{e}_2 , \mathbf{e}_3 сопоставляются матрицы Паули

$$1 \Leftrightarrow \pi_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_1 \Leftrightarrow \pi_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_2 \Leftrightarrow \pi_2 = i \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_3 \Leftrightarrow \pi_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

удовлетворяющие условию $\pi_k \cdot \pi_s + \pi_s \cdot \pi_k = \delta_{ks} I$, $s, k = 1, 2, 3$. Скалярного произведения нет, и это условие является обобщением понятия ортогональности. Произведения элементов базиса

определяются таблицей.

	\mathbf{e}_1	\mathbf{e}_2	\mathbf{e}_3	$\mathbf{e}_{23} = i\mathbf{e}_1$	$\mathbf{e}_{31} = i\mathbf{e}_2$	$\mathbf{e}_{12} = i\mathbf{e}_3$	$\mathbf{e}_{123} = iI$
\mathbf{e}_1	I	$\mathbf{e}_{12} = i\mathbf{e}_3$	$\mathbf{e}_{13} = -i\mathbf{e}_2$	$\mathbf{e}_{123} = -iI$	$-\mathbf{e}_3$	\mathbf{e}_2	$\mathbf{e}_{23} = i\mathbf{e}_1$
\mathbf{e}_2	$\mathbf{e}_{21} = -i\mathbf{e}_3$	I	$\mathbf{e}_{23} = i\mathbf{e}_1$	\mathbf{e}_3	$\mathbf{e}_{231} = iI$	$-\mathbf{e}_1$	$\mathbf{e}_{31} = i\mathbf{e}_2$
\mathbf{e}_3	$\mathbf{e}_{31} = i\mathbf{e}_2$	$\mathbf{e}_{32} = -i\mathbf{e}_1$	I	$-\mathbf{e}_2$	\mathbf{e}_1	$\mathbf{e}_{312} = iI$	$\mathbf{e}_{12} = i\mathbf{e}_3$
$\mathbf{e}_{23} = i\mathbf{e}_1$	$\mathbf{e}_{231} = iI$	$-\mathbf{e}_3$	\mathbf{e}_2	$-I$	$\mathbf{e}_{21} = -i\mathbf{e}_3$	$\mathbf{e}_{31} = i\mathbf{e}_2$	$-\mathbf{e}_1$
$\mathbf{e}_{31} = i\mathbf{e}_2$	\mathbf{e}_3	$\mathbf{e}_{312} = iI$	$-\mathbf{e}_1$	$\mathbf{e}_{12} = i\mathbf{e}_3$	$-I$	$\mathbf{e}_{32} = -i\mathbf{e}_1$	$-\mathbf{e}_2$
$\mathbf{e}_{12} = i\mathbf{e}_3$	$-\mathbf{e}_2$	\mathbf{e}_1	$\mathbf{e}_{123} = iI$	$\mathbf{e}_{13} = -i\mathbf{e}_2$	$\mathbf{e}_{23} = i\mathbf{e}_1$	$-I$	$-\mathbf{e}_3$
$\mathbf{e}_{123} = iI$	$\mathbf{e}_{23} = i\mathbf{e}_1$	$\mathbf{e}_{31} = i\mathbf{e}_2$	$\mathbf{e}_{12} = i\mathbf{e}_3$	$-\mathbf{e}_1$	$-\mathbf{e}_2$	$-\mathbf{e}_3$	$-I$

Таблица умножения отражает возможность сопоставить тензору $\mathbf{e}_k \mathbf{e}_s \mathbb{A}^{ks}$ аксиальный вектор $i(\mathbf{e}_1 \mathbb{A}^{23} + \mathbf{e}_2 \mathbb{A}^{31} + \mathbf{e}_3 \mathbb{A}^{12})$, тензору $\mathbf{e}_p \mathbf{e}_k \mathbf{e}_s \mathbb{A}^{pks}$ – псевдоскаляр $i\mathbb{A}^{123}$, а агрегат записать в виде $\mathbf{A} = (\mathbb{A} + i\mathbb{A}^{123}) + \mathbf{e}_1(\mathbb{A}^1 + i\mathbb{A}^{23}) + \mathbf{e}_2(\mathbb{A}^2 + i\mathbb{A}^{31}) + \mathbf{e}_3(\mathbb{A}^3 + i\mathbb{A}^{12}) = (\mathbb{A} + i\mathbb{A}^{123}) + (\bar{\mathbb{A}}^k + i\bar{\mathbb{A}}^{sp})$.
Операторы

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial X^0} + \mathbf{e}_k \frac{\partial}{\partial X^k} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial T} + \mathbf{e}_k \frac{\partial}{\partial X^k}, \quad \tilde{\nabla} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial T} - \mathbf{e}_k \frac{\partial}{\partial X^k} \quad (X^0 = cT)$$

следует трактовать как набла-агрегаты, тогда

$$\begin{aligned} \nabla_e \circ \mathbb{A} = & \left(\sqrt{\varepsilon_e \mu_e} \frac{\partial \mathbb{A}}{\partial T} + \operatorname{div} \bar{\mathbb{A}}^k \right) + i \left(\sqrt{\varepsilon_e \mu_e} \frac{\partial \mathbb{A}^{123}}{\partial T} + \operatorname{div} \bar{\mathbb{A}}^{sk} \right) + \\ & + \left(\sqrt{\varepsilon_e \mu_e} \frac{\partial \bar{\mathbb{A}}^k}{\partial T} + \operatorname{grad} \mathbb{A} - \operatorname{rot} \bar{\mathbb{A}}^{sm} \right) + i \left(\sqrt{\varepsilon_e \mu_e} \frac{\partial \bar{\mathbb{A}}^{sk}}{\partial T} + \operatorname{grad} \mathbb{A}^{123} + \operatorname{rot} \bar{\mathbb{A}}^m \right). \end{aligned}$$

Если

$$\mathbb{A} = -H + i \sqrt{\frac{\varepsilon_e}{\mu_e}} E^{123} + \sqrt{\frac{\varepsilon_e}{\mu_e}} \bar{E}^k + i \bar{H}^{sk} \quad \text{и} \quad \mathbb{J} = \frac{q}{\sqrt{\varepsilon_e \mu_e}} - \bar{J}^k, \quad (4.1)$$

то условие $\nabla_e \circ \mathbb{A} = \mathbb{J}$ дает уравнения (3.2). Построения можно продолжить введением агрегатов

$$\mathbb{B} = \sqrt{\frac{\mu_g}{\varepsilon_g}} M - i A^{123} - \bar{A}^k + i \sqrt{\frac{\mu_g}{\varepsilon_g}} \bar{M}^{sk}, \quad \mathbb{I} = -i \frac{p^{123}}{\sqrt{\varepsilon_g \mu_g}} - \bar{I}^{sk}. \quad (4.2)$$

Условие $\tilde{\nabla}_g \circ \mathbb{B} = \mu_e \mathbb{A}$ дает уравнения (3.3). Уравнения (3.5) и (3.6) примут вид

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \bar{H}^{sm} + \operatorname{grad} H - \frac{\partial \bar{D}^k}{\partial T} &= \bar{J}^k - \bar{L}^k, & \operatorname{div} \bar{H}^{sk} + \frac{\partial D^{123}}{\partial T} &= L^{123}, \\ \operatorname{rot} \bar{E}^m + \operatorname{grad} E^{123} - \frac{\partial \bar{B}^{sk}}{\partial T} &= \sqrt{\frac{\mu_e \varepsilon_g}{\varepsilon_e \mu_g}} \bar{N}^{sk}, & \operatorname{div} \bar{E}^k - \frac{\partial B}{\partial T} &= \frac{q}{\varepsilon_e} + \sqrt{\frac{\mu_e \varepsilon_g}{\varepsilon_e \mu_g}} N; \\ \operatorname{rot} \bar{A}^k + \operatorname{grad} A^{123} + \frac{\partial \bar{N}^{sk}}{\partial T} &= \bar{I}^{sk} + \bar{B}^{sk}, & \operatorname{div} \bar{A} - \frac{\partial N}{\partial T} &= -B, \\ \operatorname{rot} \bar{M}^{sk} + \operatorname{grad} M - \frac{\partial \bar{L}^k}{\partial T} &= \sqrt{\frac{\mu_e \varepsilon_g}{\varepsilon_e \mu_g}} \bar{D}^k, & \operatorname{div} \bar{M}^{sk} + \frac{\partial L^{123}}{\partial T} &= \frac{p^{123}}{\mu_g} - \sqrt{\frac{\mu_e \varepsilon_g}{\varepsilon_e \mu_g}} D^{123}. \end{aligned}$$

В отличие от (3.5) и (3.6) эти уравнения фиксируют тензорный характер некоторых компонент поля. Например, наличие объектов, описываемых кососимметрическими тензорами, исключает возможность статического равновесия.

Запишем уравнения (3.7) в явном виде. Для упрощения положим $\varepsilon_e = \varepsilon_g$, $\mu_e = \mu_g$, тогда

$$\Delta = \tilde{\nabla}_g \circ \nabla_e = \nabla_e \circ \tilde{\nabla}_g = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} - \frac{\partial^2}{\partial X^k \partial X^k},$$

$$\begin{aligned}\tilde{\nabla}_g \circ \mathbb{J} &= \left(\frac{\partial q}{\partial T} + \operatorname{div} \bar{J}^k \right) - \left(\frac{1}{c} \frac{\partial \bar{J}^k}{\partial T} + c \operatorname{grad} q \right) + i \operatorname{rot} \bar{J}^k, \\ \nabla_e \circ \mathbb{I} &= i \left(-\frac{\partial p^{123}}{\partial T} + \operatorname{div} \bar{I}^{sk} \right) - i \operatorname{rot} \bar{I}^{sk} + i \left(\frac{1}{c} \frac{\partial \bar{I}^{sk}}{\partial T} - c \operatorname{grad} p^{123} \right).\end{aligned}$$

Итак, имеем

$$\begin{aligned}\tilde{\nabla}_g \circ (\nabla_e \circ \mathbb{A}) + \varepsilon_g \mu_e \mathbb{A} &= -\varepsilon_g \mathbb{I} + \tilde{\nabla}_g \circ \mathbb{J} \longrightarrow \\ \longrightarrow -\left(\Delta H + \frac{1}{c^2} H \right) + i c \left(\Delta D^{123} + \frac{1}{c^2} D^{123} \right) + c \left(\Delta \bar{D}^k + \frac{1}{c^2} \bar{D}^k \right) + i \left(\Delta \bar{D}^{sk} + \frac{1}{c^2} \bar{D}^{sk} \right) = \\ = i \varepsilon_g \left(c p^{123} - \bar{I}^{sk} \right) + \left(\frac{\partial q}{\partial T} + \operatorname{div} \bar{J}^k \right) - \left(\frac{1}{c} \frac{\partial \bar{J}^k}{\partial T} + c \operatorname{grad} q \right) + i \operatorname{rot} \bar{J}^k, \\ \nabla_e \circ (\tilde{\nabla}_g \circ \mathbb{B}) + \varepsilon_g \mu_e \mathbb{B} &= \mu_e \mathbb{J} + \nabla_e \circ \mathbb{I} \longrightarrow \\ \longrightarrow -c \left(\Delta N + \frac{1}{c^2} N \right) + i \left(\Delta A^{123} + \frac{1}{c^2} A^{123} \right) - \left(\Delta \bar{A}^k + \frac{1}{c^2} \bar{D}^k \right) + i c \left(\Delta \bar{N}^{sk} + \frac{1}{c^2} \bar{N}^{sk} \right) = \\ = \mu_e \left(c q - \bar{J}^k \right) + i \left(-\frac{\partial p^{123}}{\partial T} + \operatorname{div} \bar{I}^{sk} \right) - i \operatorname{rot} \bar{I}^{sk} + \left(\frac{1}{c} \frac{\partial \bar{I}^{sk}}{\partial T} - c \operatorname{grad} p^{123} \right).\end{aligned}$$

Прежде чем рассматривать поля спиноров, построенных на четырехмерных векторах, отметим некоторые положения аксиоматики.

По Ньютону, любому образованию, которое остается неизменным как таковое достаточно долго, может быть сопоставлена мера, а уравнение динамики формулируется как утверждение: *скорость изменения меры равна причине*. Следуя Декарту, массе m И. Ньютон сопоставил меру $\bar{q} = m\bar{v}$, где $\bar{v} = d\bar{r}/dt$, \bar{r} – радиус-вектор точечной массы, и записал уравнение динамики в виде $d\bar{q}/dt = \bar{f}$. Физическое, реальное пространство, в котором происходит движение точечной массы, рассматривается как вместилище, которое не обладает какой-либо структурой. Оно постулируется как математическая категория, для которой справедлива геометрия Евклида. Положение точечной массы есть функции времени (независимого параметра t), которое вводится также как математическая категория. Это время не является координатным временем $T = -i \frac{X_0}{c}$ или $T = \frac{X_0}{c}$ уравнений Максвелла. Производная $\frac{\partial}{\partial T}$ в уравнениях Максвелла не есть скорость изменения по И. Ньютону, и преобразование Лоренца в рамках классической механики должно быть переосмыслено.

Л. Эйлер сделал следующий шаг, дополнив меру движения элементарной (точечной) массы относительно неподвижной точки O слагаемым \bar{k}_r , записав ее в виде $\bar{k}_0 = \bar{r} \times \bar{q} + \bar{k}_r$, где \bar{k}_r – вектор, имеющий размерность момента количества движения, отражает структуру рассматриваемого образования. Из этих двух мер \bar{q} и \bar{k}_r первая является полярным вектором, а вторая – аксиальным.

Изучение оптических спектров атомов привело к выводу, что мера движения образований, называемых электронами, имеет еще одно качество, обозначенное термином «спин». Итак, в пространстве спиноров, построенных на трехмерных векторах, помимо отмеченных мер \bar{q} и \bar{k}_r , соответствующих $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ и $\mathbf{e}_{23}, \mathbf{e}_{31}, \mathbf{e}_{12}$, должна иметь место также мера, соответствующая поливектору \mathbf{e}_{123} .

5. О возможности объединения электромагнитного и гравитационного полей в рамках алгебры Клиффорда. Рассмотрим поля, соответствующие алгебре Клиффорда, построенной на четырехмерных векторах пространства Г. Минковского. Агрегаты имеют вид

$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= \mathbb{A} + (i\mathbf{e}_0\mathbb{A}^0 + \mathbf{e}_1\mathbb{A}^1 + \mathbf{e}_2\mathbb{A}^2 + \mathbf{e}_3\mathbb{A}^3) + \\ &+ (i\mathbf{e}_{01}\mathbb{A}^{01} + i\mathbf{e}_{02}\mathbb{A}^{02} + i\mathbf{e}_{03}\mathbb{A}^{03} + \mathbf{e}_{23}\mathbb{A}^{23} + \mathbf{e}_{31}\mathbb{A}^{31} + \mathbf{e}_{12}\mathbb{A}^{12}) + \\ &+ (\mathbf{e}_{123}\mathbb{A}^{123} + i\mathbf{e}_{023}\mathbb{A}^{023} + i\mathbf{e}_{031}\mathbb{A}^{031} + i\mathbf{e}_{012}\mathbb{A}^{012}) + i\mathbf{e}_{0123}\mathbb{A}^{0123},\end{aligned}$$

где $\mathbf{e}_{sk} = \mathbf{e}_s \circ \mathbf{e}_k$, $\mathbf{e}_{skm} = \mathbf{e}_{sk} \circ \mathbf{e}_m$, $\mathbf{e}_{skmn} = \mathbf{e}_{skm} \circ \mathbf{e}_n$, $s, k, m, n = 0, 1, 2, 3$. Существование псевдоевклидова базиса обеспечивается соответствием

$$1 \Leftrightarrow I = \begin{pmatrix} \pi_0 & 0 \\ 0 & \pi_0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} \pi_0 & 0 \\ 0 & -\pi_0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_k \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & \pi_k \\ \pi_k & 0 \end{pmatrix}, \quad k = 1, 2, 3,$$

где π_0, π_k — матрицы Паули. Итак, имеем $\mathbf{e}_0 \circ \mathbf{e}_0 = I$, $\mathbf{e}_k \circ \mathbf{e}_k = -I$, $k = 1, 2, 3$, $\mathbf{e}_k \circ \mathbf{e}_s + \mathbf{e}_s \circ \mathbf{e}_k = 2\delta_{ks}$, $k, s = 0, 1, 2, 3$, $k \neq s$, I — единичная 4×4 -матрица. Поливекторам соответствуют матрицы

$$\mathbf{e}_{123} = i \begin{pmatrix} 0 & \pi_0 \\ \pi_0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_{0123} = \begin{pmatrix} 0 & \pi_0 \\ -\pi_0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_{0k} = \begin{pmatrix} 0 & \pi_k \\ -\pi_k & 0 \end{pmatrix}, \quad k = 1, 2, 3,$$

$$\mathbf{e}_{sk} = i \begin{pmatrix} \pi_m & 0 \\ 0 & \pi_m \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_{0sk} = i \begin{pmatrix} \pi_m & 0 \\ 0 & -\pi_m \end{pmatrix}, \quad s \rightarrow k \rightarrow m \rightarrow s = 1, 2, 3.$$

Этот полный набор вариантов расположения объектов $\pm\pi_\alpha$, $\alpha = 1, 2, 3$, на диагоналях матрицы 2×2 определяют базис агрегата.

П. К. Рашевский [6] отмечает возможность другого соответствия, например:

$$1 \Leftrightarrow I = \begin{pmatrix} \pi_0 & 0 \\ 0 & \pi_0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_0 \Leftrightarrow i \begin{pmatrix} 0 & -\pi_0 \\ \pi_0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{e}_k \Leftrightarrow i \begin{pmatrix} -\pi_k & 0 \\ 0 & \pi_k \end{pmatrix}, \quad k = 1, 2, 3,$$

что эквивалентно изменению порядка индексации элементов полного базиса.

Ниже приведен фрагмент таблицы умножения элементов базиса всего агрегата, определяющей его алгебру.

	\mathbf{e}_{01}	\mathbf{e}_{02}	\mathbf{e}_{03}	\mathbf{e}_{123}	\mathbf{e}_{23}	\mathbf{e}_{31}	\mathbf{e}_{12}
\mathbf{e}_{01}	I	$-\mathbf{e}_{12}$	\mathbf{e}_{31}	$-\mathbf{e}_{023}$	\mathbf{e}_{0123}	\mathbf{e}_{03}	$-\mathbf{e}_{02}$
\mathbf{e}_{02}	\mathbf{e}_{12}	I	$-\mathbf{e}_{23}$	$-\mathbf{e}_{031}$	$-\mathbf{e}_{03}$	\mathbf{e}_{0123}	\mathbf{e}_{01}
\mathbf{e}_{03}	$-\mathbf{e}_{31}$	\mathbf{e}_{23}	I	$-\mathbf{e}_{012}$	\mathbf{e}_{02}	$-\mathbf{e}_{01}$	\mathbf{e}_{0123}
\mathbf{e}_{123}	\mathbf{e}_{023}	\mathbf{e}_{031}	\mathbf{e}_{012}	I	$-\mathbf{e}_1$	$-\mathbf{e}_2$	$-\mathbf{e}_3$
\mathbf{e}_{23}	\mathbf{e}_{0123}	\mathbf{e}_{03}	$-\mathbf{e}_{02}$	$-\mathbf{e}_1$	$-I$	\mathbf{e}_{12}	$-\mathbf{e}_{31}$
\mathbf{e}_{31}	$-\mathbf{e}_{03}$	\mathbf{e}_{0123}	\mathbf{e}_{01}	$-\mathbf{e}_2$	$-\mathbf{e}_{12}$	$-I$	\mathbf{e}_{23}
\mathbf{e}_{12}	$-\mathbf{e}_{02}$	\mathbf{e}_{01}	\mathbf{e}_{0123}	$-\mathbf{e}_3$	\mathbf{e}_{31}	$-\mathbf{e}_{23}$	$-I$

Правило умножения демонстрирует эквивалентность агрегата совокупности четырех скалярных величин $\mathbb{A}, \mathbb{A}^0, \mathbb{A}^{123}, \mathbb{A}^{0123}$ и четырех трехмерных векторов $\bar{\mathbb{A}}^k, \bar{\mathbb{A}}^{0k}, \bar{\mathbb{A}}^{sk}, \bar{\mathbb{A}}^{0sk}$, $k = 1, 2, 3$, $sk = 23, 21, 12$. Все величины описаны в своих базисах, и потому дифференциальные операторы должны иметь указание базиса: $\text{grad}_{k,0k,sk,0sk}$, $\text{div}_{-,0,123,0123}$, $\text{rot}_{k,0k,sk,0sk}$.

Отмечаем, что четыре-токи и поля (4.1), (4.2) могут быть объединены в рамках одних агрегатов: $\mathbb{J} = -\frac{q}{\sqrt{\varepsilon_e \mu_e}} - i\mathbf{e}_{0k} J^{0k} + \mathbf{e}_{123} \frac{p_{123}}{\sqrt{\varepsilon_g \mu_g}} - i\mathbf{e}_{0sk} I^{0sk}$,

$$\mathbb{A} = \sqrt{\frac{\mu_e}{\varepsilon_e}} M + \mathbf{e}_k \sqrt{\frac{\varepsilon_e}{\mu_e}} E^k + i\mathbf{e}_0 H^0 + i\mathbf{e}_{0k} A^{0k} - \mathbf{e}_{123} \sqrt{\frac{\varepsilon_e}{\mu_e}} E^{123} + \mathbf{e}_{sk} \sqrt{\frac{\mu_e}{\varepsilon_e}} M^{sk} - i\mathbf{e}_{0123} A^{0123} + i\mathbf{e}_{0sk} H^{0sk}.$$

Действие оператора $\nabla^\pm = \mathbf{e}_\alpha \frac{\partial}{\partial X^\alpha} = \pm i\mathbf{e}_0 \frac{\partial}{c\partial T} + \mathbf{e}_k \frac{\partial}{\partial X^k}$ на произвольный агрегат \mathbb{A} дает

$$\begin{aligned} \nabla^\pm \circ \mathbb{A} &= \text{grad}_k \mathbb{A} \pm i\mathbf{e} \frac{\partial \mathbb{A}}{c\partial T}, \\ \nabla \circ \mathbf{e}_k \mathbb{A}^k &= -\text{div}_- \bar{\mathbb{A}}^k + \text{rot}_{sk} \bar{\mathbb{A}}^m \pm i\mathbf{e}_{0k} \frac{\partial \mathbb{A}^k}{c\partial T}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\nabla^\pm \circ \mathbf{e}_0 \mathbb{A}^0 &= -i \operatorname{grad}_{0k} \mathbb{A}^0 \mp \frac{\partial \mathbb{A}^0}{c \partial T}, \\
\nabla \circ i \mathbf{e}_{0k} \mathbb{A}^{0k} &= i \operatorname{div}_0 \bar{\mathbb{A}}^{0k} - i \operatorname{rot}_{0sk} \bar{\mathbb{A}}^{0sm} \mp i \mathbf{e}_k \frac{\partial \mathbb{A}^{0k}}{c \partial T}, \\
\nabla^\pm \circ \mathbf{e}_{123} \mathbb{A}^{123} &= -\operatorname{grad}_{sk} \mathbb{A}^{123} \pm i \mathbf{e}_{0123} \frac{\partial \mathbb{A}^{123}}{c \partial T}, \\
\nabla \circ \mathbf{e}_{sk} \mathbb{A}^{sk} &= \operatorname{div}_{123} \bar{\mathbb{A}}^{sk} + \operatorname{rot}_m \bar{\mathbb{A}}^{sm} \pm i \mathbf{e}_{0sk} \frac{\partial \mathbb{A}^{0sk}}{c \partial T}, \\
\nabla^\pm \circ \mathbf{e}_{0123} \mathbb{A}^{0123} &= i \operatorname{grad}_{0sk} \mathbb{A}^{0123} \mp \mathbf{e}_{123} \frac{\partial \mathbb{A}^{0123}}{c \partial T}, \\
\nabla \circ i \mathbf{e}_{0sk} \mathbb{A}^{0sk} &= -i \operatorname{div}_{0123} \bar{\mathbb{A}}^{0sk} - i \operatorname{rot}_{0m} \bar{\mathbb{A}}^{0sm} \mp i \mathbf{e}_{sk} \frac{\partial \mathbb{A}^{0sk}}{c \partial T},
\end{aligned}$$

либо

$$\begin{aligned}
\nabla^\pm \circ \mathbf{A} &= \left(-\operatorname{div}_- \bar{\mathbb{A}}^k \mp \frac{\partial \mathbb{A}^0}{c_e \partial T} \right) + \mathbf{e}_k \left(\operatorname{grad}_k \mathbb{A} + \operatorname{rot}_k \bar{\mathbb{A}}^{sm} \mp \frac{\partial \mathbb{A}^{0k}}{c_e \partial T} \right) + \\
&+ i \mathbf{e}_0 \left(\operatorname{div}_0 \bar{\mathbb{A}}^{0k} \pm \frac{\partial \mathbb{A}}{c_e \partial T} \right) + i \mathbf{e}_{0k} \left(-\operatorname{grad}_{0k} \mathbb{A}^0 - \operatorname{rot}_{0k} \bar{\mathbb{A}}^{0sm} \pm \frac{\partial \mathbb{A}^k}{c_e \partial T} \right) + \\
&+ \mathbf{e}_{123} \left(\operatorname{div}_{123} \bar{\mathbb{A}}^{sk} \mp \frac{\partial \mathbb{A}^{0123}}{c_e \partial T} \right) + \mathbf{e}_{sk} \left(-\operatorname{grad}_{sk} \mathbb{A}^{123} + \operatorname{rot}_{sk} \bar{\mathbb{A}}^m \mp \frac{\partial \mathbb{A}^{0sk}}{c_e \partial T} \right) + \\
&+ i \mathbf{e}_{0123} \left(-\operatorname{div}_{0123} \bar{\mathbb{A}}^{0sk} \pm \frac{\partial \mathbb{A}^{123}}{c_e \partial T} \right) + i \mathbf{e}_{0sk} \left(\operatorname{grad}_{0sk} \mathbb{A}^{0123} - \operatorname{rot}_{0sk} \bar{\mathbb{A}}^{0sm} \pm \frac{\partial \mathbb{A}^{sk}}{c_e \partial T} \right).
\end{aligned}$$

Теперь можем записать уравнения $\nabla \mathbf{A} = \mathbf{J}$:

$$\begin{aligned}
\operatorname{div}_- \bar{E}^k + \frac{\partial B^0}{\partial T} &= \frac{q}{\varepsilon_e}, & \operatorname{rot}_k \bar{M}^{sk} + \operatorname{grad}_k M - \frac{\partial \bar{L}^{0k}}{\partial T} &= 0, \\
\operatorname{div}_0 \bar{A}^{0k} + \frac{\partial N}{\partial T} &= 0, & \operatorname{rot}_{0k} \bar{H}^{0sm} + \operatorname{grad}_{0k} H^0 - \frac{\partial D^k}{\partial T} &= J^{0k}, \\
\operatorname{div}_{123} \bar{M}^{sk} + \frac{\partial L^{0123}}{\partial T} &= \frac{p^{123}}{\mu_e}, & \operatorname{rot}_{sk} \bar{E}^m + \operatorname{grad}_{sk} E^{123} - \frac{\partial B^{0sk}}{\partial T} &= 0, \\
\operatorname{div}_{0123} \bar{H}^{0sk} + \frac{\partial D^{123}}{\partial T} &= 0, & \operatorname{rot}_{0sk} \bar{A}^{0sm} + \operatorname{grad}_{0sk} A^{0123} - \frac{\partial N^{sk}}{\partial T} &= I^{sk}.
\end{aligned}$$

Эти уравнения есть обобщение исходных уравнений (3.2). Таким образом, алгебра Клиффорда допускает описание большего количества *взаимосвязанных полей* в рамках одного агрегата.

В связи с этим заманчива идея совместного рассмотрения электрического и гравитационного полей. В пользу такого объединения имеем следующие факты:

— гравитационный и электрический заряды являются единственными макроскопическими характеристиками частиц;

— закон Кулона силового взаимодействия зарядов и закон всемирного тяготения И. Ньютона идентичность по форме;

— отсутствие физической интерпретации величины ε_e допускает ее отождествление с гравитационной постоянной γ ($\varepsilon_e \equiv \gamma$);

— экспериментальные данные, свидетельствующие о наличии дополнительных сил при гравитационных взаимодействиях [8].

Конечно, идея такого объединения не нова [9, 10]. Для ее развития нужна теория, понятия которой позволят адекватно трактовать результаты опытных фактов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жилин П.А. Рациональная механика сплошных сред. СПб.: Изд-во Политехнического ун-та, 2012. 584 с.

2. Куракин В.А., Ханукаев Ю.И. О равновесии системы точечных зарядов с потенциалами, осциллирующими в ближней зоне // Электронный журнал «Исследовано в России». 2004. Т. 7. С. 1511–1525. <http://www.sci-journal.ru/articles/2004/139.pdf>
3. Куракин В.А., Ханукаев Ю.И. О потенциале, объясняющем результаты опытов, лежащих в основе квантовой механики // Тезисы докладов X Международной конференции «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» (конференция Пятницкого). ИПУ РАН. Москва. 2008. С. 164–166.
4. Conway A.W. On the application of quaternions to some recent developments of electrical theory // Proc. Roy. Irish Acad. 1911. Vol. 29. Sec. A. P. 1–9.
5. Silberstein L. Quaternionic form of relativity // Philosophical Magazine. Series 6. 1912. Vol. 23. № 137. P. 790–809.
6. Рашевский П.К. Теория спиноров. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012.
7. Куракин В.А., Ханукаев Ю.И. Поля кватернионов как обобщение уравнений Максвелла // Электронный журнал «Исследовано в России». 2009. Т. 12. С. 1468–1476. <http://www.sci-journal.ru/articles/2009/112.pdf>
8. Никольский Г.А. Вихревые эффекты проникающей компоненты солнечного излучения // Журнал «Санкт-Петербургский университет». 28.11.2005. № 24–25. <http://www.spbumag.nw.ru/2005/24/14.shtml>
9. Heaviside O. A gravitational and electromagnetic analogy, part I // The Electrician. 1893. Vol. 31. P. 281–282.
10. Дятлов В.Л. Поляризация модель дипольного физического вакуума. Новосибирск: Изд-во ИМ СО РАН, 1998. 183 с.

Поступила в редакцию 13.02.2015

Куракин Вячеслав Александрович, к. т. н., доцент, кафедра прикладной физики, Московский физико-технический институт (государственный университет), 141700, Россия, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский пер., 9.
E-mail: va_kur@mail.ru

Ханукаев Юрий Исламович, к. ф.-м. н., доцент, кафедра теоретической механики, Московский физико-технический институт (государственный университет), 141700, Россия, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский пер., 9.
E-mail: khan.yuri@gmail.com

V. A. Kurakin, Yu. I. Khanukaev

On the description of physical fields by methods of Clifford algebra and on the oscillations of a metric of small areas of space

Keywords: physical fields, space metric, metric oscillation, Clifford algebra.

MSC: 15A66, 11R52

Assigning the Cartesian coordinate system to real space (linear vector space), I. Newton considered it as a container and didn't associate it with any internal structure. Such an approach leads to the phenomenological description of experimentally observed force fields and compels to attribute a source to each force field. Incorrect (but effective in the aspect of static) interpretation of Clifford algebra in the form of analytical geometry which gained universal recognition thanks to Heaviside's efforts is not algebra in its mathematical understanding. A corollary of this fact is, for example, the absence of concept of measure (spin) in classical mechanics that is experimentally observed.

In contrast to such approach, we assign the vector space having Clifford algebra to real space. This allows us to introduce measures connected with concepts of triad and quadruple and permits a joint consideration of a large number of three-dimensional fields. With objects of reality which are designated by terms of charge and dot mass we associate the force fields explicating the results of experiments that formed the basis of quantum mechanics last century. Features of force fields are referred to as features of a metric and permit existence of statically steady formations without any additional postulates.

REFERENCES

1. Zhilin P.A. *Ratsional'naya mekhanika sploshnykh sred* (Rational mechanics of continuous media), Saint-Petersburg: Saint-Petersburg Polytechnic University, 2012, 584 p.
2. Kurakin V.A., Khanukaev Y.I. On balance of the system of dot charges with potentials, oscillating in a near zone, *Investigated in Russia*, 2004, vol. 7, pp. 1511–1525 (in Russian).
<http://www.sci-journal.ru/articles/2004/139.pdf>
3. Kurakin V.A., Khanukaev Y.I. On the potential that explains the results of experiments lying at the basis of quantum mechanics, *X International Conference "Stability and oscillations of nonlinear control systems" (Pyatnitskiy conference), Book of abstracts*, Moscow, 2008, pp. 164–166 (in Russian).
4. Conway A.W. On the application of quaternions to some recent developments of electrical theory, *Proc. Roy. Irish Acad.*, 1911, vol. 29, sec. A, pp. 1–9.
5. Silberstein L. Quaternionic form of relativity, *Philosophical Magazine. Series 6*, 1912, vol. 23, no. 137, pp. 790–809.
6. Rashevskii P.K. *Teoriya spinorov* (Theory of spinors), Moscow: Librokom, 2012.
7. Kurakin V.A., Khanukaev Y.I. Fields of quaternions as generalization of Maxwell's equations, *Investigated in Russia*, 2009, vol. 12, pp. 1477–1485.
<http://www.sci-journal.ru/articles/2009/112e.pdf>
8. Nikol'skii G.A. Vortex effects of penetrating components of sunlight, *Magazine of the St. Petersburg University*, 28.11.2005, no. 24–25 (in Russian).
<http://www.spbumag.nw.ru/2005/24/14.shtml>
9. Heaviside O. A gravitational and electromagnetic analogy, part I, *The Electrician*, 1893, vol. 31, pp. 281–282.
10. Dyatlov V.L. *Polyarizatsionnaya model' dipol'nogo fizicheskogo vakuuma* (Polarization model of dipole physical vacuum), Novosibirsk: Sobolev Institute of Mathematics, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, 1998, 183 p.

Received 13.02.2015

Kurakin Vyacheslav Aleksandrovich, Candidate of Engineering, Associate Professor, Department of Applied Physics, Moscow Institute of Physics and Technology (State University), Institutskii per., 9, Dolgoprudnyi, Moscow Region, 141700, Russia.

E-mail: va_kur@mail.ru

Khanukaev Yurii Islamovich, Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Department of Theoretical Mechanics, Moscow Institute of Physics and Technology (State University), Institutskiy per., 9, Dolgoprudnyi, Moscow Region, 141700, Russia.

E-mail: khan.yuri@gmail.com