КОМПЬЮТЕРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ 2024 Т. 16 № 6 С. 1385–1398
DOI: 10.20537/2076-7633-2024-16-6-1385-1398

Ки&М

МОДЕЛИ В ФИЗИКЕ И ТЕХНОЛОГИИ

УДК: 550.3: 551.24.01

Модель мантийной конвекции в зоне полного цикла субдукции

А. Н. Четырбоцкий[a], В. А. Четырбоцкий

Дальневосточный геологический институт ДВО РАН,
Россия, 690022, г. Владивосток, пр-т 100 лет Владивостоку, д. 159

E-mail: [a] Chetyrbotsky@yandex.ru

Получено 29.08.2024, после доработки — 07.10.2024.
Принято к публикации 01.11.2024.

Разработана численная 2D-модель погружения холодной океанической плиты в толщу верхней мантии Земли, где этапу начального погружения плиты предшествует установление режима термогравитационной конвекции мантийного вещества. Модельным приближением мантии выступает двумерный образ несжимаемой ньютоновской квазижидкости в декартовой системе координат, где вследствие высокой вязкости среды уравнения мантийной конвекции принимаются в стоксовском приближении. Полагается, что вместе с плитой в верхние слои мантии поступает просочившаяся сюда морская вода. С глубиной рост давления и температуры приводит к определенным потерям ее легких фракций и флюидов, потерям воды и газов водосодержащих минералов плиты, перестройке их кристаллической решетки и, как следствие, фазовым превращениям. Эти потери обусловливают рост плотности плиты и неравномерность распределения вдоль плиты напряжений (начальные участки плиты оказываются менее плотными), что в последствии вместе с воздействием на плиту мантийных течений вызывает ее фрагментацию. Рассматривается состояние мантийной конвекции, когда плита и ее отдельные фрагменты опустились на подошву верхней мантии. Разработаны вычислительные схемы решения уравнений модели. Расчеты мантийной конвекции выполнены в терминах приближения Стокса для завихренности и функции тока, а для расчетов состояния и погружения плиты использован SPH. Выполнен ряд вычислительных экспериментов. Показано, что вследствие воздействия на плиту мантийной конвекции и с развитием вдоль плиты неоднородного поля напряжений происходит ее фрагментация. Следуя уравнениям модели, оценивается время финальной стадии субдукции, т. е. времени выхода всей океанической плиты на дно верхней мантии. В геодинамике этот процесс определяется коллизией плит, следует непосредственно за субдукцией и рассматривается обычно в качестве конечного этапа цикла Уилсона (т. е. цикла развития складчатых поясов).

Ключевые слова: мантийная конвекция, субдукция, слэб, термогравитационный режим, вычислительная схема, гидродинамика сглаженных частиц

© 2024 Александр Наумович Четырбоцкий, Валентин Александрович Четырбоцкий
Статья доступна по лицензии Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Unported License.
Чтобы получить текст лицензии, посетите веб-сайт http://creativecommons.org/licenses/by-nd/3.0/
или отправьте письмо в Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.

COMPUTER RESEARCH AND MODELING
2024 VOL. 16 NO. 6 P. 1385–1398
DOI: 10.20537/2076-7633-2024-16-6-1385-1398

Ки&М

MODELS IN PHYSICS AND TECHNOLOGY

UDC: 550.3: 551.24.01

Model of mantle convection in a zone of a complete subduction cycle

A. N. Chetyrbotskiy[a], V. A. Chetyrbotskiy

Far-Eastern Geological Institute, Far East Branch, Russian Academy of Sciences,
159 pr-t 100 years Vladivostok, Vladivostok, 690022, Russia

E-mail: [a] Chetyrbotsky@yandex.ru

Received 29.08.2024, after completion — 07.10.2024.
Accepted for publication 01.11.2024.

A 2D numerical model of the immersion of a cold oceanic plate into the thickness of the Earth's upper mantle has been developed, where the stage of the initial immersion of the plate is preceded by the establishment of a regime of thermogravitational convection of the mantle substance. The model approximation of the mantle is a two-dimensional image of an incompressible Newtonian quasi-liquid in a Cartesian coordinate system, where, due to the high viscosity of the medium, the equations of mantle convection are accepted in the Stokes approximation. It is assumed that seawater that has leaked here enters the first horizons of the mantle together with the plate. With depth, the increase in pressure and temperature leads to certain losses of its light fractions and fluids, losses of water and gases of water-containing minerals of the plate, restructuring of their crystal lattice and, as a consequence, phase transformations. These losses cause an increase in the plate density and an uneven distribution of stresses along the plate (the initial sections of the plate are denser), which subsequently, together with the effect of mantle currents on the plate, causes its fragmentation. The state of mantle convection is considered when the plate and its individual fragments have descended to the bottom of the upper mantle. Computational schemes for solving the model equations have been developed. Mantle convection calculations are performed in terms of the Stokes approximation for vorticity and the stream function, and SPH is used to calculate the state and subsidence of the plate. A number of computational experiments have been performed. It is shown that fragmentation of the plate occurs due to the effect of mantle convection on the plate and the development of inhomogeneous stress fields along the plate. Following the equations of the model, the time of the final stage of subduction is estimated, i.e. the time of the entire oceanic plate reaching the bottom of the upper mantle. In geodynamics, this process is determined by the collision of plates that immediately follows subduction and is usually considered as the final stage of the Wilson cycle (i. e., the cycle of development of folded belts).

Keywords: mantle convection, subduction, slab, thermogravitational regime, computational scheme, smoothed particle hydrodynamics

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2024, vol. 16, no. 6, pp. 1385–1398 (Russian).

© 2024 Alexander N. Chetyrbotskiy, Valentin A. Chetyrbotskiy
This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Unported License.
To view a copy of this license, visit http://creativecommons.org/licenses/by-nd/3.0/
or send a letter to Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.

1. Введение

Актуальность рассмотрения мантийной конвекции в зоне субдукции определяется значимостью вопросов перестройки структуры переноса конвективных потоков тепла при погружении холодной океанической плиты в верхние слои мантии. Приближением мантии здесь выступает несжимаемая ньютоновская квазижидкость, где вследствие высокой вязкости среды уравнения термогравитационной конвекции принимаются в стоксовском приближении [Gurnis, Davies, 1985; Doglioni, Cuffaro, Carminati, 2006; van Keken et al., 2011; Duretz et al., 2012]. Под зоной субдукции понимается линейная протяженная зона на границе литосферных плит, где более холодная и более плотная, чем окружающее мантийное вещество, плита погружается в мантию Земли [Stern, 2002; Добрецов, Кирдяшкин, Кирдяшкин, 2009].

Современные модели геодинамики разделяются способом представления слэба, постановкой граничных условий и заданием начальных распределений переменных, особенностей формы записи вязкости мантии и слэба [van Keken et al., 2011], различием характера воздействия на слэб [Kincaid, Sacks, 1997]. Принимается, что плотность мантии следует приближению Буссинеска.

В [Тёркот, Шуберт, 1985; Гаврилов, Харитонов, 2022] приводится модель субдукции, которая основана на представлении слэба упругой тонкой пластиной. Численную модель составляет уравнение для изгиба пластины под действием приложенных изгибных моментов и вертикальных нагрузок. Учитывается также, что вместе с плитой в мантию поступают объемы морской воды [Schubert, Anderson, 1985]. Допустимость такого подхода ограничена только верхними слоями мантии, где выполняются положения Кирхгофа о сохранении нормалей к срединной поверхности плиты и постоянстве ее толщины [Тимошенко, Войновский-Кригер, 1966]. Однако результат сейсмического зондирования указывает на снижение толщины плиты [Fukao, Obayashi, Nakakuki, 2009]. В частности, при ее погружении соответствующим образом растет давление и температура, что приводит к частичным потерям легких фракций вещества плиты, потерям воды и газов водосодержащих минералов, перестройкам их кристаллической решетки и последующим фазовым превращениям.

Альтернативные 2D-модели верхнемантийной конвекции в зоне субдукции основаны на положениях механики сплошной среды и гидродинамики, где вследствие высокой вязкости мантии уравнения термогравитационной конвекции принимаются в стоксовском приближении [Лобковский, Шипилов, Кононов, 2013; Трубицын, Трубицын, 2014]. Особенность этих моделей состоит в отсутствии представления слэба как геодинамического объекта, и рассмотрение динамической картины выполняется в рамках единой квазижидкости. Малоизученной остается проблема состояния мантийной конвекции после этапа ее полного погружения в верхнюю мантию, что в геодинамике соответствует закрытию моря и образованию между континентами крупной магматической провинции [Захаров и др., 2015].

2. Модель субдукции

Субдукция определяется медленным сползанием холодной океанической плиты в толщу верхней мантии. Здесь ее модель составляет набор связанных между собой двух систем уравнений, одна из них определяет термогравитационную конвекцию верхней мантии, а другая — погружение на фоне конвекции более холодной и более плотной океанической плиты. Модельным представлением мантии выступает несжимаемая ньютоновская 2D-квазижидкость в декартовой системе координат. Вследствие высокой вязкости мантии квазистационарные конвективные 2D-течения определяются уравнениями Стокса, безразмерная запись которых в тер-

минах «завихренность – функция тока» принимает вид [Torrance, Turcotte, 1971]

$$\Delta\mu\xi - 2[\mu_{xx}\psi_{yy} - 2\mu_{xy}\psi_{xy} + \mu_{yy}\psi_{xx}] - RaT_x = 0, \tag{1}$$

$$\psi_{xx} + \psi_{yy} - \xi = 0, \tag{2}$$

$$T_t + (\psi_y T)_x - (\psi_x T)_y = \Delta T, \tag{3}$$

$$\rho_t + (\psi_y \rho)_x - (\psi_x \rho)_y = \chi_\rho \Delta\rho, \tag{4}$$

где безразмерные переменные принимают такой смысл: x, y — оси декартовой системы координат ($x = y = 0$ — левый угол), ось y направлена вниз; t — безразмерное время; $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ — двумерный оператор Лапласа; $\mu(T(x, y, t), y)$, $\xi(x, y, t)$, $\psi(x, y, t)$, $\rho(x, y, t)$ — динамическая вязкость мантии, завихренность и функция тока мантийных течений, плотность мантии; $U(x, y, t) \equiv \psi_y$, $V(x, y, t) \equiv -\psi_x$, $T(x, y, t)$ — латеральная и вертикальная скорости мантийных течений, распределение температуры в мантии; $Ra = g\overline{\rho}\beta_T(T_{\max} - T_{\min})\frac{H^2}{\overline{\mu}\,\overline{U}}$ — числовой параметр, $\beta_T = 3{,}75 \cdot 10^{-5}$ 1/C° — коэффициент линейного расширения вещества верхней мантии; χ_ρ — коэффициент диффузии плотности горных пород; нижние индексы переменных указывают на соответствующие одноименные частные производные.

Обезразмеривание уравнений выполнялось стандартным образом (штрихом отмечены безразмерные переменные):

$$(x, y) = H \cdot (x, y)', \quad \mu = \overline{\mu} \cdot \mu', \quad T = (T_{\max} - T_{\min})^{-1} T', \quad t = H\chi^{-1} t',$$
$$\rho = \overline{\rho} \cdot \rho, \quad \chi = \frac{\lambda}{\overline{\rho} C_P}, \quad \overline{U} = H^{-1}\chi, \quad (U, V) = \overline{U} \cdot (U, V)',$$

где $\overline{\mu}$ — характерное значение масштабного множителя вязкости, а $\overline{U}$ — характерная скорость мантийных течений; $H = 6{,}7 \cdot 10^5$ м — глубина верхней мантии, $x_{\max} = 6{,}7 \cdot 10^6$ м — латеральная протяженность области вычислений; $T_{\min}$, $T_{\max}$ — предельные значения мантийных температур; χ — температуропроводность мантии, λ — ее теплопроводность, а C_P — удельная изобарическая теплоемкость; $g = 9{,}8$ м$^2 \cdot$ с$^{-1}$ — ускорение свободного падения (далее штрихи опускаются). При этих значениях параметров $Ra = 5{,}738 \cdot 10^5$.

Характерные значения параметров среды модели принимают следующие значения:

$$H = 2{,}88 \cdot 10^6 \text{ м}, \quad \overline{\mu} = 10^{24} \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad \chi = 2{,}88 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}, \quad \chi_\rho = 2 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с},$$
$$\overline{\rho} = 3{,}64 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3, \quad \overline{U} = 10^{-13} \text{ м/с}, \quad R_C = 1{,}378 \cdot 10^6.$$

Расчетная область представляет двумерную прямоугольную область декартовой системы координат. Для температуры и плотности принимается единый характер граничных условий — отсутствие потоков тепла и вещества мантии на боковых границах области и ненулевые потоки на горизонтальных границах:

$$\begin{gathered} T_x(0, y, t) = T_x(x_{\max}, y, t) = 0, \quad T_y(x, 0, t) = q_M, \quad T_y(x, 1, t) = q_C, \\ \rho_x(0, y, t) = \rho_x(x_{\max}, y, t) = 0, \quad \rho_y(x, 0, t) = Q_M, \quad \rho_y(x, 1, t) = Q_C, \end{gathered} \tag{5}$$

где q_M, q_C, Q_M, Q_C — потоки тепла и вещества на верхней и нижней границах мантии. Для скоростей заданы условия прилипания на боковых границах:

$$\psi(0, y, t) = \psi(x_{\max}, y, t) = 0, \quad \psi_{\boldsymbol{n}}(0, y, t) = \psi_{\boldsymbol{n}}(x_{\max}, y, t) = 0, \tag{6}$$

где $\psi_{\boldsymbol{n}}$ — производная по нормали к границам области. На участке верхней мантии, где океаническая плита движется к месту своего погружения, и на всей подошве нижней мантии принимается условие проскальзывания:

$$\psi(x,\ 0,\ t) = \psi(x,\ 1,\ t) = 0, \quad \frac{\partial^2\psi(x \subseteq X,\ y = 0,\ t)}{\partial n^2} = 0, \tag{7}$$

где X — участок верхней границы до участка погружения субдукции слэба; при $y = 1$ интервал X — латеральная составляющая x; на твердых границах (в том числе и на границах со слэбом) функция тока равна нулю; значение завихренности определяется соотношением Тома [Роуч, 1980]:

$$\xi_\omega = \frac{2}{\Delta n^2}(\psi_{\omega+1} - \psi_\omega), \tag{8}$$

где Δn — расстояние по нормали к стенке от ближайшей к стенке узловой точки $w + 1$ до ее проекции w на стенку.

При записи уравнений динамики слэба учитывается существенное превышение его протяженности над толщиной слэба [Stern, 2002; Fukao, Obayashi, Nakakuki, 2009]. Принимается также гидростатичность его состояния. Погружение слэба происходит при условии $\rho^* - \rho > 0$, когда плотность слэба ρ^* превышает плотность мантии. Тогда запись безразмерных уравнений модели принимает вид

$$(\eta u_x)_x - Ra_S \cdot y\rho^*_x = 0, \tag{9}$$

$$(\eta v_y)_y + Ra_S \cdot g\,(\rho^* - \rho) = 0, \tag{10}$$

$$T^*_t + (uT^*)_x + (vT^*)_y = \kappa \cdot \Delta T^*, \tag{11}$$

$$\rho^* = \rho^*_0\left[1 - \beta_T\left(T^*_{\max} - T^*_{\min}\right) \cdot T^* - f(t,\ y)\right], \tag{12}$$

где $\eta(T(x,\ y,\ t),\ y)$ — вязкость слэба (порядка 10^{21}–10^{23} Н · с/м^2) [Кирдяшкин, Кирдяшкин, 2023]; $u(x,\ t)$, $v(y,\ t)$, $T^*(x,\ y,\ t)$, $\rho^*(x,\ y,\ t)$ — его латеральная и вертикальная скорости погружения, температура и плотность слэба; y — безразмерная вертикальная координата; $\overline{u} = 1{,}6 \cdot 10^{-9}$ м/с — характерная скорость субдукции; κ — коэффициент температуропроводности слэба; $Ra_S = g\overline{\rho}\frac{H^2}{\overline{\eta}\,\overline{u}}$ — плотностное число Рэлея для слэба; $\rho^*_0 = 4{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3 — масштаб изменения плотности слэба; для численного моделирования принимались следующие характерные значения параметров: $\overline{\eta} = 10^{25}$ Па · с, $\kappa = 4{,}608 \cdot 10^{-3}$ м^2/с, $Ra_S = 2{,}392 \cdot 10^3$; $f(t,\ y)$ — безразмерная концентрация его легкого вещества, которая вследствие всплытия легких составляющих вещества слэба характеризует прирост его плотности.

При записи (9)–(12) принимается приближение вещества слэба смесью тяжелой и легкой компонент, динамика последних обусловлена следующим. Морская вода просачивается в океаническую литосферу через трещины и поры, где вступает в реакцию с минералами в земной коре с образованием водных минералов (таких как серпентин [Turcotte, Schubert, 2002]), которые накапливают воду в своих кристаллических структурах [Frost, 2006]. Объемы этой воды и флюиды слэба входят в состав его легких компонент. Поэтому различные трансформации таких минералов (в частности, формирование за счет выжимания воды из более плотных упаковок) можно интерпретировать как частичный фазовый переход вещества слэба. В дальнейшем локализация этого процесса уже непосредственно в самой мантии приводит к накоплению объемов таких флюидов, что в последующем может вызвать сейсмичность и плавление внутри субдуцируемой плиты.

Глубинное повышение давления и прирост температуры мантии приводят к всплытию легкой компоненты вещества слэба и последующему росту его плотности. Механизм этого процесса

состоит в следующем. На верхних слоях мантии, где вещество слэба перенасыщено объемами просочившейся сюда морской воды (и, соответственно, легких компонент слэба), происходит массовое всплытие и формирование избыточных объемов высокотемпературных компонент магматического очага. До момента, когда плотность слэба оказывается близкой к плотности мантии, его погружение снижается и может совсем прекратиться. Происходит так называемая стагнация, максимальная зафиксированная глубина которой не превышает 700 км [Fukao, Obayashi, Nakakuki, 2009]. Области стагнации прослеживаются по гипоцентрам глубоких землетрясений. Далее по мере роста концентрации тяжелой компоненты происходит прорыв зоны стагнации и затем погружение отдельных фрагментов слэба вплоть до ядра земли [Agrusta, Goes, van Humen, 2017].

Простая запись такого механизма здесь принимает вид

$$f(t, y) = a_f(t) \cdot y \cdot \exp[-b_f(t) \cdot y], \tag{13}$$

где $a_f(t)$, $b_f(t)$ — некоторые неотрицательные функции. Максимальное значение этой функции —

$$\max_y f(t, y) = y_f(t) \cdot \exp(-1)$$

— достигается при $y_f(t) = \frac{a_f(t)}{b_f(t)}$.

Для решения уравнений (9)–(11) требуется вычисление частных производных в тонкой (его ширина не превышает 80–100 км) криволинейной части слэба, что обусловливает применение адекватных бессеточных методов. В этой ситуации уместным видится применение бессеточного лагранжевого метода сглаженных частиц (SPH) [Monaghan, 2005]. В рамках SPH интерполяционные соотношения для вычисления некоторой функции $\Phi(\vec{r})$, ее градиента и лапласиана для p-й частицы с текущей координатой $\vec{r}_p$ определяются выражениями

$$\Phi(\vec{r}_p) = \sum_q^{Q(p)} \frac{m_q}{\rho_q} \Phi_q W(|\vec{r}_p - \vec{r}_q|, h), \tag{14}$$

$$\nabla\Phi(\vec{r}_p) = \sum_p^{Q(p)} \frac{m_q}{\rho_q} \Phi_q \nabla W(|\vec{r}_p - \vec{r}_q|, h), \tag{15}$$

$$\Delta\Phi(\vec{r}_p) = \sum_q^{Q(p)} \frac{m_q}{\rho_q} (\Phi_p - \Phi_q) \left[\frac{1}{x_{pq}} \frac{dW_{pq}}{dx_q} + \frac{1}{y_{pq}} \frac{dW_{pq}}{dq} \right], \tag{16}$$

где p, q — порядковые номера частиц; $p, q = 1 \div N(t)$; $N(t)$ — текущее суммарное количество частиц метода; $Q(p)$ — совокупность частиц, которые оказываются соседними к p-й частице (методические вопросы построения этого набора рассмотрены в [Алиев, 2008]); $x_{pq} = x_p - x_q$, $y_{pq} = y_p - y_q$, $W_{pq} = W(|\vec{r}_p - \vec{r}_q|, h)$ — функция ядра, на основании которой аналитически рассчитываются производные в квадратных скобках; h — радиус сглаживания. Выражение для лапласиана $\Delta\Phi(\vec{r}_p)$ следует работе [Brookshaw, 1985].

Для момента $t + 1$ координаты частиц определяются выражениями

$$x_p^{(t+1)} = x_p^{(t)} + dt \cdot u_p^{(t)} \quad \text{и} \quad y_p^{(t+1)} = y_p^{(t)} + dt \cdot v_p^{(t)}, \tag{17}$$

где $u_p^{(t)}$, $v_p^{(t)}$ — латеральная и вертикальная скорости частиц, которые при заданных начальных и граничных условиях определяются методом SPH из уравнений (9) и (10).

3. Численный алгоритм

Разностная схема строилась на неравномерной по x и равномерной по y сетках

$$\omega_x = \left\{x_i = x_{i-1} + (h_x)_i,\ i = 1 \div N_x,\ x_0 = 0,\ x_{N_x} = \frac{X_{\max}}{H}\right\},$$
$$\omega_y = \left\{y_j = y_{j-1} + h_y,\ j = 1 \div N_y,\ y_0 = 0,\ y_{N_y} = 1\right\},$$

где $(h_x)_i$, h_y — длины соответствующих шагов сетки (h_y = const); N_x, N_y — число узлов вдоль каждого направления; вдоль x-направления сетка сгущается в области ее центральной части; для переменной t принимается постоянный шаг. Параметры вычислительного процесса определяются такими значениями: $N_x = 100$, $N_y = 50$, $\Delta t = 10^{-4}$, $\Delta\tau = 10^{-6}$, $\Delta x = 9{,}67 \cdot 10^{-2}$, $\Delta y = 5{,}76 \cdot 10^{-2}$.

Здесь Δt — временной шаг для решения уравнений тепломассопереноса, а $\Delta\tau$ является итерационным параметром решения уравнений (1), (2), (8) и (9) методом установления. Временной промежуток $\frac{H}{\overline{u}}$ составляет $9{,}1324 \cdot 10^7$ лет; $\overline{u} \sim 10^{-9}$ м/с — характерный масштаб скорости погружения слэба [Добрецов, Кирдяшкин, Кирдяшкин, 2009]; число временных слоев для решения задачи погружения слэба — $N_t = 2000$. Временной шаг Δt соответствует $4{,}132 \cdot 10^4$ лет.

Сеточные операторы L_x, L_{xx}, L_{xy}, L_y, L_{yy} определяются выражениями

$$(L_x f)_{i,j} = \frac{f_{i+1,j} - f_{i-1,j}}{(h_x)_{i+1} - (h_x)_i}, \quad (L_{xx} f)_{i,j} = \frac{1}{\overline{h}_i}\left[\frac{f_{i+1,j} - f_{i,j}}{(h_x)_{i+1}} - \frac{f_{i,j} - f_{i-1,j}}{(h_x)_i}\right],$$
$$(L_{xy} f)_{i,j} = \frac{1}{2h_y}\frac{f_{i-1,j-1} - f_{i+1,j-1} - f_{i-1,j+1} + f_{i+1,j+1}}{(h_x)_i + (h_x)_{i+1}},$$
$$(L_y f)_{i,j} = \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j-1}}{2h_y}, \quad (L_{yy} f)_{i,j} = \frac{f_{i,j-1} - 2f_{i,j} + f_{i,j+1}}{h_y^2},$$

где $i = 2 \div N_x - 1$, $j = 2 \div N_y - 1$ и $\overline{h}_i = \frac{(h_x)_i + (h_x)_{i+1}}{2}$; $i = 1$ и $i = N_x$ отвечают определению граничных условий.

Запись безразмерной вязкости верхней мантии и слэба следует выражению

$$\mu = \exp(-a_T T + b_Y y),$$

где $a_T = -0{,}2$ и $b_Y = 1{,}33$ [Трубицын, Трубицын, 2014].

Поскольку критерий устойчивости Куранта – Фридрихса – Леви (КФЛ) $\left(\frac{U}{\Delta x^2} + \frac{V}{\Delta y^2}\right)\Delta t$ явного решения системы линейных уравнений системы здесь порядка 10^{-4} и существенно меньше 1, то для решения уравнений (1)–(2) и (8)–(9) используются явные разностные схемы. Для решения эллиптических уравнений (1) и (2) используется метод установления [Флетчер, 1991]. Для этого вводится фиктивная временная производная, которая выполняет роль параметра контроля квазинестационарных итераций.

Разностная схема для уравнений мантийной конвекции принимает вид

$$\xi_{ij}^{s+1,n} = \xi_{ij}^{s,n} + \Delta\tau\left[(L_{xx} + L_{yy})(\mu\xi^{s,n})_{ij} - 2 \cdot R_{ij}^{s,n} - Ra \cdot L_x(\rho^{s,n})_{ij}\right], \tag{1′}$$
$$R_{ij}^{s,n} = \left(L_{xx}\mu \cdot L_{yy}\psi^{s,n}\right)_{ij} - 2\left(L_{xy}\mu \cdot L_{xy}\psi^{s,n}\right)_{ij} + \left(L_{yy}\mu \cdot L_{xx}\psi^{s,n}\right)_{ij},$$
$$\psi_{ij}^{s+1,n} = \psi_{ij}^{s,n} + \Delta\tau\left[-\xi_{ij}^{s,n} + (L_{xx} + L_{yy})\psi_{ij}^{s,n}\right], \tag{2′}$$
$$T_{ij}^{n+1} = T_{ij}^n + \Delta_1 t\left[-L_x(UT)_{ij}^n - L_y(VT)_{ij}^n + (L_{xx} + L_{yy})T_{ij}^n\right], \tag{3′}$$
$$\rho_{ij}^{n+1} = \rho_{ij}^n + \Delta_1 t\left[-L_x(U\rho)_{ij}^n - L_y(V\rho)_{ij}^n + \chi_\rho(L_{xx} + L_{yy})\rho_{ij}^n\right], \tag{4′}$$
$$U_{ij}^{s+1,n} = L_y\psi_{ij}^{s,n}, \quad V_{ij}^{s+1,n} = -L_x\psi_{ij}^{s,n},$$

где верхний индекс n указывает текущее время (t_n) расчета; индекс s является параметром итерационного поиска решений уравнений методом установления; для каждого момента времени t_n найденное стационарное состояние переменной маркируется буквой s (стационарное в том смысле, что соответствующее решение не изменяется при дальнейшем изменении s); введение в расчеты временного шага $\Delta_1 t = 10^{-4}\Delta t$ вызвано проблемой синхронизации мантийной конвекции и субдукции $\left(\text{различием масштабов времени мантийной конвекции } \frac{H}{\overline{U}} \text{ и субдукции } \frac{H}{\overline{u}}\right)$.

Граничные и начальные условия (5)–(7) записываются подобным (1′)–(4′) образом.

В качестве функции ядра для расчета динамики субдукции использовался сплайн 3-й степени:

$$W(|\vec{r} - \vec{r}_q|, h) = \frac{15}{\pi h^6}(h - R_q)^3 \quad \text{при } 0 < R_q < h$$

и

$$W(|\vec{r} - \vec{r}_q|, h) = 0 \quad \text{при } R_q > h;$$

$R = \frac{|\vec{r} - \vec{r}_q|}{h}$ [Monaghan, 2005].

Вычислительные схемы строились на основании выражений (14)–(16):

$$u_p^{s+1,n} = u_p^{s,n} + \Delta\tau\left[\sum_q^{Q(p)} \frac{m_q}{\left(\rho_q^*\right)^{s,n}}\eta_{pq}\left(\frac{u_p - u_q}{x_{pq}}\frac{dW_{pq}}{dx_q}\right)^{s,n} - Ra_S^{(D)} y_q \left(\rho_q^*\right)_x^{s,n}\right],$$

$$v_p^{s+1,n} = v_p^{s,n} + \Delta\tau\left[\sum_q^{Q(p)} \frac{m_q}{\left(\rho_q^*\right)^{s,n}}\eta_{pq}\left(\frac{u_p - u_q}{y_{pq}}\frac{dW_{pq}}{dy_q}\right)^{s,n} - Ra_S^{(D)} \left(\left(\rho_q^*\right)^{s,n} - \rho_{ij}\right)\right],$$

$$T_p^{s+1,n} = T_p^{s,n} + \Delta t\left\{\sum_q^{Q(p)} \frac{m_q}{\left(\rho_q^*\right)^{s,n}}\lambda_{pq}\left[(T_p - T_q)\left(\frac{1}{x_{ba}}\frac{dW_{ba}}{dx_a} + \frac{1}{y_{ba}}\frac{dW_{ba}}{dy_a}\right)\right]^{s,n}\right\},$$

$$\left(\rho_p^*\right)^{s+1,n} = \rho_0^*\left\{1 - \beta_T\left(T_{\max}^* - T_{\min}^*\right)\sum_q^{Q(p)}\left[\frac{m_q}{\rho_q^*}T_q^* W(|\vec{r}_p - \vec{r}_q|, h)\right]^{s,n} - f(t, y_q)\right\},$$

где s является параметром итерационного поиска решений уравнений методом установления; $\eta_{pq} = \eta_p + \eta_q$ и $\lambda_{pq} = \lambda_p + \lambda_q$, λ_p — температуропроводность слэба; параметры функции $f(t, y_q)$ из (12) определяются значениями $b_f = y_2^{-1}$ и $a_f = 0{,}2b_f \exp(1)$; $Q(p)$ — совокупность частиц, которые оказываются соседними к p-й частице.

Алгоритм расчета $Q(p)$ выполняется следующим образом. На каждой итерации поиска решения уравнений частицы размещаются в ячейки вычислительной схемы и далее, если p-я частица попала в ячейку (i, j), для нее вычисляется среднее расстояния между ее координатами и координатами частиц из ячеек (i, j), $(i \pm 1, j \pm 1)$. К соседним частицам причисляются те из них, которые оказываются меньше этого среднего.

Вычислительный алгоритм состоит в следующем. Сначала в области вычислений устанавливается режим мантийной конвекции, для чего при заданных начальных и граничных условиях (5) на регулярной сетке находятся решения уравнений (1)–(4). Функция тока на границе «мантия – слэб» равна нулю, а значение завихренности на границах следует (6). Решение (9)–(12) выполняется по такой схеме. Для участка поступления слэба в мантию (ячейка $(x_A, 1)$ разностной схемы) формируется выборка частиц с фиксированным набором характеристик (скорость, температура, плотность). Чтобы избежать скопления частиц на этом участке, в случае их отсутствия происходит генерация частиц выборки только для этого участка. Далее динамика частиц следует уравнениям (9)–(17). Воздействие мантийных течений на динамику субдукции здесь учитывается дополнением модельного образа слэба наборами неразличимых между собой частиц из примыкающих к слэбу в текущий момент ячеек среды.

Программная реализация алгоритмов была выполнена в среде MATLAB. Там, где это было уместным, вместо циклов применялась векторизация операций.

4. Вычислительные эксперименты

При решении задач геодинамики далекой от разрешения является проблема формирования начальных распределений фазовых переменных, которая вызвана трудностями проведения натурных наблюдений. Проведение многообразных численных экспериментов с перебором вариантов значений переменных во многих случаях не дает полной картины рассматриваемых явлений. Более того, выборка начальных распределений уже сама изначально должна быть гетерогенной. Здесь численные значения атрибутов частиц определяются случайным образом на основании соответствующих диапазонов переменных модели (8)–(11): скорость — $5 \div 8$ см/год; температура — $1000 \div 1500$ °C; плотность — $3500 \div 3600$ кг/м^3; концентрация тяжелой компоненты рассчитывалась по формуле (11) подстановкой в ее левую часть значения плотности. Эти диапазоны были сформированы на основании литературных источников [Добрецов, Кирдяшкин, Кирдяшкин, 2001; Кирдяшкин, Добрецов, Кирдяшкин, 2002; Royden, Husson, 2009; Кирдяшкин, Кирдяшкин, 2023].

Начальные распределения для температуры и плотности определялись выражениями

$$T(x,\ y,\ 1) = \frac{T^{(L)}(x,\ y)}{T_{\max} - T_{\min}} + \xi \cdot 10^{-2} \sin(\pi y) \cos(\pi x),$$
$$\rho(x,\ y,\ 1) = \frac{\rho^{(L)}(x,\ y)}{\overline{\rho}} + \xi \cdot 10^{-2} \sin(\pi y) \cos(\pi x),$$

где $T^{(L)}(x,\ y)$ и $\rho^{(L)}(x,\ y)$ формировались на базе работы [Сорохтин, Ушаков, 2002]; ξ — равномерно распределенная на интервале (0, 1) случайная величина.

Для верхней мантии численные значения параметров модели (1)–(4) составлялись на основании работ [Добрецов, Кирдяшкин, Кирдяшкин, 2001; Добрецов, Кирдяшкин, Кирдяшкин, 2009; Stern, 2002; Кирдяшкин, Добрецов, Кирдяшкин, 2002; Royden, Husson, 2009; Кирдяшкин, Кирдяшкин, 2023]. В частности,

$$L = 6{,}7 \cdot 10^6 \text{ м}, \quad H = 7 \cdot 10^5 \text{ м}, \quad g = 9{,}8 \text{ м/с}^2, \quad \overline{\mu} = 10^{22} \text{ П},$$
$$\chi = 2{,}88 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}, \quad \chi_\rho = 2 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с}, \quad \overline{\rho} = 3{,}808 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3,$$
$$c_P = 1{,}2 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}, \quad \overline{U} = 10^{-13} \text{ м/с}, \quad Ra^{(D)} = 1{,}866 \cdot 10^7.$$

При выборе параметров модели субдукции согласно (10) учитывается дегидратация слэба, а изменение его плотности рассчитывается по формуле (11). Для допустимости принятия этих соотношений следует принять тот факт, что плотность слэба достигает своих максимальных значений на границе «мантия – ядро» [Fukao, Obayashi, Nakakuki, 2009]. Дегидратация и снижение вязкости субдуцируемого вещества выступают триггером механизма эксгумации высокобарических пород [Ревердатто и др., 2022]. Значения параметров модели субдукции (6)–(10) здесь приняты равными

$$\rho_H = 5{,}607 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3, \quad \rho_L = 10^3 \text{ кг/м}^3, \quad \overline{\eta} = 10^{23} \text{ П}, \quad \overline{u} = 1{,}6 \cdot 10^{-9} \text{ м/с},$$
$$\kappa = 4{,}608 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{с}, \quad Ra_S = 1{,}138 \cdot 10^2, \quad \alpha = 2, \quad \beta = 0{,}8433,$$

где значения ρ_H, α и β определялись при вычислительных экспериментах.

Низкое значение критерия КФЛ обусловливает сходимость итерационного решения уравнений модели за 1–2 итерации.

Результаты моделирования мантийной конвекции в зоне субдукции при t_n = 1000 (41 млн лет) и t_n = 1500 (61,5 млн лет) представлены на рис. 1, где крупные точки характеризуют положения участков слэба (для наглядности здесь и далее масштаб функции тока увеличен в 10^4 раз). Для понимания особенностей этих распределений на рис. 1, *в*, *г* они представлены в непосредственной масштабированной окрестности слэба.

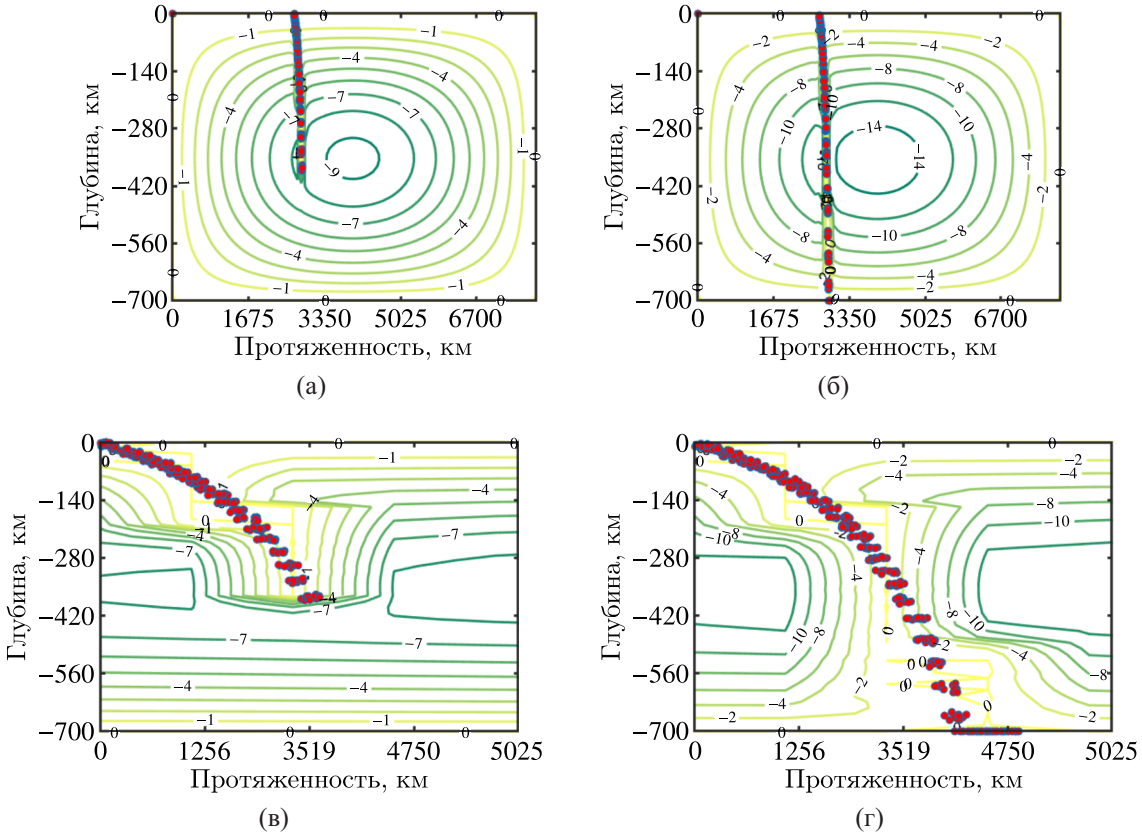

Рис. 1. Распределение функции тока при t_n = 1000 (41 млн лет) и t_n = 1500 (61,5 млн лет), где крупные точки характеризуют положения участков слэба; случаи в) и г) представлены в непосредственной масштабированной окрестности слэба

Анализ рис. 1 показывает плавный характер течений, интенсивность которых растет со временем: скорость в центре конвективной ячейки для случая (б) почти в два раза выше случая (а). Согласно условиям задачи, на границе области выполняются условие прилипания и равенство нулю функции тока на границе. Поскольку граница между мантией и слэбом является непротекаемой, то на ней функция тока также обращается в нуль, что приводит к плавному обтеканию профилей слэба.

Дальнейшее сопоставление случаев (в) и (г) показывает уплотнение распределений значений функции тока и фрагментацию слэба, которая вызвана неравномерным распределением плотности вдоль его длины (она возрастает вследствие всплытия легкой компоненты и утяжеления с ростом глубины) и воздействием на слэб мантийных течений.

Погружение плиты в мантию (субдукция) вызывает разбиение исходной конвективной ячейки на две составляющие. В этой ситуации слэб реально выступает вертикальной «перегородкой».

В рамках модели (1)–(13) можно оценить время финальной стадии субдукции, т. е. времени выхода ограниченной океанической плиты на дно верхней мантии. В геодинамике этот процесс

определяется коллизией плит, следует непосредственно за субдукцией и рассматривается обычно в качестве конечного этапа цикла Уилсона (т. е. цикла развития складчатых поясов) [Хаин, Ломизе, 1995].

На рис. 2 представлено распределение функции тока при t_n = 5000, где случай (б) — распределение в масштабированной окрестности временных итераций.

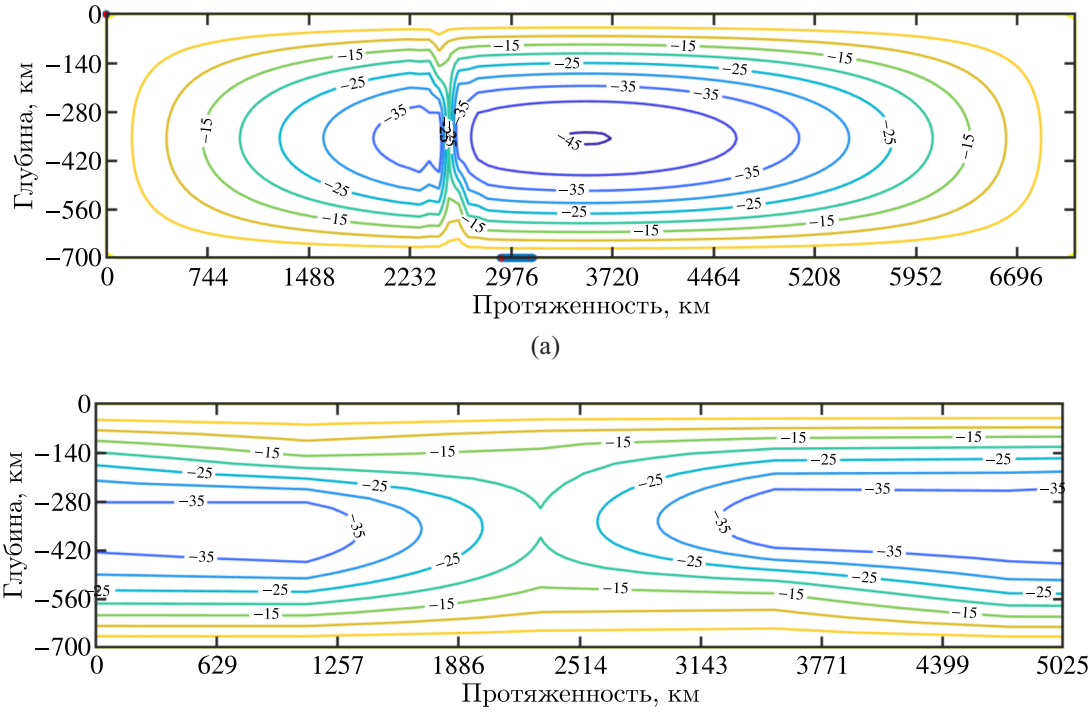

Рис. 2. Распределение функции тока при t_n = 5000 (206 млн лет)

Анализ рис. 2 показывает, что на финальной стадии субдукции состояние мантийной конвекции приближается к своему начальному состоянию. Можно заметить, что «разорванные» ранее изолинии одних и тех же значений функции тока вновь соединяются между собой. Такой результат получен после 5000 вычислительных итераций, что отвечает $2{,}066 \cdot 10^8$ (206 млн) лет.

Расчеты выполнялись на 4-ядерном компьютере с процессором Intel Core i7 с базовой частотой 2,30 ГГц и 16 Гб оперативной памяти. Особенности программной реализации решения задачи состоят в следующем: где это было уместным, вместо циклов использовались операции векторизации (в MATLAB данные в RAM хранятся в виде векторов, поэтому и скорость работы численных алгоритмов с векторными операциями выше). Посредством операторов tic-toc системы MATLAB было рассчитано время 5000 итераций, которое на этом компьютере составило примерно 27 минут.

5. Заключение

В работе рассматривается комплексная модель, составляющими которой выступают модель мантийной конвекции (уравнение завихренности, функции тока и уравнение тепломассопереноса) и пространственно-временная модель динамики слэба (уравнения для скоростей, уравнение тепломассопереноса, для решения поставленной задачи выполнена адаптация метода SPH). Предлагается модель отделения из состава слэба его легких компонент, что приводит к росту плотности слэба и допускает интерпретацию частичного фазового перехода его вещества.

Воздействие мантийных течений на динамику субдукции здесь учитывается дополнением модельного образа слэба наборами неразличимых между собой частиц из примыкающих с ним в текущий момент ячеек мантии.

Воздействие на слэб мантийных течений и неравномерность распределения вдоль него плотности обусловливают его частичную фрагментацию.

Дальнейшие наши исследования ориентированы на построение численной модели пространственно-временной динамики горячих мантийных потоков (образований), которые формируются на границе нижней мантии и внешнего ядра Земли. Частичную основу этих образований составляют поступившие сюда обломки слэбов.

Список литературы (References)

Алиев А. В. Применение метода сглаженных частиц в газовой динамике // Вычислительные методы и программирование. — 2008. — Т. 9. — С. 40–47.

Aliev A. V. Primenenie metoda sglazhennykh chastits v gazovoi dinamike [Application of the smoothed particle method to gas dynamics] // Vychislitel'nye metody i programmirovanie. — 2008. — Vol. 9. — P. 40–47 (in Russian).

Гаврилов А. С., Харитонов С. В. О субдукции амурской микроплиты и конвективном механизме выноса диссипативного тепла и углеводородов из мантийного клина в Охотское море к востоку от острова Сахалин // Вестник АН РБ. — 2022. — Т. 42, № 1. — С. 5–12.

Gavrilov A. S., Kharitonov S. V. O subduktsii amurskoi mikroplity i konvektivnom mekhanizme vynosa dissipativnogo tepla i uglevodorodov iz mantiinogo klina v Okhotskoe more k vostoku ot ostrova Sakhalin [About Amur microplate subduction and convective mechanism of dissipative removal heat and hydrocarbons from mantle wedge into the Okhotsk Sea to Sakhalin Island east] // Vestnik AN RB. — 2022. — Vol. 42, No. 1. — P. 5–12 (in Russian).

Добрецов Н. Л., Кирдяшкин А. Г., Кирдяшкин А. А. Геодинамическая и тепловая модель зоны субдукции // Физическая мезомеханика. — 2009. — Т. 12, № 1. — С. 5–16.

Dobretsov N. L., Kirdyashkin A. G., Kirdyashkin A. A. Geodinamicheskaya i teplovaya model' zony subduktsii [Geodynamic and thermal model of the subduction zone] // Fizicheskaya mezomekhanika. — 2009. — Vol. 12, No. 1. — P. 5–16 (in Russian).

Добрецов Н. Л., Кирдяшкин А. Г., Кирдяшкин А. А. Глубинная геодинамика. — Новосибирск: Изд-во СО РАН, филиал «Гео», 2001. — 408 с.

Dobretsov N. L., Kirdyashkin A. G., Kirdyashkin A. A. Glubinnaya geodinamika [Deep geodynamics]. — Novosibirsk: Izd-vo SO RAN, filial "Geo", 2001. — 408 p. (in Russian).

Захаров В. С., Перчук А. Л., Завьялов С. П., Синева Т. А., Геря Т. В. Суперкомпьютерное моделирование континентальной коллизии в докембрии: эффект мощности литосферы // Вестн. Моск. ун-та. — 2015. — Сер. 4. Геология. — 2015. — № 2. — С. 3–7.

Zakharov V. S., Perchuk A. L., Zav'yalov S. P., Sineva T. A., Gerya T. V. Superkomp'yuternoe modelirovanie kontinental'noi kollizii v dokembrii: effekt moshchnosti litosfery [Supercomputer simulation of precambrian continental collision: the lithospheric thickness effect] // Vestn. Mosk. un-ta. Ser. 4. Geologiya. — 2015. — № 2. — P. 3–7 (in Russian).

Кирдяшкин А. А., Добрецов Н. Л., Кирдяшкин А. Г. Экспериментальное моделирование влияния субдукции на пространственную структуру конвективных течений в астеносфере под континентом // ДАН. — 2002. — Т. 384, № 5. — С. 682–686.

Kirdyashkin A. A., Dobretsov N. L., Kirdyashkin A. G. Eksperimental'noe modelirovanie vliyaniya subduktsii na prostranstvennuyu strukturu konvektivnykh techenii v astenosfere pod kontinentom [Experimental modeling of the subduction influence on convective flows spatial structure in asthenosphere beneath the continent] // DAN. — 2002. — Vol. 384, No. 5. — P. 682–686 (in Russian).

Кирдяшкин А. А., Кирдяшкин А. Г. Распределение температуры в субдуцирующей плите и в верхней мантии на континентальном крыле зоны субдукции // Геосферные исследования. — 2023. — № 1. — С. 6–19.

Kirdyashkin A. A., Kirdyashkin A. G. Raspredelenie temperatury v subdutsiruyushchei plite i v verkhnei mantii na kontinental'nom kryle zony subduktsii [Temperature distribution in the subducting plate and in the upper mantle on subduction zone continental wing] // Geosfernye issledovaniya. — 2023. — No. 1. — P. 6–19 (in Russian).

Лобковский Л. И., Шипилов Э. В., Кононов М. В. Исследование конвекции в верхней мантии, термомеханически связанной с зоной субдукции, и ее геодинамические приложения для Арктики и Северо-Восточной Азии // ДАН. — 2013. — Т. 449, № 1. — С. 1–6.

Lobkovskii L. I., Shipilov E. V., Kononov M. V. Issledovanie konvektsii v verkhnei mantii, termomekhanicheski svyazannoi s zonoi subduktsii, i ee geodinamicheskie prilozheniya dlya Arktiki i Severo-Vostochnoi Azii [Investigation

of convection in the upper mantle connected thermomechanically with the subduction zone and its geodynamic application to the arctic region and North East Asia] // DAN. — 2013. — Vol. 449, No. 1. — P. 1–6 (in Russian).

Ревердатто В. В., Полянский О. П., Семенов А. Н., Бабичев А. В. Термомеханическое моделирование механизма эксгумации высокобарических пород при континентальной субдукции // Доклады РАН. Науки о Земле. — 2022. — Т. 503, № 2. — С. 131–137. — DOI: 10.31857/S2686739722040156

Reverdatto V. V., Polyanskii O. P., Semenov A. N., Babichev A. V. Termomekhanicheskoe modelirovanie mekhanizma eksgumatsii vysokobaricheskikh porod pri kontinental'noi subduktsii [Thermomechanical modeling of the high-pressure rocks exhumation mechanism during continental subduction] // Doklady RAN. Nauki o Zemle. — 2022. — Vol. 503, No. 2. — P. 131–137. — DOI: 10.31857/S2686739722040156 (in Russian).

Роуч П. Дж. Вычислительная гидродинамика. — М.: Мир, 1980. — 618 с.

Rouch P. Dzh. Vychislitel'naya gidrodinamika [Computational fluid dynamics]. — Moscow: Mir, 1980. — 618 p. (in Russian).

Рычкова Е. В., Тычков С. А. Численная модель тепловой конвекции в верхней мантии Земли под литосферой континентов // Вычислительные технологии. — 1997. — Т. 5, № 2. — С. 66–81.

Rychkova E. V., Tychkov S. A. Chislennaya model' teplovoi konvektsii v verkhnei mantii Zemli pod litosferoi kontinentov [Numerical model of thermal convection in the Earth upper mantle beneath the continental lithosphere] // Vychislitel'nye tekhnologii. — 1997. — Vol. 5, No. 2. — P. 66–81 (in Russian).

Сорохтин О. Г., Ушаков С. А. Развитие Земли. — Из-во МГУ, 2002. — 506 с.

Sorokhtin O. G., Ushakov S. A. Razvitie Zemli [Earth evolution]. — Iz-vo MGU, 2002. — 506 p. (in Russian).

Тёркот Д., Шуберт Дж. Геодинамика: геологические приложения физики сплошных сред. Ч. 1. — М.: Мир, 1985. — 376 с.

Terkot D., Shubert Dzh. Geodinamika: geologicheskie prilozheniya fiziki sploshnykh sred [Geodynamics: Geological applications of continuum physics]. Ch. 1. — Moscow: Mir, 1985. — 376 p. (in Russian).

Тимошенко С. П., Войновский-Кригер С. Пластины и оболочки. — М.: Мир, 1966. — С. 635.

Timoshenko S. P., Voinovskii-Kriger S. Plastiny i obolochki [Plates and shells]. — Moscow: Mir, 1966. — P. 635. (in Russian).

Трубицын В. П., Белавина Ю. Ф., Рыков В. В. Тепловое и механическое взаимодействие мантии с континентальной литосферой // Физика Земли. — 1993. — № 11. — С. 3–15.

Trubitsyn V. P., Belavina Yu. F., Rykov V. V. Teplovoe i mekhanicheskoe vzaimodeistvie mantii s kontinental'noi litosferoi [Thermal and mechanical interaction of the mantle with the continental lithosphere] // Fizika Zemli. — 1993. — No. 11. — P. 3–15 (in Russian).

Трубицын В. П., Трубицын А. П. Численная модель образования совокупности плит и их прохождение через границу 660 км // Физика Земли. — 2014. — №. 6. — С. 138–147.

Trubitsyn V. P., Trubitsyn A. P. Chislennaya model' obrazovaniya sovokupnosti plit i ikh prokhozhdenie cherez granitsu 660 km [Numerical model for the generation of the ensemble of lithospheric plates and their penetration through the 660-km boundary] // Fizika Zemli. — 2014. — No. 6. — P. 138–147 (in Russian).

Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. — М.: Мир, 1991. — Т. 2. — 553 с.

Fletcher K. Vychislitel'nye metody v dinamike zhidkostei [Computational methods in fluid dynamics]. — Moscow: Mir, 1991. — Vol. 2. — 553 p.

Хаин В. Е., Ломизе М. Г. Геотектоника с основами геодинамики. — М.: Изд-во МГУ, 1995. — 480 с.

Khain V. E., Lomize M. G. Geotektonika s osnovami geodinamiki [Geotectonics with the basics of geodynamics]. — Moscow: Izd-vo MGU, 1995. — 480 p. (in Russian).

Agrusta R., Goes S., van Humen J. Subducting-slab transition zona interaction: Stagnant, penetration and mode switch // Earth and Planetary Science Letters. — 2017. — Vol. 464. — P. 10–23.

Bercovici D., Shubert G., Tuckley P. J. On the penetration of the 660 km phase change by mantle downflows // Geophys. Res. Lett. — 1993. — Vol. 20. — P. 2599–2602.

Brookshaw L. A method of calculating radiative heat diffusion in particle simulations // Proceedings of the Astronomical Society of Australia. — 1985. — Vol. 6. — P. 207–210.

Cristensen U. R. The influence of trench migration on slab penetration in the lower mantle // Earth and Planetary Science Letters. — 1996. — Vol. 140. — P. 27–39.

Doglioni C., Cuffaro M., Carminati E. What moves slabs // Boll. Geof. Teor. Appl. — 2006. — Vol. 47. — P. 227–247.

Duretz T., Gerya T. V., Kaus J. P., Andersen T. B. Thermomechanical modeling of slab eduction // Journal of geophysical research. — 2012. — Vol. 117, No. B08411. — DOI: 10.1029/2012JB009137

Frost D. The stability of hydrous mantle phases // Reviews in Mineralogy & Geochemistry. — 2006. — Vol. 62. — P. 243–271.

Fukao Y., Obayashi M., Nakakuki M. Deep slab project group. Stagnant slab: a review // Annual Review of Earth and Planetary Sciences. — 2009. — Vol. 37. — P. 19–46.

Gurnis M., Davies G. F. Numerical study of high Rayleigh number convection in a medium with depth-depend viscosity // Geophys. J. R. astr. Soc. — 1985. — Vol. 85, No. 186. — P. 523–541.

Kincaid C., Sacks I. S. Thermal and dynamical evolution of the upper mantle in subduction zones // J. Geophys. Res. — 1997. — Vol. 102, No. B6. — P. 12295–12315.

Monaghan J. J. Smoothed particle hydrodynamics // Rep. Prog. Phys. — 2005. — Vol. 68. — P. 1703–1759.

Royden L. H., Husson L. Subduction with variations in slab buoyancy: models and application to the Banda and Apennine systems // Subduction zone geodynamics. — Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. — P. 35–46. — DOI: 10.1007/978-3-540-87974-9

Schubert G., Anderson C. A. Finite element calculation of very high Rayleigh number thermal convection // Geophys. J. Roy. Astr. Soc. — 1985. — Vol. 80. — P. 298–318.

Stern R. J. Subduction zones // Rev. Geophys. — 2002. — Vol. 40, No. 4. — P. 3–38.

Torrance K. E., Turcotte D. L. Thermal convection with large viscosity variations // J. Fluid. Mech. — 1971. — Vol. 47. — P. 113–125.

Turcotte D. L., Schubert G. Geodynamics. — Cambridge University Press, 2002. — 863 p.

Van Keken P. E., Hacker B. R., Syracuse E. M., Abers G. A. Subduction factory: 4. Depth-dependent flux of H_2O from subducting slabs worldwide // J. Geophys. Res. — 2011. — Vol. 116, No. B01401. — P. 1–15. — DOI: 10.1029/2010JB007922