

УДК: 51-77

## Особенности социальных взаимодействий: базовая модель

С. Ю. Малков<sup>1,a</sup>, О. А. Шпырко<sup>2,b</sup>

<sup>1</sup>Центр долгосрочного прогнозирования и стратегического планирования МГУ им. М. В. Ломоносова,  
Россия, 119991, г. Москва, ул. Ленинские горы, д. 1

<sup>2</sup>Филиал МГУ им. М. В. Ломоносова в г. Севастополе,  
Россия, 299001, г. Севастополь, ул. Героев Севастополя, д. 7

E-mail: <sup>a</sup> s@malkov.org, <sup>b</sup> shpyrko@mail.ru

*Получено 19.03.2023, после доработки — 03.09.2023.*

*Принято к публикации 27.10.2023.*

В работе рассматриваются базовая модель конкурентных взаимодействий и ее использование для анализа и описания социальных процессов. Особенностью модели является то, что она описывает взаимодействие нескольких конкурирующих акторов, при этом акторы могут варьировать стратегию своих действий, в частности, образовывать коалиции для совместного противодействия общему противнику.

В результате моделирования выявлены различные режимы конкурентного взаимодействия, проведена их классификация, описаны их особенности. В ходе исследования уделено внимание так называемым негрубым (по А. А. Андронову) случаям реализации конкурентного взаимодействия, которые до сих пор редко рассматривались в научной литературе, но зато достаточно часто встречаются в реальной жизни. С использованием базовой математической модели рассмотрены условия реализации различных режимов конкурентных взаимодействий, определены условия перехода от одних режимов к другим, приведены примеры реализации этих режимов в экономике, социальной и политической жизни.

Показано, что при относительно невысоком уровне конкуренции, носящей неантагонистический характер, конкуренция может приводить к повышению активности взаимодействующих акторов и к общему экономическому росту. Причем при наличии расширяющихся ресурсных возможностей (до тех пор, пока такие возможности сохраняются) данный рост может иметь гиперболический характер. При снижении ресурсных возможностей и усилении конкуренции происходит переход к колебательному режиму, когда более слабые акторы объединяются для совместного противодействия более сильным. При дальнейшем снижении ресурсных возможностей и усилении конкуренции происходит переход к формированию устойчивых иерархических структур. При этом модель показывает, что в определенный момент происходит потеря устойчивости, система становится негрубой (по А. А. Андронову) и чувствительной к флуктуациям изменений параметров. В результате сложившиеся иерархии могут разрушиться и замещаться на новые. При дальнейшем повышении интенсивности конкуренции происходит полное подавление актором-лидером своих оппонентов и установление монополизма.

Приведены примеры из экономической, социальной, политической жизни, иллюстрирующие закономерности, выявленные на основе моделирования с использованием базовой модели конкуренции. Полученные результаты могут быть использованы при анализе, моделировании и прогнозировании социально-экономических и политических процессов.

**Ключевые слова:** конкуренция, математическое моделирование, игра с нулевой и положительной суммой, монополизм, иерархии, динамическое равновесие, устойчивые структуры

Работа выполнена при поддержке Программы развития МГУ, проект № 23А-Ш05-03.

UDC: 51-77

## Features of social interactions: the basic model

S. Yu. Malkov<sup>1,a</sup>, O. A. Shpyrko<sup>2,b</sup>

<sup>1</sup>Center for Long-Term Forecasting and strategic planning of Moscow State University,  
1 Leninskie gory st., Moscow, 119991, Russia

<sup>2</sup>Branch of Moscow State University named after M. V. Lomonosov in the city of Sevastopol,  
7 Geroev Sevastopolja st., Sevastopol, 299001, Russia

E-mail: <sup>a</sup> s@malkov.org, <sup>b</sup> shpyrko@mail.ru

*Received 19.03.2023, after completion — 03.09.2023.  
Accepted for publication 27.10.2023.*

The paper considers the basic model of competitive interactions and its use for the analysis and description of social processes. The peculiarity of the model is that it describes the interaction of several competing actors, while actors can vary the strategy of their actions, in particular, form coalitions to jointly counter a common enemy.

As a result of modeling, various modes of competitive interaction were identified, their classification was conducted, and their features were described. In the course of the study, the attention is paid to the so-called “rough” (according to A. A. Andronov) cases of the implementation of competitive interaction, which until now have rarely been considered in the scientific literature, but are quite common in real life. Using a basic mathematical model, the conditions for the implementation of various modes of competitive interactions are considered, the conditions for the transition from one mode to another are determined, examples of the implementation of these modes in the economy, social and political life are given.

It is shown that with a relatively low level of competition, which is non-antagonistic in nature, competition can lead to an increase in the activity of interacting actors and to overall economic growth. Moreover, in the presence of expanding resource opportunities (as long as such opportunities remain), this growth may have a hyperbolic character. With a decrease in resource capabilities and increased competition, there is a transition to an oscillatory mode, when weaker actors unite to jointly counteract stronger ones. With a further decrease in resource opportunities and increased competition, there is a transition to the formation of stable hierarchical structures. At the same time, the model shows that at a certain moment there is a loss of stability, the system becomes “rough” according to A. A. Andronov and sensitive to fluctuations in parameter changes. As a result, the existing hierarchies may collapse and be replaced by new ones. With a further increase in the intensity of competition, the actor-leader completely suppresses his opponents and establishes monopolism.

Examples from economic, social, and political life are given, illustrating the patterns identified on the basis of modeling using the basic model of competition. The obtained results can be used in the analysis, modeling and forecasting of socio-economic and political processes.

**Keywords:** competition, mathematical modeling, zero-sum and positive-sum game, monopolism, hierarchies, dynamic equilibrium, stable structures

*Citation:* *Computer Research and Modeling*, 2023, vol. 15, no. 6, pp. 1673–1693 (Russian).

This work was done with the support of MSU Program of Development, Project No. 23A-SCH05-03.

## Введение. Конкуренция как объект моделирования

Мы живем в беспокойную историческую эпоху, характеризующуюся социальной нестабильностью, межгосударственными конфликтами, конкурентной борьбой. Проблема устойчивого развития обсуждается на международных площадках на протяжении многих десятилетий, но устойчивое развитие как было, так и остается проблемой.

Конфликтные и конкурентные отношения характерны для социальных взаимодействий на протяжении всей человеческой истории, они во многом определяют специфику как межгосударственных, так и внутривластных процессов. В этой связи представляет интерес анализ закономерностей конкурентных взаимодействий на теоретическом уровне с использованием математического моделирования.

В обобщенном виде модель конкурентной борьбы может быть представлена системой дифференциальных уравнений, описывающих изменение соотношения сил различных акторов (от английского *act* — действовать) в ходе конкурентных взаимодействий<sup>1</sup>:

$$\frac{du_i}{dt} = A_i(u_i) - B_i(u_i) + \sum_{j \neq i} C_{ij}(u_i, u_j), \quad i, j = 1, 2, 3, \dots, N. \quad (1)$$

Здесь  $t$  — время,  $N$  — количество взаимодействующих акторов,  $u_i$  — показатель, характеризующий силу (степень экономической мощи, демографического потенциала, геополитического могущества<sup>2</sup> и т.п.)  $i$ -го актора в момент времени  $t$ . Член  $A_i(u_i)$  описывает воспроизводство (возобновление) силы  $i$ -го актора. Член  $B_i(u_i)$  описывает снижение силы  $i$ -го актора вследствие процессов, непосредственно не связанных с конкурентной борьбой (отрицательные обратные связи в социальной системе, ресурсные ограничения и т.п.). Члены  $C_{ij}(u_i, u_j)$  описывают взаимодействие между акторами. В случае когда это взаимодействие конкурентное, данные члены отрицательны, поскольку в конкурентной борьбе акторы стремятся подавить (ослабить) друг друга. В процессе конкурентной борьбы могут возникать коалиции (временные союзы), когда несколько акторов объединяют свои усилия для того, чтобы совместно противостоять общему противнику. В этом случае члены  $C_{ij}(u_i, u_j)$ , описывающие взаимодействие членов коалиции, могут принимать положительные значения, поскольку они помогают друг другу в борьбе против общего противника, в то время как их противодействие общему противнику усиливается.

Смысл переменных и вид уравнений (1) в каждом конкретном случае зависят от предметной области исследования и решаемой задачи. Однако, несмотря на многообразие конкретных ситуаций, интересно понять: есть ли какие-то общие закономерности, характерные для конкурентного взаимодействия в социальных системах и определяемые базовыми особенностями таких взаимодействий.

В соответствии с этим рассмотрим базовую модель конкуренции, которая в упрощенном виде (при сохранении только линейных и квадратичных членов в правых частях уравнений (1)) может быть записана следующим образом:

$$\frac{du_i}{dt} = a_i \cdot u_i - b_i \cdot u_i^2 + \sum_{j \neq i} c_{ij} \cdot u_i \cdot u_j, \quad i, j = 1, 2, 3, \dots, N, \quad a_i > 0, \quad b_i > 0. \quad (2)$$

<sup>1</sup> Дифференциальные уравнения подобного типа использовались для описания конкурентных взаимодействий в социальных системах, например, в работах [Гусейнов, Павловский, Устинов, 1984; Иванчиков, Огарышев, Павловский, 1993; Павловский, 2000; Вайдлих, 2004; Чернавский, 2004; Зульпукаров, Чернавский, Щербаков, 2006; Малков, 2009].

<sup>2</sup> В качестве количественного показателя экономической мощи может использоваться, например, величина внутреннего валового продукта (ВВП), демографический потенциал страны может измеряться количеством населения в трудоспособном возрасте, для оценки геополитического могущества может использоваться такой показатель, как геополитический статус (см. [Коняхин, Подкорытов, Винокуров, 2006; Винокуров, Ковалев, Малков, 2013]).

Динамика системы (2) при постоянных значениях коэффициентов  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_{ij}$  рассматривалась в разных работах<sup>1</sup>. В работе [Малков, Кирилук, 2013] подробно рассмотрены особенности динамики системы (2) в случае взаимодействия двух акторов ( $N = 2$ ):

$$\frac{du_1}{dt} = a_1 \cdot u_1 - b_1 \cdot u_1^2 + c_{12} \cdot u_1 \cdot u_2, \quad (3)$$

$$\frac{du_2}{dt} = a_2 \cdot u_2 - b_2 \cdot u_2^2 + c_{21} \cdot u_1 \cdot u_2, \quad (4)$$

приведены фазовые портреты, характеризующие динамику системы (3)–(4) при разных соотношениях значений коэффициентов  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_{ij}$ . Фазовые портреты — это графики в пространстве переменных  $u_i$ , отражающие совокупность траекторий этих переменных, задаваемых рассматриваемой системой уравнений. Форма этих траекторий при разном соотношении коэффициентов будет разной. На рис. 1 и 2 приведены фазовые портреты для наиболее интересных для нас случаев<sup>2</sup> для взаимодействия двух акторов (сплошными линиями на рисунках обозначены изоклины, на которых траектории изменяют направление движения; кружочками обозначены устойчивые аттракторы — состояния, к которым эволюционирует система с течением времени). Рисунок 1 отражает ситуацию, когда взаимодействие между акторами отсутствует (автономное развитие акторов при  $c_{ij} = 0$ ).

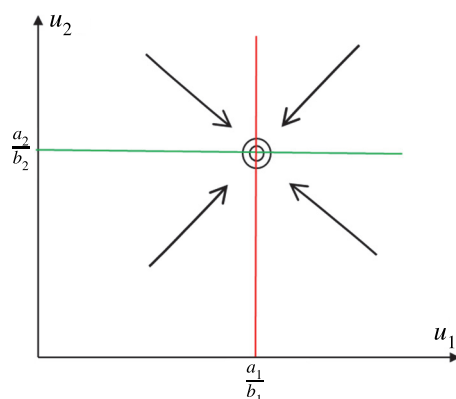


Рис. 1. Фазовый портрет системы (3)–(4) с типовыми траекториями при отсутствии взаимодействия между акторами ( $c_{ij} = 0$ )

Для этой ситуации характерно наличие состояния устойчивого равновесия (аттрактор, находящийся в точке пересечения изоклин с координатами  $u_1 = \frac{a_1}{b_1}$ ,  $u_2 = \frac{a_2}{b_2}$ ), к которому стремится система вне зависимости от того, в каком начальном состоянии она находится.

При наличии взаимодействия между акторами ( $c_{ij} \neq 0$ ) расположение изоклин на фазовой плоскости претерпевает изменение; пересечение изоклин, не совпадающих с осями координат, перемещается из точки с координатами  $u_1 = \frac{a_1}{b_1}$ ,  $u_2 = \frac{a_2}{b_2}$  в точку с координатами  $u_1 = \frac{a_2 \cdot c_{12} + a_1 \cdot b_2}{b_1 \cdot b_2 - c_{12} \cdot c_{21}}$ ,

<sup>1</sup> Применительно к биологическим системам модель конкурентного взаимодействия (2) рассматривалась, например, в работах [Chi, Wu, Hsu, 1998; May, Leonard, 1975; Базыкин, 2003; Ризниченко, 2010; Нгуен, Ха, Цибулин, 2022], применительно к социальным системам — в работах [Риу, 1989; Плотинский, 2001; Чернавский, 2004; Малков, 2009].

<sup>2</sup> Для нас наиболее интересными являются случаи, когда акторы потенциально достаточно близки по «силе», поскольку в противном случае (если какой-то из акторов имеет явное преимущество в своих возможностях) результат конкурентного взаимодействия предсказуем и тривиален: более сильный актор в конечном итоге подавляет всех остальных вне зависимости от начального состояния системы.

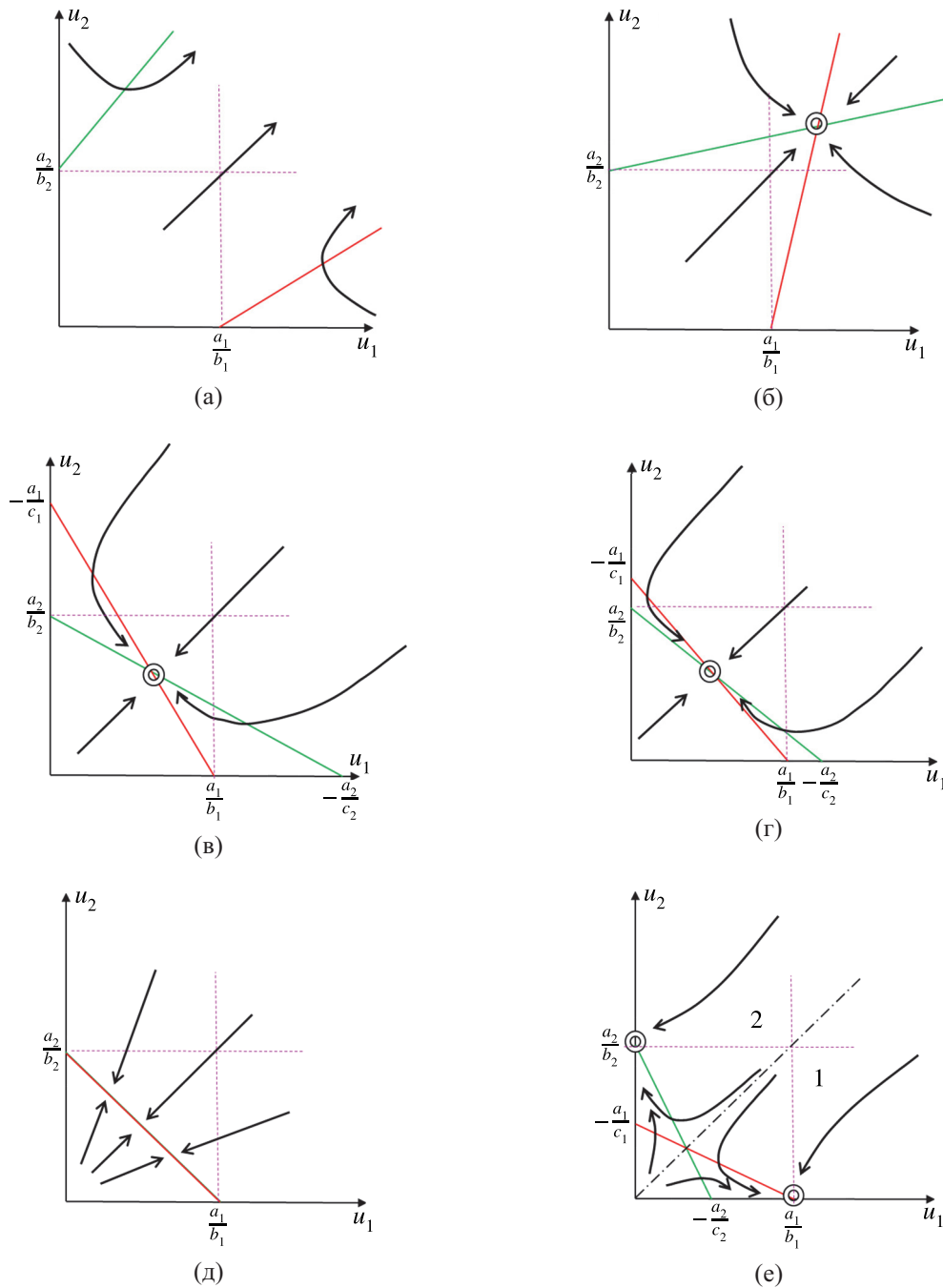


Рис. 2. Фазовые портреты с типовыми траекториями при наличии взаимодействия между акторами ( $c_{ij} \neq 0$ ) для различных соотношений значений коэффициентов в модели (3)–(4). По оси абсцисс отложены значения  $u_1$ , по оси ординат – значения  $u_2$

$u_2 = \frac{a_1 \cdot c_{21} + a_2 \cdot b_1}{b_1 \cdot b_2 - c_{12} \cdot c_{21}}$ , которые, в зависимости от соотношений параметров системы, могут принимать как положительные, так и отрицательные значения. При этом изменяются вид фазового портрета и характер динамики рассматриваемой системы.

На рис. 2, а – е показана трансформация фазового портрета при изменении величин  $c_{ij}$  от больших положительных значений к большим отрицательным (для наглядности изображений принято, что  $a_1 \approx a_2, b_1 \approx b_2$ ).

Рисунок 2, *а* отражает ситуацию, когда  $c_{ij} > 0$  и  $c_{12} \cdot c_{21} > b_1 \cdot b_2$ . В этом случае координаты точки пересечения изоклин имеют отрицательные значения. Для этой ситуации характерен непрерывный рост как  $u_1$ , так и  $u_2$ . Взаимодействие приводит к улучшению состояния обоих акторов.

Рисунок 2, *б* отражает ситуацию, когда  $c_{ij} > 0$ , но  $c_{12} \cdot c_{21} < b_1 \cdot b_2$ . Для нее характерно наличие устойчивого аттрактора с координатами  $u_1 > \frac{a_1}{b_1}$ ,  $u_2 > \frac{a_2}{b_2}$ . Взаимодействие приводит к улучшению состояния обоих акторов.

Рисунок 2, *в* отражает ситуацию, когда  $c_{ij} < 0$ ,  $|c_{12}| \cdot |c_{21}| < b_1 \cdot b_2$ ,  $a_2 \cdot c_{12} + a_1 \cdot b_2 > 0$ ,  $a_1 \cdot c_{21} + a_2 \cdot b_1 > 0$ . Для нее характерно наличие устойчивого аттрактора с координатами  $u_1 < \frac{a_1}{b_1}$ ,  $u_2 < \frac{a_2}{b_2}$ . Взаимодействие приводит к ухудшению состояния обоих акторов.

Рисунок 2, *г* отражает ситуацию, когда  $c_{ij} < 0$  и  $|c_{12}| \cdot |c_{21}| \approx b_1 \cdot b_2$ . Для нее характерно сближение изоклин, вследствие чего устойчивость аттрактора снижается, его положение становится сильно зависящим от малых изменений коэффициентов модели.

Рисунок 2, *д* отражает ситуацию, когда  $c_{ij} < 0$ ,  $|c_{12}| \cdot |c_{21}| = b_1 \cdot b_2$ . При  $a_1 \cdot |c_{21}| = a_2 \cdot b_1$ ,  $a_2 \cdot |c_{12}| = a_1 \cdot b_2$  изоклины сливаются, соответственно, система (3)–(4) становится негрубой (по А. А. Андронову) [Андронов, Понтрягин, 1937]. Это означает, что точек равновесия становится бесконечно много (такowymi являются все точки на изоклинах). При  $a_1 \cdot |c_{21}| \neq a_2 \cdot b_1$ ,  $a_2 \cdot |c_{12}| \neq a_1 \cdot b_2$  изоклины параллельны друг другу; в этом случае точек равновесия нет, взаимодействие заканчивается победой одного из акторов при любых начальных значениях  $u_1$  и  $u_2$ .

Рисунок 2, *е* отражает ситуацию, когда  $c_{ij} < 0$  и  $|c_{12}| \cdot |c_{21}| > b_1 \cdot b_2$ ,  $a_2 \cdot c_{12} + a_1 \cdot b_2 < 0$ ,  $a_1 \cdot c_{21} + a_2 \cdot b_1 < 0$ . Для нее характерно наличие устойчивого аттрактора, соответствующее полному подавлению одного актора другим. При этом существенным является начальное состояние системы. Вся фазовая плоскость делится на две зоны, разделяемые сепаратрисой (она обозначена на рисунке штрихпунктирной линией): если изначально акторы находятся в зоне 1, то в конечном итоге побеждает первый актор, если же изначально акторы находятся в зоне 2, то в конечном итоге побеждает второй актор.

В случае взаимодействия трех и более акторов ситуация становится еще более разнообразной, поскольку акторы могут вступать в коалиции, изменяя стратегии конкурентного поведения. Смена стратегий может учитываться в модели путем изменения значений коэффициентов в системе (2). Ниже мы рассмотрим некоторые важные для практических приложений ситуации и обсудим выводы, полезные для понимания особенностей социальных взаимодействий.

Сразу оговоримся, что не ставим своей целью изучение возможных вариантов динамики системы (1) в случае конкурентного взаимодействия нескольких акторов, поскольку это слишком объемная тема для одной статьи. Наша цель более скромная. Мы хотим лишь показать, что использование достаточно простых, базовых математических моделей типа (2), несмотря на всю сложность процессов в обществе, где сталкиваются интересы различных акторов, позволяет лучше понять внутреннюю логику этих процессов и выявить условия переходов от одних режимов функционирования общества к другим. В частности, широко известно неоднозначное отношение к конкуренции как к социальному явлению. С одной стороны, в рыночной экономике конкуренция приветствуется: считается, что она стимулирует активность и без нее невозможен экономический рост. С другой стороны, жесткая конкуренция нередко приводит к монополизации рынков и последующей экономической стагнации. Подобная ситуация наблюдается и в политике. С одной стороны, считается, что демократия, как политическая система, основана на свободной конкуренции различных политических сил. Но с другой стороны, жесткая политическая конкуренция нередко приводит к падению демократических режимов и переходу к диктатуре. Мы попытаемся показать, что такие метаморфозы достаточно легко объясняются на основе анализа

поведения базовой модели конкуренции при изменении ее параметров (прежде всего при изменении значений коэффициентов, отражающих интенсивность конкурентного взаимодействия акторов). При этом мы ограничимся случаем лишь трех взаимодействующих акторов и рассмотрим лишь один способ принятия кооперативных решений в ходе конкурентной борьбы, который мы назвали «объединение слабых против сильного» (см. ниже). Также отметим, что будут рассматриваться наиболее интересные с практической точки зрения ситуации, когда изначально ни один из акторов не обладает явным преимуществом по отношению к другим и поэтому чрезвычайно сложно заранее предсказать, как будут развиваться события в результате их конкурентного взаимодействия.

## Моделирование социальных взаимодействий

Рассмотрим особенности динамики системы (2) на примере конкурентного взаимодействия трех акторов ( $i, j = 1, 2, 3$ ). Модель учитывает рефлексивную природу взаимодействия, а именно то, что акторы могут изменять свое поведение в зависимости от их оценки складывающейся ситуации. Логика их действий следующая. В ходе взаимодействия акторы следят за соотношением сил и возможностей друг друга в конкурентной борьбе. Если один из акторов значительно усиливается по отношению к двум остальным, то они объединяются против него и предпринимают дополнительные усилия по его ослаблению<sup>1</sup> (это моделируется путем изменения значений соответствующих коэффициентов  $c_{ij}$ ). При этом, если им в результате объединенных усилий удастся ослабить его ниже определенного уровня, они возвращаются к прежнему режиму конкуренции. Данная логика взаимодействия может быть учтена в базовой модели (2) следующим образом<sup>2</sup>:

$$\frac{du_1}{dt} = a_1 \cdot u_1 - b_1 \cdot u_1^2 + (s_{12} - z_1) \cdot c_{12} \cdot u_1 \cdot u_2 + (s_{13} - z_1) \cdot c_{13} \cdot u_1 \cdot u_3, \quad (5)$$

$$\frac{du_2}{dt} = a_2 \cdot u_2 - b_2 \cdot u_2^2 + (s_{21} - z_2) \cdot c_{21} \cdot u_2 \cdot u_1 + (s_{23} - z_2) \cdot c_{23} \cdot u_2 \cdot u_3, \quad (6)$$

$$\frac{du_3}{dt} = a_3 \cdot u_3 - b_3 \cdot u_3^2 + (s_{31} - z_3) \cdot c_{31} \cdot u_3 \cdot u_1 + (s_{32} - z_3) \cdot c_{32} \cdot u_3 \cdot u_2, \quad (7)$$

где величины  $a_i, b_i, c_{ij}$  принимают положительные значения; величины  $s_{ij}$  могут быть как положительными, так и отрицательными; величины  $z_i$  принимают значения 1 или 0 в соответствии со следующей логикой:

если  $i$ -й актор в какой-то момент времени слишком усилился (то есть  $u_i(t) > v_1$ , где  $v_1$  — некоторое пороговое значение показателя «силы»), то остальные акторы начинают более активно ему противодействовать (соответственно, параметр  $z_i$  принимает значение 1)<sup>3</sup>;

если же в результате усиленного противодействия со стороны конкурентов сила  $i$ -го актора снизится ниже некоторой величины  $v_2$  (то есть  $u_i(t) < v_2$ ), то остальные два актора возвращаются к прежнему режиму конкуренции, выключая режим ОСПС в отношении  $i$ -го актора (соответственно, параметр  $z_i$  принимает значение 0).

Таким образом, переключение величины  $z_i$  со значения 0 на значение 1 включает режим ОСПС в отношении  $i$ -го актора со стороны его конкурентов, а переключение величины  $z_i$  со значения 1 на значение 0 выключает действие режима ОСПС в отношении  $i$ -го актора.

<sup>1</sup> Такую ситуацию будем называть «объединение слабых против сильного» (ОСПС).

<sup>2</sup> Возможны и другие численные алгоритмы учета логики конкурентного взаимодействия в режиме ОСПС, но они приводят к тем же качественным результатам.

<sup>3</sup> То есть включается режим ОСПС — объединение слабых против сильного по отношению к  $i$ -му актору со стороны двух остальных акторов.

В силу нелинейности и многопараметричности модель (5)–(7) генерирует большое количество разнообразных типов динамики переменных. Рассмотрение всех возможных ситуаций выходит за рамки нашей статьи. Как было сказано выше во введении, мы рассмотрим наиболее интересный (и наиболее важный) случай, когда ни один из акторов не обладает явным преимуществом по отношению к другим и поэтому сложно заранее предсказать, как будут развиваться события в результате их конкурентного взаимодействия<sup>1</sup>. Соответственно, будем считать, что

$$a_i = a, \quad b_i = b, \quad c_{ij} = c, \quad s_{ij} = s, \quad (8)$$

а различие между акторами заключается в различии значений  $u_i$  в начальный момент времени  $t_0$ . Нас будет интересовать, как изменяется динамика системы (5)–(7) в случае фиксированных значений  $a_i, b_i, c_{ij}$  при плавном уменьшении величины  $s$ , что в рамках модели означает постепенное ужесточение конкурентной борьбы между акторами.

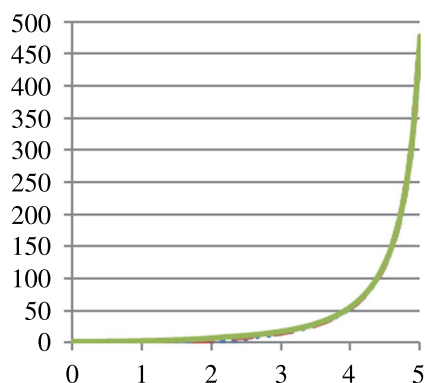


Рис. 3. Типовая динамика переменных модели (5)–(7) при выполнении условий (8) и (9) в случае, когда величина  $s$  больше 1,5

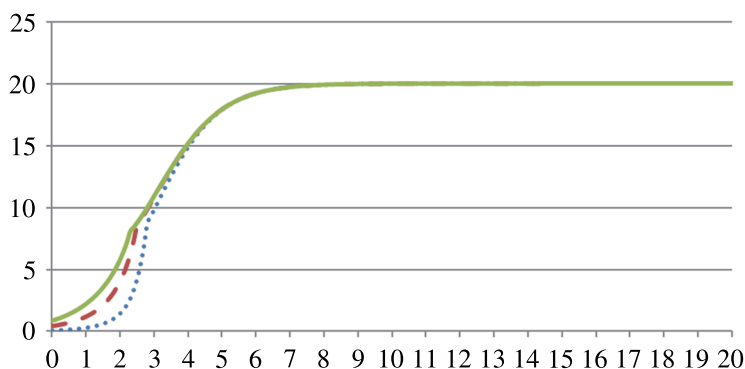


Рис. 4. Типовая динамика переменных модели (5)–(7) при выполнении условий (8) и (9) в случае, когда величина  $s$  принимает значения в диапазоне между 1,0 и 1,5

На рис. 3–13 в качестве иллюстрации приведены результаты расчетов по модели (5)–(7)<sup>2</sup> для следующих значений параметров и начальных значений переменных:

$$a = 1, \quad b = 0,1, \quad c = 0,1, \quad v_1 = 8, \quad v_2 = 3, \quad u_1(t_0) = 0,1, \quad u_2(t_0) = 0,4, \quad u_3(t_0) = 0,9, \quad (9)$$

<sup>1</sup> Случай явного преимущества одного актора по отношению к другим, как правило, в рамках рассматриваемой модели заканчивается их полным подавлением, что является тривиальным результатом и не представляет особого интереса.

<sup>2</sup> Расчеты проводились методом Эйлера. Необходимо отметить, что в силу нелинейности рассматриваемой математической модели проведение расчетов методом Эйлера не дает высокой точности. Однако в нашем случае это не критично, поскольку целью исследований является не получение точных результатов расчетов, а качественный анализ генерируемых моделью режимов взаимодействия конкурирующих акторов.



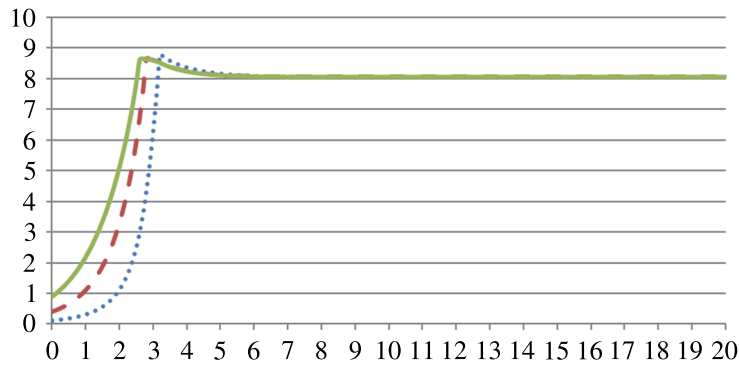


Рис. 5. Типовая динамика переменных модели (5)–(7) при выполнении условий (8) и (9) в случае, когда величина  $s$  принимает значения в диапазоне между 0,875 и 1,0

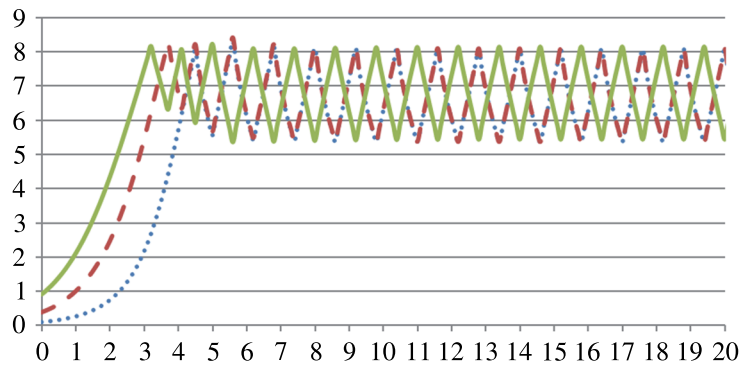


Рис. 6. Типовая динамика переменных модели (5)–(7) при выполнении условий (8) и (9) в случае, когда величина  $s$  принимает значения в диапазоне между  $-0,078$  и  $0,875$

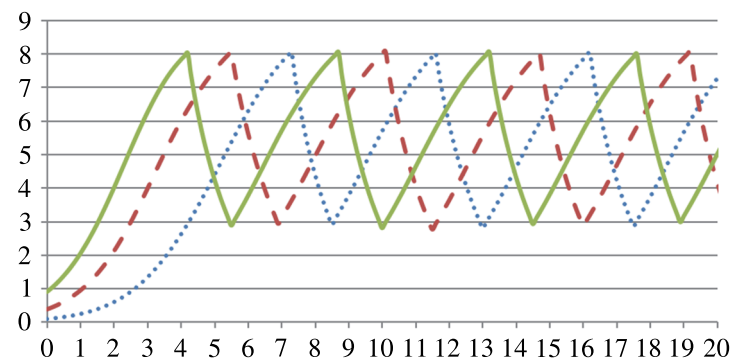


Рис. 7. Типовая динамика переменных модели (5)–(7) при выполнении условий (8) и (9) в случае, когда величина  $s$  принимает значения в диапазоне между  $-0,125$  и  $-0,078$

при постепенном уменьшении величины  $s$  от больших положительных значений до больших отрицательных значений (на данных рисунках динамика  $u_1(t)$  отображается пунктирной линией, динамика  $u_2(t)$  — штриховой линией, динамика  $u_3(t)$  — сплошной линией; по оси абсцисс отложено время  $t$  в относительных единицах). Численные значения на осях графиков приведены в одинаковых относительных единицах, чтобы было наглядно видно, как изменяется характер динамики переменных модели при изменении параметра  $s$ .

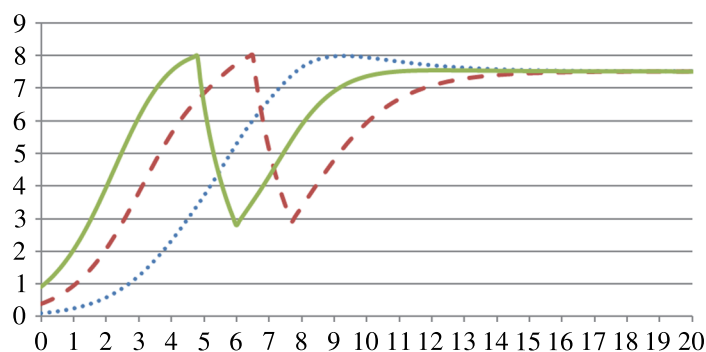


Рис. 8. Типовая динамика переменных модели (5)–(7) при выполнении условий (8) и (9) в случае, когда величина  $s$  принимает значение  $-0,1645$

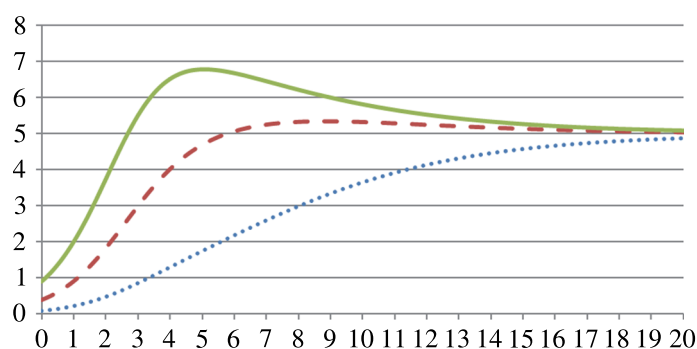


Рис. 9. Типовая динамика переменных модели (5)–(7) при выполнении условий (8) и (9) в случае, когда величина  $s$  принимает значения в диапазоне между  $-1,0$  и  $-0,1645$

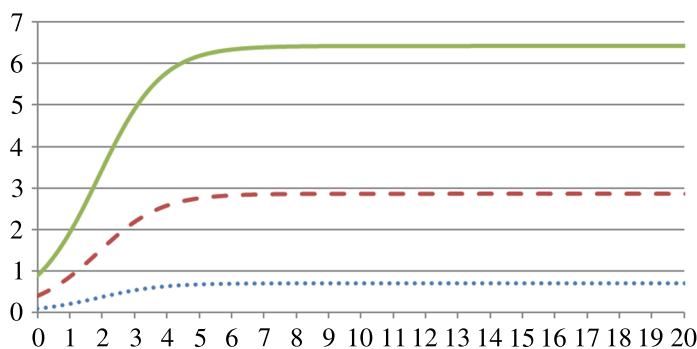


Рис. 10. Типовая динамика переменных модели (5)–(7) при выполнении условий (8) и (9) в случае, когда величина  $s$  принимает значение  $-1,0$

На рис. 13 для сравнения представлена динамика переменных модели (5)–(7) при тех же параметрах и начальных значениях переменных, но в случае, когда взаимодействие акторов отсутствует, то есть при  $c = 0$ .

## Анализ результатов моделирования

Как уже говорилось во введении, в силу невозможности в рамках статьи описать все многообразие режимов, генерируемых моделью (5)–(7), мы ограничимся лишь тем, что обсудим демонстрируемую результатами расчетов (см. рис. 3–12) логику изменения характера конкурент-

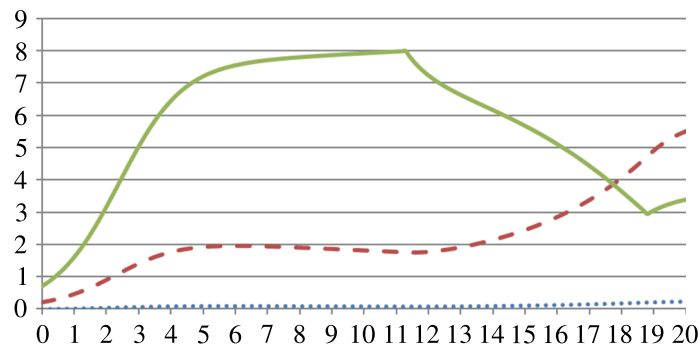


Рис. 11. Типовая динамика переменных модели (5)–(7) при выполнении условий (8) и (9) в случае, когда величина  $s$  принимает значения в диапазоне между  $-1,2$  и  $-1,0$

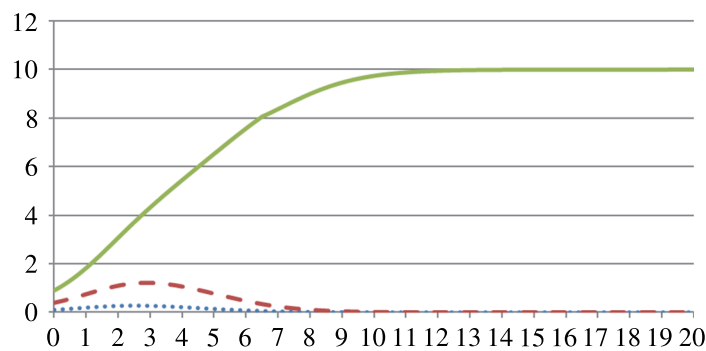


Рис. 12. Типовая динамика переменных модели (5)–(7) при выполнении условий (8) и (9) в случае, когда величина  $s$  становится меньше  $-1,2$

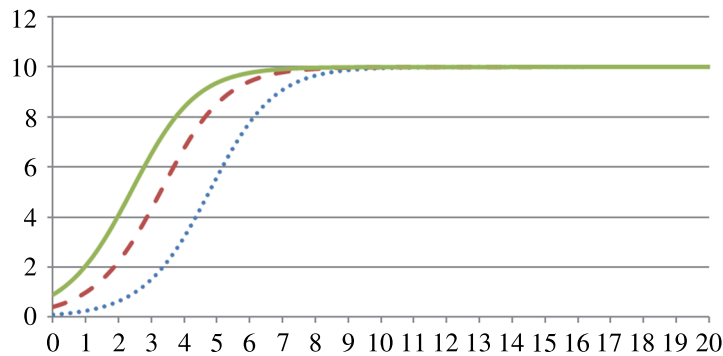


Рис. 13. Динамика переменных модели (5)–(7) при выполнении условий (8) и (9) в случае, когда взаимодействие акторов отсутствует (то есть при  $c = 0$ )

ного взаимодействия при постепенном уменьшении величины  $s$  от больших положительных значений до больших отрицательных значений при неизменности других параметров модели<sup>1</sup>.

**Режим А** (изменение  $s$  в диапазоне:  $s > 1,5$ ; см. рис. 3).

При больших значениях  $s$  (превышающих величину 1,5) наблюдается рост значений  $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$  и  $u_3(t)$ , причем характер этого роста близок к *гиперболическому*. Такой характер роста объ-

<sup>1</sup> Необходимо отметить, что данный анализ в части критериев перехода от одного режима к другому относится к модели (5)–(7) при выполнении условий (8) и (9). Этот анализ качественно не изменится и при других значениях коэффициентов  $a_i, b_i, c_{ij}$  в модели (5)–(7), изменятся лишь конкретные количественные значения коэффициентов  $s_{ij}$  при переходе от одного режима к другому.

ясняется тем, что в уравнениях (5)–(7) при  $s > 1,5$  сумма квадратичных членов в правых частях в определенный момент становится положительной (при том что члены с коэффициентами  $b_i$  и  $z_i$  имеют отрицательный знак) и начинает быстро расти. Вследствие этого система (5)–(7) с определенного момента времени приближенно может быть записана в виде

$$\frac{du_i}{dt} \approx \sum q_{ij} \cdot u_i \cdot u_j, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad a_i > 0, \quad b_i > 0, \quad q_{ij} > 0, \quad (10)$$

детерминирующем гиперболический характер роста переменных<sup>1</sup>.

При этом закономерно возникает вопрос: насколько возможна на содержательном уровне ситуация, когда в результате взаимодействия конкурирующих акторов, стремящихся затормозить развитие друг друга<sup>2</sup>, тем не менее возникает гиперболический рост? Ответ на этот вопрос мы дадим в следующем разделе статьи.

**Режим Б** (изменение  $s$  в диапазоне  $1,5 > s > 1,0$ ; см. рис. 4).

При задании величины  $s$  в интервале от 1,0 до 1,5 наблюдается рост  $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$  и  $u_3(t)$  до высоких значений (превышающих величину  $\frac{a}{b} = 10$ ) с последующей их стабилизацией. При этом уровень, на котором происходит стабилизация переменных  $u_i(t)$ , тем выше, чем больше величина  $s$ .<sup>3</sup> В системе есть устойчивое состояние равновесия. Причем параметры этого устойчивого состояния выше, чем равновесные значения  $u_i$  в отсутствие конкурентного взаимодействия акторов (см. рис. 13)<sup>4</sup>. Соответственно, как и прежде, возникает вопрос: насколько возможна на содержательном уровне ситуация, когда в случае взаимодействия конкурирующих акторов, стремящихся затормозить развитие друг друга<sup>5</sup>, конечное состояние системы оказывается лучше, чем в отсутствие конкуренции?

**Режим В** (изменение  $s$  в диапазоне  $1,0 > s > 0,875$ ; см. рис. 5).

При задании величины  $s$  в интервале от 0,875 до 1,0 наблюдается первоначальный рост  $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$  и  $u_3(t)$  до значений выше  $v_1 = 8$ , после чего включается режим торможения со стороны конкурентов ( $z_j = 1$ ), который ограничивает дальнейший рост, и происходит стабилизация значений  $u_i(t)$  на уровне от 10 (при  $s = 1,0$ ) до 8 (при  $s = 0,875$ ). При этом торможение происходит плавным образом, поэтому этот режим можно назвать мягкой конкуренцией<sup>6</sup>.

**Режим Г** (изменение  $s$  в диапазоне  $0,875 > s > -0,125$ ; см. рис. 6, 7).

При задании величины  $s$  ниже 0,875 возникает колебательный режим возникновения и распада коалиций, когда более слабые акторы объединяются в совместном стремлении ослабить вырвавшегося вперед конкурента, и это им удается (режим «объединения слабых против сильного»). По мере уменьшения величины  $s$  амплитуда колебаний увеличивается, отражая ужесточение конкурентных отношений (ср. рис. 6 и 7).

**Режим Д** (изменение  $s$  в диапазоне  $-0,125 > s > -1,0$ ; см. рис. 8, 9).

При задании величины  $s$  ниже  $-0,125$  интенсивность конкуренции настолько повышается, что она сама по себе приводит к снижению предельных значений  $u_i(t)$  ниже значения 8 (то есть

<sup>1</sup> Эта ситуация аналогична той, которая изображена на фазовом портрете рис. 2, а применительно к модели (3)–(4).

<sup>2</sup> Напомним, что при  $u_i > 8$  коэффициенты  $z_j$  ( $j \neq i$ ) принимают значение 1, то есть реализуется режим ОСПС.

<sup>3</sup> При  $s = 1,0$  стабилизация  $u_i$  происходит на уровне  $\frac{a}{b} = 10$ , как если бы конкурентное взаимодействие отсутствовало (действительно, в этом случае наличие режима ОСПС, то есть  $z_i = 1$ , компенсируется тем, что  $s = 1$ , что формально обнуляет коэффициенты перед членами в правых частях уравнений (5)–(7), отражающих влияние конкуренции).

<sup>4</sup> Эта ситуация аналогична той, которая изображена на фазовом портрете рис. 2, б применительно к модели (3)–(4).

<sup>5</sup> Напомним, что при  $u_i > 8$  коэффициенты  $z_j$  ( $j \neq i$ ) принимают значение 1, то есть реализуется режим ОСПС.

<sup>6</sup> Эта ситуация аналогична той, которая изображена на фазовом портрете рис. 2, в применительно к модели (3)–(4).

ниже значения  $v_1$ , при котором включается режим ОСПС). В конечном итоге устанавливается устойчивое конкурентное равновесие<sup>1</sup> с низкими значениями  $u_i$  (см. рис. 9<sup>2</sup>).

**Режим Е** ( $s \approx -1,0$ ; см. рис. 10).

Особая ситуация возникает, когда  $s$  принимает значение  $-1,0$ . В этом случае система (5)–(7) при выполнении условий (8) становится негрубой (по А. А. Андронову) [Андронов, Понтрягин, 1937]. Это означает, что точек равновесия становится бесконечно много<sup>3</sup>, при этом конечные равновесные значения  $u_i(t)$  зависят не только от величин коэффициентов в модели (5)–(7), но и от начальных значений переменных  $u_i(t)$ .

**Режим Ж** (изменение  $s$  в диапазоне  $-1,0 > s > -1,2$ ; см. рис. 11).

При дальнейшем усилении интенсивности конкуренции (когда значение  $s$  становится меньше  $-1,0$ ), динамика системы (5)–(7) существенным образом изменяется: возможность устойчивого равновесия исчезает, среди акторов выявляется лидер, который постепенно подавляет всех остальных. При этом наблюдается интересный эффект: если значение  $s$  находится в узком диапазоне от  $-1,0$  до примерно  $-1,2^4$ , то возможна периодическая смена лидера (см. рис. 11). Такая возможность возникает, когда сила лидера достигает значения  $v_1 = 8$  и включается режим ОСПС, достаточный для того, чтобы ослабить этого лидера и чтобы на смену ему пришел новый лидер (далее эта ситуация периодически повторяется)<sup>5</sup>.

**Режим З** (изменение  $s$  в диапазоне  $s < -1,2$ ; см. рис. 12).

При дальнейшем усилении интенсивности конкуренции (когда значение  $s$  становится меньше  $-1,2$ ) происходит полное подавление лидером своих противников. При этом лидером является тот, чьи стартовые условия были лучшими<sup>6</sup>.

## Интерпретация результатов моделирования

Выше на основе использования базовой математической модели (5)–(7) были представлены результаты математического моделирования конкурентного взаимодействия нескольких акторов для частного случая, когда ни один из акторов не обладает решающим преимуществом в конкурентной борьбе, но при этом они могут образовывать коалиции. Естественно возникает вопрос: можно ли сделать какие-то содержательные выводы на основе этих результатов, улучшают ли они понимание реальных социальных процессов? Или базовая модель (5)–(7) — это просто некая математическая игрушка, подобная модели Д. Конвея на основе клеточных автоматов, известной как игра «Жизнь» [Gardner, 1970] и популярной в 1970-х годах? Вопрос не праздный, поскольку различие модели (5)–(7) и реальных социальных процессов бросается в глаза: с одной стороны — компактная модель из нескольких уравнений с небольшим количеством параметров, с другой стороны — реальные процессы в обществе, на которые влияет огромное количество различных факторов и в которых участвует большое количество социальных групп с различающимися интересами. При этом, естественно, возникает вопрос о том, насколько можно доверять

<sup>1</sup> Эта ситуация аналогична той, которая изображена на фазовом портрете рис. 2, *з* применительно к модели (3)–(4).

<sup>2</sup> На рис. 9 конечные равновесные значения всех трех переменных  $u_i(t)$  равны друг другу. Это результат равенства коэффициентов модели (5)–(7) в соответствии с условием (8). В более общем случае условие (8) может не выполняться, поэтому конечные равновесные значения переменных будут отличаться по величине. При этом соотношение этих значений будет функцией от величин коэффициентов  $a_i, b_i, c_{ij}$  в модели (5)–(7) и не будет зависеть от начальных значений переменных  $u_i(t)$ .

<sup>3</sup> Эта ситуация аналогична той, которая изображена на фазовом портрете рис. 2, *д* применительно к модели (3)–(4).

<sup>4</sup> Нижняя граница этого диапазона не является фиксированной, поскольку она зависит как от величин коэффициентов в модели (5)–(7), так и от начальных значений переменных  $u_i(t)$ .

<sup>5</sup> Такое неустойчивое поведение системы (5)–(7) объясняется тем, что в рассматриваемом узком диапазоне значений  $s$  ситуация близка к негрубой (по А. А. Андронову). Поэтому даже небольшие изменения, происходящее при включении/выключении режима ОСПС, приводят к резкой переконфигурации траекторий в фазовом пространстве и к смене направленности процессов.

<sup>6</sup> Эта ситуация аналогична той, которая изображена на фазовом портрете рис. 2, *е* применительно к модели (3)–(4).

результатам моделирования, поскольку любая модель — это упрощение, а упрощение чревато потерей адекватности и достоверности анализа.

Мы, однако, придерживаемся мнения, что использование базовых моделей целесообразно и полезно, если мы анализируем общие закономерности социальных процессов. Как утверждает синергетика, в сложных нелинейных системах (к которым относится человеческое общество) в силу наличия процессов самоорганизации фундаментальную роль играют так называемые параметры порядка — ведущие переменные, под которые подстраиваются все прочие [Хакен, 1985]. Базовые модели имеют дело как раз с такими параметрами порядка. И если базовая модель удачно отражает закономерности, которым подчиняются данные параметры, то ее использование позволяет глубже понять изучаемый социальный процесс.

В соответствии с изложенным подходом проведем интерпретацию полученных модельных результатов применительно к социальным взаимодействиям. Естественно, трудно ожидать, что существует какой-то один социальный процесс, в котором реализуются все восемь режимов, о которых шла речь в предыдущем разделе. Поэтому мы последовательно рассмотрим эти режимы и для каждого из них обсудим, в каком социальном процессе он реализуется.

1. Как было показано в предыдущем разделе, для режима А характерен гиперболический рост. При описании этого режима был сформулирован вопрос: насколько возможна на содержательном уровне ситуация, когда в результате взаимодействия конкурирующих акторов, стремящихся затормозить развитие друг друга, тем не менее возникает рост гиперболического типа? Действительно, формально в базовой модели (2) наличие конкуренции означает отрицательность коэффициентов  $c_{ij}$ , характеризующих взаимодействие акторов, что должно приводить к уменьшению  $u_i$ . Но нужно иметь в виду, что это справедливо лишь при условии, что коэффициенты  $a_i$  и  $b_i$  при наличии конкуренции не изменяют своих значений. Однако часто бывает так, что наличие конкуренции приводит к повышению активности акторов, опасаящихся действий конкурентов. В модели (3)–(4) повышение активности можно отразить увеличением коэффициентов  $a_i$ , например, следующим образом:

$$a_i \rightarrow a_i + \sum_{j \neq i} g_{ij} \cdot u_j, \quad g_{ij} > 0. \quad (11)$$

Смысл такой записи следующий: противодействуя возникшим угрозам,  $i$ -й актер активизирует свою деятельность пропорционально уровню опасности, который в свою очередь пропорционален силе конкурентов  $u_j$ . Реальное увеличение  $a_i$  зависит от имеющихся ресурсных, технических, организационных, интеллектуальных и др. возможностей  $i$ -го актора, что отражают величины коэффициентов  $g_{ij}$  в выражении (11).

В результате система уравнений (2) может быть переписана в виде

$$\frac{du_i}{dt} = \left( a_i + \sum_{j \neq i} g_{ij} \cdot u_j \right) \cdot u_i - b_i \cdot u_i^2 + \sum_{j \neq i} c_{ij} \cdot u_i \cdot u_j = a_i \cdot u_i - b_i \cdot u_i^2 + \sum_{j \neq i} (g_{ij} + c_{ij}) \cdot u_i \cdot u_j, \quad (12)$$

$$i, j = 1, 2, 3, \dots, N, \quad a_i > 0, \quad b_i > 0, \quad g_{ij} > 0, \quad c_{ij} < 0.$$

Если, несмотря на  $c_{ij} < 0$ , выполняется условие  $g_{ij} + c_{ij} > 0$  (то есть если реакция на угрозу по своей эффективности превышает реальный ущерб от действий конкурента), то в случае  $g_{ij} + c_{ij} > b_i$  реализуется режим А (то есть гиперболический рост, см. рис. 3), а в случае  $0 < g_{ij} + c_{ij} < b_i$  реализуется режим Б, когда в конечном итоге происходит переход к равновесному состоянию с уровнями  $u_i$ , которые выше уровней  $u_i$  в отсутствие конкуренции (см. рис. 4).

Важно понимать, что такой эффект (общий рост при наличии конкуренции) возможен, лишь если имеющихся ресурсных, технических, организационных, интеллектуальных и других возможностей хватает для поддержания значения  $g_{ij}$  на высоком уровне у всех (или почти у всех)

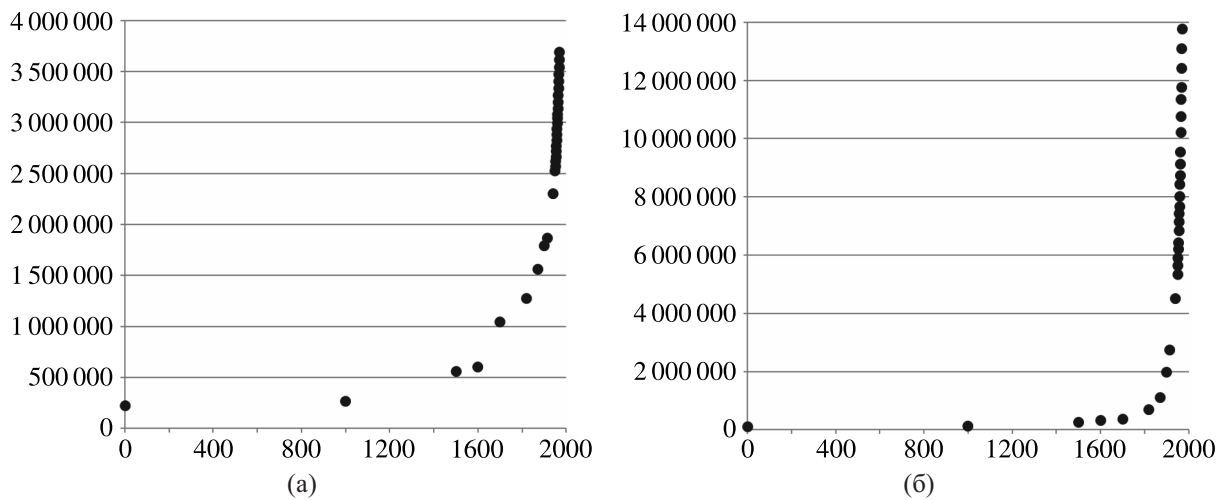


Рис. 14. Динамика численности населения Земли (тыс. чел.) (а) и мирового ВВП (млн долл. США 1990 года) (б) с начала нашей эры до середины XX века [Maddison, 2018]

акторов. В теории игр такая ситуация называется игрой с положительной суммой. В истории человечества выполнение условий для игры с положительной суммой имело место на протяжении всего Нового времени вследствие ускоряющегося технологического развития. Поэтому в этот период (вплоть до середины XX века) наблюдался *гиперболический* рост глобальных демографических и экономических характеристик — численности населения Земли и мирового ВВП (см. рис. 14 в сравнении с рис. 3). Более подробно этот сюжет рассмотрен в работах [Малков, 2019; The 21st Century, 2020; Малков, Давыдова, 2021; Садовничий и др., 2022].

2. Режим В (см. рис. 5) можно характеризовать как режим *сдержек и противовесов*, когда при умеренной конкуренции ( $z_j = 1$ ;  $1,0 > s > 0,875$ ) устанавливается устойчивое равновесие, отражающее сложившийся баланс сил акторов без его дальнейшего нарушения. При этом необходимо отметить, что установившееся в конечном итоге равенство сил акторов на рис. 5 является следствием выполнения условия (8), то есть следствием равенства коэффициентов, характеризующих акторов в модели (5)–(7). Если эти коэффициенты у разных акторов отличаются друг от друга, то в рассматриваемом режиме конечное равновесие уже не характеризуется равенством сил. Однако важно, что это равновесие будет устойчивым (пример такой ситуации см. на рис. 15).

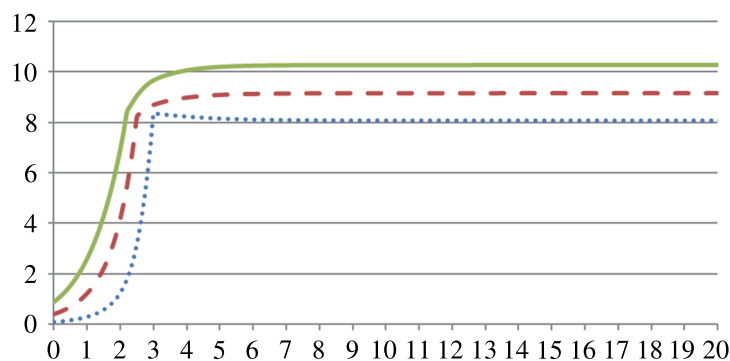


Рис. 15. Динамика переменных модели (5)–(7) при выполнении условий (8) и (9) в случае  $s = 0,9$  и при дополнительном условии:  $a_1 = 1,0$ ,  $a_2 = 1,1$ ,  $a_3 = 1,2$

3. В случае усиления конкуренции (см. режим Г, рис. 6 и 7) возникает колебательный режим «объединение слабых против сильного». Такой режим часто возникает в межгосудар-

ственных отношениях, когда государства, находящиеся в одном регионе, опасаются чрезмерного усиления кого-либо одного из них и периодически объединяются в политические коалиции с целью совместного противодействия усиливающемуся лидеру. При этом если лидер через определенное время слабеет, то и коалиция распадается за ненадобностью и возобновляется первоначальный режим конкуренции всех со всеми, пока не появится новый усиливающийся лидер. Далее все повторяется снова. Такая ситуация была типична, например, для межгосударственных отношений в средневековой Европе в эпоху феодальной раздробленности. По существу, это динамическое равновесие, которое может сохраняться достаточно долго при периодической смене лидера и возникающих коалиций.

4. В случае дальнейшего усиления конкуренции (см. режим Д, рис. 8 и 9) колебательный режим прекращается, снова (как и в режиме В) устанавливается равновесие, но уже при низких финальных значениях  $u_i$ . При этом необходимо отметить (как это уже отмечалось при обсуждении режима В), что установившееся в конечном итоге равенство сил акторов на рис. 8 и 9 является следствием выполнения условия (8), то есть следствием равенства коэффициентов, характеризующих акторов в модели (5)–(7). Если эти коэффициенты у разных акторов отличаются друг от друга, то в рассматриваемом режиме конечное равновесие уже не характеризуется равенством сил. Однако важно, что это равновесие будет устойчивым (пример такой ситуации см. на рис. 16).

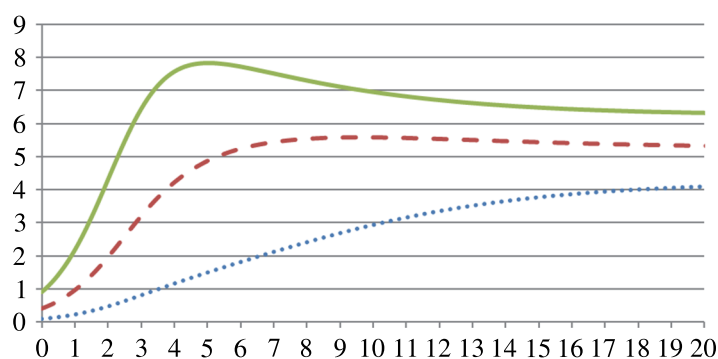


Рис. 16. Динамика переменных модели (5)–(7) при выполнении условий (8) и (9) в случае  $s = -0,5$  и при дополнительном условии:  $a_1 = 1,0$ ,  $a_2 = 1,05$ ,  $a_3 = 1,1$

По существу, колебательный режим (при котором в конкурентной борьбе вперед вырывается то один, то другой актор) трансформируется в режим, когда устанавливается устойчивая иерархия конкурирующих акторов, обладающая стабильностью до тех пор, пока внешние и внутренние условия не изменятся.

Важно отметить, что переход от *колебательного* режима (режим Г, рис. 6 и 7) к *иерархическому* (режим Д, рис. 16) может происходить не только из-за усиления конкуренции (то есть вследствие уменьшения значения  $s$ ), но и при неизменной конкуренции из-за снижения значений  $a_i$  (то есть при ухудшении возможностей для развития акторов). В качестве примера на рис. 17 приведены графики, демонстрирующие, как изменится динамика системы, функционирующей в колебательном режиме, если у ее акторов в два раза уменьшить значения коэффициентов  $a_i$  при сохранении всех других характеристик.

Таким образом, модель показывает, что переход от колебательного режима к иерархическому происходит как вследствие усиления конкуренции (уменьшение значения  $s$ ), так и вследствие ухудшения внешних условий и возможностей для развития акторов (уменьшение значений  $a_i$ )<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Здесь возникает прямая аналогия с историей Европы в период Средневековья: феодальная раздробленность в период, когда климатические условия улучшались (VII–XII века н. э.) и постепенное формирование централизованных иерархически устроенных государств-монархий в период ухудшения климатических условий в XIII–XVIII веках н. э.



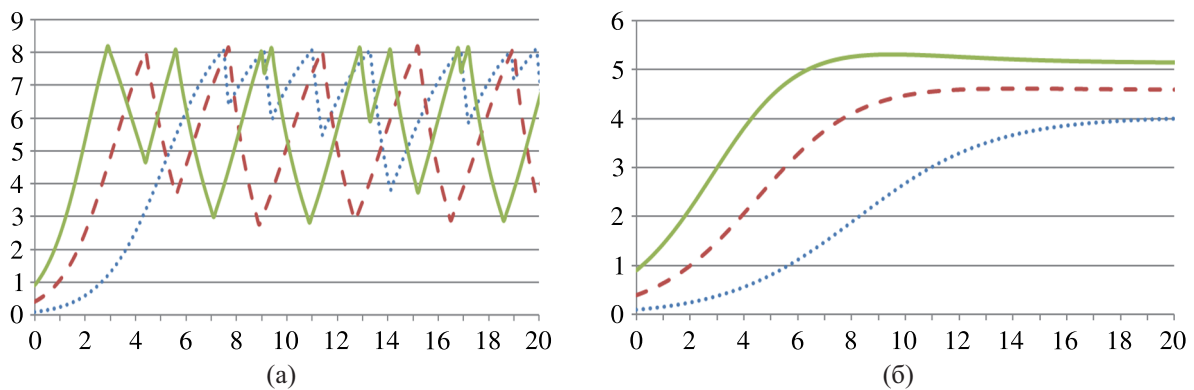


Рис. 17. Динамика переменных модели (5)–(7) при выполнении условий (8) и (9) в случае  $s = -0,1$  и при дополнительных условиях на значения коэффициентов  $a_i$ : а)  $a_1 = 1,0$ ,  $a_2 = 1,1$ ,  $a_3 = 1,2$ ; б)  $a_1 = 0,5$ ,  $a_2 = 0,55$ ,  $a_3 = 0,6$

5. В режиме Ж (см. рис. 11), который близок к негрубому (по А. А. Андронову) режиму Е, ситуация является неустойчивой: небольшие изменения параметров системы в определенный момент времени могут кардинально изменить характер динамики ее переменных<sup>1</sup>, нарушить сложившиеся иерархии и привести к замене одних акторов-лидеров другими на длительный период времени. Такая динамика напоминает жизненный цикл цивилизаций и последовательную смену их лидерства [Кузык, Яковец, 2006; Сухонос, 2020]: после периода подъема наступает период могущества и одновременно стабилизации, который затем сменяется периодом упадка и потери лидерства.

6. Аналогом режима З (см. рис. 12) в сфере политики является тирания, то есть политический режим, основанный на деспотическом правлении, подавлении политических противников, репрессиях, когда оппозиционные силы слабы и не в состоянии повлиять на ход событий.

7. На основе вышесказанного можно сделать вывод о том, что в благоприятных внешних условиях (включая наличие условий для игры с положительной суммой) и/или относительно невысоком уровне конкуренции следует ожидать установления *колебательного* режима во взаимодействии акторов (режимы В и Г) или перехода к росту (режимы А и Б). Эта ситуация способствует формированию социальных структур Y-типа (см. [Кирдина, 2014; Малков, 2009]), в которых конкуренция приветствуется. Однако если внешние условия (например, природно-климатические, ресурсные и т. п.) неблагоприятны, а также имеются серьезные геополитические угрозы, то следует ожидать установления (в зависимости от конкретных обстоятельств) режимов Д, Е или З и формирования *иерархических* социальных структур X-типа (см. [Кирдина, 2014; Малков, 2009]), в которых рыночные отношения заменяются на распределительные.

Особенность современной исторической ситуации заключается в том, что эпоха глобального роста, продолжавшаяся последние 200 лет и основанная на игре с положительной суммой за счет все более быстрого и интенсивного расходования природных ресурсов, стремительно заканчивается [Садовничий и др., 2022]. Эффективность Y-структур конкурентного типа уменьшается.

Это касается и истории России: достаточно сравнить историю древнерусских княжеств в домонгольский период (раздробленность, внутренние распри) и российскую историю, начиная с правления Ивана IV Грозного (формирование централизованного государства).

<sup>1</sup> Когда общество оказывается в ситуации, близкой к негрубому режиму, резко возрастают роль личности в истории и значимость случайного стечения обстоятельств. Это связано с тем, что в негрубом режиме устойчивый аттрактор исчезает, ситуация становится чувствительной к малым воздействиям, поэтому на развитие событий могут сильно повлиять малозначимые на первый взгляд или вовсе случайные факторы. Можно предположить, что крутые повороты в истории и события революционного типа происходили тогда, когда общество оказывалось в ситуации, близкой к негрубому режиму.

В рамках модели эта ситуация интерпретируется как постепенное снижение значений коэффициентов  $a_i$ . Как показывает модель, в этой ситуации неизбежна трансформация конкурентных Y-структур в иерархические X-структуры с существенным снижением значений  $u_i$ . Рост  $u_i(t)$  в этих условиях, как показывает модель, возможен только при увеличении значения  $s$ , при отказе от стратегии ОСПС и при переходе от антагонистической конкуренции к кооперации. В этом случае коэффициенты  $c_{ij}$  в уравнении (2) становятся положительными и рост возобновляется. При этом конкуренция как таковая может быть сохранена, но не как антагонистическая (стремящаяся снизить силу акторов-соперников), а как соревновательная, стимулирующая рост  $a_i$  в соответствии с уравнением (11). О переходе от конкурентного общества к кооперативному (от конкурентной Мир-системы к солидарному Мир-организму) см. работы [Малков, 2013; Малков, 2017; Малков, 2021; Теория и стратегия, 2020; Садовничий и др., 2022].

## Заключение

В современную эпоху перемен резко возрастают важность и значимость математического моделирования в социально-экономической и политической сферах как основы научного прогнозирования и управления социальными процессами. Между тем методология и технологии моделирования в этих сферах развиты весьма слабо. Это обусловлено сложностью социальных явлений и процессов как объектов моделирования, поскольку для них характерны многоагентность, многофакторность (при слабой формализуемости большинства из них), динамичность, нелинейность. Прямое имитационное моделирование, ориентированное на максимальный учет всех конкретных особенностей исследуемых процессов, является трудоемким, но зачастую малоэффективным, особенно при решении задач среднесрочного и долгосрочного прогнозирования.

Альтернативный подход заключается в использовании базовых малоразмерных моделей, не претендующих на детальное описание исследуемых социальных процессов, но ориентированных на выявление и анализ наиболее важных внутренних закономерностей, определяющих логику рассматриваемой социальной динамики [Плотинский, 2001; Чернавский, 2004; Малков, 2009]. Возможность такого подхода обусловлена тем, что в силу наличия процессов социальной самоорганизации в исследуемых процессах, как правило, можно выделить параметры порядка и моделировать именно их поведение, что позволяет существенно уменьшить размерность математической модели и сделать ее более прозрачной.

В настоящей работе данный подход был использован применительно к анализу социальных процессов, в которых существенную роль играют конкурентные взаимодействия. В качестве инструмента анализа использовалась базовая модель конкурентных взаимодействий нескольких акторов, учитывающая возможность того, что акторы могут варьировать стратегию своих действий, в частности, образовывать коалиции для совместного противодействия общему противнику. С использованием модели рассмотрены условия реализации различных режимов конкурентных взаимодействий, определены условия перехода от одних режимов к другим, приведены примеры реализации этих режимов в экономике, социальной и политической жизни.

Показано, что при относительно невысоком уровне конкуренции, носящей неантагонистический характер, конкуренция может приводить к повышению активности взаимодействующих акторов и к общему экономическому росту. Причем при наличии расширяющихся ресурсных возможностей (до тех пор, пока такие возможности сохраняются) данный рост может иметь гиперболический характер (примером такого роста является рост мировой экономики на протяжении нескольких столетий до середины XX века). При снижении ресурсных возможностей и усилении конкуренции происходит переход к колебательному режиму, когда более слабые акторы объединяются для совместного противодействия более сильным. При дальнейшем снижении ресурсных возможностей и усилении конкуренции происходит переход от колебательного режима к формированию устойчивых иерархических структур. При этом модель показывает,

что в определенный момент происходит потеря устойчивости, система становится негрубой (по А. А. Андронову) и чувствительной к малым флуктуациям изменений параметров (в частности, в эти периоды возрастают роль личности в истории и значимость случайного стечения обстоятельств). В результате сложившиеся иерархии могут разрушиться и замениться на новые. При дальнейшем повышении интенсивности конкуренции происходит полное подавление актором-лидером своих оппонентов и установление монополизма.

Полученные результаты (включая условия переключения с одного режима конкуренции на другой) позволяют лучше понять логику конкурентного взаимодействия при различных обстоятельствах и могут быть использованы при анализе, моделировании и прогнозировании социально-экономических и политических процессов.

## Список литературы (References)

- Андронов А. А., Понтрягин Л. С. Грубые системы // Доклады АН СССР. — 1937. — Т. 14, № 5. — С. 247–250.  
*Andronov A. A., Pontryagin L. S.* Grubye sistemy [Rough systems] // Reports of the USSR Academy of Sciences. — 1937. — Vol. 144, No. 5. — P. 247–250 (in Russian).
- Базыкин А. Д. Нелинейная динамика взаимодействующих популяций. — М.–Ижевск: Институт компьютерных технологий, 2003.  
*Bazykin A. D.* Nelinejnaya dinamika vzaimodejstvuyushchih populyacij [Nonlinear dynamics of interacting populations]. — Moscow–Izhevsk: Institute of Computer Technology, 2003 (in Russian).
- Вайдлих В. Социодинамика: системный подход к математическому моделированию в социальных науках / пер. с англ.; под ред. Ю. С. Попкова, А. Е. Семечкина. — М.: Едиториал УРСС, 2004.  
*Weidlich W.* Sociodynamics: a systematic approach to mathematical modeling in the social sciences. — Mineola, New York: Dover publications, inc., 2000. (Russ. ed.: *Vaidlikh V.* Sotsiodinamika: sistemnyi podkhod k matematicheskomu modelirovaniyu v sotsial'nykh naukakh / per. s angl.; pod red. Yu. S. Popkova, A. E. Semechkina. — Moscow: Editorial URSS, 2004.)
- Винокуров Г. Н., Ковалев В. И., Малков С. Ю. Геополитическая траектория государства: моделирование и прогноз // Мировая динамика: закономерности, тенденции, перспективы / отв. ред. А. А. Акаев, А. В. Коротаев, Г. Г. Малинецкий, С. Ю. Малков. — М.: КРАСАНД, 2013.  
*Vinokurov G. N., Kovalev V. I., Malkov S. Yu.* Geopoliticheskaya traektoriya gosudarstva: modelirovanie i prognoz [The geopolitical trajectory of the state: modeling and forecast] // World dynamics: patterns, trends, prospects / ed. A. A. Akaev, A. V. Korotaev, G. G. Malinetsky, S. Yu. Malkov. — Moscow: KRASAND, 2013 (in Russian).
- Гусейнов А. С., Павловский Ю. Н., Устинов В. А. Опыт имитационного моделирования исторического процесса. — М.: Наука, 1984.  
*Huseynov A. S., Pavlovsky Yu. N., Ustinov V. A.* Opyt imitacionnogo modelirovaniya istoricheskogo processa [The experience of simulation modeling of the historical process]. — Moscow: Nauka, 1984 (in Russian).
- Зульпукаров М. М., Чернавский Д. С., Щербakov А. В. Модель конкуренции // Препринт ИПМ РАН. — 2006. — № 64.  
*Zulpukarov M. M., Chernavsky D. S., Shcherbakov A. V.* Model' konkurencii [Competition model] // Preprint of IAM RAS. — 2006. — No. 64 (in Russian).
- Иванов В. Ю., Огарышев В. Ф., Павловский Ю. Н. Имитация конфликтов. — М.: ВЦ РАН, 1993.  
*Ivanilov V. Yu., Ogaryshev V. F., Pavlovsky Yu. N.* Imitaciya konfliktov [Imitation of conflicts]. — Moscow: CC RAS, 1993 (in Russian).
- Кирдина С. Г. Институциональные матрицы и развитие России: введение в X-Y-теорию. — СПб.: Нестор-История, 2014.  
*Kirdina S. G.* Institucional'nye matricy i razvitie Rossii: vvedenie v X-Y-teoriyu [Institutional matrices and the development of Russia: an introduction to X-Y theory]. — St. Petersburg: Nestor-History, 2014 (in Russian).
- Коняхин Б. А., Подкорытов Ю. А., Винокуров Г. Н. Методический подход к исследованию некоторых аспектов глобальной стратегической стабильности на основе математического моделирования динамики геополитических статусов государств // Стратегическая стабильность. — 2006. — № 1. — С. 9–16.  
*Konyakhin B. A., Podkorytov Yu. A., Vinokurov G. N.* Metodicheskij podhod k issledovaniyu nekotoryh aspektov global'noj strategicheskoy stabil'nosti na osnove matematicheskogo modelirovaniya dinamiki geopoliticheskikh statusov gosudarstv [Methodological approach to the study of certain aspects of global strategic stability based on mathematical modeling of the dynamics of geopolitical statuses of states] // Strategic Stability. — 2006. — No. 1. — P. 9–16 (in Russian).

- Кузык Б. Н., Яковец Ю. В.* Цивилизации: теория, история, диалог, будущее. — В 2 т. — М.: Институт экономических стратегий, 2006.  
*Kuzyk B. N., Yakovets Yu. V.* Civilizacii: teoriya, istoriya, dialog, budushchee [Civilizations: theory, history, dialogue, future]. — In 2 vols. — Moscow: Institute of Economic Strategies, 2006 (in Russian).
- Малков С. Ю.* Моделирование закономерностей мировой динамики // Компьютерные исследования и моделирование. — 2017. — Т. 9, № 3. — С. 419–432.  
*Malkov S. Yu.* Modelirovanie zakonomernostej mirovoj dinamiki [Modeling of the laws of world dynamics] // Computer research and modeling. — 2017. — Vol. 9, No. 3. — P. 419–432 (in Russian).
- Малков С. Ю.* О прогнозе мировой динамики в XXI веке // История и современность. — 2021. — № 4. — С. 39–57.  
*Malkov S. Yu.* O prognoze mirovoj dinamiki v XXI veke [On the forecast of world dynamics in the 21st century] // History and Modernity. — 2021. — No. 4. — P. 39–57 (in Russian).
- Малков С. Ю.* От Мир-системы к Мир-организму // Вестник Московского университета. Сер. XXVII. Глобалистика и геополитика. — 2013. — № 1. — С. 76–84.  
*Malkov S. Yu.* Ot Mir-sistemy k Mir-organizmu [From the World-system to the World-organism] // Bulletin of the Moscow University. Ser. XXVII. Globalistics and Geopolitics. — 2013. — No. 1. — P. 76–84 (in Russian).
- Малков С. Ю.* Режимы с обострением в истории человечества или воспоминания о будущем // Компьютерные исследования и моделирование. — 2019. — Т. 11, № 5. — С. 931–947.  
*Malkov S. Yu.* Rezhimy s obostreniem v istorii chelovechestva ili vospominaniya o budushchem [Regimes with aggravation in the history of mankind or memories of the future] // Computer research and modeling. — 2019. — Vol. 11, No. 5. — P. 931–947 (in Russian).
- Малков С. Ю.* Социальная самоорганизация и исторический процесс: Возможности математического моделирования. — М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009.  
*Malkov S. Yu.* Social'naya samoorganizaciya i istoricheskij process: Vozmozhnosti matematicheskogo modelirovaniya [Social self-organization and historical process: Possibilities of mathematical modeling]. — Moscow: Book house "LIBROCOM", 2009 (in Russian).
- Малков С. Ю., Давыдова О. И.* Модернизация как глобальный процесс: опыт математического моделирования // Компьютерные исследования и моделирование. — 2021. — Т. 13, № 4. — С. 859–873.  
*Malkov S. Yu., Davydova O. I.* Modernizaciya kak global'nyj process: opyt matematicheskogo modelirovaniya [Modernization as a global process: the experience of mathematical modeling] // Computer research and modeling. — 2021. — Vol. 13, No. 4. — P. 859–873 (in Russian).
- Малков С. Ю., Кирилюк И. Л.* Моделирование динамики конкурирующих сообществ: варианты взаимодействия // Информационные войны. — 2013. — № 2 (26). — С. 49–56.  
*Malkov S. Yu., Kirilyuk I. L.* Modelirovanie dinamiki konkuriruyushchih soobshchestv: varianty vzaimodejstviya [Modeling the dynamics of competing communities: variants of interaction] // Information Wars. — 2013. — No. 2 (26). — P. 49–56 (in Russian).
- Нгуен Х. Б., Ха Д. Т., Цибулин В. Г.* Мультистабильность для системы трех конкурирующих видов // Компьютерные исследования и моделирование. — 2022. — Т. 14, № 6. — С. 1325–1342.  
*Nguyen H. B., Kha D. T., Tsybulin V. G.* Mul'tistabil'nost' dlya sistemy trekh konkuriruyushchih vidov [Multistability for a system of three competing species] // Computer research and modeling. — 2022. — Vol. 14, No. 6. — P. 1325–1342 (in Russian).
- Павловский Ю. Н.* Имитационные модели и системы. — М.: ФАЗИС: ВЦ РАН, 2000.  
*Pavlovsky Yu. N.* Imitacionnye modeli i sistemy [Simulation models and systems]. — Moscow: PHASIS: CC RAS, 2000 (in Russian).
- Плотинский Ю. М.* Модели социальных процессов. — М.: Логос, 2001.  
*Plotinsky Yu. M.* Modeli social'nyh processov [Models of social processes]. — Moscow: Logos, 2001 (in Russian).
- Ризниченко Г. Ю.* Лекции по математическим моделям в биологии. — 2-е изд. испр. и доп. — М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2010.  
*Riznichenko G. Yu.* Lekcii po matematicheskim modelyam v biologii [Lectures on mathematical models in biology]. — Moscow-Izhevsk: Institute of Computer Research, SIC "Regular and chaotic dynamics", 2010 (in Russian).
- Садовничий В. А., Акаев А. А., Ильин И. В., Коротаев А. В., Малков С. Ю.* Моделирование и прогнозирование мировой динамики в XXI веке // Вестник Московского университета. Сер. 27. Глобалистика и геополитика. — 2022. — № 1. — С. 5–35.  
*Sadovnichiy V. A., Akaev A. A., Ilyin I. V., Korotaev A. V., Malkov S. Yu.* Modelirovanie i prognozirovanie mirovoj dinamiki v XXI veke [Modeling and forecasting of world dynamics in the XXI century] // Bulletin of the Moscow University. Ser. XXVII. Globalistics and Geopolitics. — 2022. — No. 1. — P. 5–35 (in Russian).

- Сухонос С. И. Эстафета цивилизаций. — М.: Народное образование, 2020.  
*Sukhonos S. I. Estafeta civilizacij [Relay race of Civilizations]. — Moscow: Public education, 2020 (in Russian).*
- Теория и стратегия становления устойчивого многополярного мироустройства на базе партнерства цивилизаций (Ялтинского мира – 2). — Монография в 2 т. / составители и научные редакторы Ю. В. Яковец, А. А. Акаев, С. Ю. Малков. — М.: МИСК – ИНЭС, 2020.  
*Theory and strategy of the formation of a stable multipolar world order based on the partnership of civilizations (Yalta World – 2). — Monograph in 2 volumes / compilers and scientific editors Yu. V. Yakovets, A. A. Akaev, S. Yu. Malkov. — Moscow: MISK – INES, 2020 (in Russian).*
- Хакен Г. Синергетика. Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. — М.: Мир, 1985.  
*Haken H. Sinergetika. Ierarhiya neustojchivostej v samoorganizuyushchihsya sistemah i ustrojstvah [Synergetics. Hierarchy of instabilities in self-organizing systems and devices]. — Moscow: Mir, 1985 (in Russian).*
- Чернавский Д. С. Синергетика и информация (динамическая теория информации). — Изд. 2-е, испр. и доп. — М.: Едиториал УРСС, 2004.  
*Chernavsky D. S. Sinergetika i informaciya (dinamicheskaya teoriya informacii) [Synergetics and information (dynamic theory of information)]. — Moscow: Editorial URSS, 2004 (in Russian).*
- Chi Ch.-W., Wu L.-I., Hsu S.-B. On the asymmetric May–Leonard model of three competing species // *SIAM journal on applied mathematics*. — 1998. — Vol. 58, No. 1. — P. 211–226.
- Gardner M. The fantastic combinations of John Conway’s new solitaire game “life” // *Scientific American*. — 1970. — Vol. 223, No. 4. — P. 120–123.
- Maddison Project database 2018. — <https://www.rug.nl/ggdc/historicaldevelopment/maddison/releases/maddison-project-database-2018?lang=en> (accessed: 19.07.2023.)
- May R. M., Leonard W. J. Nonlinear aspects of competition between three species // *SIAM journal on applied mathematics*. — 1975. — Vol. 29, No. 2. — P. 243–253.
- Puu T. Nonlinear economic dynamics. — Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1989.
- The 21st century singularity and global futures. A big history perspective / editors: A. V. Korotayev, D. J. LePoire. — Switzerland AG, Basel: Springer Nature, 2020.