

УДК: 519.8

Оптимизация параметров и структуры параллельного сферического манипулятора

В. А. Скворцова^а, Р. Р. Абдуллин^б, А. А. Степанова^с

Университет Иннополис,
Россия, 420500, г. Иннополис, ул. Университетская, д. 1

E-mail: ^а v.skvortsova@innopolis.university, ^б ru.abdullin@innopolis.university,
^с Aa.stepanova@innopolis.university

Получено 30.10.2023.

Принято к публикации 12.12.2023.

Статья представляет собой исследование математической модели и особенностей кинематики параллельного сферического манипулятора. Этот тип манипулятора был предложен еще в 80-х годах прошлого века и с тех пор нашел применение в экзоскелетах и реабилитационных роботах благодаря своей структуре, которая позволяет имитировать естественные движения суставов человеческого тела.

Параллельный сферический манипулятор имеет три параллельных двухзвенных рычажных механизма, которые соединяют две платформы — базовую и мобильную. Звенья механизма имеют дугообразную форму. Геометрически манипулятор можно описать с помощью двух виртуальных пирамид, которые расположены друг над другом.

В данной работе рассматриваются два основных типа конфигураций манипулятора (классическая и асимметричная) и решаются основные кинематические задачи для каждой из них. Исследование показывает, что асимметричное исполнение манипулятора имеет максимальное рабочее пространство, особенно когда моторы установлены в месте соединения опорных звеньев манипулятора.

Для оптимизации параметров параллельного сферического манипулятора вводится метрика полезного объема рабочего пространства. Данная метрика представляет собой объем сектора сферы, в котором робот не испытывает внутренних коллизий или сингулярных состояний. Внутри параллельного сферического манипулятора возможны три типа сингулярных состояний: последовательная, параллельная и смешанная сингулярность. Для расчета полезного объема были учтены все три типа сингулярностей. В ходе исследования решалась задача максимизации полезного объема рабочего пространства.

В результате исследования было обнаружено, что асимметричная конфигурация сферического манипулятора обеспечивает максимальное рабочее пространство, когда моторы расположены в месте соединения опорных звеньев механизмов робота. При этом для достижения максимального рабочего пространства параметр β_1 должен быть равен нулю градусов. Это позволило создать прототип робота, в котором вместо нижних опорных звеньев использована радиусная рельса, вдоль которой движутся моторы. Это позволило уменьшить линейные размеры самого робота и повысить жесткость конструкции.

Полученные результаты могут быть использованы для оптимизации параметров параллельного сферического манипулятора с целью применения его в различных промышленных и научных задачах, а также для дальнейшего исследования других типов параллельных роботов и манипуляторов.

Ключевые слова: роботы параллельного типа, оптимизация дизайна робота, параллельный сферический манипулятор

UDC: 519.8

Optimisation of parameters and structure of a parallel spherical manipulator

V. A. Skvortsova^a, R. R. Abdullin^b, A. A. Stepanova^c

Innopolis University,
1 Universitetskaya st., Innopolis, 420500, Russia

E-mail: ^a v.skvortsova@innopolis.university, ^b ru.abdullin@innopolis.university,
^c Aa.stepanova@innopolis.university

Received 30.10.2023.

Accepted for publication 12.12.2023.

The paper is a study of the mathematical model and kinematics of a parallel spherical manipulator. This type of manipulator was proposed back in the 80s of the last century and has since found application in exoskeletons and rehabilitation robots due to its structure, which allows imitating natural joint movements of the human body.

The Parallel Spherical Manipulator is a robot with three legs and two platforms, a base platform and a mobile platform. Its legs consist of two support links that are arc-shaped. Mathematically, the manipulator can be described using two virtual pyramids that are placed on top of each other.

The paper considers two types of manipulator configurations: classical and asymmetric, and solves basic kinematic problems for each. The study shows that the asymmetric design of the manipulator has the maximum workspace, especially when the motors are mounted at the joints of the manipulator's links inside legs.

To optimize the parameters of the parallel spherical manipulator, we introduced a metric of usable workspace volume. This metric represents the volume of the sector of the sphere in which the robot does not experience internal collisions or singular states. There are three types of singular states possible within a parallel spherical manipulator — serial, parallel, and mixed singularity. We used all three types of singularities to calculate the useful volume. In our research work, we solved the problem related to maximizing the usable volume of the workspace.

Through our research work, we found that the asymmetric configuration of the spherical manipulator maximizes the workspace when the motors are located at the articulation point of the robot leg support arms. At the same time, the parameter β_1 must be zero degrees to maximize the workspace. This allowed us to create a prototype robot in which we eliminated the use of lower links in legs in favor of a radiused rail along which the motors run. This allowed us to reduce the linear dimensions of the robot itself and gain on the stiffness of the structure.

The results obtained can be used to optimize the parameters of the parallel spherical manipulator in various industrial and scientific applications, as well as for further research of other types of parallel robots and manipulators.

Keywords: parallel robots, robot design optimization, parallel spherical manipulator

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2023, vol. 15, no. 6, pp. 1523–1534 (Russian).

Введение

Параллельный сферический манипулятор был предложен еще в 1980-х годах К. Госселином [Gosselin, 1988]. Параллельный сферический манипулятор относится к линейке роботов параллельной структуры с фиксированным центром вращения мобильной платформы и сферическим рабочим пространством. Среди отечественных ученых, занимающихся исследованиями подобных механизмов, можно отметить группу под руководством В. А. Глазунова [Глазунов, Чунинин, 2014; Саламандра и др., 2020].

Данный тип роботов применяется в экзоскелетах и реабилитационных роботах [Пожебко, 2022], поскольку повторяет естественный паттерн движения суставов человеческого тела.

Классический параллельный сферический манипулятор состоит из трех механизмов и двух платформ: базовой и мобильной. Механизмы имеют по два дугообразных звена. Математическая модель параллельного сферического манипулятора может быть представлена в виде двух виртуальных пирамид, стоящих друг на друге (см. рис. 1) [Сологубов, 2023].

Центр вращения робота находится в точке O , это точка соприкосновения вершин двух пирамид. Набор углов $[\beta_1 \ \alpha_1 \ \alpha_2 \ \beta_2]^T$ определяет геометрические свойства данного робота и не изменяется для конфигурации, данные параметры называются рабочими параметрами робота. Углы β_1 и β_2 определяют положение центра вращения и угол крепления механизмов к базовой и мобильной платформам соответственно, а углы α_1 и α_2 определяют длины дуг звеньев, из которых состоит каждый из параллельных механизмов робота.

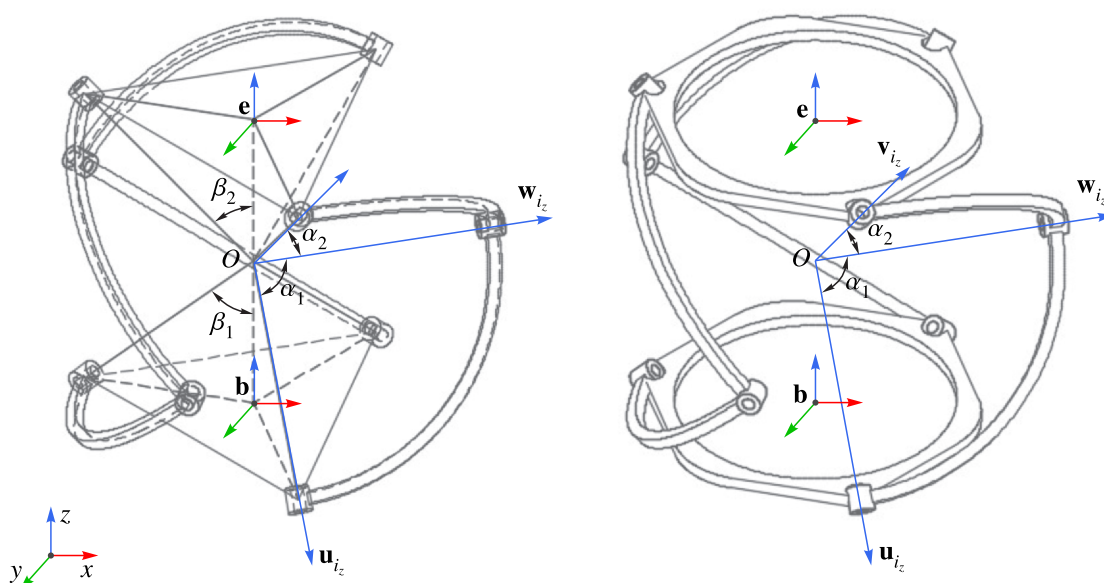


Рис. 1. Схема систем координат параллельного сферического манипулятора: математическое приближение (левая иллюстрация), реальная модель (правая иллюстрация)

Через $\mathbf{b}$ и $\mathbf{e}$ обозначаются системы координат базовой и подвижной платформ, которые являются общими для всех механизмов. Системы координат $\mathbf{u}$, $\mathbf{w}$ и $\mathbf{v}$ принадлежат шарнирам в каждом механизме. Причем z -компонента систем координат направлена вдоль оси вращения соответствующего шарнира. Углы в шарнирах обозначаются вектором $q_i = [q_{1i} \ q_{2i} \ q_{3i}]^T$.

В классическом виде такой манипулятор имеет три активных шарнира, каждый из которых располагается в узле крепления механизмов к базовой платформе, однако структура робота может быть изменена в зависимости от поставленной задачи. Робот имеет три вращательные степени свободы, а значит, его рабочее пространство можно описать как поверхность полусферы.

Однако рабочее пространство усекается в зависимости от набора рабочих параметров робота (в частности, от набора углов $[\beta_1 \alpha_1 \alpha_2 \beta_2]^T$) в связи сингулярными состояниями, вызванными конфигурацией манипулятора. Более того, параллельная структура робота вносит сложности в описание его кинематики, поскольку имеет структуру закрытой кинематической цепи. Кроме того, возникает проблема внутренних коллизий. Целью данного исследования является разработка робота данного типа с максимально возможным рабочим пространством.

Кинематика

Для поиска конфигурации робота с максимальным рабочим пространством необходимо в первую очередь решить базовые задачи кинематики для данного типа манипуляторов, такие как: задачи прямой и обратной кинематики для поиска углов звеньев робота и ориентации робота, а также задача определения передаточного отношения между активными шарнирами робота и мобильной платформы, относительно которой будет проводиться анализ сингулярностей робота. В параллельном сферическом манипуляторе места крепления механизмов на платформах делят последние на равные дуги [Gosselin, 1995], опирающиеся на угол η_i , кратный 120° , где i — номер механизма:

$$\eta_i = \frac{2(i-1)}{3}\pi, \quad \text{где } i = 1, 2, 3. \quad (1)$$

Положение подвижной платформы робота можно описать, используя XYZ-параметризацию углов Эйлера [Diebel, 2006] относительно системы координат в базовой платформе:

$$R_{xyz}(\phi_1, \phi_2, \phi_3) = R_x(\phi_1)R_y(\phi_2)R_z(\phi_3). \quad (2)$$

Поскольку робот имеет параллельную структуру, то однородная трансформация каждого механизма должна сходиться в одной точке [Gosselin, Sefrioui, Richard, 1994]. В формуле ниже H_{x_1, x_2} — это однородная трансформация системы из одной системы отсчета x_1 в другую x_2 . Условные обозначения x_1 и x_2 взяты для иллюстрации обозначений систем координат и в формуле ниже они заменены в соответствии с обозначениями на рис. 1 на $\mathbf{b}$, $\mathbf{u}_i$, $\mathbf{w}_i$, $\mathbf{v}_i$ и $\mathbf{e}$:

$$H_i = H_{\mathbf{b}, \mathbf{u}_i} H_{\mathbf{u}_i, \mathbf{w}_i} H_{\mathbf{w}_i, \mathbf{v}_i} H_{\mathbf{v}_i, \mathbf{e}}. \quad (3)$$

Робот обладает набором активных и пассивных шарниров. Движение робота осуществляется за счет приводов (двигателей) в активных шарнирах. Пассивные шарниры регулируют движение в роботе за счет его морфологической структуры, и чаще всего пассивные шарниры содержат в себе подшипники. Пассивные шарниры задают геометрически обусловленные ограничения движению робота. В данном исследовании сравнивается классическое и асимметричное исполнение робота. В классическом исполнении робота активные суставы находятся в месте соединения механизмов с базовой платформой, что на схеме соответствует $\mathbf{u}$ -системам координат. Соответственно, набор активных и пассивных шарниров такого исполнения может быть описан следующим набором векторов:

$$q_{act(v_1)} = [q_{11} \ q_{12} \ q_{13}]^T, \quad q_{pass(v_1)} = [q_{21} \ q_{31} \ q_{22} \ q_{32} \ q_{23} \ q_{33}]^T. \quad (4)$$

Второй — асимметричный тип, при котором три активных шарнира находятся в месте соединения опорных звеньев каждого механизма робота, что соответствует $\mathbf{w}$ -системам координат, и один из двигателей находится в основании первого механизма, соответственно, набор активных и пассивных шарниров можно описать как

$$q_{act(v_2)} = [q_{11} \ q_{21} \ q_{22} \ q_{23}]^T, \quad q_{pass(v_2)} = [q_{31} \ q_{12} \ q_{32} \ q_{13} \ q_{33}]^T. \quad (5)$$

Прямая задача кинематики состоит в нахождении положения и ориентации мобильной платформы по значениям углов в активных шарнирах. Для параллельного сферического манипулятора задача заключается в решении проблемы минимизации ошибок, которые определяются как разность значений однородных трансформаций от каждого из трех механизмов при переходе от центра базовой платформы к центру мобильной платформы.

Обратная задача кинематики противоположна прямой: найти углы в активных шарнирах при известных положении и ориентации мобильной платформы. В отличие от прямой задачи ее можно решить аналитически, используя геометрические методы [Gosselin, Lavoie, 1993].

Для вычисления углов в нижних шарнирах опорных звеньев нужно воспользоваться скалярным произведением для z -векторов $\mathbf{v}$ - и $\mathbf{w}$ -систем координат каждого из механизмов. Известно, что их скалярное произведение должно быть равно косинусу дуги опорного звена между ними [Gosselin, 1988]:

$$\mathbf{v}_i(z) \cdot \mathbf{w}_i(z) = \cos(\alpha_2). \quad (6)$$

В последнем уравнении можно провести следующую замену:

$$\sin(q_{1i}) = \frac{2T}{1+T^2}, \quad \cos(q_{1i}) = \frac{1-T^2}{1+T^2}. \quad (7)$$

Уравнение (7) используется для подстановки в уравнение (6) для получения простого квадратного уравнения (8):

$$A_{q_{1i}} T^2 + B_{q_{1i}} + C = 0. \quad (8)$$

Из полученного выражения следует, что решением q_{1i} будет удвоенный арктангенс корня полученного квадратного уравнения:

$$q_{1i} = 2 \arctan(T). \quad (9)$$

Чтобы вычислить углы в средних суставах между опорными звеньями в i -м механизме, используется следующее уравнение:

$$\mathbf{e}(z) \cdot \mathbf{v}_i(z) = \cos(\beta_2). \quad (10)$$

Для вычисления углов q_{2i} проводится тот же набор операций над уравнением (10), что был описан в уравнениях (7)–(9) для нахождения угла q_{1i} . При этом необходимо учесть, что угол q_{1i} был найден ранее.

Задача определения передаточного числа для данного робота состоит в том, чтобы найти приращения матрицы трансформации между приращениями углов в ориентации мобильной платформы и углов в активных шарнирах [Lynch, Park, 2017; Spong, Hutchinson, Vidyasagar, 2020]. Данная трансформация описывается матрицей Якоби и для отдельного механизма имеет вид

$$J_i = [\mathbf{u}_i(z) \quad \mathbf{w}_i(z) \quad \mathbf{v}_i(z)]. \quad (11)$$

Параллельный сферический манипулятор имеет структуру замкнутой цепи и поэтому имеет ограничения, описываемые следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} J_1 \dot{q}_1 = J_2 \dot{q}_2, \\ J_2 \dot{q}_2 = J_3 \dot{q}_3. \end{cases} \quad (12)$$

Это означает, что имеет место следующее соотношение между активными и пассивными шарнирами:

$$[J_{act} \quad J_{pass}] [\dot{q}_{act} \quad \dot{q}_{pass}] = 0. \quad (13)$$

Исходя из этого, приращение углов в пассивных шарнирах зависит от углов активных шарниров по следующему правилу:

$$\dot{q}_{pass} = g \dot{q}_{act}, \quad g = \begin{bmatrix} g_1 & g_2 & \cdots & g_m \end{bmatrix} = -J_{pass}^+ J_{act}. \quad (14)$$

Итоговый вид матрицы Якоби для классического исполнения данного типа манипулятора:

$$J_{(v_1)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ g_{1(v_1)} & & \\ g_{2(v_1)} & & \end{bmatrix}. \quad (15)$$

И финальная версия матрицы Якоби для асимметричного исполнения имеет вид

$$J_{act(v_2)} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1(z) & \mathbf{w}_1(z) & -\mathbf{w}_2(z) & 0_{3 \times 1} \\ 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 1} & -\mathbf{w}_2(z) & \mathbf{w}_3(z) \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Максимизация рабочего пространства

Рабочим пространством для параллельного сферического манипулятора является набор ориентаций в XYZ-параметризации углов Эйлера, в которых робот не имеет внутренних коллизий или сингулярных состояний [Bai, Hansen, Andersen, 2009; Boney, Gosselin, 2006]. Формально полезное рабочее пространство робота может быть описано как сектор сферы с предельным углом (см. рис. 2). Физический смысл указанного угла состоит в том, что при достижении соответствующего поворота робот имеет коллизию или сингулярное состояние.

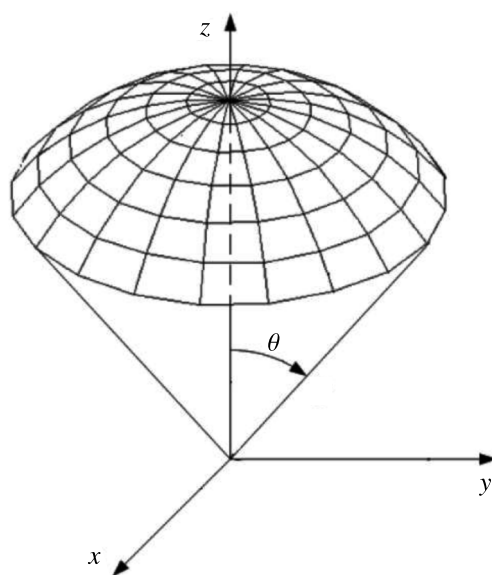


Рис. 2. Представление полезного рабочего пространства параллельного сферического манипулятора

Объем полезного рабочего пространства можно вычислить по формуле для вычисления объема единичного сектора:

$$V = \frac{2}{3} \pi (1 - \cos(\theta)). \quad (17)$$

Для параллельных роботов существует три типа сингулярных состояний [Gosselin et al., 1990]. Первый тип сингулярности относится к последовательной части структуры робота и называется последовательной сингулярностью. Физически она возникает, когда активные шарниры

имеют ненулевую скорость и мобильная платформа при этом не движется. Математически это происходит, когда матрица Якоби хотя бы одного из механизмов вырождается и приобретает линейную зависимость.

Второй тип сингулярности называется параллельной сингулярностью. В общей формуле вычисления матрицы Якоби для робота используется оператор псевдоинверсии [Wu, 2012]. В этом операторе присутствует обратная матрица из $J_{pass}^T J_{pass}$. Если эта матрица вырождается, то обратная матрица для нее не существует. Ориентация робота, соответствующая этой матрице, является параллельно-сингулярной. В реальной системе в таком состоянии будет ненулевой поворот мобильной платформы, для которого скорости в активных шарнирах равны нулю. В окрестностях такой конфигурации робот может иметь бесконечно малые движения при заблокированных приводах. Как следствие, какая-либо из степеней свободы мобильной платформы не поддается управлению, что является серьезной проблемой.

Последний тип называется смешанным типом сингулярности. Это суперпозиция между первыми двумя типами (последовательная и параллельная сингулярность выполняется одновременно). Физически этот тип означает, что мобильная платформа перемещается в пространстве, при заблокированных приводах, и наоборот.

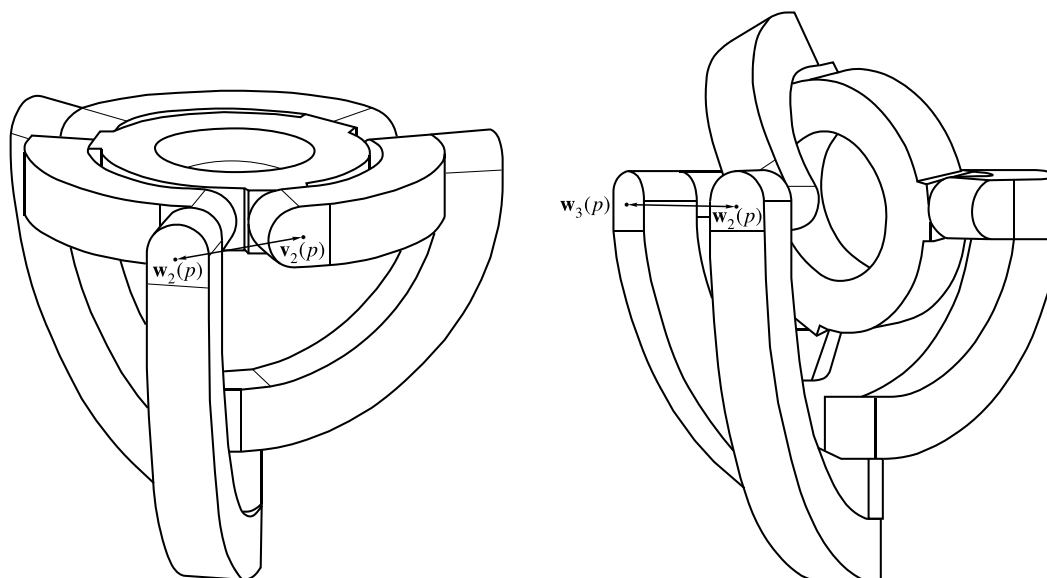


Рис. 3. Коллизии параллельного сферического манипулятора при $\beta_1 = 0$

Помимо сингулярных состояний робота, следует описать его внутренние коллизии — соударения между звеньями робота, которые возникают вследствие замкнутой кинематической структуры робота. В дальнейших вычислениях принимается $\beta_1 = 0$. В этом случае все нижние опорные звенья робота сходятся в одной оси. Исходя из этого, для параллельного сферического манипулятора будут возможны две ситуации, в которых робот будет испытывать коллизии: соударение между нижним и верхним опорными звеньями в соседних механизмах робота и соударение между нижними опорными звеньями соседних механизмов робота (см. рис. 3). Определить возможность таких соударений можно за счет вычисления евклидова расстояния между началами систем координат $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ и $\mathbf{w}$ соседних механизмов робота. Если эти расстояния меньше предельно допустимых (обусловленных геометрическими размерами звеньев), то робот испытывает коллизию при заданном значении поворота мобильной платформы.

Для формулировки задачи оптимизации примем $\beta_1 = 0$. В этом случае все нижние шарниры системы будут сходиться в одной оси и робот будет иметь неограниченное вращение по-

движной платформы вдоль оси Z . Радиус системы был выбран равным 150 мм. Соответственно, для нахождения максимального рабочего пространства системы варьируются только параметры α_1 , α_2 и β_2 ; примем, что данные параметры не могут быть меньше 5° и больше 185° . Значит, для нахождения оптимальных параметров должна быть решена следующая задача оптимизации [Wu, 2012]:

$$\begin{aligned} & \underset{x}{\text{minimize}} \quad -V(x), \\ & \text{subject to} \quad 5^\circ \leq x \leq 185^\circ, \end{aligned} \quad (18)$$

где $x = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \beta_2]^T$.

Таблица 1. Результаты оптимизации рабочего пространства для двух исполнений параллельного сферического манипулятора

Наименование исполнения	α_1	α_2	β_2	V
Классическое исполнение	90°	90°	95°	1,9119
Асимметричное исполнение	90°	90°	90°	1,9337

Данная задача решалась методом поиска по решетке с учетом ограничений по параметрам углов α_1 , α_2 и β_2 . Результаты решения задачи оптимизации для классического и асимметричного исполнения робота представлены в таблице 1, где V имеет размерность единичного объема сектора окружности. Данным результатам соответствуют графики рабочих пространств для исполнений на рис 4 и рис. 5, где на первом графике изображены границы рабочего пространства в евклидовой системе координат, а на втором графике представлены наборы поворотов в углах Эйлера в XYZ-параметризации. Исходя из полученных результатов, можно сделать вывод о том, что асимметричное исполнение выигрывает у классического исполнения в рабочем пространстве при $\beta_1 = 0$.

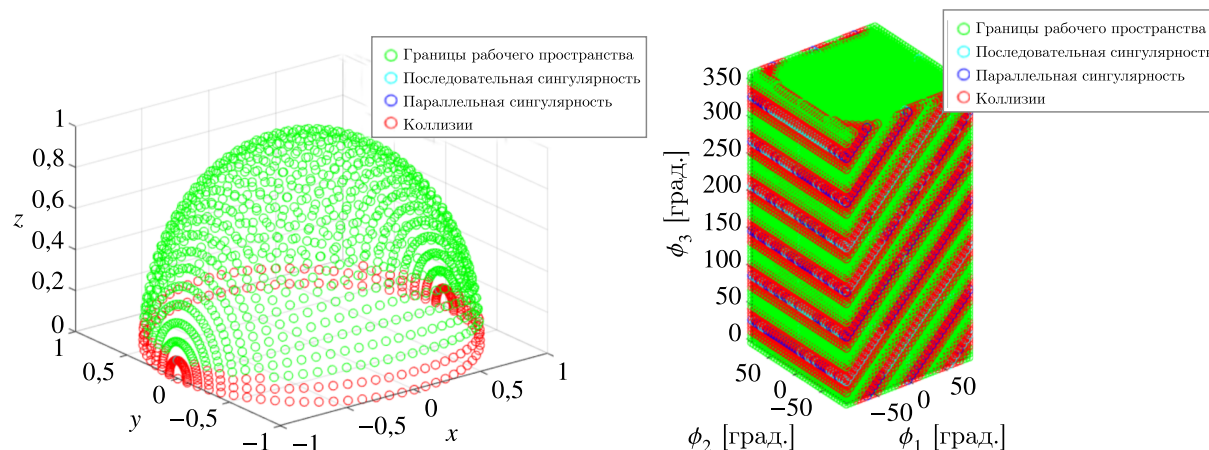


Рис. 4. Рабочее пространство классического исполнения параллельного сферического манипулятора с параметрами $\beta_1 = 0^\circ$, $\alpha_1 = 90^\circ$, $\alpha_2 = 90^\circ$ и $\beta_2 = 95^\circ$

По итогам вычислительного эксперимента наибольшим рабочим пространством обладает асимметричное исполнение параллельного сферического манипулятора.

Если рассмотреть робота с предложенными рабочими параметрами, то можно заметить, что центры активных шарниров перемещаются по окружности вокруг базовой оси. При этом оси вращения моторов остаются перпендикулярны базовой оси. Поскольку нижние опорные звенья, которые заставляют шарниры двигаться по окружности, являются пассивными элементами, то от них можно отказаться в пользу радиусной рельсы. Использование радиусной рельсы

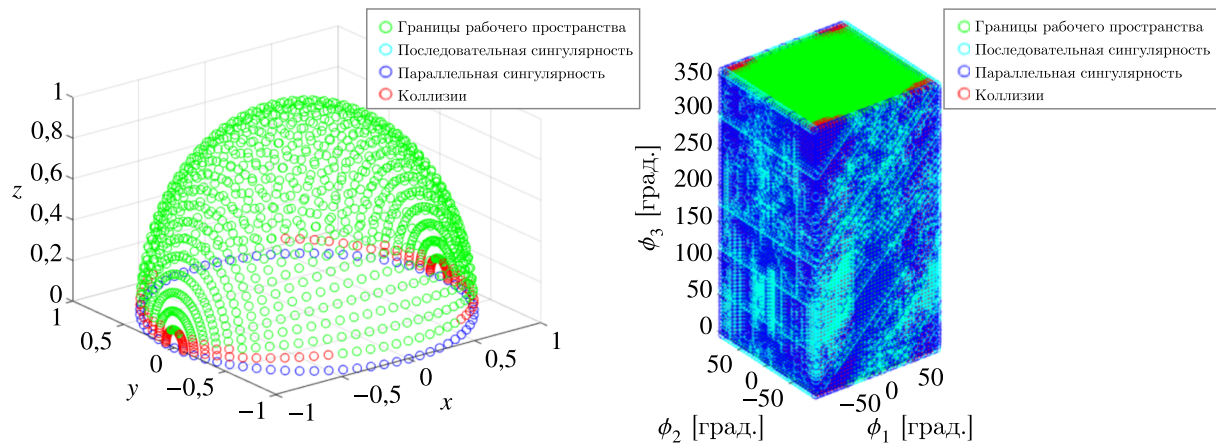


Рис. 5. Рабочее пространство асимметричного исполнения параллельного сферического манипулятора с параметрами $\beta_1 = 0^\circ$, $\alpha_1 = 90^\circ$, $\alpha_2 = 90^\circ$ и $\beta_2 = 90^\circ$

представляется более выигрышным решением с точки зрения жесткости конструкции, поскольку под весом двигателей в активных шарнирах опорные звенья будут испытывать деформации.

Прототип параллельного сферического манипулятора радиусного исполнения

Как уже говорилось выше, асимметричное исполнение параллельного сферического манипулятора можно оптимизировать, заменив нижние опорные звенья дугообразной формы на радиусную рельсу. На рис. 6 представлена асимметричная модель робота радиусного исполнения.

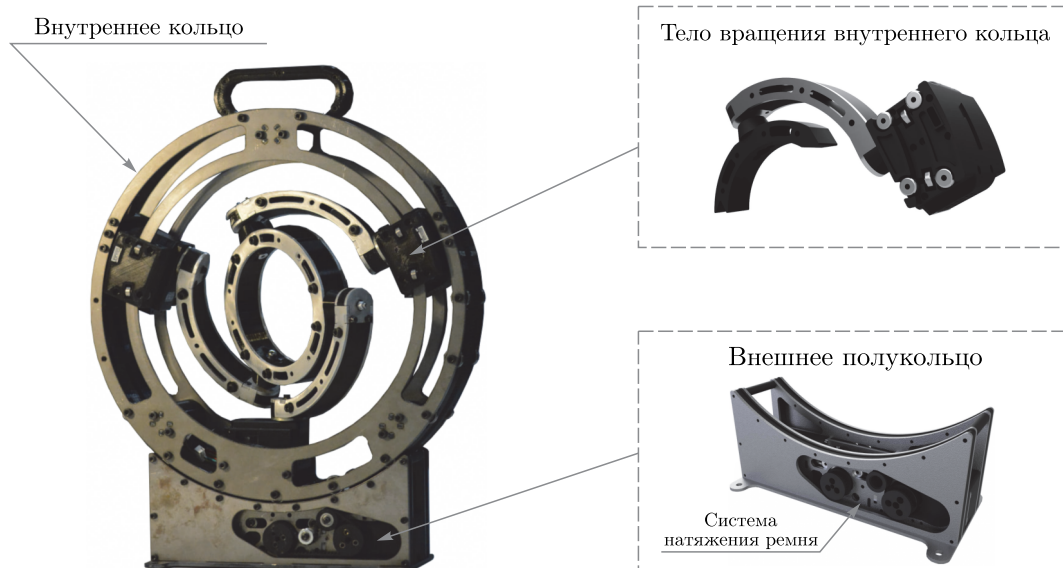


Рис. 6. Схема прототипа параллельного сферического манипулятора радиусного исполнения

Робот условно разделен на два модуля — внешнее полукольцо и внутреннее кольцо. Модули изготовлены с использованием технологии лазерной резки алюминия и стали, пластиковые детали напечатаны на 3D-принтере. Для активации устройства используются четыре мотора Dynamixel MX-106 и контроллер STM32. Многие решения, принятые в процессе создания этого проекта, были направлены на уменьшения габаритов конструкции.

Внешнее полукольцо — основание робота, которое служит активатором и направляющей рейкой для внутреннего кольца. Чтобы передать вращение от мотора к внутреннему кольцу, используются два зубчатых ремня HTD-5М. Система натяжения ремня соединена со шкивом мотора и с внутренним кольцом через два отдельных ремня (см. рис. 7). Причем второй ремень натягивается гладкими шкивами с пружинами таким образом, чтобы его гладкая сторона прилегла к телу внутреннего кольца. Во внешнем полукольце также установлены контроллер робота и драйвер мотора.

Внешнее полукольцо

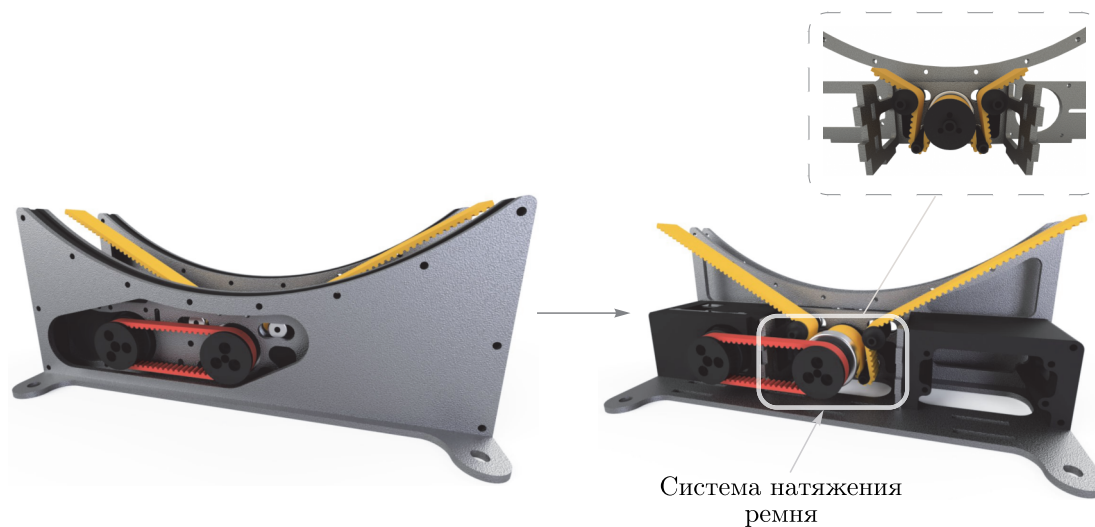


Рис. 7. Схема внешнего полукольца параллельного сферического манипулятора

Внутреннее кольцо — главный узел робота, состоящий из тела вращения, трех звеньев и дуги звеньев. Конструкция внутреннего кольца представляет главное отличие между представленным параллельным сферическим манипулятором и классическим исполнением с использованием как нижних, так и верхних опорных звеньев. Вместо шести подвижных звеньев в роботе используются три, а недостающие степени свободы возмещаются благодаря радиальному исполнению робота по аналогии с подшипником. Звенья определяют подвижность мобильной платформы и пассивно двигаются по дуге с помощью специальных тележек, на которые закреплены моторы. Это позволяет вращать внутреннее кольцо и все закрепленные на нем модули так, чтобы увеличить количество степеней свободы.

Заключение

Параллельный сферический манипулятор относится к небольшому числу параллельных роботов, имеющих три вращательные степени свободы с фиксированным центром вращения. Однако сложность подобной конструкции, внутренние коллизии и сингулярности создают определенные трудности при математическом описании данного типа роботов, а тем более при решении задач, связанных с максимизацией рабочего пространства.

В статье решены основные кинематические задачи для данного типа роботов для двух его конфигураций: классической и асимметричной. Классическая конфигурация подразумевает, что три активных шарнира робота установлены в основании нижних опорных звеньев. Асимметричная конфигурация имеет четыре активных шарнира, один из которых установлен в основании

нижнего опорного звена, а оставшиеся три — в местах соединения нижних и верхних звеньев параллельных механизмов робота.

В ходе исследования было выявлено, что параллельный сферический манипулятор имеет максимальное рабочее пространство при асимметричном исполнении, когда моторы располагаются в месте соединения опорных звеньев механизмов робота. Параметры, при которых достигается максимальное рабочее пространство: $\beta_1 = 0^\circ$, $\alpha_1 = 90^\circ$, $\alpha_2 = 90^\circ$ и $\beta_2 = 90^\circ$, при этом объем рабочего пространства в безразмерных единицах составляет 1,9337, что практически равно объему единичной полусферы. На основании этих выводов был разработан прототип робота радиусного исполнения, в котором нижние опорные звенья заменены радиусной сферой. Такой вариант параллельного сферического манипулятора представляет собой особый тип исполнения — радиусное исполнение, которое отличается меньшим количеством звеньев, меньшими габаритами и большей жесткостью конструкции.

Список литературы (References)

- Глазунов В. А., Чунихин А. Д. Развитие исследований механизмов параллельной структуры // Проблемы машиностроения и надежности машин. — 2014. — № 3. — С. 37–43.
Glazunov V. A., Chunichin A. D. Development of mechanisms of parallel structure // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. — 2014. — Vol. 43, No. 3. — P. 211–216. (Original Russian paper: Glazunov V. A., Chunikhin A. D. Razvitiye issledovaniy mekhanizmov parallel'noi struktury // Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin. — 2014. — No. 3. — P. 37–43.)
- Пожебко В. Ю. Сферический платформенный складывающийся манипулятор // Патент России № 2774278. — 2022. — Бюл. № 17.
Pozhbelko V. Yu. Sfericheskiy platformennyi skladyvayushiy manipulator [Spherical platform folding manipulator] // Patent Rossii No. 2774278. — 2022. — Byul. No. 17 (in Russian).
- Саламандра К. Б., Тывес Л. И., Глазунов В. А., Гебель Е. С. Механизмы параллельной структуры с групповой кинематической развязкой, обеспечиваемой многопоточностью передачи энергии в кинематических цепях // Проблемы машиностроения и надежности машин. — 2020. — № 5. — С. 56–65.
Salamandra K. B., Tyves L. I., Glazunov V. A., Gebel E. S. Parallel mechanisms with group kinematic decoupling ensured by multiloop power transmission in kinematic chains // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. — 2020. — Vol. 49, No. 5. — P. 412–420. (Original Russian paper: Salamandra K. B., Tyves L. I., Glazunov V. A., Gebel' E. S. Mekhanizmy parallel'noi struktury s gruppovoi kinematicheskoi razvyazkoi, obespechivaemoi mnogopotchnost'yu peredachi energii v kinematicheskikh tsepyakh // Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin. — 2020. — No. 5. — P. 56–65.)
- Сологубов А. Ю. Высокоэффективные солнечные энергоустановки на базе сферического параллельного манипулятора // Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. — 2023.
Sologubov A. Yu. Vysokoeffektivnye solnechnye energoustanovki na baze sfericheskogo parallel'nogo manipulyatora [Highly efficient solar power plants based on spherical parallel manipulator] // Dissertatsiya na soiskanie uchenoj stepeni kandidata tekhnicheskikh nauk. — 2023 (in Russian).
- Bai S., Hansen M. R., Andersen T. O. Modelling of a special class of spherical parallel manipulators with Euler parameters // Robotica. — 2009. — Vol. 27, No. 2. — P. 161–170.
- Bonev I. A., Gosselin C. M. Analytical determination of the workspace of symmetrical spherical parallel mechanisms // IEEE Transactions on Robotics. — 2006. — Vol. 22, No. 5. — P. 1011–1017.
- Diebel J. Representing attitude: Euler angles, unit quaternions, and rotation vectors // Matrix. — 2006. — Vol. 58, No. 15–16. — P. 1–35.
- Gosselin C. Kinematic analysis, optimization, and programming of parallel robotic manipulators. — 1988.
- Gosselin C. et al. Singularity analysis of closed-loop kinematic chains // IEEE transactions on robotics and automation. — 1990. — Vol. 6, No. 3. — P. 281–290.
- Gosselin C. M. Simulation and computer-aided kinematic design of three-degree-of-freedom spherical parallel manipulators // Journal of Robotic Systems. — 1995. — Vol. 12, No. 12. — P. 857–869.

- Gosselin C. M., Lavoie E.* On the kinematic design of spherical three-degree-of-freedom parallel manipulators // *The International Journal of Robotics Research*. — 1993. — Vol. 12, No. 4. — P. 394–402.
- Gosselin C. M., Sefrioui J., Richard M. J.* On the direct kinematics of spherical three-degree-of-freedom parallel manipulators of general architecture. — 1994.
- Lynch K. M., Park F. C.* *Modern Robotics*. — Cambridge University Press, 2017.
- Spong M. W., Hutchinson S., Vidyasagar M.* *Robot modeling and control*. — John Wiley and Sons, 2020.
- Wu G.* Multiobjective optimum design of a 3-RRR spherical parallel manipulator with kinematic and dynamic dexterities. — 2012.