

УДК: 519.6

Результаты моделирования полевых экспериментов по созданию восходящих потоков для развития искусственных облаков и осадков

М. Т. Абшаев¹, А. М. Абшаев¹, А. А. Аксёнов², Ю. В. Фишер^{2,а},
А. Е. Щеляев²

¹ООО «НПЦ «Антиград»,
Россия, 360004, Кабардино-Балкарская респ., г. Нальчик, ул. Чернышевского, д. 198

²ООО «ТЕСИС»,
Россия, 127083, г. Москва, ул. Юннатов, д. 18, оф. 705

E-mail: ^а jf@flowvision.ru

Получено 30.05.2023.

Принято к публикации 14.08.2023.

Перспективным методом повышения количества осадков в засушливом климате является способ создания вертикальной высокотемпературной струи, насыщенной гигроскопическим аэрозолем. Такая установка позволяет создавать искусственные облака с возможностью образования осадков в безоблачной атмосфере, в отличие от традиционных способов искусственного увеличения осадков, в которых предусматривается повышение эффективности осадкообразования только в естественных облаках путем их засева ядрами кристаллизации и конденсации. Для увеличения мощности струи добавляются хлорид кальция, карбамид, пищевая соль в виде грубодисперсного аэрозоля, а также нанопорошок NaCl/TiO_2 , который способен конденсировать значительно больше водяного пара, чем перечисленные типы аэрозолей. Дисперсные включения в струе также являются центрами кристаллизации и конденсации в создаваемом облаке для повышения возможности осадкообразования. Для моделирования конвективных течений в атмосфере применяется математическая модель атмосферных течений большого масштаба FlowVision, решение уравнений движения, энергии и массопереноса проводится в относительных переменных. Рассматриваемая постановка задачи разделена на две части: модель начальной струи и постановка атмосферных течений большого масштаба FlowVision. Нижняя область, где происходит течение начальной высокоскоростной струи, моделируется в сжимаемой постановке с решением уравнения энергии относительно полной энтальпии. Данное разделение задачи на две отдельные подобласти необходимо, чтобы корректно провести численный расчет начальной турбулентной струи при высокой скорости ($M > 0,3$). Приводятся основные математические зависимости модели. С использованием представленной модели проведены численные эксперименты, для исходных данных взяты экспериментальные данные из натурных испытаний установки по созданию искусственных облаков, проведенные в Объединенных Арабских Эмиратах. Получено хорошее согласие с экспериментом: в 55 % проведенных расчетов значение вертикальной скорости на высоте 400 м (более 2 м/с) и высота подъема струи (более 600 м) находятся в пределах погрешности 30 % от экспериментальных характеристик, а в 30 % расчетах — полностью согласуются с экспериментом. Результаты численного моделирования позволяют оценить возможность использования метода высокоскоростной струи для стимулирования искусственной конвекции и, в конечном итоге, для создания осадков. Расчеты проведены с использованием программного комплекса FlowVision на суперкомпьютере «Торнадо ЮУрГУ».

Ключевые слова: искусственные осадки, искусственные облака, CFD, вычислительная газодинамика, метеорология, высокоскоростная струя, метеотроны

Работа выполнена при финансовой поддержке National Center of Meteorology, Abu Dhabi, UAE в рамках программы OАЭ Research Program for Rain Enhancement Science (UAEREP, grant No. APP-REP-2017-02120).

© 2023 Магомед Тахирович Абшаев, Али Магомедович Абшаев, Андрей Александрович Аксёнов, Юлия Владимировна Фишер, Александр Евгеньевич Щеляев

Статья доступна по лицензии Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Unported License.
Чтобы получить текст лицензии, посетите веб-сайт <http://creativecommons.org/licenses/by-nd/3.0/>
или отправьте письмо в Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.

UDC: 519.6

Simulation results of field experiments on the creation of updrafts for the development of artificial clouds and precipitation

M. T. Abshaev¹, A. M. Abshaev¹, A. A. Aksenov², I. V. Fisher^{2,a},
A. E. Shchelyaev²

¹Hail Suppression Research Center “Antigrad”,
198 Chernishevsky st., Nalchik, 360004, Russia

²“TESIS” LLC,
off. 705, 18 Unnatov st., Moscow, 127083, Russia

E-mail: ^a jf@flowvision.ru

Received 30.05.2023.

Accepted for publication 14.08.2023.

A promising method of increasing precipitation in arid climates is the method of creating a vertical high-temperature jet seeded by hygroscopic aerosol. Such an installation makes it possible to create artificial clouds with the possibility of precipitation formation in a cloudless atmosphere, unlike traditional methods of artificial precipitation enhancement, which provide for increasing the efficiency of precipitation formation only in natural clouds by seeding them with nuclei of crystallization and condensation. To increase the power of the jet, calcium chloride, carbamide, salt in the form of a coarse aerosol, as well as NaCl/TiO₂ core/shell novel nanopowder, which is capable of condensing much more water vapor than the listed types of aerosols, are added. Dispersed inclusions in the jet are also centers of crystallization and condensation in the created cloud to increase the possibility of precipitation. To simulate convective flows in the atmosphere, a mathematical model of FlowVision large-scale atmospheric flows is used, the solution of the equations of motion, energy and mass transfer is carried out in relative variables. The statement of the problem is divided into two parts: the initial jet model and the FlowVision large-scale atmospheric model. The lower region, where the initial high-speed jet flows, is calculated using a compressible formulation with the solution of the energy equation with respect to the total enthalpy. This division of the problem into two separate subdomains is necessary in order to correctly carry out the numerical calculation of the initial turbulent jet at high velocity ($M > 0.3$). The main mathematical dependencies of the model are given. Numerical experiments were carried out using the presented model, experimental data from field tests of the installation for creating artificial clouds were taken for the initial data. A good agreement with the experiment is obtained: in 55 % of the calculations carried out, the value of the vertical velocity at a height of 400 m (more than 2 m/s) and the height of the jet rise (more than 600 m) is within a deviation of 30 % of the experimental characteristics, and in 30 % of the calculations it is completely consistent with the experiment. The results of numerical simulation allow evaluating the possibility of using the high-speed jet method to stimulate artificial updrafts and to create precipitation. The calculations were carried out using FlowVision CFD software on SUSU Tornado supercomputer.

Keywords: artificial clouds, numerical simulation, CFD, artificial precipitation, meteorology, jet, meteoron

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2023, vol. 15, no. 4, pp. 941–956 (Russian).

This work was supported by the National Center of Meteorology, Abu Dhabi, UAE under the UAE Research Program for Rain Enhancement Science (UAERP, grant No. APP-REP-2017-02120).

1. Введение

Исследования способов управления погодой и климатом в настоящее время актуально в свете событий, связанных с глобальным изменением климата на планете. Неравномерное распределение количества осадков усугубляет острую нехватку пресной воды в регионах с «абсолютным дефицитом воды» [Masson-Delmotte et al., 2018]. Прирост населения Земли к 2050 году может повысить спрос на воду на 55 %, и 40 % населения нашей планеты будет испытывать ее острый дефицит. Увеличение численности населения также приводит к росту требований на разработку мер по улучшению жизни человека в любом регионе (и, в частности, с точки зрения погодных условий). Одним из путей пополнения запасов пресной воды является применение способов искусственного увеличения осадков (ИУО), которые используются более чем в 50 странах [Abshaev et al., 2022b; Flossmann et al., 2019]. Традиционные способы ИУО предусматривают повышение эффективности осадкообразования в естественных облаках путем их засева ядрами кристаллизации и конденсации с помощью авиационных, ракетных, артиллерийских и наземных технических средств [Al Mazroui, 2017]. Однако в засушливых регионах длительные периоды не бывает осадкообразующих облаков. Поэтому методы, позволяющие создавать искусственные облака с возможностью образования осадков в безоблачной атмосфере, представляют интерес для таких регионов. Перспективным является способ создания высокотемпературной струи, насыщенной гигроскопическим аэрозолем различного типа для более раннего формирования водяных капель в поднимающемся воздухе и стимулирования развития облака [Абшаев, Абшаев, Ал Мандоус, 2020].

Средства математического моделирования и численные эксперименты позволяют анализировать натурные эксперименты и получить данные, которые могут приблизить нас к пониманию процессов, протекающих при формировании искусственных облаков. Одной из основных задач при создании методики моделирования физической системы является ее валидация, то есть качественное и количественное сравнение с экспериментом. Для разработки методики создания искусственных облаков разработана математическая модель атмосферных течений большого масштаба FlowVision [Abshaev et al., 2022a]. Объектом исследования в представленной модели являются конвективные потоки в атмосфере, искусственно создаваемые двигательной установкой.

Целью научно-исследовательской работы является описание метода моделирования, получение характеристик разработанной установки, оценка возможности стимулирования тепловой конвекции и валидация на натурных экспериментах, проведенных при апробации метода в условиях реальной атмосферы.

2. Способ создания искусственных облаков

Способ создания восходящих потоков и искусственных облаков при помощи вертикальной струи предложен на основе анализа эффективности различных методов [Abshaev et al., 2019; Abshaev et al., 2022b; Abshaev et al., 2020; Абшаев, Абшаев, Ал Мандоус, 2020]. Турбореактивный двигатель с поворотным соплом, направленным под 75° к горизонту, создает высокоскоростной поток, который при подъеме в атмосфере расширяется, охлаждаясь. По мере расширения с высотой струя вовлекает воздух из окружающей атмосферы, наращивая поднимающуюся массу. В струю добавляются специальные вещества — гигроскопические аэрозоли, обеспечивающие энергетическую подпитку струи за счет высвобождения энергии фазового перехода при конденсации влаги из воздуха. Гигроскопический аэрозоль обеспечивают конденсацию водяного пара, когда его плотность значительно ниже насыщающей, тем самым понижая уровень формирования искусственного облака. Центрами конденсации являются частицы аэрозоля; гигроскопические свойства вещества аэрозоля способствуют увеличению массы частиц до нескольких раз. Так,

массу водяного пара m_w , которая может быть поглощена частицей аэрозоля массой m_a , можно описать уравнением

$$m_w = k_1 \cdot m_a = m_a \left[\left(1 + \kappa \right) \frac{C_c}{C_s} - 1 \right], \quad (1)$$

где m_a — масса сухой частицы аэрозоля, кг; κ — отношение массы сконденсированной воды к массе растворенного вещества в насыщенном растворе; $C_c = \frac{E_s}{E}$ — отношение давления водяного пара над каплей насыщенного раствора E_s к давлению над плоской поверхностью дистиллированной воды E ; $C_s = \frac{\Delta E_s}{E_\infty}$ — отношение разницы между указанными давлениями ΔE_s к давлению пара в окружающей среде E_∞ . Значения κ , C_c и C_s — справочные [Abshaev et al., 2023].

Одна из основных проблем, возникающих при попытках создать облака, с использованием способа локального прогрева атмосферы, состоит в том, что струя быстро охлаждается и теряет свою плавучесть. Наличие даже минимального ветра существенно усугубляет ситуацию [Abshaev et al., 2022a], из-за этого поток даже при достаточном влагосодержании не поднимается на высоту, где происходят конденсация и образование облаков. Предполагается, что, в отличие от метеотронов Вульфсона и Левина [Vulfson, Levin, 1987], в которых плавучесть струи быстро уменьшается по мере ее подъема в атмосфере, в рассматриваемом способе создания искусственных облаков постепенная подпитка теплом конденсации водяного пара на частицах аэрозоля, переносимых струей, может увеличить плавучесть струи и обеспечить подъем до уровня формирования облаков.

Применяется несколько типов аэрозоля с разными гигроскопическими свойствами, которые обеспечивают конденсацию водяного пара при разном уровне относительной влажности в окружающей среде, и таким образом будут энергетически подпитывать струю на разных уровнях по высоте. В экспериментах использовались хлорид кальция CaCl_2 , мочевины (карбамид) $(\text{NH}_2)_2\text{CO}$ и пищевая соль NaCl . Один из вариантов создания аэрозолей — метод распыления водных растворов выбранных веществ до капель размером около 15 мкм, при испарении которых образуется аэрозоль диаметром около 5–10 мкм. Второй способ получения аэрозолей предполагает тонкое измельчение гранул до нужного диаметра с помощью специальной мельницы.

В ходе полевых экспериментов также распылялся нанопорошок NaCl/TiO_2 , который способен конденсировать многократно больше водяного пара, чем перечисленные типы аэрозолей [Alshawa et al., 2009; Liang et al., 2019; Tai et al., 2017].

Экспериментальная установка показана на рис. 1. Авиационный двигатель Д-30 с вертикальным отводом применялся для создания струи, распыл аэрозолей организован при помощи системы форсунок, расположенных по периметру выхода из двигателя, и пушек типа Ю-60 и WP-60. Двигатель и пушки установлены таким образом, что поток нагретых газов, вырабатываемых реактивным двигателем, и газокапельные потоки, образуемые пушками, сливаются в единый восходящий поток. Параметры струи на выходе из установки с учетом потерь в поворотном отводе: расход продуктов — 200 кг/с, статическая температура газов — 300°C, выходной диаметр — 1,2 м, направление потока — 75° от горизонта.

Натурные эксперименты по созданию восходящих потоков для инициирования развития искусственных облаков и осадков проведены на горе Джебель Джаис (Jebel Jais) на высоте 1600 м над уровнем моря в следующие даты: 24, 26, 29, 30 и 31 декабря 2021 года, 3 и 4 января 2022 года. Всего проведено 11 экспериментов при разных атмосферных условиях длительностью от 9 до 16 минут (см. таблицу 1). Для моделирования выбраны не все эксперименты: из расчетных случаев с одинаковыми или близкими атмосферными условиями оставлен один для проведения численного эксперимента. Количество вносимых веществ в струю представлено в таблице 2, где приведено значение суммарного тепловыделения, определенного теоретически при допущении,



Рис. 1. Экспериментальная установка и оборудование для создания искусственных облаков: 1 – турбо-реактивный двигатель Д-30, 2 – устройство забора воздуха в двигатель, 3 – отвод струи, 4 – пусковой двигатель и система управления, 5 – топливный бак, 6 – пушка для создания аэрозоля Ю-60, 7 – пушка для создания аэрозоля WP-60, 8 – резервуар с водой для растворения гигроскопических веществ, 9 – дизель-генератор 3х380 50 кВт, питающий Ю-60, 10 – высокотемпературная струя выхлопа реактивного двигателя, 11 – поток аэрозоля из пушки Ю-60, 12 – поток аэрозоля из пушки WP-60 [Abshaev et al., 2023]

что на частицах конденсируется максимально возможное количество влаги. Количество тепла, выделяемого при конденсации водяного пара, определено по формуле

$$P = M_W \cdot E, \quad (2)$$

где M_W – масса сконденсированной воды в секунду, кг/с; E – скрытая теплота фазового перехода – конденсации, Дж/кг.

Целью эксперимента была проверка возможности создания искусственных вертикальных потоков и облаков в атмосфере при помощи представленной установки. Благоприятные дни для проведения экспериментов были выбраны в результате анализа большого количества численных экспериментов, проведенных с подобной установкой [Abshaev et al., 2022a; Abshaev et al., 2022b]. В ходе экспериментов контролировались вертикальный профиль температуры, направления и длины вектора скорости ветра, профиль влажности.

В результате эксперимента получены данные, по которым проводилась валидация расчетов:

- вертикальная скорость потока – 3 м/с на высоте 400 м (измерение проводилось при помощи дрона, поднимавшегося на высоту 300–500 м от уровня экспериментальной площадки);
- высота струи, согласно измерениям термографа IRTIS-2000-C, обычно составляла 600–700 м, максимальное значение достигало 1100–1200 м над поверхностью. Здесь следует отметить, что реальная достигнутая высота подъема струи могла быть и выше, но дальность обнаружения термографа и неоптимальный ракурс обзора (снизу вверх) позволяли выделять низкие градиенты температуры только до указанных высот.

Таблица 1. Описание и результаты экспериментов по созданию искусственных восходящих потоков в атмосфере

№	Дата	Атмосферные условия	Вещества, вносимые в струю	Результаты
1	24.12.2021	Наличие в окружении St-Cu $T_0 = 15^\circ\text{C}$, $f_0 = 70\%$, $U_0 = 2-4$ м/с	CaCl_2 (1,5 л/с); NaCl (0,5 л/с); карбамид (0,8 л/с)	Облако создать не удалось
3	26.12.2021	В окружении позиции мелкие Cu и St-Cu. $T_0 = 14^\circ\text{C}$, $f_0 = 68\%$, $U_0 = 2-3$ м/с	CaCl_2 (1,5 л/с); NaCl (0,5 л/с); карбамид (0,8 л/с)	Отмечено образование слабого искусственного облака
5	29.12.2021	Над позицией облака St-Cu. CuHum на севере и востоке. $T_0 = 13,5^\circ\text{C}$, $f_0 = 69,7\%$, $U_0 = 2-3$ м/с	CaCl_2 (1,5 л/с); NaCl (0,5 л/с); карбамид (0,8 л/с); 20 кг NaCl/TiO ₂	Образование просвета среди St-Cu облаков
6	30.12.2021	Чистое небо. На юге и в Оманском заливе Сб. $T_0 = 12,2^\circ\text{C}$, $f_0 = 73,7\%$, $U_0 = 2,7$ м/с	NaCl (0,5 л/с); карбамид (0,8 л/с); 50 кг CaCl_2 ; 20 кг NaCl/NiO ₂	Образование полупрозрачного облачка
7	31.12.2021	Воздействие на CuHum,двигающийся на позицию с востока. На юге и востоке Сб. $T_0 = 11,0^\circ\text{C}$, $f_0 = 88,7\%$, $U_0 = 1,8$ м/с	NaCl (0,5 л/с); карбамид (0,8 л/с); 50 кг CaCl_2 ; 20 кг NaCl/NiO ₂	Визуально уплотнение облака
8		Воздействие на CuHum,двигающийся на позицию с северо-востока. $T_0 = 12,3^\circ\text{C}$, $f_0 = 82,0\%$, $U_0 = 0,8$ м/с	NaCl (0,5 л/с); карбамид (0,8 л/с); 50 кг CaCl_2 ; 20 кг NaCl/NiO ₂	Полоска радиолокационного радиоэха 15 dBZ в 16 ²⁰ –16 ²⁵
9	03.01.2022	Воздействие на слоисто-дождевое облако. Идет слабый дождь. $T_0 = 9,0^\circ\text{C}$, $f_0 = 91\%$, $U_0 = 4,2$ м/с	NaCl (0,5 л/с); карбамид (1,5 л/с); 20 кг NaCl/NiO ₂	Полоска радиоэха в направлении переноса в 14 ³⁵ –14 ⁴⁰
10	05.01.2022	Воздействие на слоистое облако. $T_0 = 7,7^\circ\text{C}$, $f_0 = 93,8\%$, $U_0 = 2,8$ м/с	NaCl (0,5 л/с); карбамид (1,5 л/с); 50 кг CaCl_2 ; 20 кг NaCl/NiO ₂	Слабые осадки. Пятно радиоэха в направлении перемещения облаков
11		Воздействие на слоистое облако. $T_0 = 9,7^\circ\text{C}$, $f_0 = 92\%$, $U_0 = 3,5$ м/с	NaCl (0,5 л/с); 20 кг NaCl/NiO ₂	Уплотнение естественного облака

T_0 , f_0 , U_0 — значения температуры, относительной влажности и скорости ветра соответственно на высоте расположения установки.

3. Математическая модель искусственной струи в атмосфере

Для моделирования распространения струи в атмосфере при помощи программного комплекса FlowVision создана геометрическая 3D-модель выходного участка сопла и окружающего пространства. Задача разделена на две отдельные расчетные области: нижняя область, где происходит течение высокоскоростной струи, и область в более высоких слоях атмосферы, в которой используется модель атмосферных течений большого масштаба FlowVision [Abshaev et al., 2022a; Абшаев, Абшаев, Аксёнов, 2022]. Данное разделение задачи на две отдельные подобласти, в которых заданы разные модели, необходимо, чтобы корректно провести численный расчет

Таблица 2. Расходы растворов и порошков, вносимых в струю при проведении натуральных экспериментов, с оценкой количества конденсированного водяного пара и выделяемого тепла конденсации

Гигроскопическое вещество	Массовый расход вещества, M (г/с)	Плотность вещества, ρ (г/см ³)	Диаметр частиц, d_a (мм)	Количество частиц, впрыскиваемых в единицу времени, N (шт./с)	Коэффициент, $k_1 = \frac{m_w}{m_a}$	Масса частицы после конденсации воды на ней, m_w (кг)	Суммарная масса сконденсированной воды в секунду, M_w (кг/с)	Количество тепла, выделяющегося при конденсации воды за секунду, P_c (Вт)	Начало конденсации, влажность, %
NaCl	215,3	2,165	10	$1,90 \cdot 10^{11}$	12,47	$1,4 \cdot 10^{-8}$	2,7	$6,05 \cdot 10^6$	75
CaCl ₂	538	2,15	10	$4,78 \cdot 10^{11}$	1,26	$1,4 \cdot 10^{-12}$	0,7	$1,54 \cdot 10^6$	6
(NH ₂) ₂ CO	672	1,335	10	$9,62 \cdot 10^{11}$	5,17	$3,6 \cdot 10^{-12}$	3,5	$7,86 \cdot 10^6$	72
NaCl/TiO ₂ powder	230	2,165	5	$1,62 \cdot 10^{12}$	294	$4,2 \cdot 10^{-11}$	67,6	$1,53 \cdot 10^8$	52
CaCl ₂ powder	476	2,15	50	$3,38 \cdot 10^9$	1,26	$1,8 \cdot 10^{-10}$	0,6	$1,36 \cdot 10^6$	6

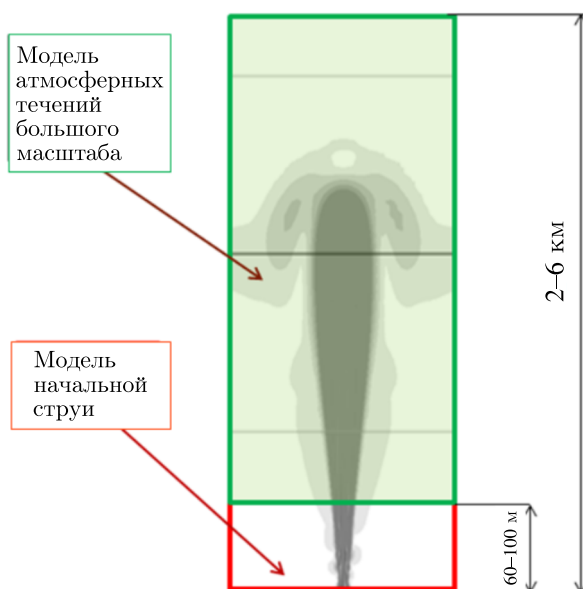


Рис. 2. Схематичное представление расчетной области для моделирования конвективных потоков в атмосфере высотой до нескольких километров

начальной турбулентной струи при высокой скорости ($M > 0,3$), требующей учета сжимаемости газа и высокой детализации расчетной сетки для разрешения градиентов величин. Это невозможно учесть в модели атмосферных течений большого масштаба FlowVision, так как используется несжимаемая постановка. Небольшая высота расчетной области вкупе с разрешением области струи расчетной сеткой позволяет данное моделирование провести с требуемой точностью. Высота всей расчетной области, включая начальный участок и последующий участок, составляет 2–6 км, протяженность расчетной области вдоль основного направления ветра составляет 6 км. Каждый расчетный случай решается в полной 3D-постановке — это необходимо из-за наличия зависимости направления вектора скорости от высоты. Схематичное представление расчетной области показано на рис. 2.

3.1. Модель начальной струи

Данная математическая модель включает в себя набор уравнений физических процессов, наиболее часто применяемых при решении задачи распространения высокоскоростных (в том числе сверхзвуковых) затопленных струй [Фишер, Щеляев, 2017]. Она применима при решении задач по исследованию конвективных потоков в атмосфере до небольших высот 60–100 м.

Решаемые уравнения

Уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{V}) = 0, \quad (3)$$

где ρ – плотность, t – время, \mathbf{V} – вектор скорости.

Уравнение Навье – Стокса:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho V}{\partial t} + \nabla(\rho V \otimes V) &= -\nabla p + \nabla \cdot \widehat{\tau}_{eff} + \rho g, \\ \widehat{\tau}_{eff} &= (\mu + \mu_t) \left(2\widehat{\mathbf{S}} - \frac{2}{3}(\nabla \cdot \mathbf{V})\widehat{\mathbf{I}} \right), \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right), \end{aligned} \quad (4)$$

где $\widehat{\tau}_{eff}$ – тензор вязких напряжений эффективный, g – вектор ускорения свободного падения, μ – молекулярный коэффициент динамической вязкости, μ_t – турбулентный коэффициент динамической вязкости, $\widehat{\mathbf{S}}$ – тензор скоростей деформации.

Уравнение энергии:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho H}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{V} H) &= \frac{\partial p}{\partial t} - \nabla \mathbf{J}_q, \\ \mathbf{J}_q &= - \left(\frac{\lambda}{C_p} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) (\nabla H - \mathbf{V} \cdot (\nabla \cdot \mathbf{V})) + \left(\frac{\lambda}{C_p} (1 - L_e) + \frac{\mu_t}{Pr_t} (1 - L_{et}) \right) \sum_{i=species} h_i \nabla Y_i, \end{aligned} \quad (5)$$

где H – полная энтальпия, \mathbf{J}_q – вектор плотности теплового потока, λ – молекулярная теплопроводность, C_p – удельная теплоемкость, Pr_t – турбулентное число Прандтля, L_e – молекулярное число Льюиса, L_{et} – турбулентное число Льюиса, h_i – термодинамическая энтальпия i -го компонента, Y_i – массовая доля i -го компонента смеси.

Для переноса пара, а также другого газа, смешиваемого с воздухом (продукты сгорания), рассчитывается уравнение переноса массовой доли пара:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho Y_i}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{V} Y_i) + \nabla \mathbf{J}_i &= Q_i, \\ \mathbf{J}_i &= - \left(\frac{\mu}{Sc_i} + \frac{\mu_t}{Sc_{it}} \right) \nabla Y_i, \end{aligned} \quad (6)$$

где Y_i – массовая доля компонента, Q_i – источниковый член i -го компонента, \mathbf{J}_i – диффузионный поток i -го компонента, Sc_i – молекулярное число Шмидта i -го компонента, Sc_{it} – турбулентное число Шмидта i -го компонента.

Для моделирования турбулентного переноса импульса используется модель KEFV [Жлуктов, Аксёнов, Карасев, 2014; Жлуктов, Аксёнов, Карасев, 2016]. Для задания граничных условий на твердых стенках используются равновесные пристеночные функции FlowVision.

Частицы в расчете задаются при помощи дисперсной фазы. Для описания движения частиц аэрозоля решается уравнение концентрации частиц:

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \nabla \cdot (V_d n_d) = \nabla \cdot \left(\frac{v_t}{Sc_{t,d}} \nabla n_d \right), \quad (7)$$

где n_d — концентрация частиц, $1/\text{м}^3$; V_d — истинная скорость дисперсной фазы (частиц), м/с; ν_t — кинематический коэффициент турбулентной вязкости, $\text{м}^2/\text{с}$; $Sc_{t,d}$ — турбулентное число Шмидта для дисперсной фазы (безразмерный параметр, характеризующий турбулентную диффузию частиц).

Уравнение переноса импульса дисперсной фазы:

$$\frac{\partial(V_{d,i}M_d n_d)}{\partial t} + \nabla \cdot (V_d V_{d,i} M_d n_d) = \nabla \cdot \left(\frac{\nu_t}{Sc_{t,d}} \nabla(V_{d,i} M_d n_d) \right) - n_d \frac{\pi d^3}{6} \nabla_i p + n_d \frac{\pi d^3}{6} (\rho_d + \rho_c) g_i + F_{D,i}. \quad (8)$$

Принято допущение, что в сжимаемой постановке не происходит конденсация на аэрозоле, весь тепловой эффект происходит в постановке атмосферных течений большого масштаба FlowVision.

3.2. Модель атмосферных течений большого масштаба FlowVision

Данная математическая модель применяется для исследования конвективных потоков в атмосфере высотой до нескольких километров.

Решаемые уравнения:

$$\frac{\partial \rho_0 V}{\partial t} + \nabla(\rho_0 V \otimes V) = -\nabla p + \nabla \cdot \widehat{\tau} - \rho' g. \quad (9)$$

Уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \nabla(\rho_0 V) = 0. \quad (10)$$

Уравнение энергии:

$$\frac{\partial \rho_0 h'}{\partial t} + \nabla \rho_0 h' V = -\rho_0 V_y C_p \left(\frac{\partial T_0}{\partial y} - \frac{\rho'}{\rho_0} \frac{\partial T_0}{\partial y} + g \right) + \nabla(\lambda_t \nabla(T' + T_0)) + Q. \quad (11)$$

Уравнение переноса удельной доли влаги:

$$\frac{\partial \rho_0 C'}{\partial t} + \nabla(\rho_0 V C') = \nabla(D \nabla C') - V_y \frac{\partial \rho_0 C_0}{\partial y}. \quad (12)$$

Относительная плотность равна (здесь $C = C' + C_0$)

$$\rho' = -\rho_0 \left(\frac{T'}{T_0} + \left(1 - \frac{\mu_a}{\mu_p} \right) \min(C_{\max}, C) + \max(0, (C - C_{\max})) \right), \quad (13)$$

$$\begin{cases} Q = \rho E \frac{\partial C}{\partial t} & \text{при } C \geq C_{\max}, \\ Q = 0 & \text{при } C < C_{\max}. \end{cases} \quad (14)$$

Поскольку сейчас в программном комплексе FlowVision для пользователя недоступны производные по времени, то для вычисления производной по времени используется приближенное выражение:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\mathbf{V} \nabla C. \quad (15)$$

Получаем в итоге

$$\begin{cases} Q = -\rho E V_y \frac{\partial C}{\partial y} & \text{при } C \geq C_{\max}, \\ Q = 0 & \text{при } C < C_{\max}. \end{cases} \quad (16)$$

Дополнительно к данной системе уравнений еще решается система уравнений k - ε -модели турбулентности — модель KEFV, в которой определяются турбулентная вязкость и турбулентная теплопроводность. Также решаются уравнения для частиц (7) и (8).

Для постановки атмосферных течений большого масштаба разница в свойствах веществ газов не учитывается — задаются вещества «Воздух» и «Пар» со свойствами такими же, как свойства воздуха. Вещество «Пар» имеет свойства, идентичные свойствам воздуха, и необходимо в модели только в качестве маркера для определения локальной влажности. Различие между воздухом и водяным паром в молярной массе и плотности учитывается только в формулах определения подъемной силы $\rho'g$ в правой части уравнения (9) (см. (13)).

3.3. Модель интегрального тепловыделения в струе с аэрозолем

Моделирование теплового эффекта фазового перехода от конденсации влаги на частицах проводится путем задания источника тепла в газовой фазе, который зависит от концентрации частиц. Данная модель используется для оценки теплового эффекта в струе, вызванного конденсацией воды на частицах аэрозоля. Процесс увеличения массы частиц при конденсации не моделируется, а учитывается только интегральный тепловой эффект. Допущение справедливо, так как скорость осаждения частиц аэрозоля, определенная по формуле Стокса [Фукс, 1955], как до, так и после конденсации влаги составляет порядка 3 м/с, что по крайней мере на порядок меньше характерной скорости в струе в области конденсации. Тепловая мощность от конденсации оценивается по суммарному расходу частиц N , массе сконденсированного пара M_w и тепловыделению (с учетом энергии фазового перехода E).

Внесение в реактивную струю N , шт./с, частиц приведет к конденсации водяного пара в количестве

$$Q_c = N \cdot m_w. \quad (17)$$

Конденсация такого количества водяного пара приведет к выделению количества тепла, эквивалентного источнику мощностью, определяемому по формуле (2). Зададим P в качестве источника в некотором объеме «факела» струи, при этом тепловыделение будет равномерно распределено внутри этого объема. Модификатор объемного тепловыделения (Вт/м³) будет иметь вид:

$$Q_{\text{vol_mod}} = A \cdot \frac{P}{Vol}, \quad (18)$$

где

$$A = \begin{cases} 1, & \text{если } n_d \geq f_{\min}, \\ 0, & \text{если } n_d < f_{\min} \end{cases}$$

— определение «факела» струи, f_{\min} — минимальная концентрация частиц, 1/м³, принимается как $\frac{1}{20}$ от максимальной концентрации в расчете; Vol — объем «факела», м³.

Таким образом, «факел» — это некоторый объем расчетной подобласти, внутри которого концентрация частиц больше либо равна задаваемому значению f_{\min} . Объемное тепловыделение включается в расчете тогда, когда уже сформировался начальный «факел» частиц, далее расчет продолжается до установления стационарного (или квазистационарного) решения.

Для получения более точно распределения тепловыделения в струе с частицами тепловыделение внутри «факела» задается пропорционально концентрации частиц. Внутри «факела» определяется масса всех частиц $M_{p\Sigma}$.

Количество частиц внутри «факела» (частицы при моделировании процесса не меняют свою массу):

$$N = \frac{M_{p\Sigma}}{m_a}. \quad (19)$$

Зная количество частиц в расчетной подобласти, распределим тепловыделение по всем частицам равномерно. Положим, что тепловыделение зависит линейно от концентрации частиц: чем больше концентрация, тем выше локальное тепловыделение:

$$Q_{vol} = P \cdot \frac{f}{N}, \tag{20}$$

где $f, 1/m^3$ — локальная концентрация частиц.

Тогда получим значение объемного источника тепла (Вт/м³):

$$Q_{vol_mod} = A \cdot Q_{vol}. \tag{21}$$

Именно такой вариант с уточненным источником тепла, зависящим от концентрации частиц, применяется при моделировании экспериментов. При определении Q_{vol} не учитывалась тепловая мощность от конденсации на частицах CaCl₂, так как в результате экспериментов получено, что на частицах хлористого кальция либо не происходила конденсация, либо конденсата было очень мало.

4. Граничные и начальные условия

В качестве исходных данных для моделирования задаются параметры атмосферы, зависящие от высоты над уровнем моря: температура воздуха, °С; давление, Па; влажность, %; направление и скорость ветра, м/с. Данные параметры атмосферы для каждого расчетного случая определялись перед запуском натурного эксперимента при использовании станции Vaisala WXT-536, многоволнового радиометра RPG NATPRO PRO и ветрового лидара Stream Line XR. Эти данные задаются и для граничных условий в окружающем воздухе, и в начальных условиях. Граничные условия для сжимаемой расчетной подобласти представлены на рис. 3. В результате расчета сжимаемой постановки полученные поля скорости, температуры, концентрации водяного пара и частиц аэрозоля осредняются по времени. Осредненные поля задаются на граничных условиях в расчетной области с моделью атмосферных течений большого масштаба FlowVision.

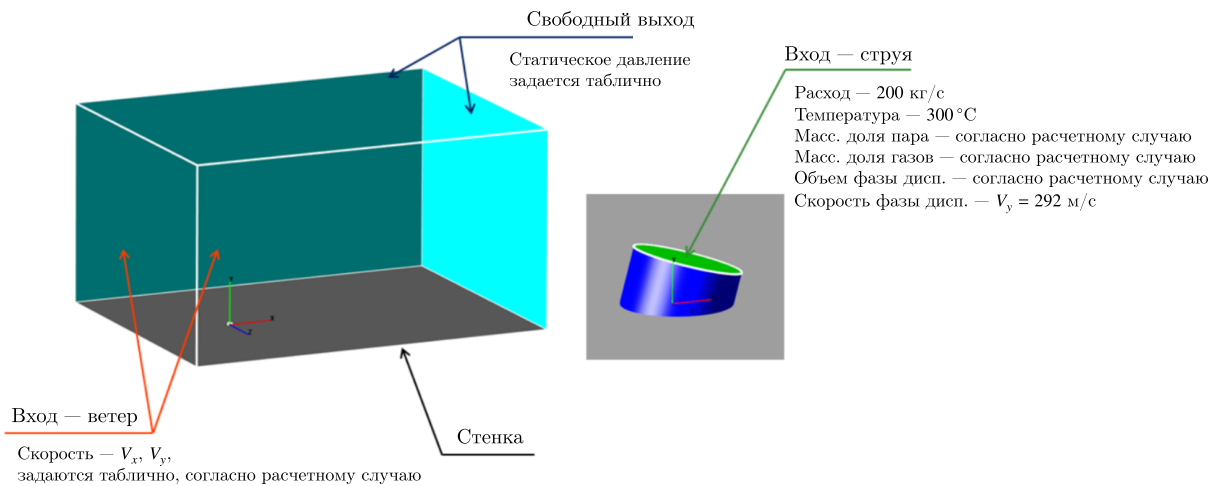


Рис. 3. Постановка 3D-задачи с истечением высокоскоростной струи, направление струи — 75° к горизонту. Показана расстановка граничных условий

При проведении расчетов используется смесь газов — воздуха и водяного пара. Свойства воздуха и водяного пара определены для диапазона давлений 0,1–10 МПа и диапазона температур 100–6000 К, для смеси действует уравнение состояния идеального газа. Частицы аэрозоля моделируются веществом со всеми физическими свойствами воды, кроме плотности, плотность частиц принимается равной 1,5 кг/м³.

5. Расчетная сетка и настройки решателя

При расчете параметров сжимаемого течения использовалась неравномерная сетка, сгущенная в области основной струи. Сетка измельчается в области выхода струи, используется адаптивная технология для измельчения сетки по условию. Число расчетных ячеек составляет ~ 10 млн.

При расчете параметров атмосферных течений большого масштаба также использовалась неравномерная сетка, сгущенная в области струи. Минимальный размер начальной ячейки составляет 10 метров. Далее сетка измельчается в области наибольших возмущений до 3-го уровня адаптации. Каждый уровень адаптации обеспечивает разбиение расчетной ячейки низшего уровня на 8 равных ячеек (происходит разделение пополам каждой грани трехмерной ячейки). Общее число расчетных ячеек составляет ~ 8 –12 млн.

Шаг интегрирования по времени задавался в каждой постановке при помощи числа $CFL = 25$. Выбор шага по времени определен в ходе исследования сходимости задачи по шагу интегрирования: при $CFL \leq 25$ получено стабильное решение с включением модели частиц аэрозоля в струю.

Расчеты проведены на суперкомпьютере «Торнадо ЮУрГУ». Количество вычислительных узлов для каждой задачи выбиралось исходя из общих рекомендаций по загрузке ядер и оптимального количества ячеек на ядро, проведенного для программного комплекса FlowVision в исследовании [Щеляев, Аксёнов, Дядькин, 2008]. Моделирование одного расчетного варианта, включая начальную струю и постановку в модели атмосферных течений большого масштаба FlowVision, занимает около 48 часов при работе в оптимальном режиме.

6. Результаты численного моделирования

Для каждого численного эксперимента построены картины течения образовавшейся струи в виде трехмерных полей температуры и вертикальной скорости потока, по которым оценивалась итоговая высота струи. На рис. 4 показана объемная визуализация избыточной температуры в струе для каждого расчетного случая из таблицы 1. Высота струи определялась по границе избыточной температуры в $0,5^\circ$ относительно температуры на данной высоте. Получено, что высота распространения струи в атмосфере существенно зависит от расчетного случая и составляет 200–1000 м: три расчетных случая имеют высоту 600 м и более (5-й, 7-й и 8-й расчетные случаи), еще два расчетных случая имеют высоту, приближенную к целевому значению 600 м, полученному в натуральных экспериментах, с удовлетворительной точностью 400–500 м (6-й и 9-й расчетные случаи). Четыре расчетных случая имеют высоту 200–300 м, не согласующуюся с экспериментальными данными. Результаты для всех расчетных случаев представлены в таблице 3.

Кроме полей температур, на высоте 400 м от поверхности земли контролировалось значение вертикальной скорости потока и сравнивалось с полученным в экспериментах значением 3 м/с. Анализ картин вертикальных скоростей показал, что те же 5-й, 7-й и 8-й расчетные случаи, что согласуются по высоте струи с экспериментом, имеют скорость 3 м/с или выше на высоте 400 м, два расчетных случая (6-й и 9-й расчетные случаи) удовлетворительно согласуются с экспериментом (2,17–2,26 м/с), остальные 4 расчетных случая имеют скорости существенно меньшие, чем получено в эксперименте.

На рис. 5 показано сравнение картины течения, полученной в эксперименте, с картиной течения в струе, полученной в результате моделирования (при близких атмосферных условиях).

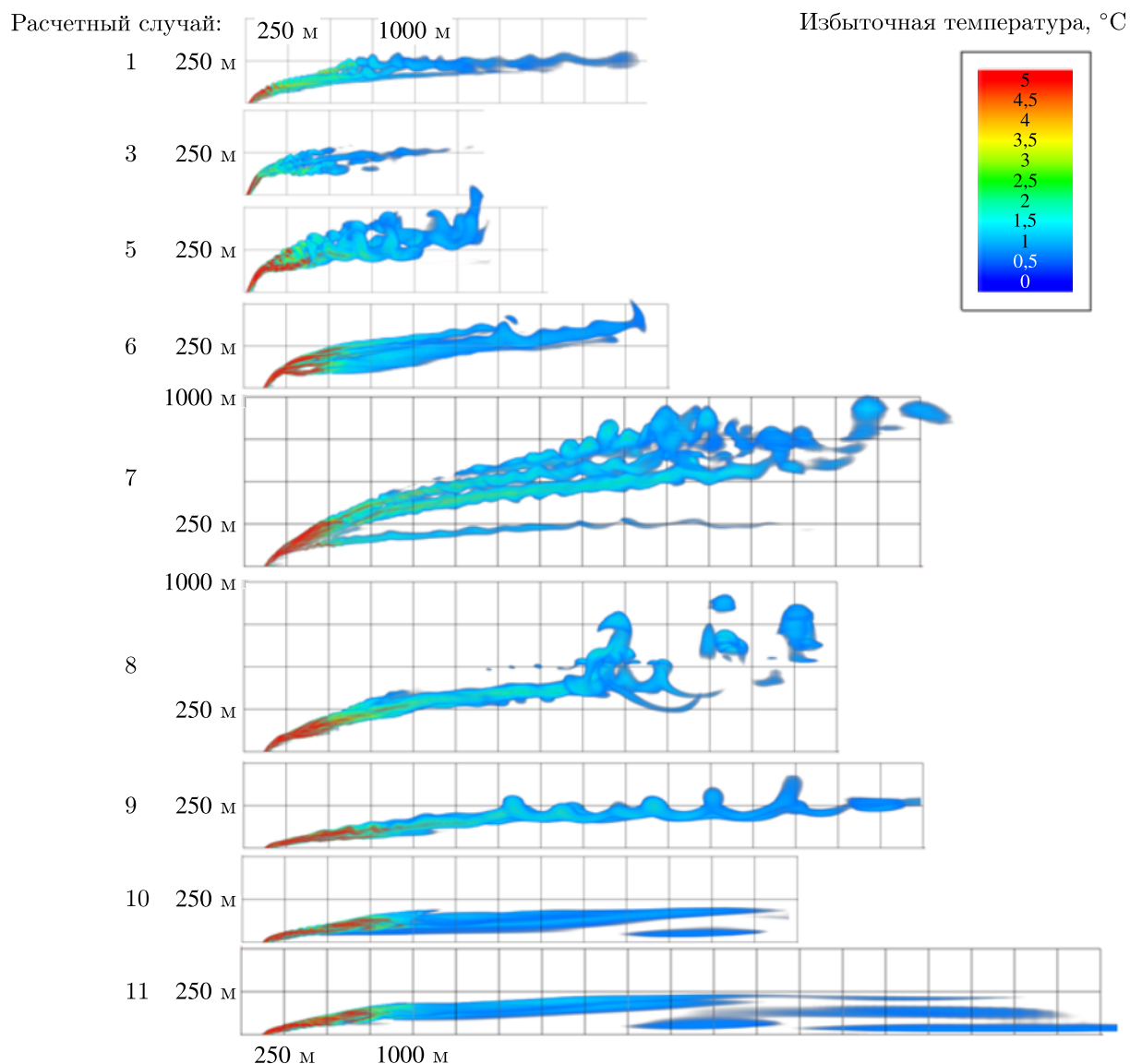


Рис. 4. Результаты численного моделирования полевых экспериментов по созданию искусственных облаков для расчетных случаев (таблица 1)

7. Заключение

Исследование конвекции в атмосфере, формируемой при работе двигательной установки, направлено на разработку метода создания искусственных облаков и осадков. Определение эффективности метода сопряжено со сложностью получения надежных инструментальных измерений и способом их проведения, несмотря на то что использовались самые современные приборы. В отличие от идеализированных модельных расчетов, где ветер задавался статическим, реальный ветер в атмосфере мог существенно изменяться в пределах временного интервала одного эксперимента. Это в свою очередь требовало оперативных действий по перенаведению приборов, изменений траектории полета дронов и т. д.

Результаты моделирования показали ожидаемый эффект снижения высоты подъема струи из-за более высоких скоростей ветра, что подтвердило аналогичный результат, полученный на этапе теоретических исследований [Abshaev et al., 2022a]. В результате эксперимента получена

Таблица 3. Сравнение результатов натуральных экспериментов и результатов моделирования FlowVision

№ п/п	Мощность источника тепла в струе за счет конденсации, Вт	Результаты натуральных экспериментов		Результаты моделирования FlowVision	
		Высота подъема струи, м	Скорость струи на высоте 400 м, м/с	Высота подъема струи, м	Вертикальная скорость струи на высоте 400 м, м/с
1	$1,39 \cdot 10^7$	600–700	3	300	1,66
3	$1,39 \cdot 10^7$			280	1,65
5	$1,67 \cdot 10^8$			500–750	3,30
6	$1,68 \cdot 10^8$			370–500	2,26
7	$1,68 \cdot 10^8$			750–1000	7,57
8	$1,68 \cdot 10^8$			500–800	3,66
9	$1,67 \cdot 10^8$			250–400	2,17
10	$1,68 \cdot 10^8$			200	0,19
11	$1,59 \cdot 10^8$			240	0,25

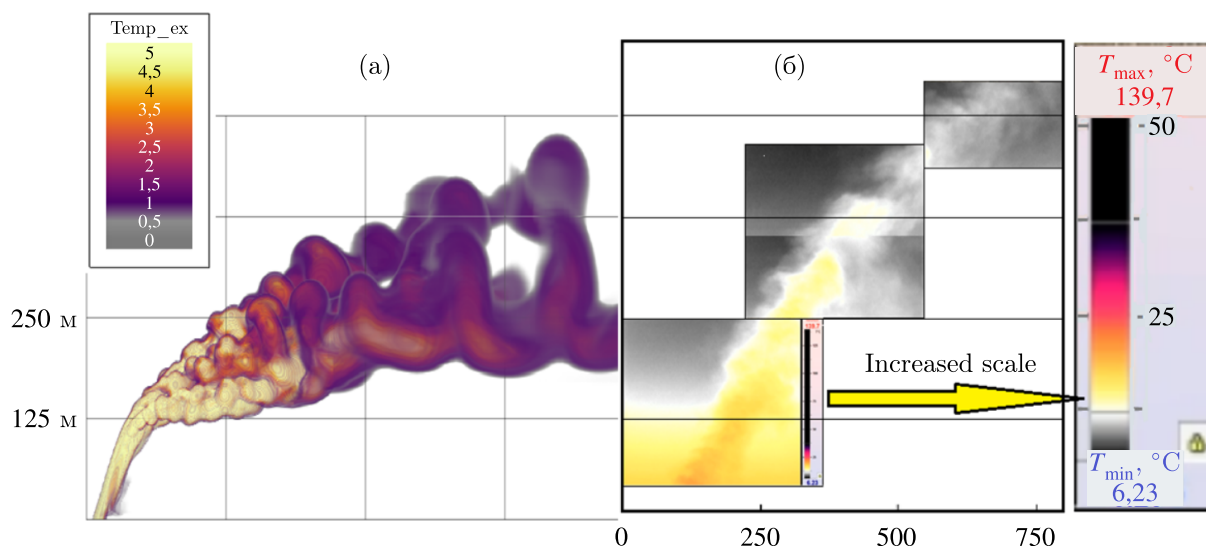


Рис. 5. Сравнение результатов численного моделирования (а) и полевых экспериментов по созданию искусственных облаков (б). Представлено распределение температуры в струе

одинаковая скорость струи на высоте 400 м вне зависимости от того, какая скорость ветра была зафиксирована.

Для наиболее точной валидации результатов моделирования необходимы расширенные данные, полученные в результате эксперимента: скорость и температура в струе на нескольких высотах и в зависимости от времени работы установки. Распределение картины течения получено в эксперименте с углом перспективы, поэтому форму струи и высоту подъема можно сравнить только приблизительно (см. рис. 5).

Вторая задача, решение которой необходимо для полноценной методики моделирования искусственных облаков и осадков, — это разработка модели формирования облаков и образования в них крупных частиц осадков, которая являлась бы продолжением модели атмосферных течений большого масштаба. Для этого в модели необходимо добавить новую фазу — облачные капли, растущие за счет конденсации и коагуляции, и другие процессы.

Даже при наличии названных недостатков проведена валидация методики, показывающая в целом удовлетворительное согласие численных результатов с экспериментом. Согласно результатам моделирования в 30 % численных экспериментов получено значение целевой характеристики — скорости восходящей струи на высоте 400 м, соответствующее полученному в эксперименте (3 м/с), а в 55 % проведенных расчетах значение в пределах погрешности 30 % (2 м/с и выше), что показывает количественное согласие с экспериментом, достаточное для оценки исследуемого метода создания искусственных облаков.

Анализ результатов моделирования и проведенных экспериментов показывает, что энергии струи и площади ее основания оказалось недостаточно для преодоления приземного слоя атмосферы с температурной инверсией и действием ветра для создания конвективных облаков, образующих осадки. Также в ходе проведения эксперимента было выяснено, что не все частицы аэрозоля сконденсировали влагу, часть выпала из струи, поэтому развитие данного метода предполагается вести по пути увеличения мощности основной струи, без учета подпитки энергией конденсацией на частицах.

Список литературы (References)

- Абшаев М. Т., Абшаев А. М., Аксёнов А. А.* Моделирование конвективных атмосферных течений большого масштаба в ПК FlowVision // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ'2022). — 2022. — С. 68–81.
- Abshaev M. T., Abshaev A. M., Aksenov A. A.* Modelirovanie konvektivnykh atmosferynykh techeniy bol'shogo masshtaba v PK FlowVision [Simulation of large-scale convective atmospheric flows in FlowVision CFD] // Parallel Computing Technologies (PaVT'2022). — Dubna, 2022. — P. 68–81 (in Russian).
- Абшаев А. М., Абшаев М. Т., Ал Мандоус А.* Способ и устройство создания искусственных облаков и осадков.
- Abshaev A. M., Abshaev M. T., Al Mandous A.* Sposob i ustrojstvo sozdaniya iskusstvennykh oblavok i osadkov [Method and device for creating artificial clouds and precipitation] // Bulletin of patents. — 2020. — No. 35. — Patent RU No. 2738479 (in Russian).
- Жлуктов С. В., Аксёнов А. А., Карасев П. И.* Моделирование байпасного ламинарно-турбулентного перехода в рамках k - ε -подхода // Компьютерные исследования и моделирование. — 2014. — Т. 6, № 6. — С. 879–888.
- Zhluktov S. V., Aksenov A. A., Karasev P. I.* Modelirovanie bajpasnogo laminarno-turbulentnogo perekhoda v ramkah k - ε -podhoda [Simulation of bypass laminar-turbulent transition in the framework of the k - ε approach] // Computer Research and Modeling. — 2014. — Vol. 6, No. 6. — P. 879–888 (in Russian).
- Жлуктов С. В., Аксёнов А. А., Карасев П. И.* Моделирование отрывного течения с использованием двухпараметрической модели турбулентности // Компьютерные исследования и моделирование. — 2016. — Т. 8, № 1. — С. 79–88.
- Zhluktov S. V., Aksenov A. A., Karasev P. I.* Modelirovaniye otrivnogo techeniya s ispol'zovaniem dvukhparametricheskoj modeli turbulentnosti [Simulation of separation flow using two-parametric turbulence model] // Computer Research and Modeling. — 2016. — Vol. 8, No. 1. — P. 79–88 (in Russian).
- Фишер Ю. В., Щеляев А. Е.* Верификация расчетных характеристик сверхзвуковых турбулентных струй // Компьютерные исследования и моделирование. — 2017. — Т. 9, № 1. — С. 21–35.
- Fisher Yu. V., Shchelyaev A. E.* Verifikaciya raschetnykh karakteristik sverhzvukovykh turbulentnykh struj [Verification of the design characteristics of supersonic turbulent jets] // Computer Research and Modeling. — 2017. — Vol. 9, No. 1. — P. 21–35 (in Russian).
- Фуке Н. А.* Механика аэрозолей. — М.: Изд-во АН СССР, 1955.
- Fuks N. A.* Mekhanika aerorozolej [Aerosol mechanics]. — Moscow: Izd-vo AN SSSR, 1955 (in Russian).
- Щеляев А. Е., Аксёнов А. А., Дядькин А. А.* FlowVision HPC: решение больших задач вычислительной гидродинамики на СКИФ МГУ с помощью FlowVision // Научный сервис в сети Интернет: решение больших задач. — 2008. — С. 69–73.
- Shchelyaev A. E., Aksenov A. A., Dyadkin A. A.* FlowVision HPC: reshenie bol'shikh zadach vychislitel'noj gidrodinamiki na SKIF MGU s pomoshch'yu FlowVision [FlowVision HPC: solving large computational fluid dynamics problems at MSU SKIF using FlowVision] // Nauchnyj servis v seti Internet: reshenie bol'shikh zadach [Scientific service on the Internet: solving big problems]. — 2008. — P. 69–73 (in Russian).

- Abshaev M. T., Abshaev A. M., Aksenov A. A., Fisher J. V., Shchelyaev A. E., Al Mandous A., Al Yazeedi O., Wehbe Y., Sirbu E., Sirbu D. A., Eremeico S.* Results of field experiments for the creation of artificial updrafts and clouds // *Atmosphere*. — 2023. — Vol. 14, No. 1. — P. 136.
- Abshaev M. T., Abshaev A. M., Aksenov A. A., Fisher I. V., Shchelyaev A. E., Al Mandous A., Wehbe Y., El-Khazali R.* CFD simulation of updrafts initiated by a vertically directed jet fed by the heat of water vapor condensation // *Scientific Reports*. — 2022a. — Vol. 12, No. 1. — P. 9356.
- Abshaev M. T., Abshaev A. M., Zakinyan R. G., Zakinyan A. R., Wehbe Y., Yousef L., Farrah S., Al Mandous A.* Investigating the feasibility of artificial convective cloud creation // *Atmospheric Research*. — 2020. — Vol. 243. — P. 104998.
- Abshaev A. M., Flossmann A., Siems S. T., Prabhakaran T., Yao Z., Tessendorf S.* Rain enhancement through cloud seeding // *Unconventional Water Resources*. — Cham: Springer International Publishing, 2022b. — P. 21–49.
- Abshaev M. T., Zakinyan R. G., Abshaev A. M., Al-Owaidi Q. S. K., Kulgina L. M., Zakinyan A. R., Wehbe Y., Yousef L., Farrah S., Al Mandous A.* Influence of atmosphere near-surface layer properties on development of cloud convection // *Atmosphere*. — 2019. — Vol. 10, No. 3. — P. 131.
- Abshaev M. T., Zakinyan R. G., Abshaev A. M., Zakinyan A. R., Ryzhkov R. D., Wehbe Y., Al Mandous A.* Atmospheric conditions favorable for the creation of artificial clouds by a jet saturated with hygroscopic aerosol // *Atmospheric Research*. — 2022c. — Vol. 277. — P. 106323.
- Al Mazroui A.* Advancing the science, technology and implementation of rain enhancement // *Project of Water Security Solutions in Arid and Semi-Arid Regions and Beyond*. — 2017.
- Alshawa A., Dopfer O., Harmon C. W., Nizkorodov S. A., Underwood J. S.* Hygroscopic growth and deliquescence of NaCl nanoparticles coated with surfactant AOT // *The Journal of Physical Chemistry A*. — 2009. — Vol. 113, No. 26. — P. 7678–7686.
- Flossmann A. I. et al.* Review of advances in precipitation enhancement research // *Bulletin of the American Meteorological Society*. — 2019. — Vol. 100, No. 8. — P. 1465–1480.
- Liang H., Abshaev M. T., Abshaev A. M., Huchunaev B. M., Griffiths S., Zou L.* Water vapor harvesting nanostructures through bioinspired gradient-driven mechanism // *Chemical Physics Letters*. — 2019. — Vol. 728. — P. 167–173.
- Masson-Delmotte M., Zhai P., Pörtner H. O. et al.* IPCC S. R. 2018: global warming of 1.5 °C. An IPCC special report on the impacts of global warming of 1.5 °C above pre-industrial levels and related global greenhouse gas emission pathways, in the context of strengthening the global response to the threat of climate change, sustainable development, and efforts to eradicate poverty // *Sustainable Development, and Efforts to Eradicate Poverty*. — Intergovernmental Panel on Climate Change, 2018.
- Tai Y., Liang H., El Hadri N., Abshaev A., Huchinaev B., Griffiths S., Jouaid M., Zou L.* Core/shell microstructure induced synergistic effect for efficient water-droplet formation and cloud-seeding application // *Acs Nano*. — 2017. — Vol. 11, No. 12. — P. 12318–12325.
- Vulfson N. I., Levin L. M.* *Meteorotron as the means of influence on the atmosphere*. — Moscow: Gidrometeoizdat, 1987. — 129 p.