

УДК: 519.6+621.45

## Метод гибридных сеток в задачах внешней и внутренней газовой динамики

Ф. А. Максимов<sup>а</sup>, В. О. Нигматуллин

Институт автоматизации проектирования РАН,  
Россия, 123056, г. Москва, 2-я Брестская ул., д. 19/18

E-mail: <sup>а</sup> f\_a\_maximov@mail.ru

Получено 12.08.2022, после доработки — 18.12.2022.

Принято к публикации 27.02.2023.

На основе метода моделирования задач газовой динамики с помощью системы сеток реализован алгоритм для решения нестационарной задачи с движущимися телами. Алгоритм учитывает перемещение и вращение тел по заданному закону движения. Алгоритм применен для исследования обтекания бесконечной решетки, составленной из цилиндров с эллиптическим сечением, которые либо перемещаются поперек потока, либо вращаются с изменением угла атаки. Для моделирования обтекания тел с острой кромкой, характерных для профилей турбомашин, реализован алгоритм построения сетки типа C с включением некоторой области за профилем. Программа моделирования течения около профиля реализована в рамках моделей уравнений Эйлера, уравнений Навье – Стокса в приближении тонкого слоя с ламинарной вязкостью и турбулентной вязкостью в рамках алгебраической модели вязкости. Также программа была адаптирована для решения задач внутренней газодинамики турбомашин. Для этого была изменена методика задания граничных условий на входе и выходе из расчетной области со скорости на перепад давления, а также на боковых границах со свободного потока на периодичность. Это позволило моделировать течение газа в межлопаточных каналах компрессоров и турбин газотурбинных двигателей. Для отработки алгоритма были проведены серии расчетов аэродинамических параметров нескольких турбинных решеток на различных дозвуковых и сверхзвуковых режимах и их сравнение с экспериментом. Расчеты параметров турбинных решеток были проведены в рамках модели невязкого и вязкого газа. Сравнение расчета и эксперимента проводилось по распределению параметров газа около профиля, а также по потерям энергии потока в решетке. Расчеты показали применимость и корректность работы программы для решения данного класса задач. Для тестирования программы на задачах внешней дозвуковой аэродинамики были выполнены расчеты аэродинамических характеристик изолированного аэродинамического профиля в невозмущенном потоке. Полученные результаты позволяют утверждать о применимости метода гибридных сеток к различным классам задач прикладной газовой динамики.

Ключевые слова: моделирование, аэродинамические характеристики, внутренняя аэродинамика, обтекание, турбомашины, лопатки, газовые турбины, газотурбинные двигатели, ударные волны, интерференция

Работа выполнена при поддержке программы фундаментальных научных исследований СО РАН № I.5.1, проект № 0314-2019-0020, и Российского научного фонда, грант № 22-21-00035.

UDC: 519.6+621.45

## Hybrid grid method for external and internal gas dynamics

**F. A. Maksimov<sup>a</sup>, V. O. Nigmatullin**

Institute for Computer Aided Design,  
19/18 2nd Brestskaya st., Moscow, 123056, Russia

E-mail: <sup>a</sup> f\_a\_maximov@mail.ru

*Received 12.08.2022, after completion — 18.12.2022.  
Accepted for publication 27.02.2023.*

Based on the modeling method using a mesh system, an algorithm is implemented for solving a unsteady problem with moving bodies. The algorithm takes into account the movement and rotation of bodies according to a given law of motion. The algorithm is applied to analysis the flow around an infinite composed of cylinders with an elliptical cross-section, which either move across the flow or rotate with a change in the angle of attack. To simulate the flow of bodies with a sharp edge, characteristic of the profiles of gas turbine machines, an algorithm for constructing a mesh of type C with the inclusion of a certain area behind the profile is implemented. The program for modeling the flow near the profile is implemented within the framework of models of Euler equations, Navier–Stokes equations in the approximation of a thin layer with laminar viscosity and turbulent viscosity in the framework of an algebraic viscosity model. The program has also been adapted to solve the problems of internal gas dynamics of turbomachines. For this purpose, the method of setting the boundary conditions at the entrance and exit from the calculated area from the velocity to the pressure drop, as well as at the lateral boundaries from the free flow to the periodicity, was changed. This made it possible to simulate the flow of gas in the inter-blade channels of compressors and turbines of gas turbine engines. To refine the algorithm, a series of calculations of the aerodynamic parameters of several turbine cascades in various subsonic and supersonic modes and their comparison with the experiment were carried out. Calculations of turbine grating parameters were carried out within the framework of the inviscid and viscous gas model. The calculation and experiment were compared by the distribution of gas parameters near the profile, as well as by the energy losses of the flow in the cascade. Calculations have shown the applicability and correctness of the program to solve this class of problems. To test the program on the problems of external subsonic aerodynamics, calculations of the aerodynamic characteristics of an isolated airfoil in an undisturbed flow were performed. The results obtained allow us to assert the applicability of the hybrid grid method to various classes of problems of applied gas dynamics.

**Keywords:** modeling, aerodynamic characteristics, internal aerodynamics, flow, turbomachines, blades, gas-turbine engines, flight dynamics, shockwaves, interference

*Citation:* *Computer Research and Modeling*, 2023, vol. 15, no. 3, pp. 543–565 (Russian).

The work was supported by the Basic Research Program of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences No. I.5.1, Project No. 0314-2019-0020, and the Russian Science Foundation, grant No. 22-21-00035.

## Введение

В прикладной газовой динамике существует большой класс задач, общим характерным признаком которых является расчет обтекания тела или системы тел со сложными, криволинейными образующими в потоке, границы которого, как правило, можно представить в виде простой прямоугольной расчетной области, левая и правая стороны которой — это вход и выход потока, а верхняя и нижняя — это либо открытые границы, либо стенки канала, либо периодичность. Указанная особенность постановки задач позволяет представить решение как объединение двух решений: решение задачи расчета течения вблизи поверхности обтекаемых тел и расчета течения вдали от поверхностей. Решение задачи многомерной вычислительной газовой динамики в такой постановке — это суть метода гибридных сеток.

Помимо расчетов установившихся течений, в прикладных задачах газовой динамики существенную часть занимают задачи, связанные с расчетом нестационарного обтекания. Например, одному из авторов приходилось рассчитывать обтекание и аэродинамические характеристики вертолетных винтов при горизонтальном движении вертолета, а также нестационарные течения в турбомашинах и в лабиринтных уплотнениях. По результатам крупнейших международных конференций, например конференции TurboExpo Американского сообщества инженеров-механиков (American Society of Mechanical Engineers, ASME), посвященной авиационным двигателям, статьи, посвященные моделированию нестационарных задач газовой динамики, даже вынесены в отдельную от стационарных расчетов группу, именно на статьи из этой группы авторы ссылаются ниже. Стоит также указать использование нестационарного аэродинамического расчета для решения задач аэроакустики, например моделирования тонального шума [Нигматуллин, Терентьева, 2020].

Особое место среди задач внутренней аэродинамики занимает задача расчета газодинамики турбомашин. Турбомшины в современном мире — это основа энергетической и транспортной инфраструктуры, которая окружает современного человека повсюду; например, практически вся генерация электроэнергии происходит с помощью паровых, газовых и гидравлических турбин, практически все современные самолеты приводятся в движение с помощью газотурбинных силовых установок, транспортировка нефти и газа производится при помощи турбокомпрессоров и насосов с приводом от промышленных газотурбинных установок. Такое значимое место в промышленности турбомшины занимают благодаря высокому коэффициенту полезного действия вкуче с крайне высоким соотношением вырабатываемой энергии к массе энергоустановки. В связи со столь значимой ролью, которую играют турбомшины в жизни современного общества, это направление индустрии всегда было и остается областью притяжения высоких технологий. Прогресс в проектировании турбомашин — это неременное условие энергоэффективности всей экономики.

Проектирование турбомашин — это процесс, требующий непрерывного совершенствования инструментов и методов. Начиная с самых первых программ для расчета течений, написанных в 60-е годы в Центральном институте авиационного моторостроения (ЦИАМ) [Годунов, 1959], и по сей день [Колган, 1975; Иванов, Крупа, Нигматуллин, 1989; Любимов, 2010] ведется совершенствование инструментов, помогающих проектировщикам и исследователям выполнять работу по проектированию и анализу лопаточных машин и турбореактивных двигателей. В арсенале исследователя на сегодня — целый арсенал различного рода расчетных кодов, начиная от одномерных, использующих регрессионные зависимости [Венедиктов и др., 1990] для определения гидравлических сопротивлений и предварительного определения эффективности проектируемого лопаточного аппарата, и заканчивая трехмерными кодами, позволяющими решать трехмерные нестационарные уравнения Навье–Стокса с прямым расчетом турбулентности [Крупа, 2016]. Наряду с трехмерными кодами используются и двумерные расчетные программы, позволяющие

проектировать турбомашину на начальных этапах и моделировать обтекание лопаток в области удаленной от торцевых поверхностей межлопаточного канала. Вообще, используется большой арсенал специализированных расчетных инструментов, каждый из которых наилучшим образом справляется с решением конкретных задач.

Турбомашины делятся на две группы по принципу работы: осевые компрессоры и турбины. Осевые компрессоры — это турбомашины, которые предназначены для преобразования механической энергии вращающихся рабочих колес с лопатками в потенциальную энергию рабочего тела, сжимаемого в межлопаточных каналах. Турбины предназначены для преобразования потенциальной энергии рабочего тела в механическую энергию вращающегося ротора. Схематическое изображение продольного разреза осевого компрессора и турбины представлено на рис. 1. Направление потока вещества — слева направо. С точки зрения математической постановки задачи особенностями расчета турбомашин являются: периодическая постановка, которая позволяет ограничиться моделированием течения в одном межлопаточном канале, а также учет постоянного движения одного профиля относительно неподвижного предыдущего.

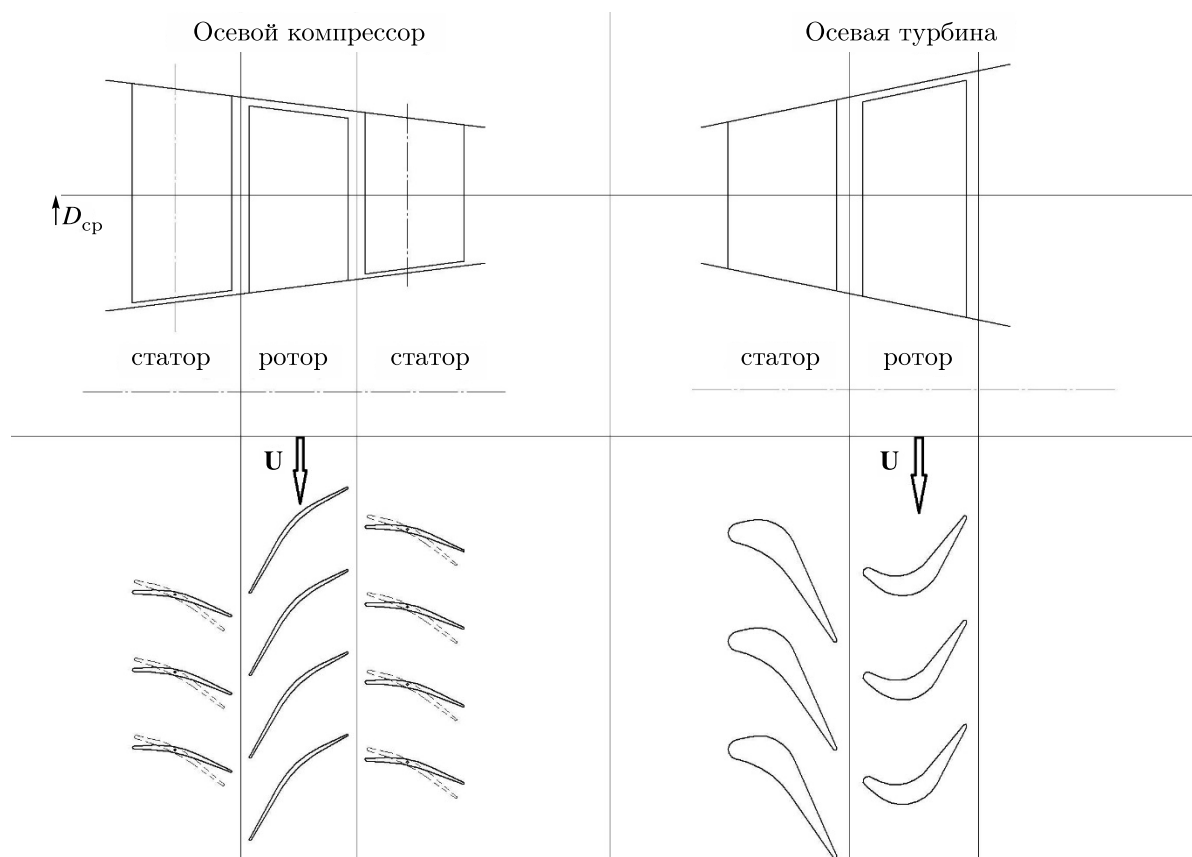


Рис. 1. Схематическое изображение меридионального сечения элементарных ступеней осевого компрессора с регулируемыми лопаточными венцами и осевой турбины, развертки сечения проточной части по среднему диаметру в плоские бесконечные решетки профилей

Как было указано выше, инструменты анализа и проектирования турбомашин различны и применяются в зависимости от решаемых задач. В данной статье речь идет о методе двумерного расчета течения газа на гибридных сетках применительно к задачам внешней и внутренней газодинамики, который представляет собой развитие метода, описанного в статье [Максимов, Чураков, Шевелев, 2011] на более широкий круг задач.

Область применения метода в части внешней газодинамики — это расчет аэродинамических характеристик крыловых профилей и других произвольных обтекаемых тел и систем тел, в том числе изменяющих положение относительно друг друга во времени. Особенностью такого рода задач является очень большая расчетная область, необходимая для корректного расчета аэродинамических характеристик обтекаемого тела или системы тел, двигающихся в потоке на дозвуковых скоростях и создающих возмущения, передаваемые вверх по потоку со скоростью звука. Большая часть расчетной области представляет собой невозмущенный поток, влияние вязкости в котором исчезающе мало. В то же время непосредственно на поверхности обтекаемого тела существует пограничный слой с высоким градиентом параметров, в котором вязкость потока играет основную роль. Метод гибридных сеток позволяет создать гибридную модель, в которой внешняя область моделируется уравнениями Эйлера невязкого газа, а область непосредственно около обтекаемого тела моделируется уравнениями Навье – Стокса вязкого газа.

Область применения метода в части внутренней газодинамики — это расчет течения газа в межлопаточных каналах турбомашин, исследование процесса взаимодействия их вращающихся и неподвижных частей, определение аэродинамических характеристик решеток профилей и эффективности спроектированных машин в области потерь энергии, которые можно рассчитать в двумерной постановке. В теории лопаточных машин такие потери принято называть профильными и обозначать как  $\zeta_{\text{пр}}$ . Это потери энергии, ушедшие в процессе расширения или сжатия в энтропию. В процессе проектирования турбин эти потери определяются экспериментально на лопаточных стендах, и существуют крупные атласы экспериментальных характеристик плоских решеток. Один из самых крупных и подробных сборников был издан в ЦИАМ им. П. И. Баранова в 1990 году [Венедиктов и др., 1990].

Особенностью данных задач является ресурсоемкость, поскольку моделируется изначально нестационарный процесс. Требования к расчетным мощностям также повышается вследствие того, что большая часть турбомашин — это многоступенчатые машины, в которых поток проходит последовательно до нескольких десятков рядов межлопаточных каналов.

В настоящее время, ввиду описанных в предыдущем абзаце сложностей в моделировании течения газа в турбомашинах, используются некоторые допущения, такие как допущение установившегося характера течения, что в общем случае так, но далеко не всегда. Это допущение позволяет пользоваться для расчета системой осредненных по методу Рейнольдса уравнений Навье – Стокса (RANS), а также обходиться моделированием одного межлопаточного канала в каждом венце. Вторым важным допущением, которое является следствием первого, является осреднение параметров потока на интерфейсе между сеточным доменом неподвижной части и вращающейся. При таком осреднении след от лопатки, находящейся выше по течению, либо размывается полностью, либо распространяется вниз по потоку по неизменной траектории, что неверно с физической точки зрения. Исследования подобных явлений часто ограничиваются несколькими венцами [Przytarski, Wheeler, 2019]. Таким образом, сегодня подавляющее большинство расчетных кодов для расчета газодинамики турбомашин специализируется на моделировании установившихся течений. По оценке специалистов отечественного авиационного двигателестроения, такой подход не позволяет с высокой степенью достоверности описывать такие нестационарные физические эффекты, как нестационарное взаимодействие «ротор–статор» венцов турбомашин, распространение следов за лопатками и скачков уплотнения по тракту турбомшины, детальное формирование пограничного слоя на поверхности лопаток, его взаимодействие с потоком в радиальном зазоре, отрывные и вихревые течения и их влияние на аэродинамическую эффективность турбин и компрессоров [Зеленков, 2012]. Такого рода неточности вынуждают при проектировании двигателей делать допущения о снижении реальной эффективности узлов и еще на этапе проектирования проводить большой объем экспериментальных

исследований полноразмерных турбин и компрессоров с целью определения достоверного КПД, который является определяющим параметром нового двигателя [Шмотин, 2005].

Нестационарные процессы в подобного рода решателях требуют моделирования всех межлопаточных каналов в каждом венце [Lei et al., 2016], что мгновенно увеличивает размерность задачи примерно на два порядка [Biagiotti et al., 2019; Chi et al., 2019], так как на ободе каждого рабочего колеса может быть установлено более сотни лопаток. Несколько повысить адекватность моделирования в этом аспекте, не сильно увеличивая затраты ресурсов, позволяют гармоничные методы, например NLH-метод [Vilmin, Lortain, Hirsch, 2006].

Анализируя перечисленную выше информацию, можно заметить, основной прогресс в развитии достоверности результатов моделирования течений в проточных трактах турбомашин находится в области достоверности моделирования нестационарных явлений.

Говоря о нестационарных явлениях в течении газа по проточной части турбомашин, мы, в общем-то, говорим об установившихся режимах работы ГТД при постоянной частоте вращения. Однако существует еще один еще более ресурсоемкий класс задач, который пока остается за скобками. Этот класс задач — моделирование переходных режимов работы газотурбинных двигателей, режимы перехода двигателя с одних оборотов на другие, например разгон или торможение. Во время таких процессов меняется не только частота вращения ротора, но и его геометрия, лопатки статора компрессоров поворачиваются для подстройки угла выхода потока для недопущения критических углов атаки при изменении угла натекания на лопатку ротора вследствие изменения окружной компоненты вектора скорости при переходе из системы координат статора во вращающуюся систему координат, связанную с ротором. Моделирование этих процессов пока применяется только в рамках одномерного подхода [Ахмедзянов, Власова, Кишалов, 2006].

Предлагаемый в данной статье метод гибридных сеток не претендует на решение всех перечисленных выше проблем повышения уровня моделирования газодинамики турбомашин, однако может стать основой для прогресса как минимум в двух из них. Решение нестационарных уравнений Навье – Стокса и возможность относительного движения нескольких обтекаемых систем тел относительно друг друга в перспективе позволят отказаться от использования интерфейса осреднения «ротор–статор» без существенного увеличения ресурсоемкости, а также позволит моделировать переходные режимы работы ГТД в многомерной постановке.

## Метод моделирования течения

Рассматриваемый метод моделирования является развитием метода, предложенного в работах [Максимов, 2013; Лукашенко, Максимов, 2019]. Для моделирования течения используется система сеток. Для описания внешнего невязкого поля течения используется равномерная по пространству сетка в виде прямоугольных ячеек. На данную сетку накладывается набор сеток, моделирующих течение около поверхности обтекаемых тел. Данные сетки связаны с поверхностью обтекаемых тел и строятся только в некоторой их окрестности. В работе [Максимов, 2013] методом установления рассчитывалось стационарное обтекание системы тел. В [Лукашенко, Максимов, 2019] метод был использован для разлета системы из двух тел. Последовательно, исходя из уравнений динамики, смещались тела, формировалась новая конфигурация системы, решение доустанавливалось и определялись аэродинамические силы, действующие на тела. Это позволило сделать расчет динамики разлета тел с оценкой приобретаемой боковой скорости разлета. В данной работе метод обобщается на случай, когда тела передвигаются по задаваемому закону, при этом рассматривается фактически нестационарная задача. Программа реализована для случая течения в канале с периодическими условиями на боковых границах, а тела, расположенные в канале, могут либо перемещаться поперек канала, либо совершать вращение по углу тангажа.

В работах [Максимов, 2013; Лукашенко, Максимов, 2019] сетка около обтекаемых тел имела тип O, что обусловлено формой рассматриваемых тел, близких к форме круга. Профили,

используемые в турбомашинах, имеют характерную для аэродинамических профилей острую заднюю кромку, и сетка типа О не позволяет обеспечить желательное сгущение узлов около острой кромки. Для более адекватного описания решения с учетом острой кромки разработан алгоритм с построением около тел сетки типа С. При исследовании течений около профилей часто рассматриваются условия безотрывного обтекания при фактически малых углах атаки и, кроме того, важно получить адекватную оценку сопротивления трения. По этим причинам алгоритм расчета дополнен двумя моделями: модель уравнений Эйлера и модель расчета вязкого течения с заданием коэффициента турбулентной вязкости согласно модели Болдуина – Ломакса.

Для моделирования используются уравнения Навье – Стокса в приближении тонкого слоя. В рамках данной модели учитываются все члены уравнений Эйлера, а при вычислении диссипативного члена, согласно теории пограничного слоя, учитываются только вторые производные по нормали к поверхности тела. Такой подход обусловлен, с одной стороны, ограниченными вычислительными ресурсами, а с другой стороны — оценкой составляющих диссипативного члена в рамках теории пограничного слоя. Так как при аэродинамическом проектировании обычно представляют интерес задачи при больших числах Рейнольдса, то теория пограничного слоя и ее оценки актуальны и для рассматриваемых задач.

Нестационарные уравнения Навье – Стокса в приближении тонкого слоя для двумерного плоского течения сжимаемого газа в безразмерной форме в криволинейной системе координат  $\xi = \xi(x, y)$ ,  $\eta = \eta(x, y)$  имеют вид

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \tau} \frac{1}{J} + \frac{\partial \xi_x \mathbf{E} + \xi_y \mathbf{F}}{\partial \xi} \frac{1}{J} + \frac{\partial \eta_x \mathbf{E} + \eta_y \mathbf{F}}{\partial \eta} \frac{1}{J} = \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \eta} \frac{1}{J},$$

где

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (e + p)u \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (e + p)v \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S} = \frac{\mu}{\text{Re}} \begin{pmatrix} 0 \\ m_1 \frac{\partial u}{\partial \eta} + m_2 \eta_x \\ m_1 \frac{\partial v}{\partial \eta} + m_2 \eta_y \\ m_3 \end{pmatrix}.$$

Здесь

$$m_1 = \eta_x^2 + \eta_y^2, \quad m_2 = \frac{1}{3} \left[ \eta_x \frac{\partial u}{\partial \eta} + \eta_y \frac{\partial v}{\partial \eta} \right], \quad m_3 = m_1 \left[ \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{1}{\text{Pr}} \frac{\partial T}{\partial \eta} + \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{u^2 + v^2}{2} \right] + m_2 [\eta_x u + \eta_y v].$$

Здесь  $t$  — время,  $\rho$  — плотность,  $(u, v)$  — составляющие вектора скорости  $\mathbf{V}$  соответственно в направлениях  $(x, y)$  декартовой системы координат,  $p$  — давление,  $e$  — полная энергия единицы объема газа, которая для совершенного газа может быть представлена в виде  $e = \rho \left( \varepsilon + \frac{u^2 + v^2}{2} \right)$ , где  $\varepsilon = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho}$  — внутренняя энергия газа,  $\gamma$  — показатель адиабаты. Все параметры, входящие в уравнения, безразмерные.

Безразмерные переменные определены через размерные, которые обозначены штрихом «'», следующим образом:

$$t = \sqrt{\frac{p'_o}{\rho'_o}} \frac{t'}{L'}, \quad \mathbf{X} = \frac{\mathbf{X}'}{L'}, \quad \mathbf{V} = \sqrt{\frac{\rho'_o}{p'_o}} \mathbf{V}', \quad \rho = \frac{\rho'}{\rho'_o}, \quad p = \frac{p'}{p'_o}, \quad T = \frac{T'}{T'_o}, \quad \mu = \frac{\mu'}{\mu'_o}.$$

Нижний индекс « $o$ » означает значение параметра в невозмущенном потоке. Здесь  $L'$  — характерный размер,  $\mathbf{X} = (x, y)$ ,  $\mathbf{V} = (u, v)$ .

Предполагается, что число Прандтля  $\text{Pr} = \frac{\mu c_p}{\lambda}$  постоянно, здесь  $c_p$  — коэффициент теплоемкости [Дж/кг К],  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности [Вт/м К],  $\mu$  — коэффициент вязкости [Па·с].  $\text{Re} = \frac{\sqrt{p'_o \rho'_o} L'}{\mu'_o}$  — число Рейнольдса. Систему дифференциальных уравнений дополняет уравнение

состояния:  $p = \rho RT$ , где  $T$  — температура [K],  $R$  — газовая постоянная [Дж/моль·K]. В безразмерном виде уравнение состояния:  $p = \rho T$ .

Коэффициенты матрицы преобразования могут быть вычислены по следующим формулам:  $\xi_x = J \frac{\partial y}{\partial \eta}$ ,  $\xi_y = -J \frac{\partial x}{\partial \eta}$ ,  $\eta_x = -J \frac{\partial y}{\partial \xi}$ ,  $\eta_y = J \frac{\partial x}{\partial \xi}$ . Здесь  $J$  — якобиан преобразования, который определяется по формуле  $J^{-1} = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi}$ . Использование обобщенного преобразования позволяет построить равномерную сетку в виде единичного квадрата. Коэффициенты матрицы преобразования при заданном распределении узлов в физической области вычисляются с использованием центральных разностей.

При выводе приведенной системы уравнений предполагается, что координатные линии  $\xi = \text{const}$  ориентированы по нормали к поверхности тела, и производные по направлению  $\eta$  фактически соответствуют производным вдоль локальных нормалей к поверхности тела. Это обеспечивает, при вычислении диссипативного члена, учет вторых производных по нормали к поверхности тела.

Суть метода гибридных сеток, или, как его еще иногда называют, химерического метода, в том, что расчетная область представляет собой несколько пересекающиеся сетки, на которых в процессе решения происходит пересчет параметров с одной на другую в местах пересечения. Такой метод позволяет, при аккуратном подходе к расположению границ сеток и пересчету параметров на границах, вести согласованный расчет на, в общем, нескольких разных расчетных областях. Причем уравнения, решаемые на этих областях, в общем случае могут не совпадать. Например, в областях, удаленных от поверхностей, с малым влиянием вязкости среды, поток газа вполне удовлетворяет модели Эйлера, а непосредственно пограничный слой можно разрешить, только решая уравнения Навье–Стокса на соответствующей сетке. Важной особенностью метода является то, что расчетные сетки могут в процессе решения перемещаться относительно друг друга. Тем самым позволяя моделировать нестационарные задачи с изменением положения обтекаемых тел в расчетной области. Например, при окружном перемещении лопаток ротора относительно статорных, что в действительности происходит в любой турбомашине, или при повороте одной лопатки относительно своей оси вращения, или и то и другое одновременно, именно такие задачи возникают при моделировании переходных процессов работы ГТД, таких как разгон и торможение, когда в осевых компрессорах, оснащенных развитой механизацией, по мере изменения режима работы двигателя изменяется угол поворота потока в ступени для предотвращения срывных явлений.

Расчетная область при расчете турбомашин по параметрам на среднем диаметре представляет собой периодическую часть поверхности вращения, пересекающую лопатки на равном удалении от торцевых поверхностей, то есть образующая этой поверхности — средний диаметр проточной части, как можно видеть на рис. 1, и такую же часть бесконечной цилиндрической поверхности, вырождающейся в прямоугольник, если мы говорим о расчете течения в межлопаточном канале бесконечной решетки профилей и сопровождении соответствующих экспериментов на лопаточных стендах.

Все виды используемых расчетных сеток представлены на рис. 2. На рис. 2, а представлена внешняя сетка с неравномерными прямоугольными ячейками для расчета обтекания профилей на дозвуковых скоростях. В этом случае границы расчетной области должны быть достаточно далеко удалены и при использовании равномерной сетки потребовалось бы слишком большое количество узлов. На рис. 2, б приведена сетка типа О около гладкого контура типа окружности. Аналогичная сетка может быть использована для широкого круга тел, но при расчете течения около профиля с острой задней кромкой более целесообразно использовать сетку типа С (рис. 2, в).

На рис. 3 представлена принципиальная схема гибридной сетки для расчета течения в межлопаточном канале турбинных решеток. Она представляет собой прямоугольную внешнюю об-

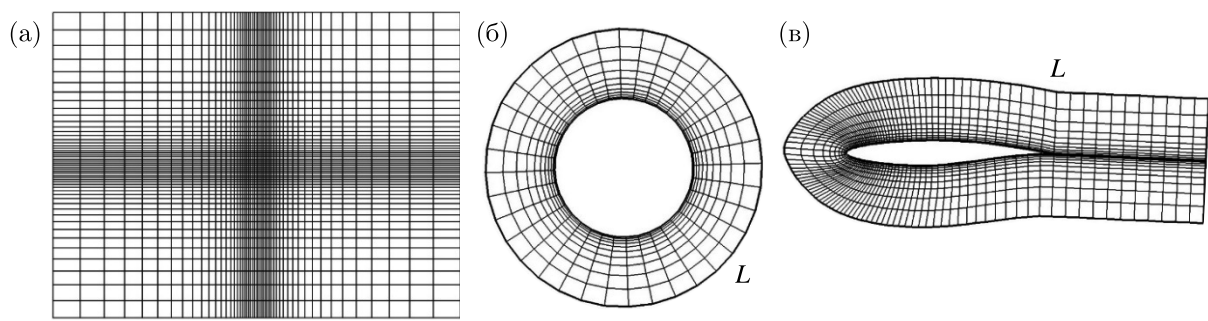


Рис. 2. Виды используемых расчетных сеток: а) сетка с локальным загущением в области расположения крылового профиля; б) расчетная сетка типа О, построенная около обтекаемого тела без острых кромок; в) расчетная сетка типа С, построенная около обтекаемого тела с острой кромкой;  $L$  — граница, на которой определяются коэффициенты интерполяции для пересчета газодинамических параметров с одной сетки на другую

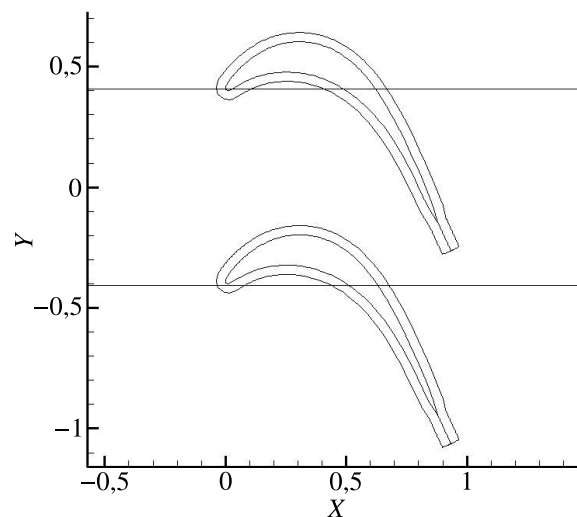


Рис. 3. Контуры гибридной расчетной сетки для расчета течения в турбинной решетке Т106А, образованной прямоугольной сеткой расчетной области с наложенными на нее С-сетками, построенными около профилей

ласть канала с наложенными на нее С-сетками, построенными около профилей с острой кромкой, расположенными на расстоянии шага друг от друга и образующими конфузторный канал.

В данной статье описываются метод и использование его для решения задач внешней аэродинамики и внутренней газодинамики турбомашин. Для задач внешней аэродинамики, особенно дозвуковой, характерной особенностью является большая внешняя расчетная область, которая должна составлять по меньшей мере 20 калибров во всех четырех направлениях от обтекаемого тела, установившееся течение. Для внутренней газодинамики турбомашин, в частности для расчета течения газа в межлопаточных каналах турбин авиационных газотурбинных двигателей, характерны периодическая постановка, большая, зачастую больше 120 градусов, кривизна профилей, установившееся течение, а также весь спектр течений по скорости газа на выходе из решетки,  $M_{\text{out}} = 0,4 \dots 2,0$ .

При расчете стационарного обтекания методом установления решения на внешней сетке и на сетках около тел согласуются с помощью интерполяции в соответствующих узлах [Максимов, 2013]. Для того чтобы решения на внешней сетке и сетках около тел связать в единое целое, после выполнения шага интегрирования значения газодинамических функций на внешней гра-

нице сетки около тела путем интерполяции определяются из решения, получаемого на внешней сетке. В то же время решение во всех узлах внешней сетки, попадающих внутрь области определения решения сетки около тела, заменяется решением, получаемым на данной сетке.

## Модель турбулентной вязкости

Диапазон чисел Рейнольдса в исследуемых в статье течениях достаточен и находится в пределах  $0,33 \dots 1,4e + 06$ , соответственно, течение около профиля турбулентное и для получения адекватного решения необходимо систему уравнений Навье – Стокса дополнить моделью турбулентности. В качестве последней использовали алгебраическую модель Болдуина – Ломакса [Baldwin, Lomax, 1978], которая определяет турбулентную вязкость  $\mu_T$  как функцию профиля скорости в локальном пограничном слое:

$$\mu_T = \begin{cases} \mu_{\tau \text{ in}}, & y \leq y_{\text{cross}}, \\ \mu_{\tau \text{ out}}, & y > y_{\text{cross}}, \end{cases}$$

где  $y_{\text{cross}}$  — наименьшее расстояние от поверхности, где  $\mu_{\tau \text{ in}} = \mu_{\tau \text{ out}}$ .

Турбулентная вязкость во внутренней области определяется формулой Прандтля – Ван Дриста:  $\mu_{\tau \text{ in}} = \rho l^2 |\Omega|$ , где  $l = \chi y (1 - e^{-y^+/A^+})$ ,  $|\Omega| = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}$ ,  $\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ .

Турбулентная вязкость во внешней области определяется следующим образом:  $\mu_{\tau \text{ out}} = \rho K C_{CP} F_{WAKE} F_{KLEB}(y)$ , где  $F_{WAKE} = \min \left( y_{\text{max}} F_{\text{max}}, C_{WK} y_{\text{max}} \frac{u_{dif}^2}{F_{\text{max}}} \right)$ ;  $y_{\text{max}} F_{\text{max}}$  определяются из уравнения  $F(y) = y |\Omega| (1 - e^{-y^+/A^+})$ ;  $F_{KLEB}(y) = \left[ 1 + 5,5 \left( \frac{y C_{KLEB}}{y_{\text{max}}} \right)^6 \right]^{-1}$ ;  $u_{dif} = \max(\sqrt{u_i u_i}) - \min(\sqrt{u_i u_i})$ .

Константы модели:

| $A^+$ | $C_{CP}$ | $C_{KLEB}$ | $C_{WK}$ | $\chi$ | $K$    |
|-------|----------|------------|----------|--------|--------|
| 26    | 1,6      | 0,3        | 0,25     | 0,41   | 0,0168 |

## Алгоритм решения задачи с учетом движения тел

Алгоритм решения нестационарной задачи с учетом движения тел реализован на основе метода Эйлера. По результатам расчета после шага интегрирования по времени осуществляется смещение и поворот тел, которые задаются аналитически некоторыми функциями. Тела смещаются и поворачиваются вместе с сетками около них как твердое тело. При изменении физического положения каждого узла расчетной сетки газодинамические параметры течения в них должны быть скорректированы в соответствии с их новым положением. Кроме того, после каждого передвижения тел с сеткой около них необходимо заново определить коэффициенты интерполяции с внешней сетки на сетки около тел.

При движении тел условия прилипания на поверхности тел должны соответствовать задаваемому движению. В примерах, приведенных ниже, использовалось два вида движения: 1) перемещение по вертикали (для моделирования движения лопаток); 2) поворот тела относительно задаваемого условно центра масс. Надо отметить, что есть вопрос выбора начального поля течения. В данной работе начальное поле течения получалось методом установления решением задачи об обтекании стационарной геометрии, а затем (условно с момента времени, равного 0) допускалось движение тел, при этом естественно, что тела в начальный момент времени должны иметь нулевое значение скорости.

Перемещение  $Y$ , по вертикали, в начале движения задается квадратичной функцией:

$$Y = a\left(\frac{t}{b}\right)^2, \quad \text{если } t < b,$$

$$Y = a + \frac{2a}{b}(t - b), \quad \text{если } t > b.$$

Задаваемые константы  $a$  и  $b$  определяют перемещение и время выхода на режим с постоянной скоростью движения.

Угол поворота  $\varphi$  относительно центра масс задается тригонометрической функцией:

$$\varphi = a \cdot \sin^2\left(\frac{\pi t}{c}\right).$$

Константы  $a$  и  $c$  здесь определяют максимальный угол поворота от первоначального положения (знак константы  $a$  определяет направление поворота) и период времени, за который тело поворачивается и возвращается в исходное положение.

При перемещении и повороте тела в соответствии с условием прилипания на поверхности тела должны быть заданы значения скорости:

$$u = -y_o\varphi', \quad v = Y' + x_o\varphi'.$$

Здесь  $x_o, y_o$  — координаты точки на поверхности тела относительно центра вращения.

После передвижения сетки вместе с телом значения газодинамических параметров в узлах расчетной сетки должны быть скорректированы в соответствии с их новым положением. Так как это передвижение делается на каждом шаге интегрирования по времени, то оно малое и изменение газодинамических функций для каждого узла расчетной сетки может быть определено по следующим формулам:

$$\mathbf{U}^* = \mathbf{U} + (\mathbf{U}_\xi \xi_x + \mathbf{U}_\eta \eta_x) \Delta x + (\mathbf{U}_\xi \xi_y + \mathbf{U}_\eta \eta_y) \Delta y.$$

Здесь  $\mathbf{U}, \mathbf{U}^*$  — значение газодинамических потоков в узле на первоначальной исходной сетке и на новой сетке с учетом его перемещения ( $\Delta x, \Delta y$ ). Нижний индекс здесь означает частную производную по соответствующим направлениям.

Надо отметить еще один важный момент: задача решается с помощью явной схемы [Максимов, Чураков, Шевелев, 2011], и шаг интегрирования по времени выбирается из условия устойчивости. В связи с тем, что около тела из-за необходимости описать пограничный слой расстояние между узлами значительно меньше, чем во внешней области, то шаг интегрирования по времени из условия устойчивости в этой области существенно меньше. Чтобы согласовать времена на сетках около тела и во внешней области, на сетках около тел делается некоторое число шагов, определенное из соотношения заданного шага интегрирования на внешней сетке и возможного на сетках около тел количества шагов интегрирования.

## Примеры расчетов с движущимися телами

Рассматривается течение в полосе с периодическими граничными условиями. На рис. 4 приведен фрагмент фактических внешней сетки и сетки около тела. Внешняя сетка содержит  $1201 \times 605$  узлов. На сетку с равномерными квадратными ячейками накладывается набор тел (в данном случае тела в виде эллипса с полуосями 0,3 и 0,15), около которых строится своя локальная сетка, связанная с поверхностью и обеспечивающая возможность описания решения в тонком пограничном слое около поверхности. Сетка около тел содержит  $185 \times 41$  узлов. На внешней сетке решаются уравнения Эйлера — правая часть уравнений (диссипативный член)

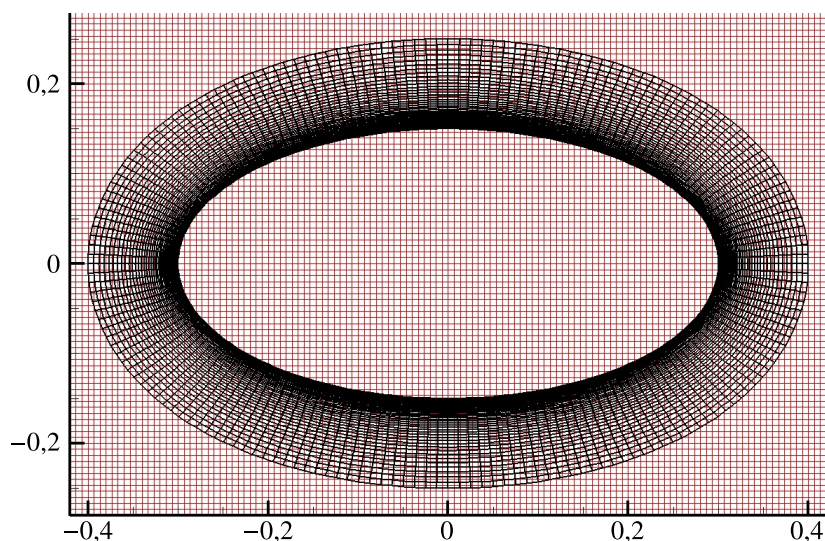


Рис. 4. Фрагмент фактической расчетной сетки с сеткой около тела

полагается равным 0. На сетках около тел решаются уравнения Навье–Стокса в приближении тонкого слоя.

Решетка эллиптических профилей состоит из двух слоев с шагом 4 (рис. 5). Расстояние между слоями — 4. На рис. 5, а приведен пример расчета, когда второй слой смещен по вертикали относительно первого слоя на 2. На рис. 5, б второй слой относительно первого не смещается. Фактически второй слой расположен точно в следе за первым. В первом слое для обоих вариантов профиль отклоняется на угол 0,25 радиана — амплитуда колебаний профиля, с которой в дальнейшем были проведены расчеты.

На рис. 5, в приведен пример начального поля течения, когда в первом слое профиль не повернут. Данный вариант использовался для расчетов, когда второй слой осуществляет движение по вертикали.

Все расчеты выполнены в одинаковых условиях: число Маха набегающего на решетку потока —  $M = 2$ , число Рейнольдса —  $Re = 10^5$ .

Поле течения визуализировано распределением давления (цветом) на фоне поверхности распределения плотности, что позволяет выделить потемнением линии ударных волн и контактных разрывов. В целом получается достаточно информативная картина течения.

В процессе нестационарного расчета по времени записывались значения аэродинамических коэффициентов сил на каждый из элементов и с некоторым интервалом по времени поля течения.

На рис. 6, а приведено изменение коэффициентов сопротивления  $C_x$  (линии 1 и 3) и подъемной силы  $C_y$  (линии 2 и 4) в зависимости от времени. Линии 1 и 2 соответствуют характеристикам элемента решетки в первом слое, линии 3 и 4 — во втором слое. Параметры колебаний элементов решетки в первом слое:  $a = -0,5$ ,  $c = 2,0$  (начальное поле на рис. 5, а). В соответствии с заданными параметрами на элементе решетки в первом слое образуется знакопеременная подъемная сила. Второй слой решетки в данном расчете остается неподвижным, но характеристики течения в донной области за элементами принципиально меняются (относительно варианта с неподвижными элементами в первом слое). Под воздействием ударных волн, изменяющих свое положение из-за колебаний элементов в первом слое, отрыв потока в кормовой части на элементах решетки второго слоя происходит раньше с повышением давления в донной области

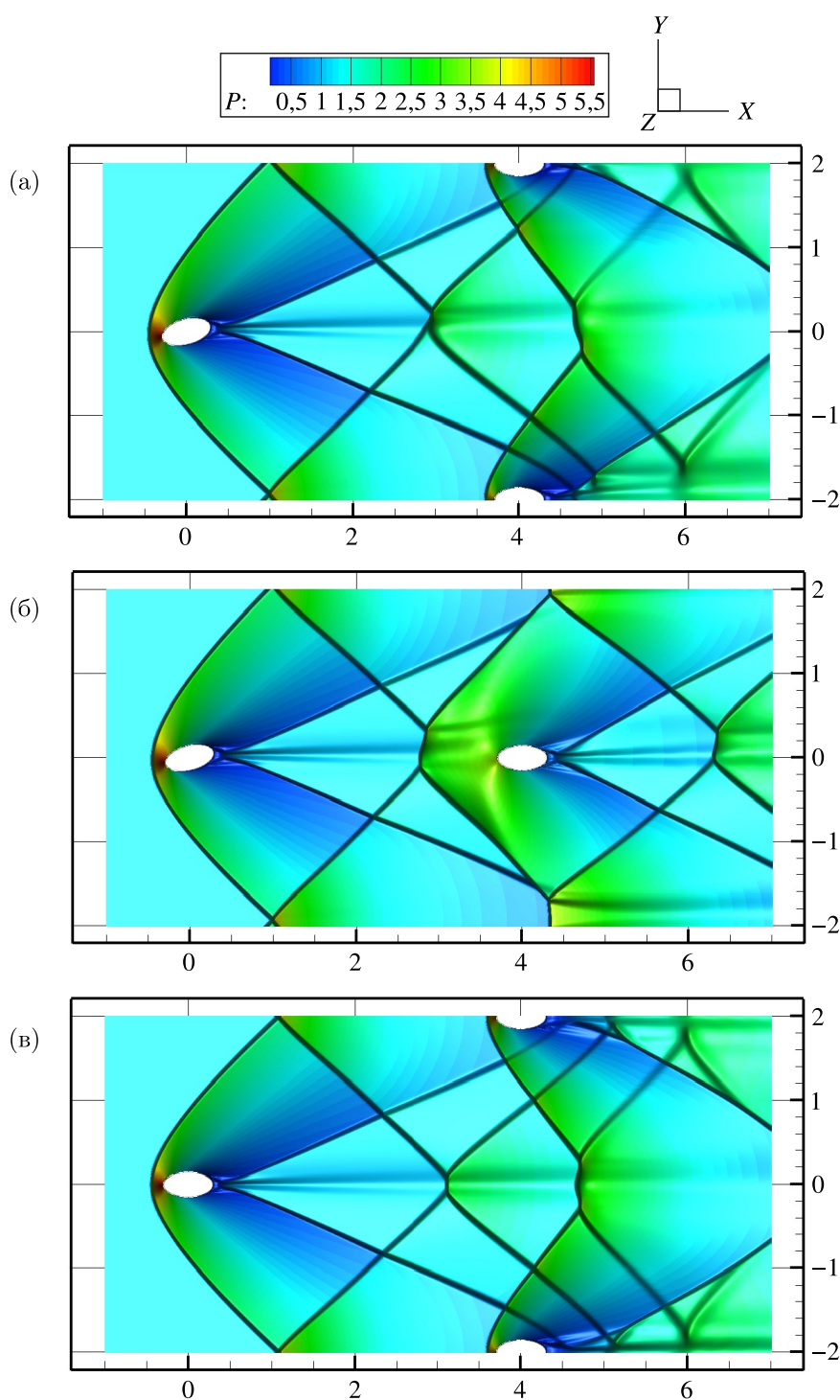


Рис. 5. Варианты начального поля течения

(рис. 6, б — поле течения на момент времени  $t = 10$  с). Коэффициент сопротивления уменьшается (линия 3). Данный эффект уменьшения коэффициента сопротивления элементов второго слоя по результатам численных экспериментов ( $c = 1,0, 1,5, 2,5$ ) сохраняется при изменении периода колебаний элементов первого слоя, но, очевидно, должен существенно зависеть от расстояния между слоями решетки и числа Маха набегающего потока.

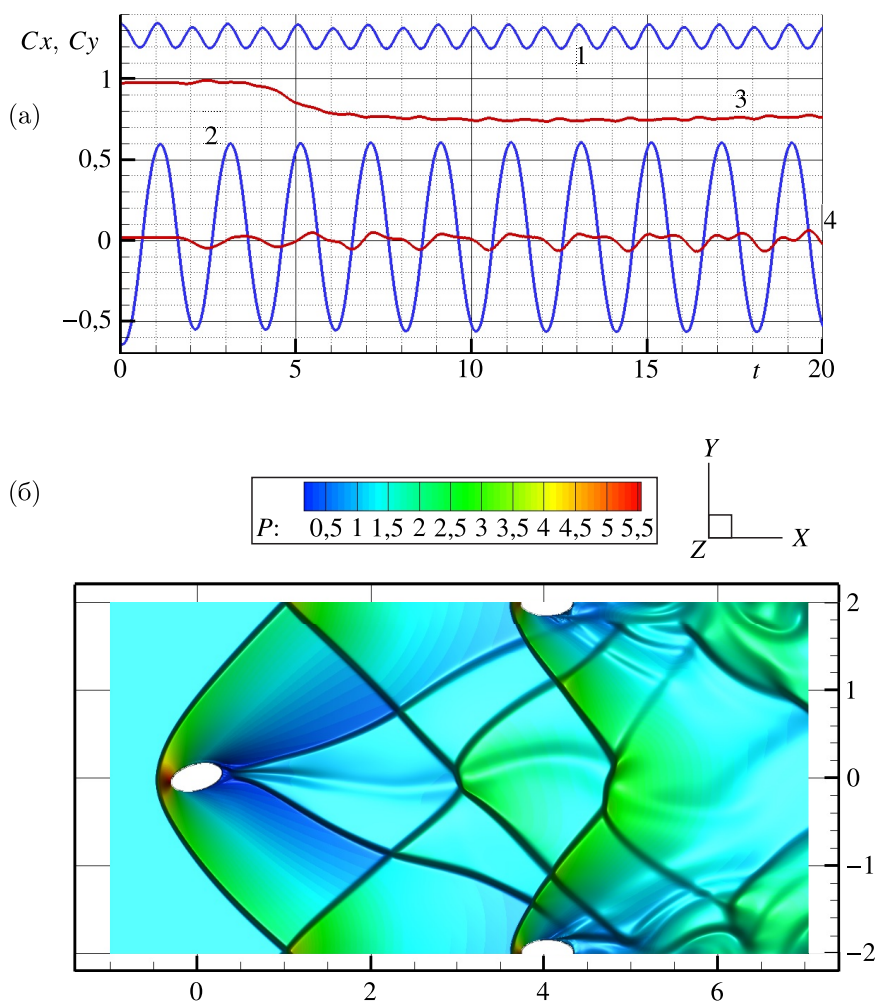


Рис. 6. Коэффициенты  $Cx$  (линии 1 и 3) и  $Cy$  (линии 2 и 4) в зависимости от времени (а). Поле течения на момент времени  $T = 10$  (б).  $a = -0,5$ ,  $c = 2,0$

На рис. 7 в аналогичном виде приведено изменение коэффициентов сопротивления  $Cx$  и подъемной силы  $Cy$  в зависимости от времени при расположении второго слоя решетки относительно первого слоя без смещения (начальное поле течения — рис. 5, б). Рис. 7, а соответствует параметрам колебаний элементов решетки в первом слое:  $a = -0,5$ ,  $c = 2,0$ ; рис. 7, б —  $a = -0,5$ ,  $c = 1,0$ . При расположении элементов второго слоя строго в следе за колеблющимися элементами первого слоя на втором слое образуется знакопеременная подъемная сила. Можно видеть, что периоды колебаний на первом и втором слоях одинаковы, но амплитуды колебаний подъемной силы отличны. Также есть смещение между колебаниями.

По результатам расчетов видно, что возмущение от первого слоя до второго слоя проходит за время  $\approx 1,5$  (время, когда начинает изменяться величина подъемной силы элементов второго слоя после начала расчета динамической задачи). В соответствии с этим если задать период колебаний  $c = 1,5$ , то можно «согласовать» условия обтекания первого и второго слоев с точки зрения поперечного течения, создающего подъемную силу. На рис. 8, а приведено изменение коэффициентов сопротивления  $Cx$  и подъемной силы  $Cy$  в зависимости от времени при расположении второго слоя решетки относительно первого слоя без смещения при параметрах колебаний элементов решетки в первом слое:  $a = -0,5$ ,  $c = 1,5$ . Видно, что в этом случае подъемная сила, создаваемая на неподвижных элементах второго слоя, почти такая же, как на колеблющихся по

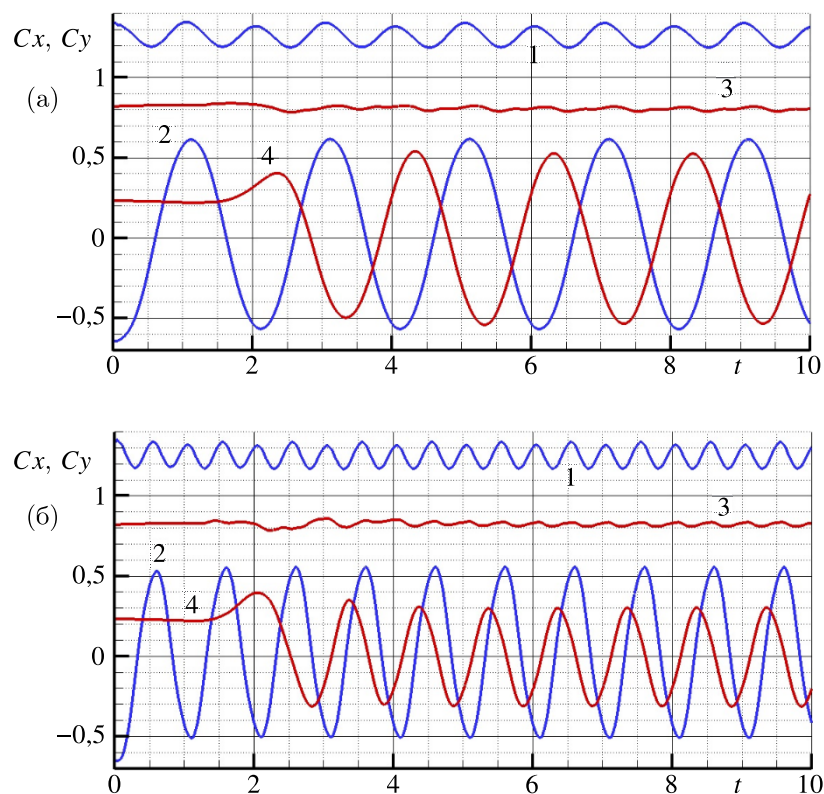


Рис. 7. Коэффициенты  $Cx$  (линии 1 и 3) и  $Cy$  (линии 2 и 4) в зависимости от времени: (а)  $a = -0,5$ ,  $c = 2,0$ ; (б)  $a = -0,5$ ,  $c = 1,0$

углу тангажа элементах первого слоя. Фактически в этом случае при согласовании поперечная сила  $Cy$  на решетке в сумме удваивается.

На рис. 9 и 10 приведены результаты расчета варианта с движением второго слоя решетки по вертикали. На рис. 9 приведено изменение коэффициентов сопротивления  $Cx$  (линии 1 и 3) и подъемной силы  $Cy$  (линии 2 и 4) в зависимости от времени. Линии 1 и 2 соответствуют характеристикам элемента решетки в первом слое, линии 3 и 4 — во втором слое. Параметры движения элементов решетки во втором слое:  $a = -1,0$ ,  $b = 4,0$  (начальное поле на рис. 5, в). В соответствии с заданными параметрами к моменту времени  $t = 4$  с второй слой решетки приобретает скорость  $M = 0,5$ , с которой в дальнейшем движется по вертикали вниз. С учетом размера периодичности решетки 4 период времени, за который второй слой решетки совершает полное движение в исходное состояние, составляет 8. На рис. 9 видно, что за время расчета 20 с относительно момента движения с постоянной скоростью ( $t = 4$  с) элемент решетки второго слоя совершает два полных прохода относительно первого слоя. Аэродинамические характеристики элементов второго слоя при этом значительно меняются, что связано с относительно разными условиями, в которые они попадают.

На рис. 10 приведены картины течения на моменты времени  $t = 4,4$ ,  $5,6$ ,  $6,8$  и  $9,2$  с, которые на рис. 9 отмечены маркерами и соответствуют областям либо повышенного, либо пониженного значения коэффициента подъемной силы  $Cy$ . Аэродинамические коэффициенты элементов второго слоя при его движении по вертикали значительно меняются, области максимального или минимального значения  $Cy$  обусловлены взаимодействием движущихся элементов либо с ударными волнами, либо с контактными разрывами от впереди расположенного первого слоя решетки (в данном случае неподвижного).

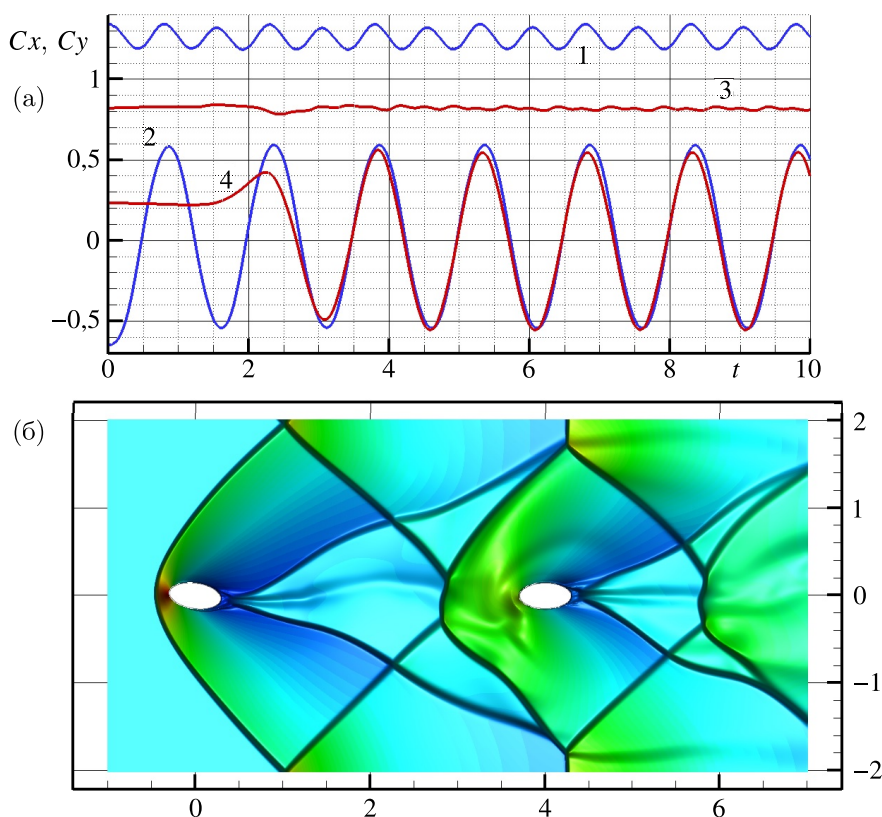


Рис. 8. Коэффициенты  $Cx$  (линии 1 и 3) и  $Cy$  (линии 2 и 4) в зависимости от времени (а). Поле течения на момент времени  $T = 10$  (б).  $a = -0,5$ ,  $c = 1,5$

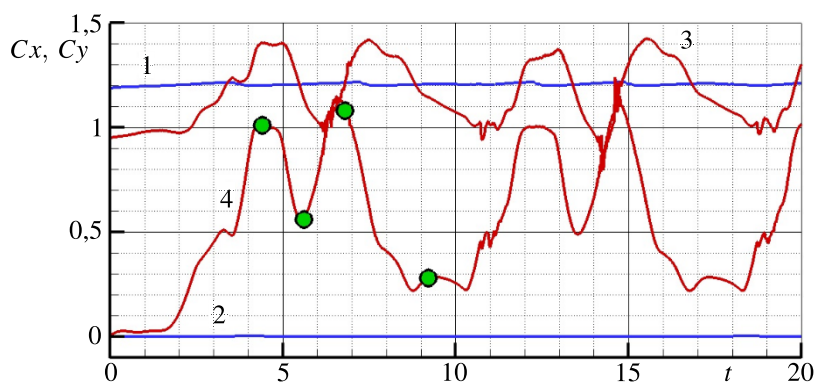
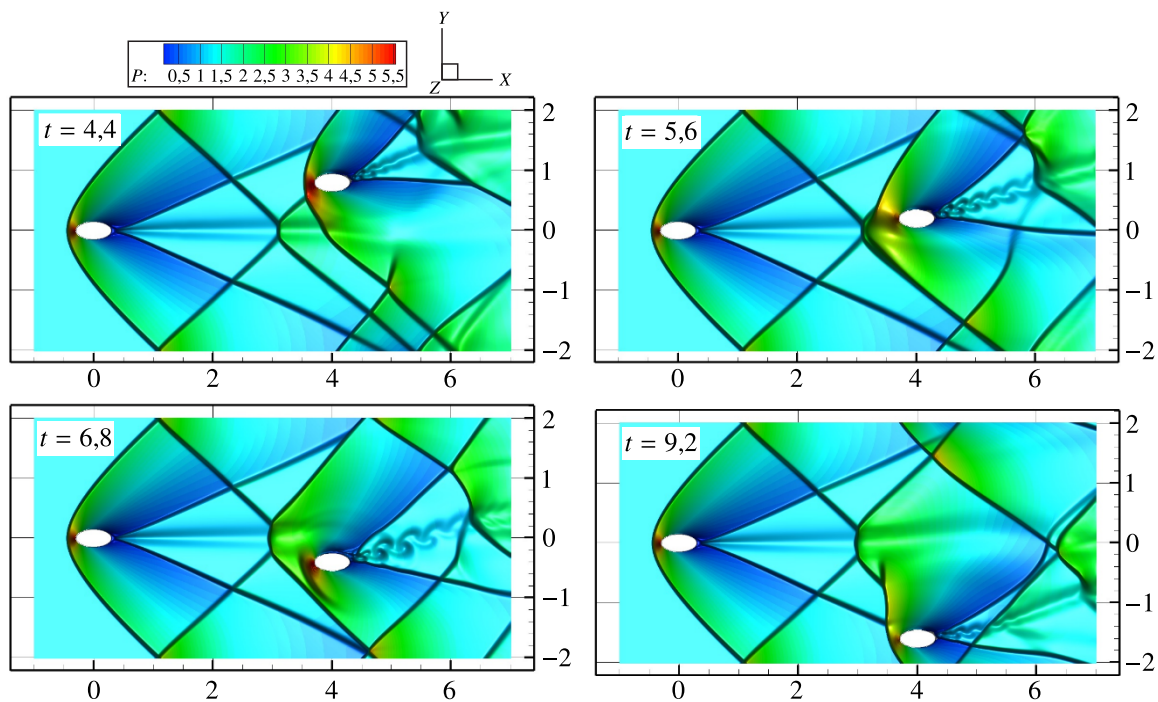
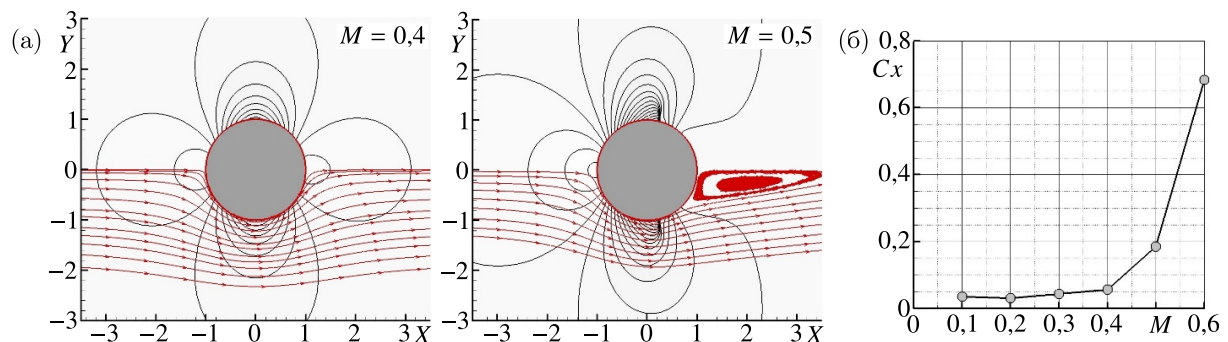


Рис. 9. Коэффициенты  $Cx$  (линии 1 и 3) и  $Cy$  (линии 2 и 4) в зависимости от времени. Движение второго слоя решетки с параметрами:  $a = -1,0$ ,  $b = 4,0$

## Примеры расчета течения в безграничном пространстве

Для сопоставления с теоретическими результатами проведены расчеты невязкого обтекания кругового цилиндра при числах Маха  $M$  от 0,1 до 0,6. На рис. 11, а представлены примеры картин течения в виде изолиний давления с шагом 0,02 бар и линий тока. При  $M \leq 0,4$  реализуется безотрывное обтекание, что соответствует известному решению в рамках модели невязкого жидкости при потенциальном обтекании. Решение относительно вертикальной прямой, проходящей через центр цилиндра, почти симметрично, сила сопротивления, по причине симметрии распределения давления, должна быть близка к 0. Отметим, что использование искусственной

Рис. 10. Поле течения на моменты времени  $t = 4,4, 5,6, 6,8$  и  $9,2$  с.  $a = -1,0, b = 4,0$ Рис. 11. Течение около цилиндра  $M = 0,4$  и  $0,5$  (а), коэффициент  $C_x$  (б)

вязкости для сглаживания решения в этом примере расчета не приводит к образованию вихревого течения в донной области и фактически не оказывает существенного влияния на решение, которое получается и должно было бы образовываться в рамках модели невязкого газа.

При  $M \geq 0,5$  около боковой поверхности цилиндра реализуются зоны сверхзвукового течения, которые замыкаются соответствующими ударными волнами. Решение перестает быть потенциальным. Наличие в потоке завихренности обеспечивает образование циркуляционных зон в области за телом. При этом давление в донной части уменьшается, что приводит к резкому росту коэффициента сопротивления  $C_x$  (рис. 11, б).

В данных примерах не учитывается вязкость потока и полученные решения соответствуют теоретическим, которые получаются в рамках модели невязкого газа. При реальном обтекании цилиндра с дозвуковыми скоростями существенным является наличие вязкого слоя, что приводит к образованию завихренности в потоке с образованием циркуляционных зон в донной области.

На рис. 12, 13 приведены результаты расчета течения около профиля RAE 2822. Экспериментальные результаты исследований данного профиля приведены в статье [Cook, McDonald,

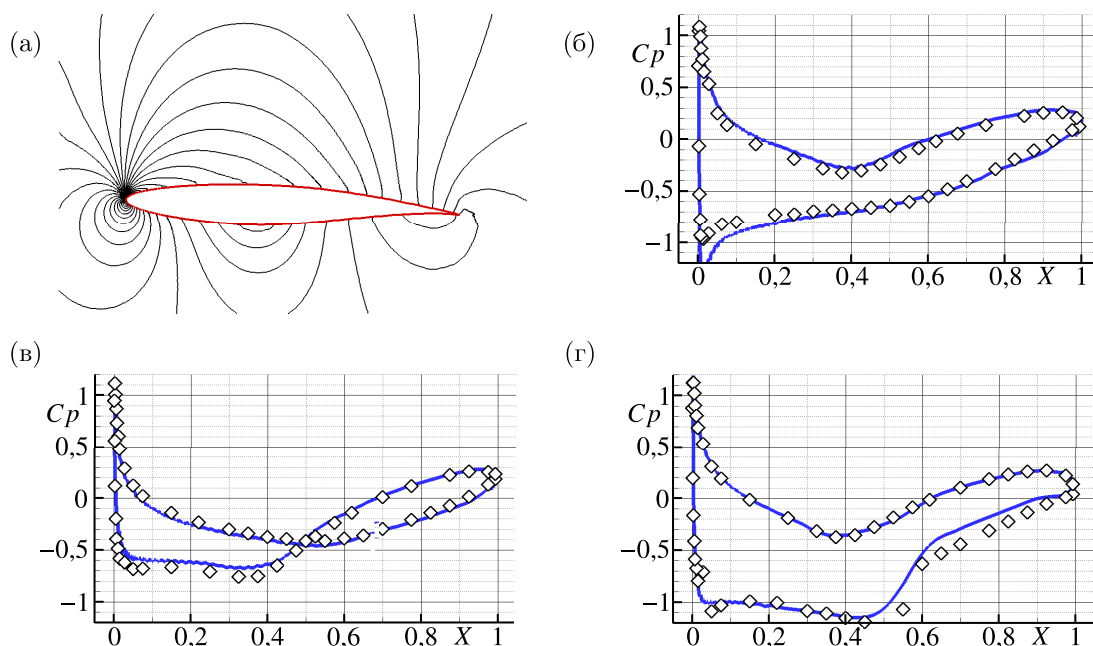


Рис. 12. Изобары около профиля при обтекании в условиях  $M = 0,6$ ,  $Re = 6,3 \cdot 10^6$ ,  $\alpha = 2,57^\circ$  (а). Распределение  $C_p$  (маркерами — эксперимент, линией — расчет):  $M = 0,6$ ,  $Re = 6,3 \cdot 10^6$ ,  $\alpha = 2,57^\circ$  (б);  $M = 0,676$ ,  $Re = 5,7 \cdot 10^6$ ,  $\alpha = -2,18^\circ$  (в) и  $M = 0,75$ ,  $Re = 6,2 \cdot 10^6$ ,  $\alpha = 3,19^\circ$  (г)

[Firman, 1979]. Течение моделируется на основе уравнений Навье – Стокса, дополненных алгебраической моделью турбулентной вязкости Болдуина – Ломакса. Около профиля с острой кромкой строится сетка типа С. На рис. 12, а течение представлено изобарами с шагом 0,05 в области около профиля при обтекании в условиях  $M = 0,6$ ,  $Re = 6,3 \cdot 10^6$ ,  $\alpha = 2,57^\circ$ . Вся расчетная область значительно больше и составляет 50 размеров хорды профиля в каждом из направлений. На рис. 12, б приведено распределение коэффициента давления  $C_p$  на профиле (маркеры — эксперимент, линия — расчет). На рис. 12, в и 12, г приведено распределение коэффициента давления соответственно в условиях  $M = 0,676$ ,  $Re = 5,7 \cdot 10^6$ ,  $\alpha = -2,18^\circ$  и  $M = 0,75$ ,  $Re = 6,2 \cdot 10^6$ ,  $\alpha = 3,19^\circ$ .

Полученные распределения давления на профиле достаточно хорошо согласуются с экспериментом. Наибольшее расхождение в результатах имеет место в зоне поперечной ударной волны на подветренной стороне для случая, изображенного на рис. 12, г. В основном это обусловлено тем, что построенная сетка в данном месте не сгущалась.

Представляет интерес возможность в рамках рассматриваемого метода оценить толщину пограничного слоя. На рис. 13, а приведены профили скорости около задней кромки профиля в случае  $M = 0,676$ ,  $Re = 5,7 \cdot 10^6$ ,  $\alpha = -2,18^\circ$ . Около поверхности обтекаемого тела формируются характерные профили скорости. На рис. 13, б приведено сравнение нормированных профилей скорости в сечениях  $\frac{x}{c} = 0,319$  (линия 1, ближе к передней кромке профиля) и 0,9 (линия 2, около задней кромки) на верхней стороне профиля по толщине вязкого слоя. Маркерами приведены экспериментальные данные [Cook, McDonald, Firman, 1979], линиями — результаты расчетов. Толщина пограничного слоя между сечениями возрастает в 3 ÷ 4 раза, что адекватно отражается результатами расчетов.

## Примеры расчета решетки профилей

На рис. 14 представлены результаты расчета течения в решетке профилей Т106А и сравнение расчетного распределения скорости по обводам профиля с экспериментом [Hoheisel et

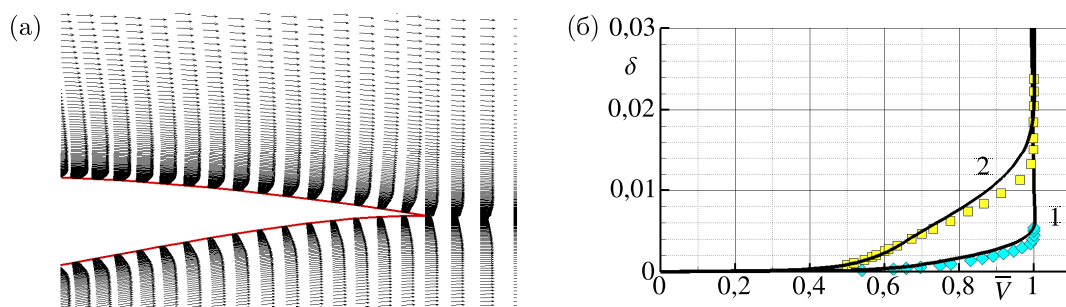


Рис. 13. Профили скорости около задней кромки (а) и нормированные профили скорости в сечениях  $\frac{x}{c} = 0,319$  и  $0,9$  (линии 1 и 2) (б). Маркеры — эксперимент, линии — расчет.  $M = 0,676$ ,  $Re = 5,7 \cdot 10^6$ ,  $\alpha = -2,18^\circ$

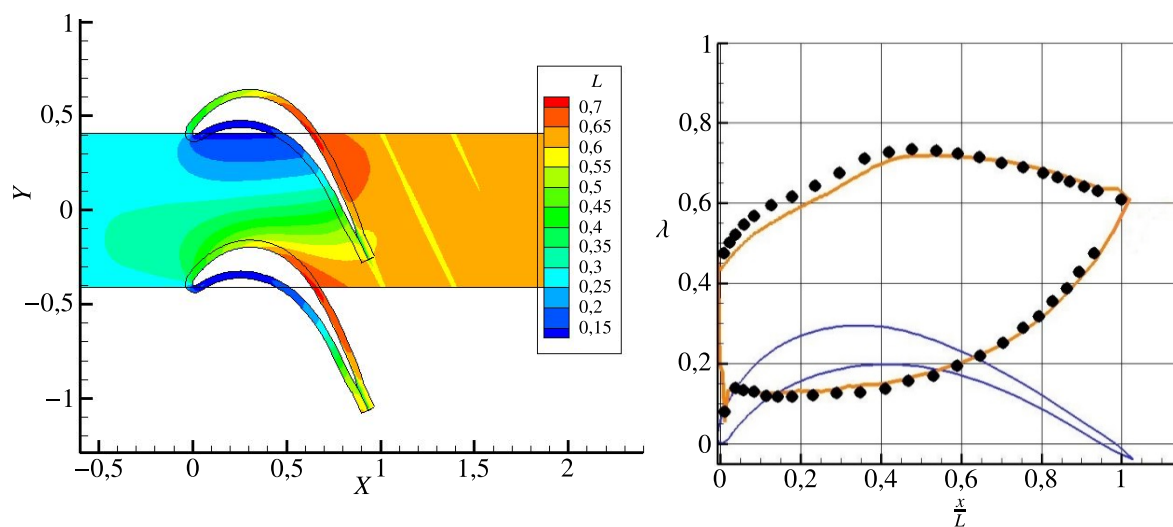


Рис. 14. Результат расчета течения невязкого газа в решетке профилей T106A и сравнение расчетного распределения скорости по обводам профиля с экспериментом

al., 1986]. Полученное по результатам расчетов распределение приведенной скорости  $\lambda$  хорошо согласуется с экспериментальным.

На рис. 15 и 16 представлены результаты расчета течения в решетке профилей P45 и P48. Данные профили являются профилями сопловых лопаток первых ступеней газовых турбин. К особенностям профилей соловых лопаток можно отнести существенную конфузурность образуемого ими межлопаточного канала, скорость в котором может возрастать от значений на входе в решетку  $\lambda_{in} = 0,1 \dots 0,35$  до  $\lambda_{out} = 0,4 \dots 1,5$ , то есть профиль канала зачастую может представлять так называемое сопло Лавала. Сравнение расчетного распределения скорости по обводам профиля с экспериментом [Венедиктов и др., 1990] показывает адекватность использованной модели невязкого газа Эйлера для определения распределения давления по обводам профиля. Такое распределение используется при проектировании систем пленочного охлаждения лопаток.

В таблице 1 представлены расчетные коэффициенты профильных потерь для трех до-, транс- и сверхзвуковых режимов для трех решеток, полученные по результатам расчета по гибридной модели Эйлера–Навье–Стокса с использованием модели турбулентности. Система уравнений Эйлера решались во внешней области, а система уравнений Навье–Стокса решалась в области С-сетки, построенной около профиля. С-сетка была построена из учета адекватности

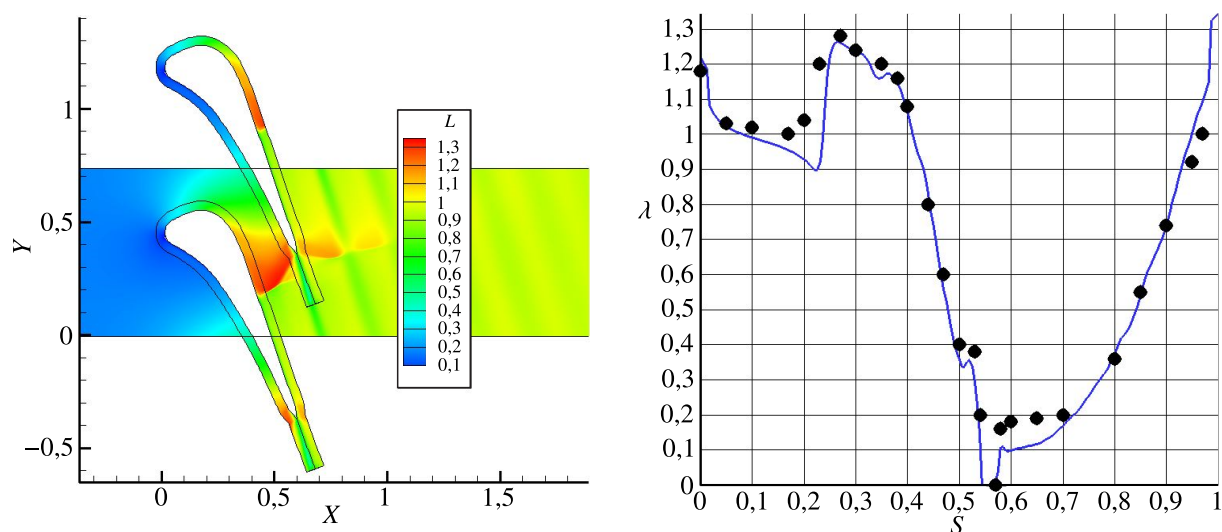


Рис. 15. Результат расчета течения невязкого газа в решетке профилей P45 и сравнение расчетного распределения скорости по обводам профиля с экспериментом

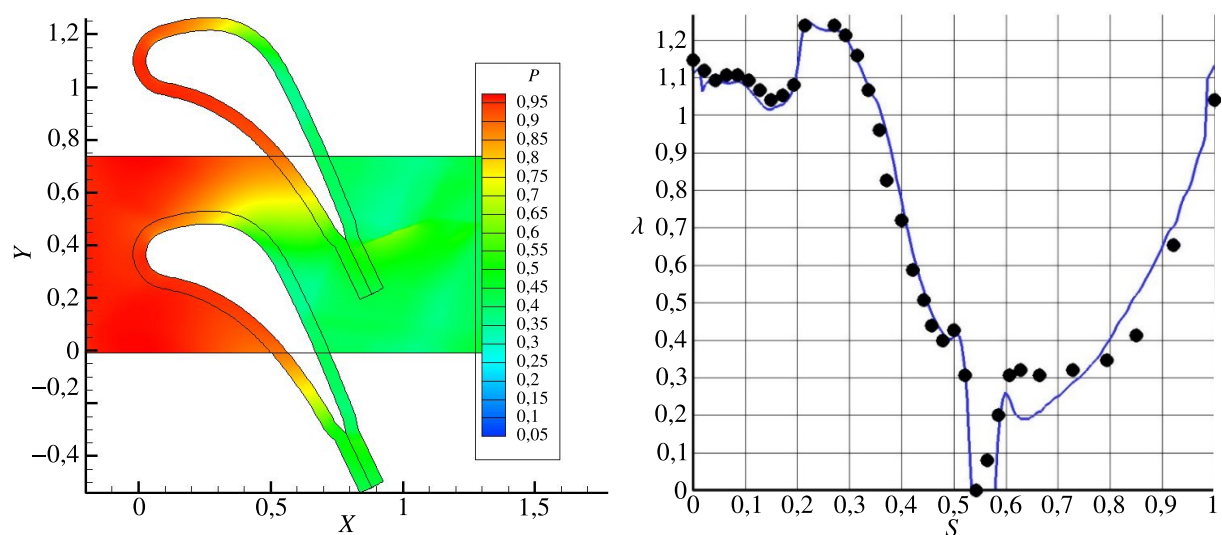


Рис. 16. Результат расчета течения невязкого газа в решетке профилей P48 и сравнение расчетного распределения скорости по обводам профиля с экспериментом

дискретизации пространства в области пограничного слоя используемой низкорейнольдсовой модели турбулентности Болдуина – Ломакса, а именно, коэффициент, характеризующий расстояние от стенки  $y^+$ , не превышал 1. Полученные в результате расчета коэффициенты профильных потерь на транс- и сверхзвуковых режимах неплохо согласуются с экспериментально измеренными. Количественное расхождение присутствует, однако, учитывая замену при моделировании цилиндрической выходной кромки острой, а также несовершенство используемой модели турбулентности и сложный характер течения, полученные результаты можно охарактеризовать положительно. Для более корректного расчета потерь в решетке, по-видимому, требуется более аккуратный подход к моделированию турбулентности и учет кривизны выходной кромки.

Таблица 1. Сравнение расчетного коэффициента профильных потерь  $\zeta_{пр}$  в решетках с экспериментальными

|               | Изоэнтропическая скорость на выходе из решетки, $\lambda_{2is}$ | Re, по параметрам потока на выходе | Экспериментальные профильные потери, $\zeta_{пр}$ , % | Расчетные профильные потери, $\zeta_{пр}$ , % |
|---------------|-----------------------------------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| Решетка Т106А | 0,65                                                            | $4,8e + 05$                        | 2,1                                                   | 3,9                                           |
| Решетка Р45   | 1,04                                                            | $12,5e + 05$                       | 12,1                                                  | 12,1                                          |
|               | 1,40                                                            | $12,6e + 05$                       | 5,3                                                   | 4,8                                           |
| Решетка Р48   | 1,08                                                            | $14,2e + 05$                       | 5,9                                                   | 5,0                                           |
|               | 1,15                                                            | $14,3e + 05$                       | 6,0                                                   | 5,6                                           |
|               | 1,30                                                            | $14,1e + 05$                       | 5,0                                                   | 4,9                                           |
|               | 1,35                                                            | $14,0e + 05$                       | 6,5                                                   | 5,7                                           |

## Заключение

Описанный в статье гибридный метод, основанный на объединении решений на нескольких сетках: внешней равномерной прямоугольной сетке и наложенных на нее сетках, построенных около обтекаемых тел с загущением в области пограничного слоя, позволяет экономично решать задачи стационарной и нестационарной дозвуковой и сверхзвуковой внешней и внутренней аэродинамики в периодической и непериодической постановках.

С использованием метода гибридных сеток были проведены расчеты течения невязкого газа в межлопаточных каналах решеток турбомашин. Метод был верифицирован на экспериментальных данных о течении газа в решетках сопловых аппаратах на дозвуковых, трансзвуковых и сверхзвуковых режимах работы. Результаты расчетов говорят о достаточной точности и надежности получаемых решений для использования метода в исследовательских и прикладных задачах.

С использованием комбинированного (вязко-невязкого) метода гибридных сеток, заключающегося в разделении расчетной области на подобласти невязкого течения, в которых решаются уравнения Эйлера, и подобласти вязкого течения, где решаются турбулентные уравнения Навье – Стокса, в приближении тонкого слоя реализована методика решения задач внутренней газодинамики турбомашин. Исследована зависимость коэффициента профильных потерь в турбинных решетках от режима истечения: от дозвуковых до сверхзвуковых режимов работы. Полученные в результате расчета коэффициенты профильных потерь качественно совпадают с экспериментально измеренными. Их количественные значения тоже достаточно близки.

Разработан и реализован метод расчета нестационарного взаимодействия между периодически перемещающимися относительно друг друга обтекаемыми телами. При исследовании модельной задачи с перемещающимися системами тел обнаружен и исследован численно эффект изменения поперечной составляющей сил, действующих на систему хорошо обтекаемых тел в сверхзвуковом потоке, когда одно из них колеблется около собственного центра масс с определенной частотой, а другое находится за ним на определенном расстоянии и неподвижно. При определенных условиях поперечная сила, действующая на подвижное тело, равна поперечной силе, действующей на неподвижное.

## Список литературы (References)

- Ахмедзянов Д. А., Власова Е. С., Кишалов А. Е. Методология имитационного моделирования неустановившихся режимов работы авиационных газотурбинных двигателей // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. — 2006. — Т. 5, № 2-2. — С. 41–44.

- Achmedzyanov D. A., Vlasova E. S., Kishalov A. E.* Metodologiya imitatsionnogo modelirovaniya neustanovivshichsya regimov raboty aviatsionnykh gas-turbine engines [Methodology of imitation modelling of unsteady regimes of gas turbine engines] // Vestnik of Samara state aerospace university. — 2006. — Vol. 5, No. 2-2. — P. 41–44 (in Russian).
- Венедиктов В. Д., Грановский А. В., Карелин А. М., Колесов А. Н., Мухтаров М. Х.* Атлас экспериментальных характеристик плоских решеток охлаждаемых газовых турбин. — М.: Центральный институт авиационного моторостроения, 1990. — 393 с.
- Venediktov V. D., Granovsky A. V., Karelin A. M., Kolesov A. N., Muchtarov M. H.* Atlas experimental'nykh charakteristik ploskikh reshotok ochlagdaemich gasovych turbin [Atlas of Experimental Characteristics of flat cascade of cooled Gas Turbines]. — Moscow: Central institute of aviation motors, 1990. — 393 p. (in Russian).
- Годунов С. К.* Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики // Математический сборник. — 1959. — Т. 47 (89), № 3. — С. 271–306.
- Godunov S. K.* Raznostniy metod chislennogo rascheta razrivnich resheniy uravneniy gidrodinamiki [A difference method for numerical calculation of discontinuous solutions of the equations of hydrodynamics] // Matematicheskii Sbornik. — 1959. — Vol. 47 (89), No. 3. — P. 271–306 (in Russian).
- Зеленков Ю. А.* Текущее состояние и перспективы суперкомпьютерных вычислений при проектировании газотурбинных двигателей // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. — 2012. — Т. 16, № 3 (48).
- Zelenkov Yu. A.* Tecsuschee sostoyanie i perspektivy supercomp'uternykh vychisleniy pri proectirovanii gazoturbinnnykh dvigateley [Current state and prospects of supercomputing in the design of gas turbine engine] // Vestnik of Ufa state aviation technical university. — 2012. — Vol. 16, No. 3 (48) (in Russian).
- Иванов М. Я., Крупа В. Г., Нигматуллин Р. З.* Неявная схема С. К. Годунова повышенной точности для интегрирования уравнений Навье–Стокса // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 1989. — Т. 29, № 6. — С. 888–901.
- Ivanov M. Ya., Krupa V. G., Nigmatullin R. Z.* A high-accuracy version of Godunov's implicit scheme for integrating the Navier–Stokes equations // Computational Mathematics and Mathematical Physics. — 1989. — Vol. 29, No. 3. — P. 170–179. (Original Russian paper: *Ivanov M. Ya., Krupa V. G., Nigmatullin R. Z.* Neyavnaya skhema S. K. Godunova povyshennoi tochnosti dlya integrirvaniya uravnenii Nav'e–Stoksa // Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki. — 1989. — Vol. 29, No. 6. — P. 888–901.)
- Колган В. П.* Конечно-разностная схема для расчета двумерных разрывных решений нестационарной газовой динамики // Ученые записки Центрального аэрогидродинамического института. — 1975. — Т. 6, № 1. — С. 9–14.
- Kolgan V. P.* Konechno-raznostnaya schema dlya rascheta dvumernich razrivnich resheniy nestacionarnoy gazovoy dinamiki [A difference scheme for calculating two-dimensional discontinuous solutions of unsteady gas dynamics] // Uchenie zapiski Tsagi. — 1975. — Vol. 6, No. 1. — P. 9–14 (in Russian).
- Крупа В. Г.* Прямой расчет турбулентного пограничного слоя на пластине // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2016. — Т. 56, № 8. — С. 1506–1523.
- Krupa V. G.* Direct simulation of the turbulent boundary layer on a plate // Computational Mathematics and Mathematical Physics. — 2016. — Vol. 56, No. 8. — P. 1488–1505. (Original Russian paper: *Krupa V. G.* Pryamoi raschet turbulentnogo pogrannichnogo sloya na plastine // Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki. — 2016. — Vol. 56, No. 8. — P. 1506–1523.)
- Лукашенко В. Т., Максимов Ф. А.* Моделирование осколков метеорного тела с учетом вращения // Компьютерные исследования и моделирование. — 2019. — Т. 11, № 4. — С. 593–612.
- Lukashenko V. T., Maksimov F. A.* Modelirovanie oskolkov meteornogo tela s uchetom vrash'eniya [Simulation of the flight of fragments of a meteor body taking into account rotation] // Computer Research and Modeling. — 2019. — Vol. 11, No. 4. — P. 593–612 (in Russian).
- Любимов Д. А.* Применение комбинированного RANS/ILES-метода для исследования отрывных пространственных турбулентных течений в криволинейных диффузорах // Теплофизика высоких температур. — 2010. — Т. 48, № 2. — С. 279–289.
- Lyubimov D. A.* Primenenie kombinirovannogo RANS/ILES-metoda dlya issledovaniya otryvnykh prostranstvennykh turbulentnykh techenii v krivolineinykh diffuzorakh [The using of the hybrid RANS/ILES approach for the investigation of three-dimensional separated turbulent flows in curvilinear diffusers] // Teplofizika vysokikh temperatur. — 2010. — Vol. 48, No. 2. — P. 279–289 (in Russian).
- Максимов Ф. А.* Сверхзвуковое обтекание системы тел // Компьютерные исследования и моделирование. — 2013. — Т. 5, № 6. — С. 969–980.
- Maksimov F. A.* Sverkhzvukovoe obtekanie sistemi tel [Supersonic flow of system of bodies] // Computer Research and Modeling. — 2013. — Vol. 5, No. 6. — P. 969–980 (in Russian).
- Максимов Ф. А., Чураков Д. А., Шевелев Ю. Д.* Разработка математических моделей и численных методов для решения задач аэродинамического проектирования на многопроцессорной

- технике // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2011. — Т. 51, № 2. — С. 303–328.
- Maksimov F.A., Churakov D.A., Shevelev Yu.D.* Development of Mathematical Models and Numerical Methods for Aerodynamic Design on Multiprocessor Computers // Computational Mathematics and Mathematical Physics. — 2011. — Vol. 51, No. 2. — P. 284–307. (Original Russian paper: *Maksimov F.A., Churakov D.A., Shevelev Yu.D.* Razrabotka matematicheskikh modelei i chislennykh metodov dlya resheniya zadach aerodinamicheskogo proektirovaniya na mnogoprotsessornoi tekhnike // Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki. — 2011. — Vol. 51, No. 2. — P. 303–328.)
- Нигматуллин Р. З., Терентьева Л. В.* Моделирование тонального шума турбины низкого давления на основе нестационарного аэродинамического расчета // Авиационные двигатели и энергетические установки. — М.: ФГУП «ЦИАМ им. П. И. Баранова», 2020. — С. 349–354.
- Nigmatullin R.Z., Terentyeva L.V.* Modelirovanie tonal'nogo shuma turbine nizkogo davleniya na osnove nestacionarnogo aerodinamicheskogo rascheta [Analysis of tonal noise of low pressure turbine based on unsteady gas flow calculation] // Moscow: Central institute of aviation motors, 2020. — P. 349–354 (in Russian).
- Шмотин Ю. Н.* Численное моделирование нестационарных явлений в газотурбинных двигателях. — М.: Машиностроение, 2005. — 536 с.
- Schmotin Yu.N.* Chislennoe modelirovanie nestacionarnykh yavleniy v gasoturbinykh dvigatelyakh [Numerical simulation of unsteady effects in a gas turbine engines]. — Moscow: Mashinostroenie, 2005. — 536 p. (in Russian).
- Baldwin B., Lomax H.* Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows. — AIAA, 1978. — Paper 78. — P. 257.
- Biagiotti S., Bellucci J., Marconcini M., Arnone A., Baldi G., Ignesti M., Michelassi V., Tapinassi L.* Impact of turbine center frame wakes on downstream rows in heavy duty low pressure turbine / Proc. ASME Turbo Expo 2019. — Phoenix, USA, 2019.
- Chi Zh., Liu H., Zang Sh., Pan Ch., Jiao G.* Full-annulus URANS study on the transportation of combustion inhomogeneity in a four-stage cooled turbine / Proc. ASME Turbo Expo 2019. — Phoenix, USA, 2019.
- Cook P.H., McDonald M.A., Firman M.C.P.* Aerofoil RAE 2822 — pressure distributions, and boundary layer and wake measurements / Experimental data base for computer program assessment. — The Advisory group for aerospace research and development AGARD, 1979. — Advisory Report No. 138.
- Hoheisel H., Kiock R., Lichtfuss H.J., Follner L.* Influence of free stream turbulence and blade pressure gradient on boundary layer and loss behavior of turbine cascades / Proceedings of the ASME 1986 International Gas Turbine Conference and Exhibit. Dusseldorf, West Germany. June 8–12, 1986. — 1986. — Vol. 1. — P. 86-GT-234.
- Lei Z., Luo H., Zhao L., Wang Sh., Wang J.* Clocking of stators and rotors in a three-stage axial turbine / Proc. ASME Turbo Expo 2019. — Phoenix, USA, 2019.
- MacCormack R.W.* The effect of viscosity in hypervelocity impact cratering. — AIAA, 1969. — Paper 69. — P. 354.
- Przytarski P.J., Wheeler A.P.S.* The effect of rotor-stator gap on repeating-stage compressor loss / Proc. ASME Turbo Expo 2019. — Phoenix, USA, 2019.
- Vilmin S., Lorrain E., Hirsch C.* Unsteady flow modeling across the rotor/stator interface using the nonlinear harmonic method / Proceedings of the ASME Turbo Expo 2006: Power for Land, Sea, and Air. Barcelona, Spain. May 8–11. — 2006. — Vol. 6. — P. 1227–1237.