

УДК: 519.8

## Агентная модель межкультурных взаимодействий: возникновение культурных неопределенностей

Н. В. Белотелов<sup>1,a</sup>, Ф. В. Логинов<sup>2,b</sup>

<sup>1</sup>Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук (ФИЦ ИУ РАН),

Россия, 119333, г. Москва, ул. Вавилова, д. 44, корп. 2

<sup>2</sup>Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),  
Россия, 107023, г. Москва, ул. Керченская, д. 1а, корп. 1

E-mail: <sup>a</sup> belotel@mail.ru, <sup>b</sup> loginov@phystech.edu

*Получено 30.10.2021, после доработки — 27.06.2022.  
Принято к публикации 05.07.2022.*

В статье описывается имитационная агентная модель межкультурных взаимодействий в стране, население которой принадлежит к разным культурам. Считается, что пространство культур может быть представлено как гильбертово пространство, в котором различным культурам соответствуют определенные подпространства. В модели понятие «культура» понимается как некоторое структурированное подпространство гильбертова пространства. Это позволяет описывать состояние агентов вектором в гильбертовом пространстве. Считается, что каждый агент описывается принадлежностью к определенной культуре. Численности агентов, принадлежащие определенным культурам, определяются демографическими процессами, которые соответствуют данным культурам, глубиной и целостностью образовательного процесса, а также интенсивностью межкультурных контактов. Взаимодействие между агентами происходит внутри кластеров, на которые по определенным критериям разбивается все множество агентов. При взаимодействии между агентами по определенному алгоритму изменяются длина и угол, характеризующий состояние агента. В процессе имитации в зависимости от количества агентов, относящихся к различным культурам, интенсивности демографических и образовательных процессов, а также интенсивности межкультурных контактов формируются совокупности агентов (кластеры), агенты которых принадлежат разным культурам. Такие межкультурные кластеры не принадлежат целиком ни к одной из рассматриваемых первоначально в модели культур. Такие межкультурные кластеры порождают неопределенности в культурной динамике. В работе приводятся результаты имитационных экспериментов, которые иллюстрируют влияние демографических и образовательных процессов на динамику межкультурных кластеров. Обсуждаются вопросы развития предложенного подхода к изучению (обсуждению) переходных состояний развития культур.

Ключевые слова: имитационная модель, демографический процесс, ассимиляционный процесс

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 19-010-00423).

UDC: 519.8

## The agent model of intercultural interactions: the emergence of cultural uncertainties

N. V. Belotelov<sup>1,a</sup>, F. V. Loginov<sup>2,b</sup>

<sup>1</sup>Institute of Russian Academy of Sciences Dorodnicyn Computing Centre of RAS,  
40 Vavilov st., Moscow, 119333, Russia

<sup>2</sup>Moscow Polytechnic University,  
38 Bolshaya Semenovskaya st. Moscow, 107023, Russia

E-mail: <sup>a</sup> belotel@mail.ru, <sup>b</sup> loginov@phystech.edu

*Received 30.10.2021, after completion — 27.06.2022.*

*Accepted for publication 05.07.2022.*

The article describes a simulation agent-based model of intercultural interactions in a country whose population belongs to different cultures. It is believed that the space of cultures can be represented as a Hilbert space, in which certain subspaces correspond to different cultures. In the model, the concept of culture is understood as a structured subspace of the Hilbert space. This makes it possible to describe the state of agents by a vector in a Hilbert space. It is believed that each agent is described by belonging to a certain «culture». The number of agents belonging to certain cultures is determined by demographic processes that correspond to these cultures, the depth and integrity of the educational process, as well as the intensity of intercultural contacts. Interaction between agents occurs within clusters, into which, according to certain criteria, the entire set of agents is divided. When agents interact according to a certain algorithm, the length and angle that characterize the state of the agent change. In the process of imitation, depending on the number of agents belonging to different cultures, the intensity of demographic and educational processes, as well as the intensity of intercultural contacts, aggregates of agents (clusters) are formed, the agents of which belong to different cultures. Such intercultural clusters do not entirely belong to any of the cultures initially considered in the model. Such intercultural clusters create uncertainties in cultural dynamics. The paper presents the results of simulation experiments that illustrate the influence of demographic and educational processes on the dynamics of intercultural clusters. The issues of the development of the proposed approach to the study (discussion) of the transitional states of the development of cultures are discussed.

**Keywords:** simulation model, demographic process, assimilation process

*Citation:* *Computer Research and Modeling*, 2022, vol. 14, no. 5, pp. 1143–1162 (Russian).

The study was supported by the Russian Science Foundation (grant No. 19-010-00423).

## 1. Введение

В современном мире в связи с развитием процессов глобализации стремительно возрастают различные кризисные явления. Изменения, происходящие в мире, столь стремительны, что человечество не успевает понять происходящее. Собственно, это и есть кризис — у нас нет понятий, языка, который позволил бы объяснить, построить логическую причинно-следственную конструкцию, на основе которой можно было бы обсуждать настоящее и будущее. Одной из проблем, с которой сталкивается современная цивилизация, являются стремительно возрастающие миграционные процессы, которые значительно изменяют «культурные ландшафты» регионов, порождая в ряде случаев проблемы межкультурных взаимодействий. По-видимому, это неизбежные явления, связанные с ростом численности и подвижности населения, а также с ростом информационной связанности планеты. В обиход исследователей входит такое новое понятие, как «антропологический переход», который, безусловно, приведет к глобальным культурным трансформациям. Проблемам культурных изменений, так называемым культурам перехода, посвящено большое количество гуманитарных исследований [Сорокин, 2000; Геннепван, 1999; Гирц, 2004; Тернер, 1983; Топоров, 2010]. Состояния, связанные с изменением культурных ландшафтов (возникновение культурных неопределенностей), предшествуют появлению культур перехода. Анализ факторов, влияющих на интенсивность возникновения таких неопределенностей, представляет значительный интерес.

Скорость, с которой происходит развитие кризисных явлений, настоятельно требует активизации междисциплинарных исследований с использованием методов математического и компьютерного моделирования. Математическая формализация неизбежных ассимиляционных процессов, которые естественным образом порождаются миграцией и приводят к культурной неопределенности, является чрезвычайно сложной, но актуальной задачей. «Необходимая для объективного описания однозначность определений достигается при употреблении математических символов именно потому, что таким способом избегают ссылки на сознательный субъект, которыми пронизан повседневный язык» [Бор, 1964]. В настоящее время интенсивно развиваются компьютерные и математические подходы к анализу социальной динамики, анализу динамических изменений в социальных сетях, влияния информационных воздействий на формирование социальных неоднородностей [Gubanov, Petrov, 2019; Chartishvili et al., 2019; Mikhailov, Petrov, Proncheva, 2019; Petrov, Proncheva, 2020]. Настоящая статья лежит в русле этих исследований.

В статье предложена формальная математическая схема агентной имитационной модели межкультурных взаимодействий, в которой сделана попытка получения оценки динамики изменения «культурного ландшафта» с учетом демографических характеристик, особенностей взаимодействия между разными культурами, глубиной культурной памяти, а также интенсивностью взаимодействия между субъектами.

Основаниями для выбора столь неординарного математического подхода послужили следующие рассуждения. Когда мы говорим о культуре, мы ее каким-либо образом обсуждаем, то есть можем считать, что у нас есть, вообще говоря, бесконечный набор символов-объектов, кодирующих культуру. Далее, понимая, что каждая культура отображает окружающий нас мир существовавший, существующий мир и мир, который будет, мы вынуждены поместить наши символы-объекты в бесконечномерное пространство. При этом само пространство должно быть снабжено некоторой структурой, чтобы можно было формально описывать взаимодействие культурных субъектов, которые являются носителями этих символов-объектов. Субъект, находящийся в культурном пространстве и имеющий определенные убеждения-оценки, в первом приближении может быть охарактеризован вектором, сформированным базисными оценками культуры, то есть длиной и углом. Длина вектора характеризует нагруженность агента некоторыми символами-объектами, а также потенциальную активность агента, или, можно сказать, жизнеспособ-

ность агента, тогда как угол позволяет учитывать культурную близость к другим агентам. Одинаковость, или близость, углов интерпретируется в предлагаемой математической конструкции культурной схожестью соответствующих агентов. Именно поэтому было выбрано гильбертово пространство как простейшая математическая структура, которая обладает соответствующими свойствами. В этом пространстве есть длины и углы.

Дальнейшие рассуждения строятся на основании следующих гуманитарных конструкций [Лотман, 2000]. Культура как совокупность символов, отображающих внешний и внутренний мир субъекта, первоначально возникает в определенной природной среде, а с развитием цивилизации усложняется и развивается. Поэтому максимально упрощенно можно считать, что это расширяющаяся сфера в некотором бесконечномерном пространстве, разделенная телесными углами, которые соответствуют разным культурам. В предлагаемой модели культура представлена как конус, характеризующийся базовыми векторами, который мы называем базой культуры. Эти конусы выходят из некоторой точки-центра и ограничены сферой, радиус которой с течением времени увеличивается, таким образом можно описывать развитие культурных представлений. В данной работе этот вопрос не рассматривается, но в дальнейшем важно понимать геометрическую конструкцию, которая лежит в основе дальнейших построений. В процессе развития имеют место межкультурные контакты между агентами, что порождает возникновение межкультурных кластеров, состоящих из агентов, которые не полностью принадлежат существующим конусам. Эти межкультурные кластеры в работе интерпретируются как культурные неопределенности.

Для описания процесса возникновения межкультурных кластеров рассматриваются конечномерные подпространства, которые снабжаются угловой метрикой, которая в данных подпространствах эквивалентна метрике исходного пространства. Также вводится процесс кластеризации, который учитывает, что культурное взаимодействие происходит не всех со всеми, а между близко расположенными агентами. Введение угловой метрики позволяет рассматривать понятие культурной близости между агентами. Учет демографических и образовательных процессов позволяет описывать процесс возникновения межкультурных кластеров, которые могут интерпретироваться как процесс возникновения культурных неопределенностей.

На основе ранее приведенных рассуждений построена имитационная агентная модель, которая описывает взаимодействие агентов, принадлежащих разным культурным конусам. В модели считается, что агенты, лежащие в определенных конусах, — суть векторы. Множество всех агентов разбивается на кластеры, в которых происходит взаимодействие между агентами. При взаимодействии происходит изменение длин и углов по определенным алгоритмам, а кроме того, агенты размножаются и погибают, что соответствует демографическим процессам. Константы взаимодействия учитывают образовательный процесс.

Перейдем к математической формализации описанной выше схемы модели.

## 2. Векторная модель ассимиляционной динамики кластерного типа

Введем в рассмотрение множество  $P$  всех возможных культурных символов-объектов. Рассмотрим произвольный набор элементов данного множества:  $p_i \in P$ . Назовем такой набор агентом. Далее введем бесконечномерное векторное действительное пространство  $H$ , снабженное базисом  $\{\psi_d\} \in H$ , и будем считать, что существует отображение  $l(\cdot): P \rightarrow H$ , взаимно однозначно отображающее каждый набор  $p_i$  в элемент пространства  $H$ . Заметим, что построение такого отображения является задачей междисциплинарного анализа и, вообще говоря, представляет отдельную непростую задачу. Но если такое отображение построено, тогда каждый элемент пространства  $x_i \in H$  будем называть культурным состоянием  $i$ -го агента в пространстве  $H$ . Тогда пространство  $H$  ( $H = \{x \mid \exists p_i \in P: x = l(p_i)\}$ ) можно назвать пространством всех культурных состояний агентов или просто культурным пространством. Обозначим метрику в векторном пространстве  $H$  как  $\rho(\cdot, \cdot)$ .

Введем в рассмотрение конечномерное пространство  $H_0$  (пространство универсальных ценностей), которое является подпространством  $H$ . Будем считать, что  $H_0 = R^N \subset H$ . Тогда, согласно теореме о проекции [Гилбарг, Трудингер, 1989], для любого  $x \in H$  существует единственная проекция на  $H_0$ . Данный факт можно проинтерпретировать через наличие у всех агентов общих (универсальных для всех культур) символов-объектов, выраженных через подвектор состояния из конечномерного подпространства  $H_0$ , например таких, как потребность в пище, потребность во сне, инстинкт размножения и т.д. Тогда существует ортогональное дополнение к  $H_0$ , обозначим его как  $H^+$  и назовем пространством всех уникальных символов-объектов, присущим различным культурам. Обозначим оператор проекции пространства  $H$  на  $H_0$  как  $\pi(\cdot): H \rightarrow H_0$ . Тогда для агента  $i$  проекцией вектора  $x_i$  на  $H_0$  является  $\pi(x_i)$ . Рассмотрим ортогональное дополнение  $H^+$  (пространство уникальных ценностей) к пространству  $H_0$ . Так как  $H_0$  является конечномерным, то  $H^+$  является бесконечномерным. Пусть  $x_i^+ \in H^+$  — состояние агента из ортогонального дополнения к пространству общих символов-объектов. Тогда справедливо представление  $x_i = x_i^+ + \pi(x_i)$ .

Введем понятие базы  $i$ -й культуры. Базой культуры назовем пару  $(h_i, \phi_i)$ , где  $h_i \in H$  и  $\phi_i \in R^1$  определяются следующим образом. Определим  $h_i$  как вектор из пространства  $H$ :  $h_i \in H$ . Определим  $\phi_i$  как критический угол для культуры  $i$ , то есть максимально возможный угол между вектором  $h_i$  и вектором культурного состояния агента  $a$ , принадлежащему культуре  $i$ . Введем понятие конуса культуры через базу культуры следующим образом. Осью конуса является  $h_i$  для культуры  $i$  с началом в центре сферы, а критический угол — это угол между осью конуса и образующей конуса — границей подпространства культуры  $Y_i$ . Такой конус  $Y_i$  назовем конусом культуры  $i$ . Введение в пространстве  $H$  конечного числа конусов культур, которые пересекаются в конечномерном подпространстве универсальных ценностей  $H_0$  и не пересекаются в подпространстве уникальных ценностей  $H^+$ , позволяет рассматривать отношения между двумя агентами по типу «свой-чужой»: агенты являются «своими», если их культурные состояния лежат в одном конусе культуры, и, наоборот, если культурные состояния агентов лежат в разных конусах культур, то тогда агенты «чужие» друг другу, что в свою очередь позволяет вводить в рассмотрение межкультурные кластеры.

Для дальнейшего построения проекции из бесконечномерного пространства в конечномерное необходимо определить алгоритм кластеризации конечного числа агентов в пространстве  $H_0$ . Пусть задано действительное число  $r \in R$ , введем набор агентов (кластер), близких в подпространстве универсальных ценностей  $H_0$ , и обозначим его как  $X(x_i, r) = \{x_j \mid \forall x_j: \widehat{\rho}(\pi(x_i), \pi(x_j)) < r\}$ , где  $\widehat{\rho}(a, b) = \arccos((a, b))$  — угловая метрика [Burago, Burago, Ivanov, 2001]. Здесь  $x_i$  — центр кластера,  $r$  — критический угол формирования кластера. Процедура кластеризации производится по состояниям агентов из подпространства универсальных ценностей  $H_0$ . Предполагается, что центром кластера является некоторый агент  $i$ , не принадлежащий ни одному из кластеров. Также будем считать, что критический угол формирования кластера меньше критического угла  $i$ -го агента  $k$ -й культуры:  $r < \phi_{k_i} \forall k$ .

Введем операцию замыкания для  $X(x_i, r)$  и обозначим ее как  $CX(x_i, r)$ . Под замыканием  $X(x_i, r)$  будем понимать множество  $CX(x_i, r) = \{x_k: x_j \in X(x_i, r) \mid \widehat{\rho}(\pi(x_k), \pi(x_j)) < r\}$ . Это означает, что в процессе замыкания в кластер  $X(x_i, r)$  добавляются агенты, которые не принадлежат ни одному из кластеров, по общим символам-объектам, которые по угловой метрике расположены не далее чем на  $r \in R$  по отношению к уже включенным в кластер агентам.

Введем алгоритм кластеризации через использование операции замыкания над  $X(x_i, r)$  по вышеизложенному правилу до тех пор, пока результат замыкания  $C^{m+1}X(x_i, r)$  не совпадет с  $C^mX(x_i, r)$ . Очевидно, что данная процедура сойдется за конечное число шагов к некоторому множеству. Полученное множество обозначим как  $\widehat{X}_i = C^mX(x_i, r)$ . Это и есть искомым кластер.

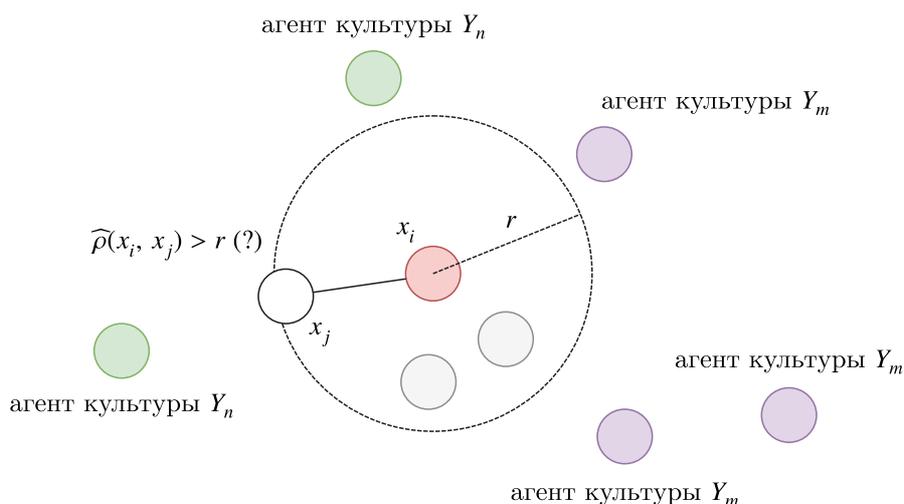


Рис. 1. Иллюстрация формирования кластера

Красная точка — центр кластера, относительно которого формируется кластер. Белая точка — состояние агента, рассматриваемого при процедуре замыкания. Если угловая метрика между состояниями  $x_i$  и  $x_j$  меньше числа  $r \in \mathbb{R}$ , тогда белая точка принадлежит кластеру, если иначе — тогда нет. Серые точки — состояния агентов, которые принадлежат кластеру. Черные точки — состояния агентов, которые не принадлежат кластеру. Зеленые точки — агенты, принадлежащие культуре  $Y_n$ . Фиолетовые точки — агенты, принадлежащие культуре  $Y_m$ .

Таким образом, с помощью данного алгоритма можно всех рассматриваемых агентов поместить в конечный набор кластеров. При этом  $\forall \widehat{X}_i, \widehat{X}_j$  выполняется  $\widehat{X}_i \cap \widehat{X}_j = \emptyset$  — это означает, что все кластеры не пересекаются.

Введенное выше правило кластеризации позволяет формировать кластеры  $\widehat{X}_i$ , состоящие из агентов нескольких культур, так как взаимодействие происходит в объединении культур  $\bigcup_{m=1}^{m=k} Y_m$  по конечномерному подпространству универсальных ценностей  $H_0$ , для которого угловая метрика эквивалентна метрике  $l_2$  [Burago, Burago, Ivanov, 2001]. Кластеризация через угловую метрику между агентами в пространстве  $H_0$  формирует кластеры  $\{\widehat{X}_i\}_{i=1}^s$ , с помощью которых будет построен проектор из пространства уникальных ценностей  $H^+$  через актуализацию общих для кластера символов-объектов в текущий момент времени.

Введем проекцию ортогонального дополнения состояний для кластера  $\widehat{X}_k$ . Выберем некоторое натуральное число  $M < \infty$ . Данное число соответствует числу выбранных размерностей из пространства уникальных ценностей  $H^+$ . Введем дискретное равномерное распределение, где каждой размерности будет соответствовать вероятность ее выбора, равная  $\frac{1}{M}$ . Выберем  $M$  размерностей из пространства уникальных ценностей  $H^+$  и обозначим вектор из  $R^M$  для  $i$ -го агента из  $\widehat{X}_k$  как  $\widehat{x}_i$ . Обозначим спроецированный вектор для агента  $i$  в момент времени  $t$  как  $x_i^t = \pi(x_i) + \widehat{x}_i$ .

Теперь рассмотрим динамику агентов в культурных подпространствах  $\{Y_m\}_{m=1}^k$ , где  $\{Y_m\}_{m=1}^k$  — конечный набор  $k$ -культур ( $k < \infty$ ). Под динамикой межкультурных взаимодействий будем понимать изменение культурного состояния каждого агента во времени в подпространствах  $\{Y_i\}_{i=1}^k$ . Культурное состояние будет изменяться через процедуры поворота и растяжения (сжатия) состояния агента внутри кластеров. Используем спроецированное состояние агента  $i$  в момент времени  $t$ :  $x_i^t$ .

Введем следующее правило взаимодействия агентов внутри кластеров:

$$x_{j,i}^{t+1} = x_{j,i}^t + \cos\left(\phi_{k_{j,i}} + \widehat{\rho}(x_{i,j}^t, x_{j,i}^t)(x_{i,j}^t - x_{j,i}^t)\right),$$

где  $x_i^t$  — культурное состояние  $i$ -го агента в момент времени  $t$ ,  $\phi_{k_i}$  — критический угол для культуры  $Y_{k_i}$ , к которой принадлежит агент  $i$ .

Процесс рождения агентов моделируется следующим образом. Для каждой культуры  $k$  вводится параметр плодovitости  $\xi_k$ , который описывает скорость появления новых агентов. Внутри одного кластера  $\widehat{X}_i$  все агенты случайно разбиваются по парам (если пары нет, агент не участвует в процессе рождения). Всего за одну итерацию появляется  $NW_k = \xi_k \alpha N_k$  новых агентов, где  $k$  — культура,  $N_k$  — численность  $k$ -й культуры,  $\xi_k$  — плодovitость  $k$ -й культуры и  $\alpha$  — параметр рождаемости — макрохарактеристика всей популяции. Из всех пар внутри одной культуры с помощью дискретного равномерного распределения выбирается  $NW_k$  пар, в каждой из которых рождается новый агент с культурным состоянием, равным среднему по паре.

Перейдем к описанию процесса смертности. На каждом временном такте из всех агентов, которые появились не на текущем такте, с помощью дискретного равномерного распределения выбирается доля агентов, равная  $\beta$ , — параметр смертности. Полученное число  $ND$  агентов равно  $ND = \beta N$ , где  $N$  — общая численность агентов. Далее выбранные агенты удаляются из модели, и процесс демографии на данном такте заканчивается. В данной модельной реализации считаем, что смертность не зависит от культуры.

Образовательный процесс в модели учитывается следующим образом. Поскольку под образовательным процессом подразумевается процесс передачи ценностей потомству от родителей, то в построенном выше формализме это означает, что в процессе образования происходит приближение культурного состояния к некоторой окрестности, в которой появился новый агент. В текущей реализации глубина памяти составляет один такт. Все агенты, появившиеся на данном такте, изменяют свои культурные состояния на культурные состояния, отличные от исходных на фиксированный угол  $\zeta_k$ , для  $k$ -й культуры. Пусть  $x_i$  — культурное состояние нового агента, появившегося от агентов с культурными состояниями  $x_{i_1}$  и  $x_{i_2}$ :  $x_i = \frac{x_{i_1} + x_{i_2}}{2}$ , принадлежащего культуре  $Y_k$ . Тогда образование изменяет культурное состояние нового агента  $x_i$  на угол  $\zeta_k$  в сторону  $h_k$  — центра культуры  $Y_k$ . То есть  $x_i: \widehat{\rho}(h_k, x_i) \leq \zeta_k$ . При этом направление изменения культурного состояния агента происходит в сторону центра кластера, в котором появился агент.

### 3. Имитационные эксперименты

Описанная выше модель реализована на языке программирования Python 3 и расположена на сервисе хранения открытого кода Github. Алгоритм работы программы устроен следующим образом. Задаются начальные параметры модели: время (число итераций), параметры рождения и смертности, параметры культур и начальные состояния всех агентов. После этого происходит процедура кластеризации. После кластеризации запускается процесс взаимодействия агентов, принадлежащих кластерам по правилу, изложенному выше. Далее рассчитываются процедуры расчета изменения демографических и образовательных характеристик по всей рассматриваемой совокупности агентов. Ниже представлены результаты модельных симуляций для вышеописанной модели и показаны различные особенности и свойства представленной модели.

Во всех проведенных имитационных экспериментах была выбрана размерность исходного пространства  $n$ , равная трем. Выбор такого значения размерности отчасти связан с вычислительными сложностями, поскольку для экспериментов с параметром  $n$ , равным трем, и длительностью 100 тактов на компьютере с процессором Intel Core i5 с тактовой частотой в 2 ГГц время проведения одного эксперимента составляет порядка 20–30 минут, при увеличении размерности

пространства время проведения вычислений вырастает до 1 часа. С другой стороны, поскольку междисциплинарный диалог со специалистами-гуманитариями еще далек от построения пространства символов-объектов, о которых говорилось при описании математической модели, мы для себя выделили следующие три типа культур: природоориентированные (архаичные), культуроориентированные и естественноориентированные (техне). В связи с этим было выбрано значение  $n$ , равное трем.

Во всех приведенных экспериментах вычислялась следующая величина:

$$p = \frac{\sum_{i=1}^{I_m} |\widehat{X}_i^m|}{\sum_{k=1}^K |\widehat{X}_k|},$$

где  $\sum_{k=1}^K |\widehat{X}_k|$  — общее количество агентов, существующих в данный момент, а  $\sum_{i=1}^{I_m} |\widehat{X}_i^m|$  — это количество агентов разных культур, находящихся в данный момент в соответствующих межкультурных кластерах  $\widehat{X}_i^m$ . Под межкультурным кластером  $\widehat{X}_i^m$  понимался кластер, содержащий агентов из разных культур. Величина  $p$  имеет ясный смысл. Это отношение числа агентов, находящихся в межкультурных кластерах, к общему числу агентов. В дальнейшем мы будем ее называть вероятностью кластеризации или просто вероятностью кластеров. На наш взгляд, она лучше описывает процесс кластеризации по сравнению с абсолютными значениями числа кластеров.

Ниже представлены результаты имитационных экспериментов, проведенные на имитационной модели. Все эксперименты были проведены со следующими неизменяемыми параметрами: выбирались следующие базы культур — векторы  $h_i$  (1, 0, -1), (1, 1, 0) и (1, 0, 1). Первая размерность соответствует ценности общие для всех культур, вторая и третья — за уникальные символы-объекты. Критические углы  $\phi_k$  для баз культур указаны в таблицах соответствующих экспериментов. Начальные состояния агентов внутри одной культуры генерировались случайным образом — через нормальное распределение с математическим ожиданием, равным базе соответствующей культуры, и дисперсией, равной критическому углу  $\phi_k$  для соответствующей культуры. Для генерации начальных культурных состояний агентов использовалась угловая метрика по пространству универсальных ценностей, для того чтобы все состояния агентов лежали внутри конуса соответствующей культуры. То есть агент  $i$  в начальный момент времени для культуры  $k$  имеет состояние  $x_i$ :  $x_i \in N(h_k, \phi_k)$  — элемент выборки из нормального распределения с математическим ожиданием  $h_k$  и дисперсией  $\phi_k$ , причем дисперсия измеряется по угловой метрике. В алгоритме кластеризации использовалось значение для кластеризации  $r = 0,07$  радиан. Параметры рождаемости и смертности равны  $\alpha = \beta = 0,15$ .

Для проведения имитационных экспериментов с проекцией бесконечномерного пространства уникальных ценностей  $H^+$  на конечномерное  $R^M$  была выбрана константа  $M = 2^6$ .

Изменяемыми параметрами были критический угол для  $k$ -й культуры  $\phi_k$ , параметр образования  $\zeta_k$  и плодовитость  $\xi_k$ .

**Эксперимент 1.** Общие параметры для эксперимента были подобраны таким образом, чтобы в результате имитации получилась стабилизировать общую численность популяции в рамках определенных значений.

Всего было проведено пять экспериментов, и на рис. 2, 3 приведены усредненные кривые динамики общей численности агентов и вероятности кластеров и соответствующее стандартное отклонение. Основная цель данного эксперимента — показать, что при фиксированной численности происходит межкультурное взаимодействие как затухающий периодический процесс, что можно наблюдать на рис. 2.

Таблица 1. Начальные значения параметров модели для эксперимента 1

	Культура 0	Культура 1	Культура 2
Численность	200	200	200
Критический угол	0,5	0,5	0,5
Угол образования	0,5	0,5	0,5
Плодовитость	1	1	1

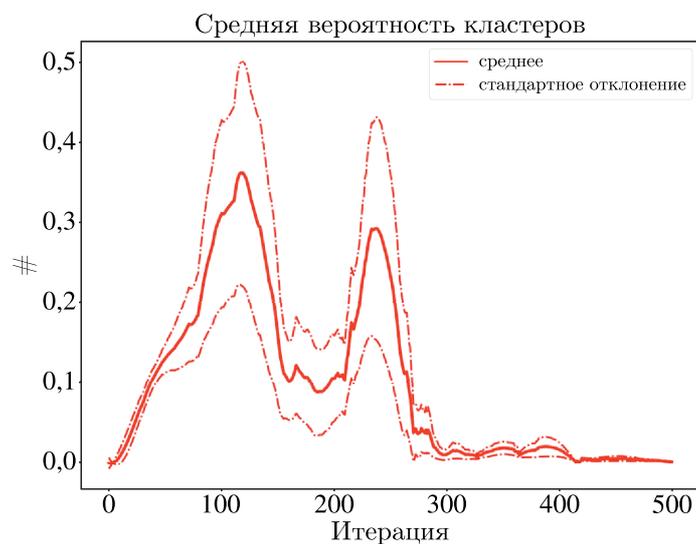


Рис. 2. Усредненная вероятность кластеров по пяти симуляциям на протяжении 500 итераций. Наблюдается затухающий периодический процесс с периодом  $\sim 130$  итераций: вначале два всплеска активного формирования межкультурных кластеров, далее затухание формирования с выходом на ненулевое плато

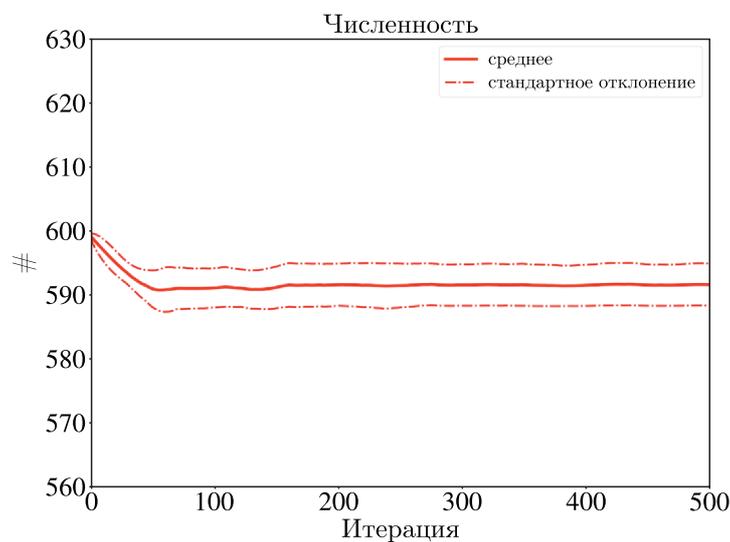


Рис. 3. Усредненная общая численность агентов по всем культурам по пяти симуляциям на протяжении 500 итераций. Сначала наблюдается спад — флуктуация во время формирования культурных связей, далее — стабилизация

На рис. 2 можно видеть, что в начале эксперимента идет активное межкультурное взаимодействие, почти половина всех агентов находятся в межкультурных кластерах. Однако да-

лее, примерно с 100-й итерации, наблюдается сильный отток числа агентов из межкультурных кластеров. Происходит процесс поглощения межкультурного кластера какой-либо конкретной культурой. Далее примерно со 180-й итерации, процесс роста агентов в межкультурных кластерах снова начинает расти и достигает локального максимума примерно к 230-й итерации. Стоит отметить, что данный локальный максимум меньше предыдущего; следовательно, можно предположить, что происходит затухающий периодический процесс. Отсюда можно вычислить примерный период формирования межкультурных кластеров:  $\sim 100$  итераций. Далее периодический процесс происходит менее интенсивно и затухает к концу эксперимента.

На рис. 3 показана усредненная динамика общей численности агентов. В течение первых нескольких итераций можно наблюдать небольшой спад численности, обусловленный хаотичностью начальных состояний. Далее, примерно на 30-м такте, происходит стабилизация численности агентов.

**Эксперимент 2.** Общие параметры для эксперимента были подобраны таким образом, чтобы при начальной численности популяции существовали две крупные культуры с обычной рождаемостью и одна небольшая, но активно размножающаяся. Всего было проведено пять экспериментов. Результаты представлены на рис. 4, 5.

Таблица 2. Начальные значения параметров модели для эксперимента 2

	Культура 0	Культура 1	Культура 2
Численность	200	200	50
Критический угол	0,5	0,5	0,5
Угол образования	0,5	0,5	0,5
Плодовитость	1	1	1,2

Основная цель данного эксперимента — показать влияние демографического процесса на общую динамику. Рассматривались две обычные, равные друг другу по численности и по параметрам, культуры, а третья — малочисленная, но активно размножающаяся.

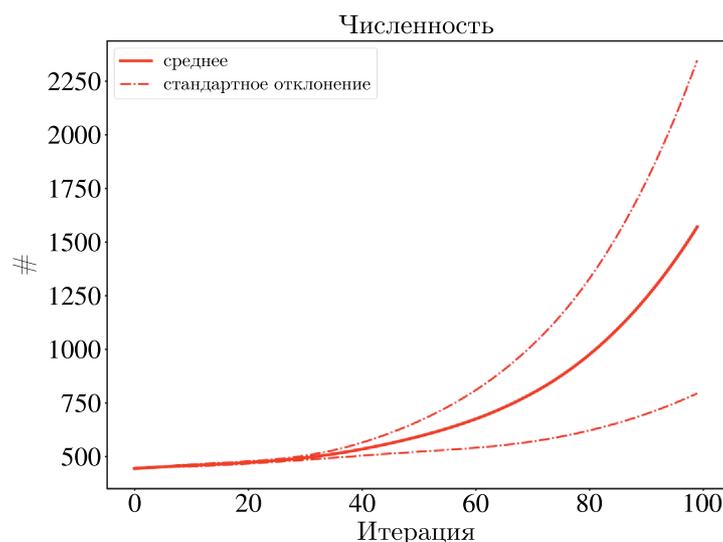


Рис. 4. Усредненная общая численность агентов по пяти симуляциям на протяжении 100 итераций. Наблюдается экспоненциальный рост агентов примерно с 50-й итерации за счет активно размножающейся культуры

На рис. 4 показана усредненная динамика общей численности агентов. В течение первых нескольких итераций можно наблюдать умеренный рост числа агентов. Далее виден экспоненциальный рост числа агентов.

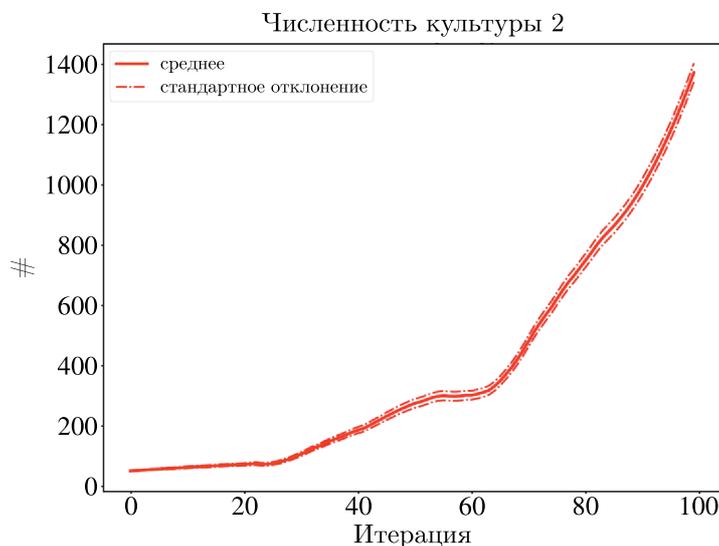


Рис. 5. Усредненная общая численность агентов культуры 2 по пяти симуляциям на протяжении 100 итераций. Наблюдается экспоненциальный рост агентов

На рис. 5 изображена усредненная динамика численности культуры 2, на которой виден экспоненциальный рост численности с почти нулевой дисперсией — ситуация сохраняется от эксперимента к эксперименту. На рис. 6 изображена динамика усредненной вероятности межкультурных кластеров. Виден линейный рост численности межкультурных кластеров в основном за счет роста численности культуры 3. Поскольку в данной версии модели считается, что переход из одной культуры в другую не меняет плодовитости агента, это приводит к соответствующему линейному росту численности межкультурных кластеров (рис. 6).

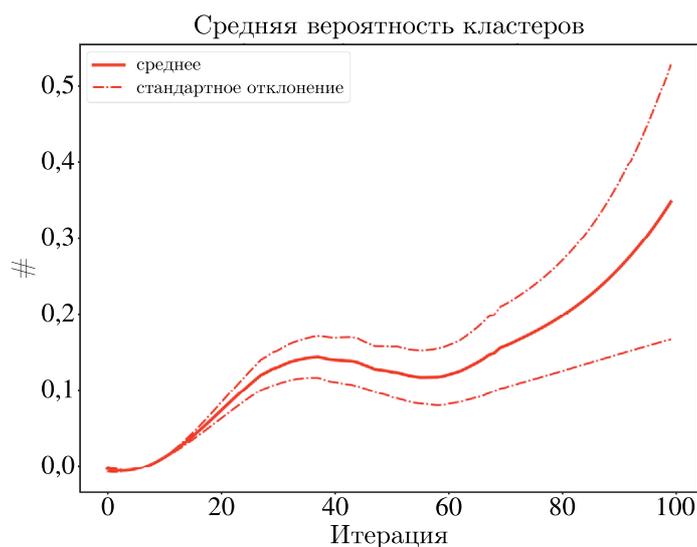


Рис. 6. Усредненная вероятность существования межкультурных кластеров по пяти симуляциям на протяжении 100 итераций. Наблюдается линейный рост вероятности: заполнение культурного пространства агентами одной культуры и культурное изменение существующих агентов

Эксперимент показывает, что более активно размножающаяся культура заполняет культурное пространство. Активное размножение одной культуры по отношению к другим приводит к формированию незатухающей культурной нестабильности.

**Эксперимент 3.** Общие параметры для эксперимента были подобраны таким образом, чтобы при начальной численности популяции существовали три культуры с обычной рождаемостью и одинаковой численностью, но при этом с очень высоким уровнем образования.

Таблица 3. Начальные значения параметров модели для эксперимента 3

	Культура 0	Культура 1	Культура 2
Численность	200	200	200
Критический угол	0,5	0,5	0,5
Угол образования	0,9	0,9	0,9
Плодовитость	1	1	1

Основная цель третьего эксперимента — показать влияние на межкультурную динамику высокого значения показателя образования. Всего было проведено пять экспериментов, на рис. 7, 8 приведены усредненные кривые и их стандартное отклонение численностей и вероятностей кластеров.

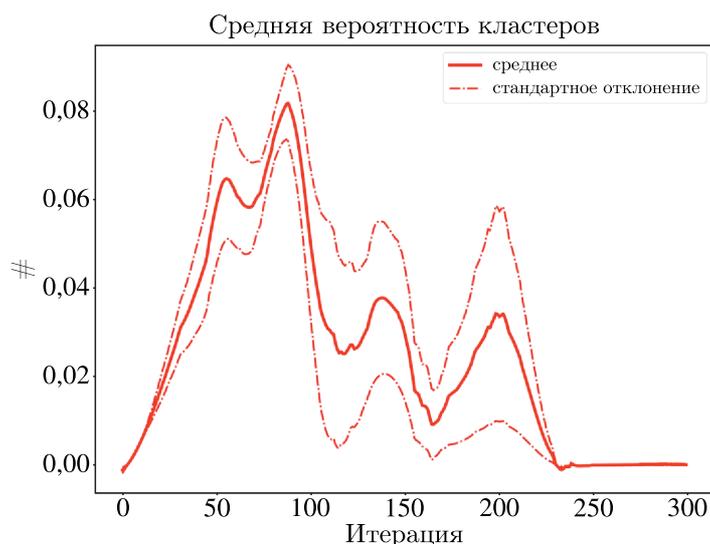


Рис. 7. Усредненная вероятность кластеров по пяти симуляциям на протяжении 300 итераций. Наблюдается затухающий периодический процесс с небольшим периодом: вначале активное формирование межкультурных кластеров, далее затухание формирования, новая фаза активного формирования кластеров с меньшей амплитудой, далее еще один период и выход на ненулевое плато

На рис. 7 изображена динамика усредненной вероятности межкультурных кластеров — отношение числа агентов в межкультурных кластерах к общей численности агентов в данный момент времени. Наблюдается процесс, аналогичный процессу, возникающему в эксперименте 1, — появление затухающего процесса, однако с меньшей амплитудой и заметно большим коэффициентом затухания. Возникают три больших затухающих всплеска межкультурного взаимодействия, однако далее наблюдаются более малые по амплитуде колебания численности межкультурных кластеров.

На рис. 8 показана усредненная динамика общей численности агентов. С начала эксперимента наблюдается небольшой спад численности агентов в момент активного формирования

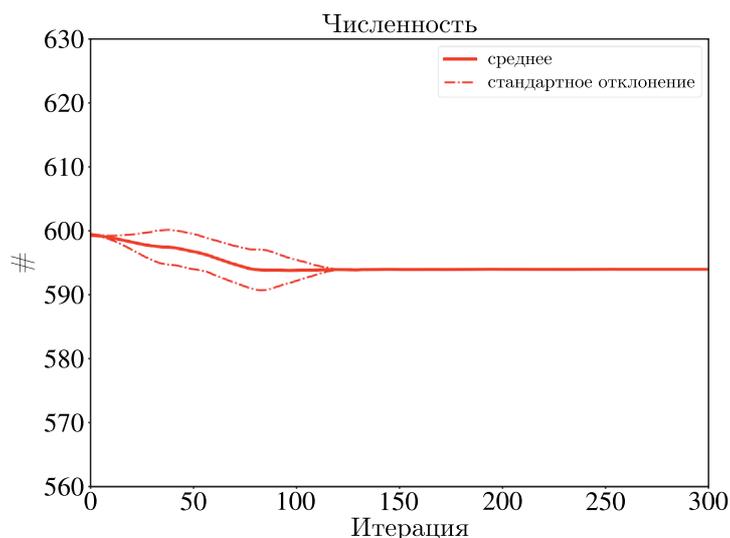


Рис. 8. Усредненная общая численность агентов по пяти симуляциям на протяжении 300 итераций. Сначала наблюдается спад — флуктуация во время формирования культурных связей. Далее стабилизация — кросс-культурное взаимодействие

межкультурных кластеров, однако после начала убыли численности межкультурных кластеров общая численность агентов выходит на плато, и этот тренд сохраняется до конца эксперимента.

Если сравнить эксперимент 1 и эксперимент 3, то можно видеть, что при больших значениях образовательного процесса агенты активно входят в межкультурное взаимодействие, однако с течением времени этот процесс затухает. Период формирования культурной нестабильности заметно меньше, чем в эксперименте 1. Происходит преобразование межкультурных кластеров в монокультурные.

**Эксперимент 4.** Общие параметры для эксперимента были подобраны таким образом, чтобы при начальной численности популяции существовали три культуры с одинаковой численностью, но при этом с очень низким уровнем образования.

Таблица 4. Начальные значения параметров модели для эксперимента 4

	Культура 0	Культура 1	Культура 2
Численность	200	200	200
Критический угол	0,5	0,5	0,5
Угол образования	0,005	0,005	0,005
Плодовитость	1	1	1

Основная цель данного эксперимента — рассмотреть межкультурную динамику агентов при условии очень низкого показателя образования и сравнить результат с экспериментом 1 и экспериментом 3. Всего было проведено пять экспериментов, на графиках приведены усредненные кривые и их стандартное отклонение. На рис. 9 показана динамика усредненной вероятности межкультурных кластеров. В течение большей части эксперимента можно наблюдать рост взаимодействия агентов между культурами с абсолютными значениями больше, чем в экспериментах 1 и 3. Динамика средней вероятности кластеров имеет высокое стандартное отклонение, поэтому можно сказать, что наблюдается стохастизация процесса формирования межкультурных кластеров — возникновение межкультурной неопределенности.

На рис. 10 показана усредненная динамика общей численности агентов. На протяжении всего эксперимента наблюдается отрицательная динамика общей численности при тех же коэф-

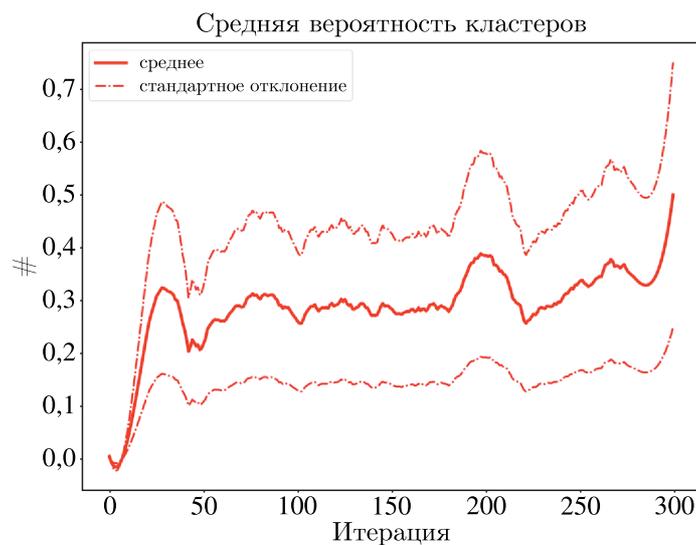


Рис. 9. Усредненная вероятность кластеров по пяти симуляциям на протяжении 300 итераций

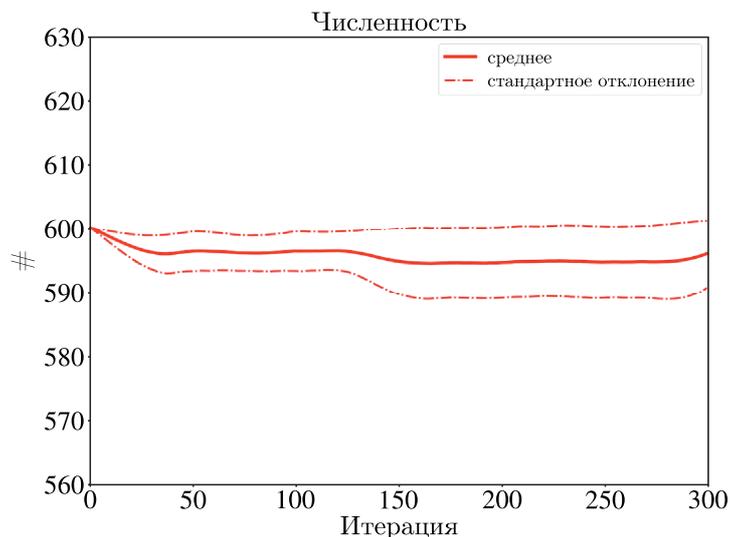


Рис. 10. Усредненная общая численность агентов по пяти симуляциям на протяжении 300 итераций

фициентах рождаемости и смертности, что и в эксперименте 1 и эксперименте 3, причем если аппроксимировать среднее значение, то спад будет иметь линейный тренд.

Сравнивая данный эксперимент с экспериментом 1 и экспериментом 3, можно заметить, что роль образовательного процесса играет ключевую роль в межкультурной динамике: увеличение образования ведет к формированию малого числа межкультурных кластеров с большой численностью, а уменьшение ведет к формированию большого числа кластеров с малой численностью. При этом при уменьшении уровня образования уменьшение численности наблюдается во всех экспериментах, кроме 2. Вариация этих изменений в разных экспериментах связана с размерами кластеров и их количеством, поскольку в соответствии с алгоритмом рождения часть особей в кластерах не участвует в процессе рождения.

**Эксперимент 5.** Общие параметры для эксперимента были подобраны таким образом, чтобы при начальной численности популяции существовали 3 культуры с обычной рождаемостью и одинаковой численностью, но при этом с еще более низким уровнем образования.

Таблица 5. Начальные значения параметров модели для эксперимента 5

	Культура 0	Культура 1	Культура 2
Численность	200	200	200
Критический угол	0,5	0,5	0,5
Угол образования	0,001	0,001	0,001
Плодовитость	1	1	1

Основная цель данного эксперимента — рассмотреть межкультурную динамику агентов при условии очень низкого показателя образования и сравнить результат с экспериментом 1, экспериментом 3 и экспериментом 4. Всего было проведено пять экспериментов, на рис. 11, 12 приведены усредненные кривые и их стандартное отклонение.

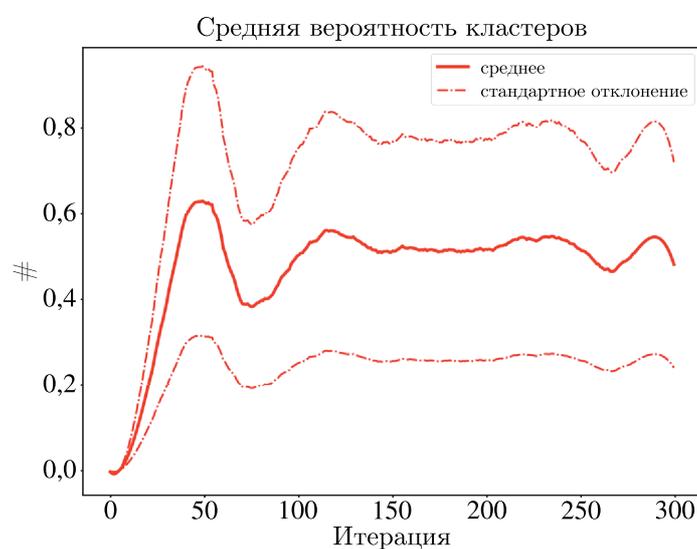


Рис. 11. Усредненная вероятность кластеров по пяти симуляциям на протяжении 300 итераций

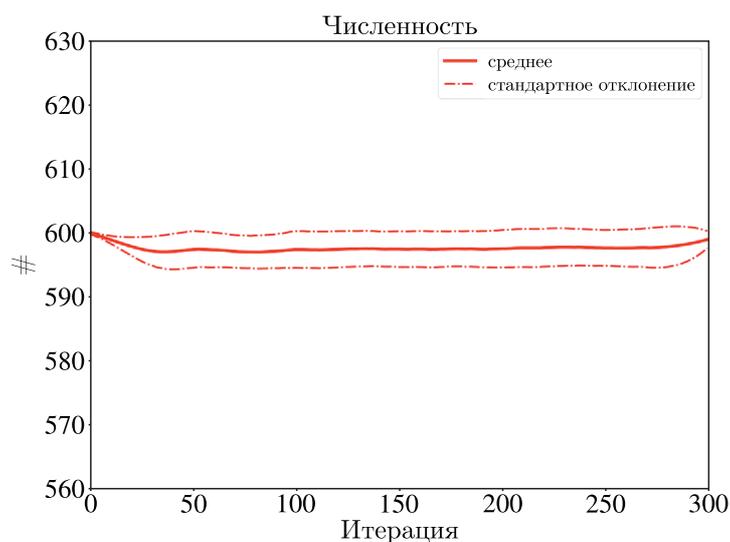


Рис. 12. Усредненная общая численность агентов по пяти симуляциям на протяжении 300 итераций

На рис. 11 изображена динамика усредненной вероятности межкультурных кластеров. На протяжении всего эксперимента наблюдается постепенный рост вероятности межкультурных агентов. На рис. 12 показана усредненная динамика общей численности агентов. На всем протяжении эксперимента общая численность агентов сохраняется.

Сравнивая данный эксперимент с экспериментом 4 и экспериментом 1, можно заметить, что при еще меньшем уровне образования формируется еще большее число кластеров, однако вероятность существования межкультурных кластеров остается примерно на том же уровне, что и в эксперименте 4.

**Эксперимент 6.** Общие параметры для эксперимента были подобраны таким образом, чтобы при начальной численности популяции существовали три культуры с обычной рождаемостью и одинаковой численностью, но при этом с низким уровнем образования, равным 0,03, в начале, а на 100-й итерации уровень образования возрастает до 0,5.

Таблица 6. Начальные значения параметров модели для эксперимента 6

	Культура 0	Культура 1	Культура 2
Численность	200	200	200
Критический угол	0,5	0,5	0,5
Угол образования	0,03/0,5	0,03/0,5	0,03/0,5
Плодовитость	1	1	1

Основная цель данного эксперимента — рассмотреть межкультурную динамику агентов при условии переключения с низкого показателя образования на высокий показатель и сравнить результат с экспериментом 1, экспериментом 3 и экспериментом 4. Всего было проведено пять экспериментов, на рис. 13, 14 приведены усредненные кривые и их стандартное отклонение.

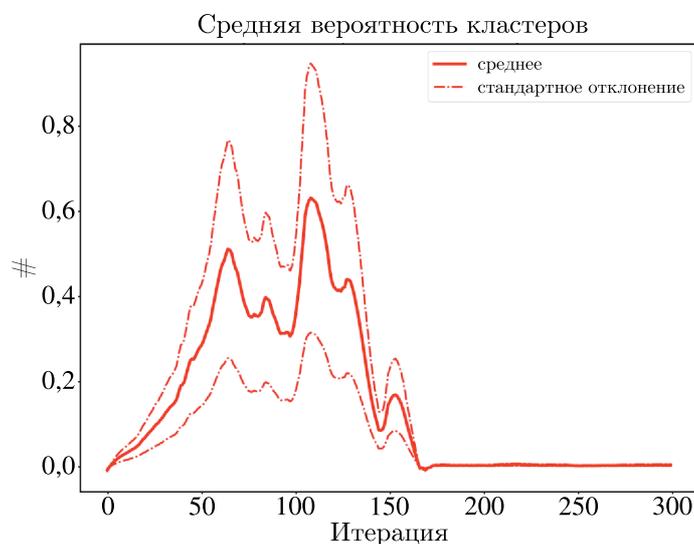


Рис. 13. Усредненная вероятность кластеров по пяти симуляциям на протяжении 300 итераций

На рис. 13 изображена динамика усредненной вероятности межкультурных кластеров — отношение числа агентов в межкультурных кластерах к общей численности агентов в данный момент времени. При низком уровне образования виден хаотический процесс с большой долей агентов, участвующих в межкультурном взаимодействии. После включения высокого уровня образования можно наблюдать резкий спад средней вероятности кластеров, что соответствует возникновению культурной неопределенности. На рис. 14 показана усредненная динамика общей численности агентов. На всем протяжении эксперимента наблюдается сильная флуктуация,

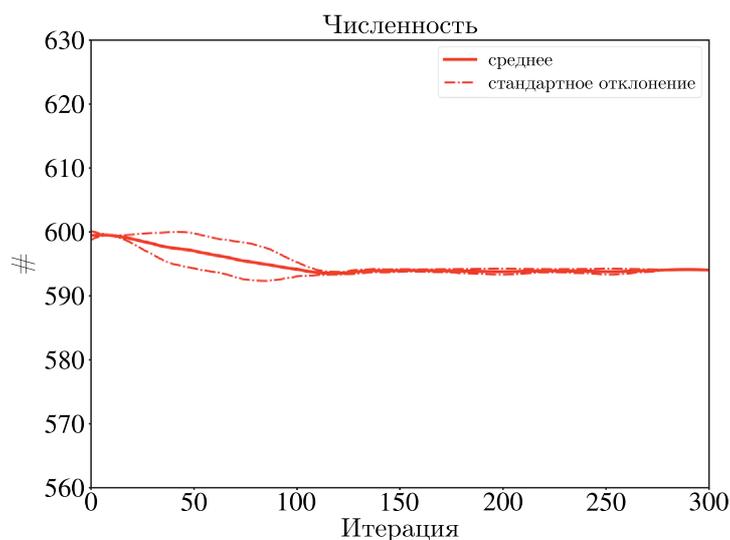


Рис. 14. Усредненная общая численность агентов по пяти симуляциям на протяжении 300 итераций

изображенная на графике. Данный эксперимент вместе со всеми предыдущими демонстрирует влияние уровня образования на процесс межкультурного взаимодействия.

#### 4. Результаты и их анализ

Таблица 7. Сводная таблица по динамике кластеров для экспериментов 1, 3, 4, 6

	Эксперимент 1	Эксперимент 3	Эксперимент 4	Эксперимент 6
Начальная численность каждой культуры	200	200	200	200
Уровень образования	0,5	0,9	0,005	0,03/0,5
Плодовитость	1	1	1	1
Критический угол	0,5	0,5	0,5	0,5
Численность кластеров на 100-й итерации	культура 0: $11 \pm 4$ культура 1: $9 \pm 3$ культура 2: $10 \pm 2$	культура 0: $4 \pm 1$ культура 1: $5 \pm 2$ культура 2: $4 \pm 2$	культура 0: $22 \pm 2$ культура 1: $21 \pm 2$ культура 2: $22 \pm 2$	культура 0: $19 \pm 2$ культура 1: $23 \pm 3$ культура 2: $31 \pm 3$
Численность кластеров на 300-й итерации	культура 0: $7 \pm 1$ культура 1: $13 \pm 4$ культура 2: $8 \pm 3$	культура 0: $6 \pm 1$ культура 1: $5 \pm 1$ культура 2: $4 \pm 0$	культура 0: $22 \pm 2$ культура 1: $19 \pm 3$ культура 2: $20 \pm 1$	культура 0: $6 \pm 2$ культура 1: $4 \pm 1$ культура 2: $2 \pm 1$
Число межкультурных кластеров на 100-й итерации	$4 \pm 0$	$7 \pm 3$	$12 \pm 2$	$34 \pm 12$
Число межкультурных кластеров на 300-й итерации	$4 \pm 2$	$3 \pm 1$	$17 \pm 3$	$3 \pm 1$

В таблице 7 представлены сводные результаты кластерной динамики для экспериментов 1, 3, 4 и 6. В таблице указаны основные параметры системы во время эксперимента, срезы по числу кластеров для соответствующих культур по соответствующим экспериментам, а также число межкультурных кластеров для 100 и 200 итераций работы системы.

Сравнивая результаты экспериментов из приведенной таблицы 7, можно проследить связь между уровнем образования и числом кластеров, образующихся как внутри одной культуры, так и между разными культурами. Основным выводом, который можно сделать из проведенных

экспериментов, является следующий: количество межкультурных кластеров зависит от образования — чем больше уровень образования, тем меньше число кластеров и тем более единое и плотное культурное пространство, в котором взаимодействуют агенты. И наоборот, чем меньше образование, тем большее число кластеров образуется и тем более атомизированная культура становится — возникает культурная неопределенность. Иллюстрацию данного эффекта можно видеть на примере эксперимента 6, где мы сначала сделали уровень образования достаточно высоким, а потом в середине эксперимента происходит переключение уровня образования на более низкий. Данный эксперимент демонстрирует возникновение культурной неопределенности в отсутствие культурной памяти.

## 5. Заключение

Представленная выше модель показывает, что предложенный подход к описанию межкультурного взаимодействия агентов может объяснить факторы, влияющие на интенсивность образования культурных неопределенностей, которые, по-видимому предшествуют появлению культур перехода, о которых говорилось во введении. Данный подход базируется на предположении и метризуемости бесконечномерного культурного пространства, за счет чего появляется возможность введения длин и углов между векторами-состояниями. Взаимодействие между агентами выстраивается на принципах локализации культурного состояния в культурном пространстве и расчете расстояния между двумя векторами — суть метрики, через углы. Для описания межкультурных взаимодействий был предложен алгоритм на основе формирования кластеров, что позволяет не только рассматривать общекультурные тенденции внутри культурного пространства, но и учитывать культурные особенности каждого агента. Константы взаимодействия являются параметрами управления и задания различных сценариев, которые были продемонстрированы в ходе экспериментов. За основу демографического процесса была предложена частотная модель без учета возраста и пола.

Одним из главных результатов описанного выше модельного подхода, по нашему мнению, является следующий. Как показали имитационные эксперименты, важнейшими факторами, влияющими на процессы возрастания культурной неопределенности, являются образование и глубина культурной памяти.

Предложенный математический формализм позволил по-новому взглянуть на проблему описания взаимодействия культур, и авторы надеются, что данная работа продемонстрирует возможность до некоторой степени формализации такого сложного процесса, как культурное взаимодействие.

## Список литературы (References)

- Белотелов Н. В., Логинов Ф. В. Агентная модель ассимиляционных процессов // Моделирование, декомпозиция и оптимизация сложных динамических процессов. — 2019. — Т. 34, № 1 (34). — С. 160–174.  
*Belotelov N. V., Loginov F. V. Agentnaya model assimilatsionnyh processov [Agent-based model of assimilation processes] // Modeling, decomposition and optimization of complex dynamic processes. — 2019. — Vol. 34, No. 1 (34). — P. 160–174 (in Russian).*
- Белотелов Н. В., Логинов Ф. В. Модель ассимиляционных процессов с учетом кластеризации // Моделирование, декомпозиция и оптимизация сложных динамических процессов. — 2020. — Т. 35, № 1 (35). — С. 138–151.  
*Belotelov N. V., Loginov F. V. Model assimilatsionnyh protsessov s uchetom clasterizatsii [Model of assimilation processes taking into account clusterization] // Modeling, decomposition and optimization of complex dynamic processes. — 2020. — Vol. 35, No. 1 (35). — P. 138–151 (in Russian).*
- Бор Н. Единство знаний. Избранные научные труды. — М.: Наука, 1971. — Т. 2. — С. 481–497.  
*Bohr N. Edinstvo znaniy. Izbrannie trudii [Unity of knowledge. Selected scientific works]. — Moscow: Nauka, 1971. — Vol. 2. — P. 481–497 (in Russian).*

- ван Геннеп А. Обряды перехода. Систематическое изучение обрядов. — М.: Издательская фирма «Восточная литература» РАН, 1999. — 151 с.  
*van Gennep A. Obryadii perechoda. Sistematischeskoe izuchenie obraydov* [Rites of Passage. Systematic study of rituals]. — Moscow: Publishing company «Oriental Literature» of the Russian Academy of Sciences, 1999. — 151 p. (in Russian).
- Гилбарг Д., Трудингер Н. Эллиптические дифференциальные уравнения с частными производными второго порядка. — Наука, 1989. — 464 с. — С. 83.  
*Gilbarg D., Trudinger N.S. Ellipticheskie differentsial'nye uravneniya s chastnymi proizvodnymi vtorogo poryadka* [Elliptic partial differential equations of second order]. — Nauka, 1989. — 464 p. (in Russian).
- Гириц К. Интерпретация культур / пер. с англ. — М.: Российская политическая энциклопедия (РОССПЭН), 2004. — 309 с.  
*Geertz K. Interpretaciya kul'tur* [Interpretation of cultures] / translated from English. — Moscow: Russian Political Encyclopedia (ROSSPEN), 2004. — 309 p.
- Кроновер Р. М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. — 2000. — 352 с.  
*Kronover R.M. Introduction to fractals and chaos.* — Boston–London: Jones and Bartlett, 1995. (Russ. ed.: *Kronover R.M. Fraktaly i chaos v dinamicheskich sistemah. Osnovy teorii.* — 2000. — 352 p.)
- Лотман Ю. М. Семиосфера. — Искусство – СПб, 2000. — 688 с.  
*Lotman Yu.M. Semiosfera* [Semiosphere]. — Art – SPB, 2000. — 688 p.
- Смирнов Ю. М. О метризации топологических пространств // УМН. — 1951. — Т. 6, вып. 6 (46). — С. 100–111.  
*Smirnov Yu.M. O metrizatsii topologicheskikh prostranstv* [About topological spaces metrization] // UMN. — 1951. — Vol. 6, No. 6 (46). — P. 100–111 (in Russian).
- Сорокин П. Социальная и культурная динамика. — СПб., 2000. — 278 с.  
*Sorokin P. Social'nay i kul'turnay dinamika* [Social and cultural dynamics]. — St. Petersburg, 2000. — 278 p. (in Russian).
- Тернер В. Ритуальный процесс: структура и антиструктура // Символ и ритуал. — М.: Наука, Главная редакция восточной литературы, 1983. — С. 151–190.  
*Turner V. Ritual'niy process: struktura i antistruktura* // Simvol i ritual [Ritual process: structure and antistructure // Symbol and ritual]. — Moscow: Nauka, The main editorial office of Oriental Literature, 1983. — P. 151–190 (in Russian).
- Топоров В. Н. Мировое дерево: универсальные знаковые комплексы. — М.: Рукописные памятники Древней Руси, 2010. — 290 с.  
*Toporov V.N. Mirovoe drevo: universal'niye znakoviye kompleksiy* [World tree: universal sign complexes]. — Moscow: Rukopisniye pamyatniki Drevnei Rusi [Handwritten monuments of Ancient Russia], 2010. — 290 p. (in Russian).
- Шилов Г. Е. Математический анализ. Специальный курс. — М.: Наука, 1961. — 436 с.  
*Shilov G.E. Matematischeskuy analis. Spetsialnii kurs* [Analysis. Special Course]. — Moscow: Nauka, 1961. — 436 p. (in Russian).
- Burago D., Burago Y., Ivanov S. A Course in metric geometry. — Rhode Island: American Mathematical Society Providence, 2001. — Example 1.2.25.
- Chartishvili A. G., Kozitsin I. V., Goiko V. L., Saifulin E. R. On an approach to measure the level of polarization of individuals' opinions // 2019 Twelfth International Conference «Management of large-scale system development» (MLSD).
- Gubanov D., Petrov I. Multidimensional model of opinion polarization in social networks // 2019 Twelfth International Conference «Management of large-scale system development» (MLSD).
- Kozitsin I. V., Chkhartishvili A. G., Marchenko A. M., Norkin D. O., Osipov S. D., Uteshev I. A., Goiko V. L., Palkin R. V., Myagkov M. G. Modeling political preferences of Russian users exemplified by the social network Vkontakte // Mathematical Models and Computer Simulations. — 2020. — Vol. 12. — P. 185–194.
- Loginov F., Belotelov N. Agent-based approach of cross-cultural interactions in Hilbert space. — Lecture Notes in Networks and Systems book series. — 2021. — Vol. 358.
- Loginov F., Belotelov N. Cross-cultural interactions model // AIP Conference Proceedings. — 2022. — Vol. 2425. — P. 420030.

*Mikhailov A. P., Petrov A. P., Proncheva O. G.* A model of information warfare in a society with a piecewise constant function of the destabilizing impact // *Mathematical Models and Computer Simulations*. — 2019. — Vol. 11. — P. 190–197.

*Petrov A. P., Proncheva O. G.* Modeling position selection by individuals during informational warfare with a two-component agenda // *Mathematical models and computer modelling*. — 2020. — Vol. 2. — P. 145–160.