

УДК: 551.521.3

Физический анализ и математическое моделирование параметров области взрыва, произведенного в разреженной ионосфере

А. А. Моторин^a, Е. Л. Ступицкий^b

Институт автоматизации проектирования РАН,
Россия, 123056, Москва, ул. 2-я Брестская, д. 19/18

E-mail: ^a vansp91@gmail.com, ^b stup@bk.ru

Получено 20.12.2021, после доработки — 16.03.2022.

Принято к публикации 19.03.2022.

В работе выполнен физический и численный анализ динамики и излучения продуктов взрыва, образующихся при проведении российско-американского эксперимента в ионосфере с использованием взрывного генератора на основе гексогена и тротила. Основное внимание уделяется анализу взаимосвязи излучения возмущенной области с динамикой процессов взрывчатого вещества и плазменной струи на поздней стадии. Проанализирован подробный химический состав продуктов взрыва и определены начальные концентрации наиболее важных молекул, способных излучать в инфракрасном диапазоне спектра, и приведены их излучательные константы. Определены начальная температура продуктов взрыва и показатель адиабаты. Проанализирован характер взаимопроникновения атомов и молекул сильно разреженной ионосферы в сферически расширяющееся облако продуктов. Разработана приближенная математическая модель динамики продуктов взрыва в условиях подмешивания к ним разреженного воздуха ионосферы и рассчитаны основные термодинамические характеристики системы. Показано, что на время 0,3–3 с происходит существенное повышение температуры разлетающейся смеси в результате ее торможения. Для анализа и сравнения на основе лагранжевого подхода разработан численный алгоритм решения двухобластной газодинамической задачи, в которой продукты взрыва и фоновый газ разделены контактной границей. Требовалось выполнение специальных условий на контактной границе при ее движении в покоящемся газе. В данном случае существуют определенные трудности в описании параметров продуктов взрыва вблизи контактной границы, что связано с большим различием в размерах массовых ячеек продуктов взрыва и фона из-за перепада плотности на 13 порядков. Для сокращения времени расчета данной задачи в области продуктов взрыва применялась неравномерная расчетная сетка. Расчеты выполнялись с различными показателями адиабаты. Получены результаты, наиболее важным из которых является температура, хорошо согласуется с результатами, полученными по методике, приближенно учитывающей взаимопроникновение. Получено поведение во времени коэффициентов излучения ИК-активных молекул в широком диапазоне спектра. Данное поведение качественно согласуется с экспериментами по ИК-свечению разлетающихся продуктов взрыва.

Ключевые слова: ионосфера, численное моделирование, активный геофизический эксперимент, взрывной генератор, высокоскоростная плазменная струя, инфракрасное излучение, плазма, ионизация, околоземное пространство, кинетика

Работа выполнена в рамках государственного задания ИАП РАН.

UDC: 551.521.3

Physical analysis and mathematical modeling of the parameters of explosion region produced in a rarefied ionosphere

A. A. Motorin^a, E. L. Stupitsky^b

Institute for Computer Aided Design of the RAS,
19/18 2-nd Brestskaya st., Moscow, 123056, Russian Federation

E-mail: ^a vansp91@gmail.com, ^b stup@bk.ru

Received 20.12.2021, after completion — 16.03.2022.

Accepted for publication 19.03.2022.

The paper presents a physical and numerical analysis of the dynamics and radiation of explosion products formed during the Russian-American experiment in the ionosphere using an explosive generator based on hexogen (RDX) and trinitrotoluene (TNT). The main attention is paid to the radiation of the perturbed region and the dynamics of the products of explosion (PE). The detailed chemical composition of the explosion products is analyzed and the initial concentrations of the most important molecules capable of emitting in the infrared range of the spectrum are determined, and their radiative constants are given. The initial temperature of the explosion products and the adiabatic exponent are determined. The nature of the interpenetration of atoms and molecules of a highly rarefied ionosphere into a spherically expanding cloud of products is analyzed. An approximate mathematical model of the dynamics of explosion products under conditions of mixing rarefied ionospheric air with them has been developed and the main thermodynamic characteristics of the system have been calculated. It is shown that for a time of 0.3–3 sec there is a significant increase in the temperature of the scattering mixture as a result of its deceleration. In the problem under consideration the explosion products and the background gas are separated by a contact boundary. To solve this two-region gas dynamic problem a numerical algorithm based on the Lagrangian approach was developed. It was necessary to fulfill special conditions at the contact boundary during its movement in a stationary gas. In this case there are certain difficulties in describing the parameters of the explosion products near the contact boundary which is associated with a large difference in the size of the mass cells of the explosion products and the background due to a density difference of 13 orders of magnitude. To reduce the calculation time of this problem an irregular calculation grid was used in the area of explosion products. Calculations were performed with different adiabatic exponents. The most important result is temperature. It is in good agreement with the results obtained by the method that approximately takes into account interpenetration. The time behavior of the IR emission coefficients of active molecules in a wide range of the spectrum is obtained. This behavior is qualitatively consistent with experiments for the IR glow of flying explosion products.

Keywords: ionosphere, numerical simulation, active geophysical experiment, explosive generator, high-speed plasma jet, infrared radiation, plasma, ionization, circumterrestrial space, kinetic

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2022, vol. 14, no. 4, pp. 817–833 (Russian).

The work was carried out under the state task of the ICAD RAS.

1. Введение

Достаточно всесторонний обзор экспериментальных работ, выполненных до конца 80-х годов по исследованию ионосферы (главным образом E-слоя) активными методами, дан в работе [Козлов, Смирнова, 1993]. История развития активных экспериментов в верхней атмосфере и ионосфере Земли показала свою уникальность и свидетельствует о постоянном расширении их использования для решения большого круга актуальных научных и прикладных задач.

В конце прошлого столетия был проведен ряд активных геофизических ракетных экспериментов (АГРЭ), в которых в ионосферу Земли выбрасывалась металлическая плазма (А1) [Адушкин и др., 1993; Гаврилов, Зецер, Менг, 2003], образованная в результате использования действия кумулятивного заряда химического взрывчатого вещества (ВВ). Цель этих экспериментов — исследование процессов взаимодействия плазмы с геомагнитным полем, генерация ионосферных возмущений, определение характеристик свечения возмущенной области.

В результате физических и численных исследований была выяснена причина аномально быстрой диффузии поперечного геомагнитного поля в разлетающуюся плазменную струю [Ступицкий, 2006а], связанная с развитием микронеустойчивостей во внешних слоях плазмы. Однако, несмотря на значительное количество полученных в этих экспериментах результатов, многие из них до настоящего времени не получили однозначной теоретической интерпретации. Наибольший интерес, по-видимому, представляют вопросы, связанные с излучением возмущенной области.

В целом возмущенная область создается взрывом химических ВВ и высокоскоростной плазменной струей из А1. Так как начальные температуры и массы этих составляющих существенно различны, то существенно различно поведение как динамических, так и оптических характеристик.

Динамика, излучение и процессы взаимодействия продуктов взрыва химических взрывчатых веществ с сильно разреженной ионосферой исследовались мало, так как это прежде всего связано с трудностями математического моделирования многоскоростного течения в процессе взаимопроникновения расширяющихся продуктов взрыва и разреженного газа ионосферы. Кроме того, этот процесс может сопровождаться большим количеством неупругих столкновений, связанных с химическими реакциями и возбуждением внутренних степеней свободы молекул. Цель данной работы состояла в том, чтобы на основе физического анализа и упрощенных численных моделей исследовать общий характер поведения продуктов химического взрыва в сильно разреженной ионосфере и оценить их инфракрасное излучение, ориентируясь при этом на начальные данные экспериментов АГРЭ. Эта работа является первой частью работы по более подробному численному моделированию плазменной струи и продуктов взрыва (ПВ) на основе модели многоскоростного течения.

2. Анализ химического состава продуктов взрыва

В основе указанных экспериментов лежит использование взрывных генераторов одноразового действия. Взрывной генератор формирует плазменную струю, параметры которой и являются исходными для рассмотрения процессов взаимодействия плазмы с сильно разреженной ионосферой и геомагнитным полем. В данной работе использовались данные, соответствующие первой инъекции в эксперименте «Северная звезда», произведенном на высоте примерно 280 км (NS-2).

Генератор инжектировал плазменную струю алюминия с высокой плотностью ионов со скоростью ионов от 7 до 42 км/с, причем конструкция генератора позволяла эффективно отсекал высокоскоростную плазменную струю, где скорость — более 7–8 км/с, от продуктов взрыва,

при этом $\sim 90\%$ массы струи сосредоточено в пределах телесного угла $\pm 10^\circ$ от оси струи. Таким образом, для теоретического анализа параметров возмущенной области без существенного усложнения численного алгоритма их расчета будем принимать в качестве начальной геометрии развития взрыва следующую схему (рис. 1).

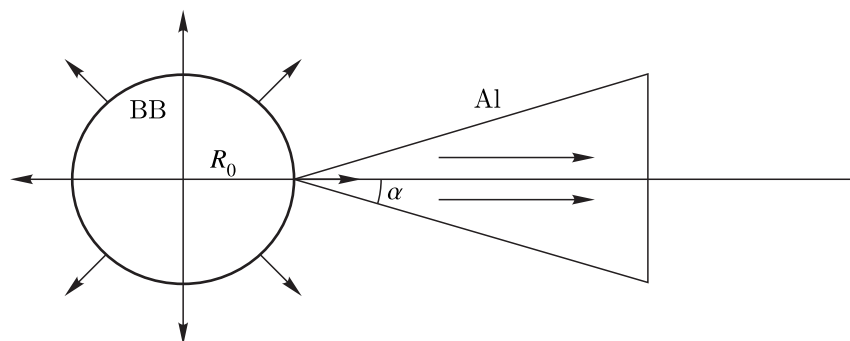


Рис. 1. Схема генерации плазменной струи

В работе не рассматривается поведение осколков генератора после взрыва, так как они не могут оказывать заметного влияния на высокоскоростную динамику ВВ, и тем более на динамику алюминиевой плазмы.

Заряд ВВ состоит из смеси двух взрывчатых веществ:

тротил (ТНТ) — $C_6H_2(NO_2)_3CH_3$, $\mu = 227$ г/моль;

гексоген — $C_3H_6O_6N_6$, $\mu = 222$ г/моль.

Массовую долю каждого из четырех элементов С, Н, N, О можно оценить по формуле $\frac{\mu_i \nu_i}{\mu}$, где μ_i — молекулярный вес элемента, ν_i — количество атомов в молекуле. Для нормального взрыва необходимы: экзотермичность реакции, высокая скорость процесса и наличие газообразования. При этом можно полагать, что вся энергия практически успевает выделиться в объеме, занятым ВВ. Теплота реакции современных ВВ составляет $q = 3,8 \cdot 10^6 \div 7,6 \cdot 10^6$ Дж/кг [Baum, Stanyukovich, Shekhter, 1963].

Для гексогена — $q_d = 1320$ ккал/кг = $5,544 \cdot 10^6$ Дж/кг.

Для тротила — $q_t = 1010$ ккал/кг = $4,252 \cdot 10^6$ Дж/кг.

Пусть δ — доля энергии взрывного генератора, которая в результате ударно-волнового сжатия переходит в тепловую, ионизационную, лучистую и в итоге кинетическую энергию плазменной струи из Al. То есть

$$(q_d m_d + q_t m_t) \delta = Q, \quad (1)$$

где $m_d + m_t = m$ — суммарная масса смеси ВВ, Q — энергия плазменной струи.

Оценки, выполненные в результате лабораторных измерений с массой ВВ $m = 9,7$ кг и массой плазмы 0,03–0,037 кг, по мнению авторов, показали, что энергия плазменной струи достигала 6 МДж и в кинетическую энергию плазменной струи переходит примерно 14–20% энергии взрыва ВВ [Гаврилов, Зецер, Менг, 2003].

Если количество тротила и гексогена примерно равно: $m_d = m_t$, то энергия взрыва ВВ $Q_{ВВ} = 4,74 \cdot 10^7$ Дж = 47,4 МДж, и для того, чтобы начальная энергия алюминиевой плазмы была равна $Q_{Al} = 6,10^6$ Дж, коэффициент передачи энергии плазме должен быть равен $\delta = 0,126$. Следовательно, в кинетическую энергию плазмы переходит $\sim 10\%$ энергии взрыва ВВ. Изменение соотношения масс гексогена и тротила не может заметно влиять на величину δ (не более 2–3%). Хотя это может относиться к самому развитию взрыва.

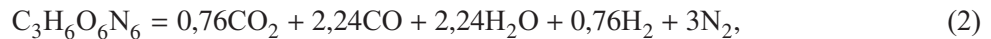
Удельная энергия ВВ — $\varepsilon_{ВВ} = 4,9 \cdot 10^6$ Дж/кг, а удельная энергия плазменной струи — $\varepsilon_{Al} = 2 \cdot 10^8$ Дж/кг, то есть начальная температура и скорость струи значительно выше, чем у ПВ,

а следовательно, динамика ПВ будет развиваться на более позднее время, практически независимо от струи. А так как $Q_{\text{ВВ}} \gg Q_{\text{А1}}$, то излучение струи не окажет значительного влияния на динамику ВВ, хотя под действием излучения плазменной струи может происходить определенное возбуждение колебательных состояний ИК-активных молекул ВВ.

Большинство взрывчатых веществ — органические соединения, молекулы которых содержат преимущественно такие элементы, как С, Н, О, N. Вследствие этого наиболее характерными продуктами взрывчатого превращения являются CO_2 , H_2O , CO , H_2 , N_2 , O_2 , С. Кроме этих продуктов, при взрыве могут образовываться в незначительных количествах CH_4 , NO и другие. На состав продуктов взрыва существенно влияет кислородный баланс [Андреев, Беляев 1960]. В том случае, когда кислород содержится в избытке против указанного количества, кислородный баланс считается положительным, а при недостатке — отрицательным. Во втором случае ПВ могут полностью превращаться в газ или частично содержать чистый углерод.

На основе подробного анализа с учетом теплоты образования и температуры взрыва, полученных в эксперименте [Baum, Stanyukovich, Shekhter, 1963; Андреев, Беляев 1960], для взрывчатого разложения можно принять:

для гексогена —



для тротила —



В расчетах будем использовать одинаковое количество тротила и гексогена со средней плотностью смеси $\rho_0 = 1,2 \text{ г/см}^3$.

Исходя из стехиометрических коэффициентов, оценим количество молекул продуктов взрыва после завершения экзотермического процесса. До начала реакции ($t = 0$) количество молекул гексогена —

$$N_g = \frac{0,5M_0}{\mu_g} N_A = \frac{0,5 \times 9700}{222} \times 6,02 \cdot 10^{23} = 1,32 \cdot 10^{25}, \quad (4)$$

тротила —

$$N_t = \frac{0,5M_0}{\mu_t} N_A = \frac{0,5 \times 9700}{227} \times 6,02 \cdot 10^{23} = 1,28 \cdot 10^{25}, \quad (5)$$

где N_A — число Авогадро.

Итак, из общего начального количества тяжелых органических молекул гексогена и тротила $N_0 = N_g + N_t = 2,6 \cdot 10^{25}$ образуется общее количество легких молекул:

$$N = [\text{CO}_2] + [\text{CO}] + [\text{H}_2\text{O}] + [\text{H}_2] + [\text{N}_2] + [\text{C}] = 25,96 \cdot 10^{25}, \quad (6)$$

то есть по отношению к начальному количеству молекул увеличилась в $\frac{N}{N_0} = 10$ раз.

Так как плотность велика, то можно предполагать, что у молекул, в соответствии с их структурой, возбуждены поступательные, вращательные и колебательные степени свободы. В таблицах 1 и 2 приведены количество молекул в продуктах взрыва, их колебательные кванты, соответствующие длины волн и вероятности переходов, а также число степеней свободы. Полное количество молекулярного компонента определяется по формулам (2)–(5). Число степеней свободы равно $i_\Sigma = i_{\text{пост}} + i_{\text{вр}} + 2i_{\text{кол}} = 7,67$; $[\text{N}^{14}\text{N}^{15}] = 3,6 \cdot 10^{-3}[\text{N}_2]$.

Таблица 1. Характеристики молекулярных компонентов ПВ

Компонент	CO ₂	CO	H ₂ O	H ₂	N ₂	N ¹⁴ N ¹⁵	C
$N_i, 10^{25}$	1,669	8,973	3,955	3,205	5,880	0,021	2,278
i	11	7	12	7	7	7	3

Таблица 2. Длины волн и вероятности переходов отдельных компонентов [Ступицкий, Холодов, 2019]

Компонент	λ , мкм	A , с ⁻¹	Компонент	λ , мкм	A , с ⁻¹
N ¹⁴ N ¹⁵	4,4	$2 \cdot 10^{-2}$	CO ₂ (010 → 000)	15	2,32
NO	5,3	12	CO ₂ (001 → 000)	4,3	416
NO ⁺	4,3	13,6	H ₂ O(010 → 000)	6,3	21,7
CO	4,7	33	H ₂ O(001 → 000)	2,7	39,2
CO ₂ (020 → 010)	15	4,5	O ₃ (010 → 000)	9,6	11,9

3. Исходные термодинамические параметры и оценка взаимопроникновения ПВ и фона

Как уже было показано в результате экспериментального анализа, динамика ПВ и высокоскоростной плазменной струи происходит практически независимо. Так как ПВ разлетаются в сильно разреженном воздухе из разогретого покоящегося состояния, то можно выделить несколько стадий разлета, имеющих свои отличительные особенности. Так как взрыв ВВ происходит в мощной металлической оболочке, то в результате экзотермических реакций внутри этого объема успевают сформироваться определенный выше состав и температура, которые являются исходными начальными данными для дальнейшего решения задачи динамики продуктов взрыва. Если выделившаяся энергия — $Q_{ВВ}$, то это есть внутренняя энергия продуктов при $t = 0$ $E_0 = 4,74 \cdot 10^7$ Дж. Тогда, используя N_i из таблицы 1, получим

$$E_0 = \sum_i \frac{i}{2} k T_0 N_i = \frac{1,38 \cdot 10^{-23}}{2} T_0 \{11[\text{CO}_2] + 7[\text{CO}] + 12[\text{H}_2\text{O}] + 7[\text{H}_2] + 7[\text{N}_2] + 3[\text{C}]\} =$$

$$= \frac{1,38 \cdot 10^{-22}}{2} T_0 \cdot 2 \cdot 10^{27} \quad (7)$$

и получаем $T_0 = 3450$ К.

Удельная энергия — $\varepsilon_0 = \frac{E_0}{M_0}$. Давление определяется по концентрации молекул продуктов взрыва $n_0 = \frac{N}{V}$ и при температуре T_0 :

$$P_0 = n_0 k T_0 = \frac{N}{V} k T_0, \quad M_0 = \rho_0 V.$$

Получаем для $\rho_0 = 1,2$ г/см³

$$P_0 = \frac{N k T_0 \rho_0}{M_0} = 1,53 \cdot 10^{10} \text{ Дин/см}^2, \quad \varepsilon_0 = \frac{E_0}{M_0} = 4,89 \cdot 10^{10} \text{ эрг/г.}$$

Подставляя P_0 и ε_0 в уравнение для удельной энергии, получаем

$$\varepsilon_0 = \frac{E_0}{M_0} = \frac{1}{\gamma_3 - 1} \frac{P_0}{\rho_0} = \frac{1}{\gamma_3 - 1} \frac{N k T_0}{M_0}.$$

Откуда

$$\gamma_3 - 1 = \frac{NkT_0}{E_0} = \frac{2,6 \cdot 10^{25} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 3450}{4,74 \cdot 10^7} = 0,261 \Rightarrow \gamma_3 = 1,261.$$

Полученные значения хорошо совпадают с молекулярной оценкой, полученной в предположении полностью возбужденных колебаний. Так как для частично замороженных колебаний получено $\gamma_3 = 1,3$, то отличие $\approx 3\%$. Ясно, что в процессе всего разлета и релаксации колебаний с учетом слабого изменения при разлете в результате химической кинетики можно полагать $\gamma_3 = 1,26 = \text{const}$.

Так как расширение ПВ происходит в сильно разреженной ионосфере, то очевидно, что по мере расширения ПВ будет меняться сам характер их взаимодействия с разреженной ионосферой.

На самой ранней стадии, пока масса возмущенного воздуха много меньше M_0 , разлет носит инерционный характер, и до $R \sim 10R_0$ быстро формируется линейный профиль скорости

$$u(r) = \frac{r}{R(t)} u_\phi.$$

Такой класс задач с изначально линейным профилем скорости исследован Л.И.Седовым [Седов, 1977]. Предельное значение скорости находится из условия сохранения механической энергии и зависит от γ . Для изоэнтропического движения

$$\rho = \rho_c \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)^{1/(\gamma-1)}, \quad (8)$$

и, например, для $\gamma = \frac{4}{3}$ $\rho_c = 6,6\bar{\rho}$, где $\bar{\rho} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$, $u_1 = 1,92u_\phi = 1,92 \sqrt{\frac{2E}{M}}$.

Выполненные расчеты для ПВ, которые изложены ниже, дают $u_\phi = 5,5 \cdot 10^5$ см/с. Это хорошо согласуется с приведенной формулой для предельной скорости границы сферы:

$$u_1 = 1,92 \sqrt{\frac{2 \cdot 4,74 \cdot 10^{14}}{9700}} = 6 \cdot 10^5 \text{ см/с} \approx u_\phi.$$

Проанализируем характер взаимопроникновения атомов и молекул ионосферы в прифронтные слои сферически расширяющихся продуктов взрыва, в системе координат, связанной с фронтом смеси (рис. 2).

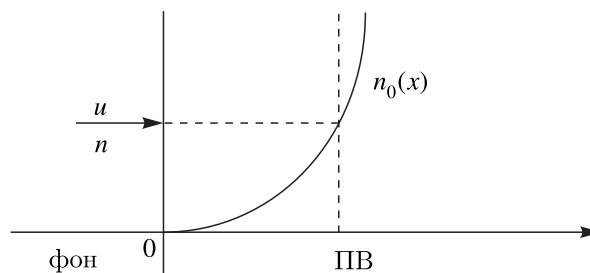


Рис. 2. Система координат

Изменением скорости ПВ и градиентом давления фона за фронтом пренебрегаем. Также полагаем $\frac{x}{R} \ll 1$, поэтому можно рассматривать динамику молекул фона внутри ПВ в квазистационарном приближении. Тогда из уравнения

$$m_\alpha n_\alpha \left(\frac{\partial u_\alpha}{\partial t} + u_\alpha \frac{\partial u_\alpha}{\partial r} \right) = R_{\alpha\beta}, \quad (9)$$

где α, β – индекс фона и ПВ соответственно,

$$R_{\alpha\beta} = \frac{\sigma_{\alpha\beta} \mu_{\alpha\beta}}{\sqrt{\pi}} n_{\alpha} n_{\beta} (u_{\beta} - u_{\alpha}) a F_0(x),$$

$$x = \frac{u_{\beta} - u_{\alpha}}{a},$$

$$a = \sqrt{\frac{2kT_{\alpha}}{m_{\alpha}} + \frac{2kT_{\beta}}{m_{\beta}}},$$

$$\mu_{\alpha\beta} = \frac{m_{\alpha} m_{\beta}}{m_{\alpha} + m_{\beta}}.$$

Средние значения молекулярного веса – $\mu_{\alpha} = 18$ г/моль, $\mu_{\beta} = 22,5$ г/моль, т.е. $\mu_{\alpha\beta} = 10$ г/моль. Используя $T_{\alpha} = 3450$ К, $T_{\beta} = 963$ К, получаем $a = 1,8 \cdot 10^5$ см/с, т.е. в три раза меньше, чем скорость фронта. В [Ступицкий, Холодов 2019] показано, что при $x \gg 1$ $F_0(x) \approx \sqrt{\pi}x$.

Тогда из (9) получаем в системе координат фронта уравнение движения молекул фона внутри ПВ в квазистационарном приближении:

$$\frac{du}{dx} = -\sigma n_0(x) u \frac{m_{\beta}}{m_{\alpha} + m_{\beta}},$$

где $\frac{m_{\beta}}{m_{\alpha} + m_{\beta}} = 0,56$.

Из (8) при

$$n_0(x) = 6,6 \frac{N}{\frac{4}{3}\pi R^3} \left[1 - \left(\frac{R-x}{R} \right)^2 \right]^{\alpha}$$

получаем

$$\frac{du}{u} = -0,88 \cdot 2^{\alpha} \frac{\sigma N}{R^3} \left(\frac{x}{R} \right)^{\alpha} dx.$$

Интегрируя и полагая $\sigma = 3,8 \cdot 10^{-15}$ см, $\alpha = \frac{1}{\gamma-1} = 3,83$, $N = 26 \cdot 10^{25}$, получаем

$$u = u_0 \exp \left[-\frac{2,56 \cdot 10^9}{R^2} \left(\frac{x}{R} \right)^{4,83} \right]. \quad (10)$$

Для оценки величины проникновения молекул фона x можно принять условие

$$\frac{2,56 \cdot 10^9}{R^2} \left(\frac{x}{R} \right)^{4,83} = 1.$$

В таблице 3 представлены результаты оценок.

Таблица 3. Проникновение фоновых молекул x

$\frac{x}{R}$	R , см	n_0 , см ⁻³
0,1	200	$8,0 \cdot 10^{18}$
0,2	1000	$6,5 \cdot 10^{16}$
0,5	9500	$3,0 \cdot 10^{14}$
0,8	$3 \cdot 10^4$	$2,4 \cdot 10^{12}$
1	$5 \cdot 10^4$	$5,2 \cdot 10^{11}$

Таким образом, разлетающиеся ПВ станут проникающими и для молекул фона, еще когда его средняя концентрация остается значительно выше концентрации частиц окружающего фона ($h = 280$ км, $n_{\phi} = 1,26 \cdot 10^9$ см $^{-3}$).

Высокоскоростные задачи с взаимопроникновением являются весьма сложными даже для численного моделирования, и пока не существует достаточно адекватных алгоритмов их решения с учетом как упругих, так и неупругих столкновительных процессов. В [Репин, Ступицкий, 2004; Замышляев, Прияткин, Ступицкий, 1993; Ступицкий, Шапранов, 1998; Ступицкий, Харкунов, 2012] такие алгоритмы и решение конкретных задач рассматриваются с некоторыми предположениями. Поэтому в работе были сделаны расчеты течения ПВ на основе применения двух подходов, которые являются приближенными по отношению к данной задаче.

4. Приближенная модель оценки средних параметров смеси ПВ и фона в условиях их взаимопроникновения

Для последующего более детального анализа задачи оценим прежде всего масштаб торможения ПВ исходя из уравнения для средней скорости.

$$\frac{1}{4\pi} \frac{dMu}{dt} = - \left(\frac{B^2}{8\pi} + P_{\phi} \right) R^2, \quad (11)$$

где B — геомагнитное поле. Так как начальная температура ПВ мала (3450 К), то степень ионизации $\sim 3 \cdot 10^{-10} \div 10^{-9}$ и магнитное поле не оказывает заметного влияния на торможение ПВ ($\frac{B^2}{8\pi} \ll n_e kT_0$). Однако для движения алюминиевой плазменной струи это не так, поэтому решение (11) получено с учетом B [Ступицкий, 2006b]:

$$u(R) = \left[\left(u_0^2 + \frac{C_{\phi}^2}{\gamma_{\phi}} + \frac{B^2}{8\pi\rho_{\phi}} \right) \frac{M_0^2}{M^2(R)} - \left(\frac{C_{\phi}^2}{\gamma_{\phi}} + \frac{B^2}{8\pi\rho_{\phi}} \right) \right]^{1/2}, \quad (12)$$

где $M(R) = M_0 + \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_{\phi}$, $C_{\phi} = \sqrt{\gamma_{\phi} \frac{P_{\phi}}{\rho_{\phi}}}$ — скорость звука в ионосфере на высоте взрыва, $u_0 = 5,5 \cdot 10^5$ см/с — начальная среднемассовая скорость.

Из уравнения (12) получаем для радиуса торможения, полагая $u(R_T) = 0$,

$$R_T = \left[\frac{M_0}{\frac{4}{3}\pi\rho_{\phi}} \left(\sqrt{1 + \frac{u_0^2}{a_0^2}} - 1 \right) \right]^{1/3}, \quad (13)$$

где $a_0^2 = \frac{C_{\phi}^2}{\gamma_{\phi}} + \frac{B^2}{8\pi\rho_{\phi}}$. В этой оценке предполагается, что воздух сгребается внешней границей ПВ. В работе [Ананьин и др., 1983] показано, что примерно при одинаковых радиусах торможения поведение $u(R)$ существенно различно при наличии и отсутствии B -поля, что сказывается и на поведении других характеристик.

Условие взаимопроникновения наиболее соответствует приближенная модель, предложенная в [Stuart, 1965; Holway, 1969] и затем усовершенствованная и примененная к рассмотрению динамики лазерной плазмы [Ананьин и др., 1983]. Было получено хорошее согласие с экспериментальными результатами по торможению плазмы в разреженном газе [Ананьин и др., 1983]. Модель основана на двух уравнениях динамики:

$$\rho \frac{du}{dt} = - \frac{\partial P}{\partial r} - uS, \quad (14)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \rho \mathbf{u} = S, \quad (15)$$

а также на предположении о том, что профиль плотности в результате подмешивания фона не меняется и профиль скорости линейный:

$$u = \xi \dot{R}, \quad \text{где } \xi = \frac{r}{R}, \quad \text{тогда } \rho(r, t) = \rho_a(t)f(\xi), \quad (16)$$

где S — функция, определяющее подмешивание фона к ПВ; ρ — плотность смеси ПВ и фона. Тогда, подставляя (16) в (15), получаем

$$S = \frac{4\pi R^2 \dot{R} \rho_\phi \rho}{M}. \quad (17)$$

Подставляя (17) в (14) и используя уравнение состояния $\varepsilon = \frac{P}{(\gamma-1)\rho}$, получаем

$$MR\ddot{R} + \dot{R}^2 \left[\frac{3}{2}M(\gamma-1) + 4\pi R^2 \rho_\phi \right] = \frac{3(\gamma-1)E_0}{\alpha} + \frac{4\pi R^3}{\alpha} [P_\phi - P(R, t)], \quad (18)$$

где

$$\alpha = \frac{\int_0^1 \rho \xi^4 d\xi}{\int_0^1 \rho \xi^2 d\xi}.$$

Для однородного шара $\alpha = \frac{3}{5}$, для стенки вблизи границы $\alpha = 1$. Пренебрегая потерями на излучение, закон сохранения энергии принимает вид

$$U + E_{\text{кин}} = E_0 + E_\phi,$$

откуда полную внутреннюю энергию можно оценить из выражения

$$U = E_0 + \frac{4\pi R^3 P_\phi}{3(\gamma-1)} - \frac{1}{2}\alpha M \dot{R}^2.$$

Оценить температуру можно из выражения

$$U(R) = \frac{1}{\gamma-1} kT(R)N, \quad \text{где } N = 26 \cdot 10^{25}.$$

Для ПВ $\gamma = 1,261$, для фона $\gamma = 1,6$.

Можно в расчетах использовать переменную $\bar{\gamma}$, равную

$$\bar{\gamma} = \frac{M_0 \gamma + (M - M_0) \gamma_\phi}{M}. \quad (19)$$

На рис. 3 и 4 показаны зависимости средних значений $u(t)$ и $T(t)$. Особенность торможения ПВ с разреженным фоном состоит в том, что после того, как среднемассовая скорость упадет примерно на порядок величины, дальнейшее расширение еще продолжается значительное время с меньшей постепенно падающей скоростью вплоть до $R \sim 10$ км. Отметим, что радиус торможения, по оценке (13), составляет $8,4 \cdot 10^5$ см = 8,4 км.

На инерционной стадии температура ПВ падает, так как тепловая энергия переходит в кинетическую. Затем она возрастает в результате торможения, но за счет подмешивания фона вновь начинает уменьшаться.

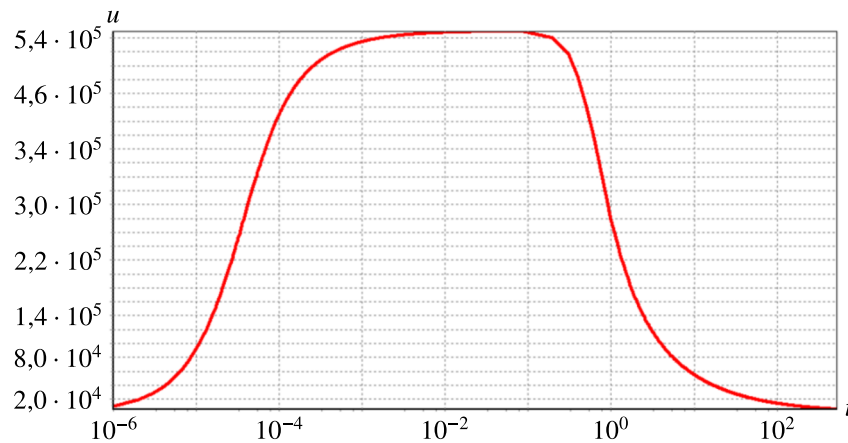


Рис. 3. Среднемассовая скорость

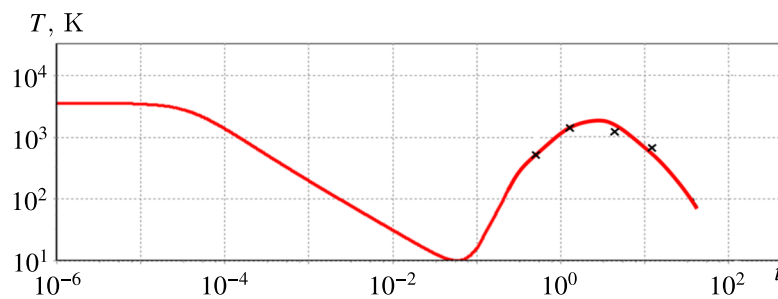


Рис. 4. Температура смеси ПВ и фона, где крест — температура в нагретом ударно-волновом слое

5. Численный анализ задачи в приближении сплошной среды

В работах [Репин, Ступицкий, 2004; Замышляев, Прияткин, Ступицкий, 1993; Ступицкий, Шапранов, 1998; Ступицкий, Харкунов, 2012] была разработана численная методика и решены конкретные задачи для взаимопроникающих плазменных потоков, в том числе и при наличии внешнего магнитного поля, более высоких начальных удельных энергий и с учетом ионизационно-кинетических процессов в одноатомной плазме (Na, Ba). Однако численный анализ рассматриваемой в данной работе достаточно сложной смеси компонентов в многопоточковом приближении потребует существенной модификации имеющихся алгоритмов, что может быть не совсем оправдано с точки зрения полученных результатов. Поэтому с методической точки зрения представляет интерес рассмотреть численное решение этой задачи в приближении сплошной среды с учетом двух областей, разделенных контактной границей между ПВ и фоном.

Задача рассматривалась в одномерном приближении на основе лагранжева подхода. Предполагалось, что ПВ и фон разделены контактной границей с различными показателями адиабаты. Таким образом, внутренняя (ПВ) и внешняя (фон) задачи описывались одинаковой по форме системой уравнений:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\rho} &= \frac{1}{3} \frac{\partial r^3}{\partial m}, & V &= \frac{1}{\rho}, \\
 \frac{\partial u}{\partial t} &= -r^2 \frac{\partial(P+q)}{\partial m}, \\
 \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} &= \frac{(P+q)}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial t} \equiv -(P+q) \frac{\partial V}{\partial t}, \\
 \varepsilon &= \frac{1}{\gamma-1} \frac{P}{\rho} = \frac{PV}{\gamma-1},
 \end{aligned} \tag{20}$$

где q — искусственная вязкость. Остальные обозначения общеприняты. Алгоритм основан на известной схеме Брода [Brode, 1976].

Так как до значительных расстояний скорость контактной границы значительно больше скорости звука в ионосфере, то перед ней образуется ударно-волновой слой, параметры которого можно найти из соотношения Ренкина – Гюгонио.

Пусть u_k — скорость контактной границы. Расчетный анализ показывает, что ударно-волновой слой значительно меньше радиуса контактной границы, поэтому граничное условие для давления фона на контактной границе можно поставить исходя из предположения, что все параметры между контактной границей и фоном волны меняются мало. Тогда из соотношения Ренкина – Гюгонио получим для скорости фронта ударной волны (УВ)

$$D = \frac{\gamma_f + 1}{4} u_k + \sqrt{C_f^2 + \left(\frac{\gamma_f + 1}{4}\right)^2 u_k^2},$$

а для давления фона на контактной границе P_{f1} —

$$\frac{P_{f1}}{P_f} = 1 + \gamma_f M \left(\frac{\gamma_f + 1}{4} M + \sqrt{1 + \left(\frac{\gamma_f + 1}{4}\right)^2 M^2} \right), \quad (21)$$

где P_f, C_f — давление и скорость звука перед фронтом УВ, $C_f \approx \sqrt{\frac{\gamma P_f}{\rho_f}} \approx 0,85 \cdot 10^5$ см/с, $M = \frac{u_k}{C_f}$.

Некоторые результаты численных исследований в безразмерном виде показаны на рис. 5–8.

В качестве обезразмеривающих величин использовались следующие: $R_x = R_0 = 12,5$ см, $\varepsilon_x = \frac{E_0}{M_0} = 4,8 \cdot 10^{10}$ эрг/г, $u_x = \sqrt{\varepsilon_x} = 2,2 \cdot 10^5$ см/с, $t_x = \frac{R_x}{u_x} = 5,7 \cdot 10^{-5}$ с, $\rho_x = \frac{M_0}{4\pi R_x^3} = \frac{\rho_0}{3} = 0,4$ г/см³, $P_x = \rho_x u_x^2 = \frac{\rho_0 \varepsilon_0}{3} = 1,92 \cdot 10^{10}$ дин/см².

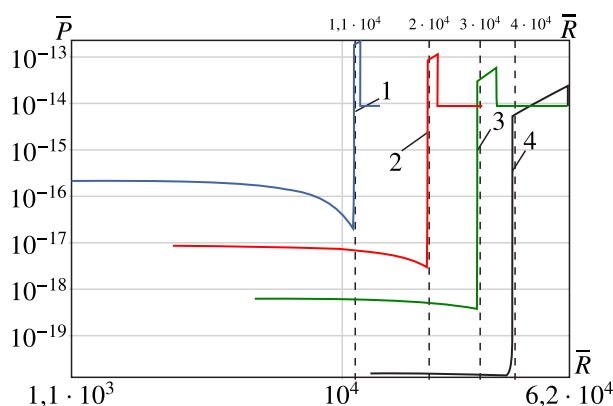


Рис. 5. Давление для моментов времени: 1 — $\bar{t} = 5800$, 2 — $\bar{t} = 13000$, 3 — $\bar{t} = 25300$, 4 — $\bar{t} = 64700$

Температура в разогретом ударно-волновом слое рассчитывалась по давлению

$$T = \frac{P\mu}{k\rho N_A}, \quad (22)$$

где $\mu = 22,6$ г/моль, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ 1/моль.

Значения температуры показаны на рис. 4 крестиками. Следует отметить, что в области максимальных температур изложенная выше приближенная методика и полученные результаты

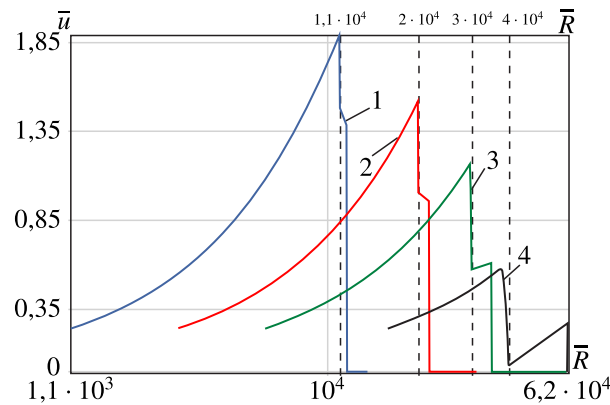


Рис. 6. Скорость для моментов времени: 1 – $\bar{t} = 5800$, 2 – $\bar{t} = 13\,000$, 3 – $\bar{t} = 25\,300$, 4 – $\bar{t} = 64\,700$

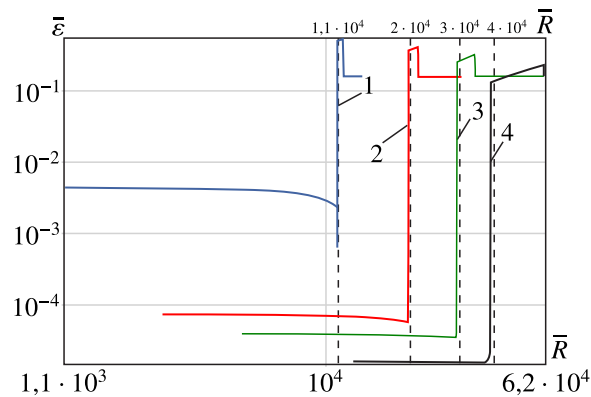


Рис. 7. Энергия для моментов времени: 1 – $\bar{t} = 5800$, 2 – $\bar{t} = 13\,000$, 3 – $\bar{t} = 25\,300$, 4 – $\bar{t} = 64\,700$

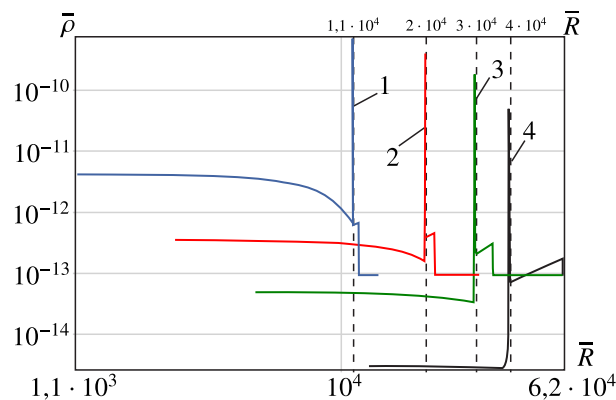


Рис. 8. Плотность для моментов времени: 1 – $\bar{t} = 5800$, 2 – $\bar{t} = 13\,000$, 3 – $\bar{t} = 25\,300$, 4 – $\bar{t} = 64\,700$

в приближении сплошной среды дают близкие значения. Это происходит потому, что в приближенной методике в процессе интенсивного торможения и разогрева значительную долю в смеси составляет фоновый газ, и его движение аналогично движению фона за фронтом ударной волны, которое реализуется в приближении сплошной среды.

Однако следует отметить, что в последнем случае существуют определенные трудности в описании параметров ПВ вблизи контактной границы, что связано с большим различием в размерах массовых ячеек ПВ и фона из-за перепада плотности на 13 порядков. Уменьшение этого различия приводит к большому увеличению расчетного времени.

6. Оценка свечения возмущенной области

Как динамика, так и свечение возмущенной области носят существенно различный характер для продуктов взрыва и плазменной струи. Как показал эксперимент, свечение в ИК-области носит достаточно длительный характер, что, очевидно, связано с продуктами взрыва ВВ, в которых содержится большое количество ИК-активных молекул, таких как CO_2 , CO , H_2O . Вместе с тем как в ПВ, так и в окружающем воздухе значительна концентрация N_2 ($1,6 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}$), который, не излучаясь, является накопителем колебательной энергии и за счет резонанса с асимметричной модой CO_2 передает ей свою энергию. В подмешиваемом воздухе также содержится значительная концентрация атомов кислорода ($\sim 1,1 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$), который достаточно активно влияет на колебательную кинетику ИК-активных молекул.

В связи с плазменными экспериментами в ионосфере в работе [Моисеева, Моторин, Ступицкий, 2018] создана комплексная программа расчетов кинетических и динамических процессов, соответствующих уровню исследований наиболее сложного в кинетическом отношении нижнего D-слоя ионосферы с учетом неравновесного поведения температур электронов и тяжелых частиц. Учитывается более 60 компонентов, участвующих в 160 реакциях. Для анализа результатов и оценки взаимосвязи различных процессов программа имеет блоковую структуру, что позволяет упрощать и делать экономичной всю схему расчетов применительно к конкретным условиям задачи.

Анализ физического содержания рассматриваемой в данной работе задачи и предварительные расчеты показали, что из-за быстрого разлета ПВ химические реакции не успевают изменить принятый в работе начальный компонентный состав ПВ, а для определения заселенности колебательных уровней достаточно использовать приведенную в таблице 4 систему реакций, где константы скоростей имеют размерность $\text{см}^3/\text{с}$, Т-К.

Таблица 4. Система реакций

№	Реакция	Константа скорости прямой реакции j	Константа скорости обратной реакции \bar{j}
1	$\text{N}_2(v) + \text{O} \leftrightarrow \text{N}_2(v-1) + \text{O}$	$\left[2,27 \cdot 10^{-13} e^{-\frac{1280}{T}} + 2,7 \cdot 10^{-11} e^{-\frac{10840}{T}} \right] v e^{\frac{4,57}{\sqrt{T}}(v-1)}$	$j_1 e^{-\frac{3357}{T}}$
2	$\text{CO} + \text{N}_2(1) \leftrightarrow \text{CO}(1) + \text{N}_2$	$5,4 \cdot 10^{-16} T^{3/2} e^{-\frac{60,5}{\sqrt{T}} + \frac{139}{T}}$	$j_2 e^{-\frac{277}{T}}$
3	$\text{CO}(1) + \text{O} \leftrightarrow \text{CO} + \text{O}$	$3,3 \cdot 10^{-13} T^{1/2} e^{-\frac{2250}{T}}$	$j_3 e^{-\frac{3080}{T}}$
4	$\text{H}_2\text{O} + \text{N}_2(1) \leftrightarrow \text{H}_2\text{O}(010) + \text{N}_2$	$2,34 \cdot 10^{-12} e^{-\frac{40,8}{T^{1/3}}}$	$j_4 e^{-\frac{906}{T}}$
5	$\text{H}_2\text{O} + \text{N}_2(2) \leftrightarrow \text{H}_2\text{O}(001) + \text{N}_2$	$3,5 \cdot 10^{-13} e^{-\frac{40,8}{T^{1/3}}}$	$j_5 e^{-\frac{1099}{T}}$
6	$\text{H}_2\text{O} + \text{O} \leftrightarrow \text{H}_2\text{O}(010) + \text{O}$	$2,2 \cdot 10^{-12} e^{-\frac{2371}{T}}$	$2,2 \cdot 10^{-12}$
7	$\text{H}_2\text{O} + \text{O} \leftrightarrow \text{H}_2\text{O}(001) + \text{O}$	$3,2 \cdot 10^{-13} e^{-\frac{5662}{T}}$	$3,2 \cdot 10^{-13}$
8	$\text{CO}_2 + \text{N}_2(1) \leftrightarrow \text{CO}_2(001) + \text{N}_2$	$4,2 \cdot 10^{-14} T^{1/2} e^{10^{-3} T(8,84 \cdot 10^{-4} T - 2,07)}$	$j_8 e^{\frac{23}{T}}$
9	$\text{CO}_2(001) + \text{O} \leftrightarrow \text{CO}_2 + \text{O}$	$4,9 \cdot 10^{-12} T^{1/2} e^{-\frac{1820}{T}}$	$j_9 e^{-\frac{3380}{T}}$
10	$\text{CO}_2(010) + \text{O} \leftrightarrow \text{CO}_2 + \text{O}$	$4,9 \cdot 10^{-12} T^{1/2} e^{-\frac{1820}{T}}$	$j_{10} e^{-\frac{960}{T}}$
11	$\text{CO}_2(100) + \text{O} \leftrightarrow \text{CO}_2 + \text{O}$	$4,9 \cdot 10^{-12} T^{1/2} e^{-\frac{1820}{T}}$	$j_{11} e^{-\frac{2000}{T}}$
12	$\text{CO}_2(010) + \text{N}_2 \leftrightarrow \text{CO}_2 + \text{N}_2$	$4,9 \cdot 10^{-11} e^{-\frac{72}{T^{1/3}}}$	$j_{12} e^{-\frac{960}{T}}$

На рис. 9 показаны некоторые результаты расчетов коэффициентов излучения ε ($\text{эВ}/\text{см}^3 \cdot \text{с}$) для трех длин волн молекул CO_2 , CO , H_2O . Быстрое падение $\varepsilon(t)$ до $t \approx 5 \cdot 10^{-2}$ с связано

с уменьшением плотности и температуры, так как для i -го компонента

$$\varepsilon_i = n_i^*(T, t) h\nu_i \cdot A_i,$$

где $h\nu_i = \frac{hc}{\lambda_i}$ эВ; A_i , 1/с, — скорость спонтанного перехода.

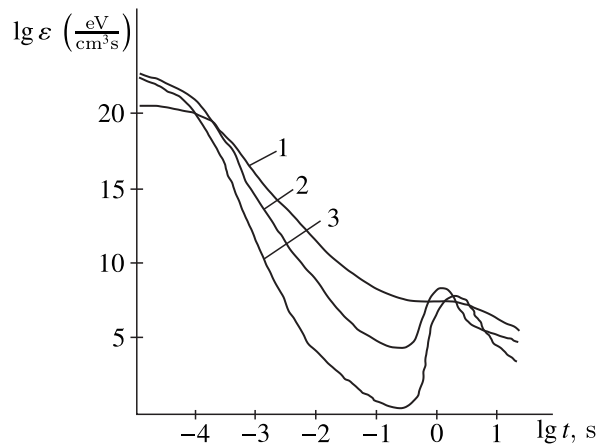


Рис. 9. Коэффициент излучения ε (эВ/см³ · с) основных компонентов ПВ в ИК-диапазоне: 1 — CO₂, $\lambda = 15$ мкм; 2 — CO, $\lambda = 4,7$ мкм; 3 — H₂O, $\lambda = 2,7$ мкм

На время $\sim 1 \div 10$ с наблюдается максимум, связанный с торможением ПВ и, соответственно, с переходом кинетической энергии в тепло. Экспериментальные данные в ИК-области интегральны по спектру, и их точность невелика, однако качественное согласие с расчетами существует.

Анализ поведения плазменной струи выполнен в работе [Репин, Ступицкий, Шапранов, 2003] на основе специально разработанного численного алгоритма. Однако количественных значений интенсивности линейчатого излучения в эксперименте NS-2 совершенно недостаточно для сравнения с расчетами, поэтому в данной работе исследование данного вопроса не приводится.

7. Заключение

Выполнен подробный теоретический и численный анализ динамики и ИК-излучения продуктов взрыва химического взрывчатого вещества (тротил и гексоген). Показано, что в процессе разлета ПВ в сильно разреженной ионосфере реализуется режим взаимопроникновения ПВ и фона. Вместе с тем расчеты по упрощенной методике о процессе взаимопроникновения и в приближенной методике сплошной среды дали близкие результаты по основному параметру, определяющему процессы в зоне торможения, — температура газа. Получено качественное согласие с экспериментами по ИК-свечению разлетающихся продуктов взрыва. Дальнейшее развитие этих работ как в экспериментальном, так и в расчетно-теоретическом плане может внести существенный вклад в развитие полного понимания эволюции плазменных структур в верхней ионосфере, необходимое для фундаментальной науки и приложений.

Список литературы (References)

- Адушкин В. В., Зецер Ю. И., Киселев Ю. Н., Немчинов И. В., Христофоров Б. Д. Активные геофизические ракетные эксперименты с инжекцией высокоскоростной плазменной струи в ионосфере // Доклады Академии наук. — 1993. — Т. 331, № 4. — С. 486–489.
- Adushkin V. V., Zetser Yu. I., Kiselev Yu. N., Nemtchinov I. V., Khristoforov B. D. Aktivnyye geofizicheskiye raketnyye eksperimenty s inzhekciej vysokoskorostnoj plazmennoj strui v ionosfere [The active geophysical rocket experiments with ejection of a fast plasmas jet in the ionosphere] // Dokl. Akad. nauk. — 1993. — Vol. 331, No. 4. — P. 486–489 (in Russian).

- Ананьин О. Б., Быковский Ю. А., Замышляев Б. В., Гузь А. Г., Ступицкий Е. Л., Худавердян А. М.* Спектральные исследования углеродной лазерной плазмы, разлетающейся в фоновую среду // *Физика плазмы*. — 1983. — Т. 9, № 2. — С. 319–325.
Anan'in O. B., Bykovski Yu. A., Zamyshlyayev B. V., Guz' A. G., Stupitsky E. L., Khudaverdyan A. M. Spektral'nyye issledovaniya uglevodnoy lazernoj plazmy, razletayushcheysya v fonovuyu sredu [Spectral studies of a carbon laser plasma flying into a background medium] // *Fizika plazmy*. — 1983. — Vol. 9, No. 2. — P. 319–325 (in Russian).
- Андреев К. К., Беляев А. Ф.* Теория взрывчатых веществ. — М.: Оборонгиз, 1960.
Andreev K. K., Belyaev A. F. Teoriya vzryvchatyh veshchestv [Theory explosives substances]. — Moscow: «Oborongiz», 1960 (in Russian).
- Гаврилов Б. Г., Зецер Ю. И., Менг Ч. И.* Движение плазменной струи поперек геомагнитного поля в активном геофизическом эксперименте North Star // *Космические исследования*. — 2003. — Т. 41, № 1. — С. 33.
Gavrilov B. G., Zetzer J. I., Podgorny I. M., Sobyatin D. B., Meng C.-I., Erlandson R. E., Stenbaek-Nielsen H. C., Pfaff R. F., Lynch K. A. Plasma jet motion across the geomagnetic field in the «North Star» active geophysical experiment // *Cosmic Research*. — 2003. — Vol. 41, No. 1. — P. 28–38. (Original Russian paper: *Gavrilov B. G., Zecer Yu. I., Meng Ch. I.* Dvizhenie plazmennoj strui poperek geomagnitnogo polya v aktivnom geofizicheskom eksperimente «North Star» // *Kosmicheskie issledovaniya*. — 2003. — Vol. 41, No 1. — P. 33.)
- Замышляев Б. В., Прияткин С. Н., Ступицкий Е. Л.* Ранняя стадия разлета частично ионизованного бария в геомагнитном поле // *Космические исследования*. — 1993. — Т. 31, № 2. — С. 55–62.
Zamyshlyayev B. V., Priyatkin S. N., Stupitsky E. L. Rannaya stadiya razlyota chastichno ionizovannogo bariya v geomagnitnom pole [Early stage of expansion partially ionized barium in the geomagnetic field] // *Cosmic research*. — 1993. — Vol. 31, No. 2. — P. 55–62 (in Russian).
- Козлов С. И., Смирнова Н. В.* Методы и средства создания искусственных образований в околоземной среде и оценка характеристик возникающих возмущений. Ч. I. Методы и средства создания искусственных образований // *Космические исследования*. — 1992. — Т. 30, № 4. — С. 495–523.
Kozlov S. I., Smirnova N. V. Techniques and means of creating artificial formations in the upper atmosphere: analysis of characteristics of artificial disturbances // *Cosmic Research*. — 1993. — Vol. 30, No. 4. — P. 402. (Original Russian paper: *Kozlov S. I., Smirnova N. V.* Metody i sredstva sozdaniya iskusstvennyh obrazovanij v okolozemnoj srede i ocenka harakteristik voznikayushchih vozmushchenij. Chast' I. Metody i sredstva sozdaniya iskusstvennyh obrazovanij // *Kosmicheskie issledovaniya*. — 1992. — Vol. 30, No. 4. — P. 495–523.)
- Моисеева Д. С., Моторин А. А., Ступицкий Е. Л.* Численные исследования параметров возмущенной области, образующейся в нижней ионосфере под действием направленного потока радиоизлучения от наземного источника // *Компьютерные исследования и моделирование*. — 2018. — Т. 10, № 5. — С. 679–708.
Moiseeva D. S., Motorin A. A., Stupickij E. L. Chislennyye issledovaniya parametrov vozmushchennoj oblasti, obrazuyushchejsya v nizhnej ionosfere pod dejstviem napravlennogo potoka radioizlucheniya ot nazemnogo istochnika [Numerical studies of the parameters of the perturbed region formed in the lower ionosphere under the action of a directed radio waves flux from a terrestrial source] // *Computer Research and Modeling*. — 2018. — Т. 10, No. 5. — P. 679–708 (in Russian).
- Репин А. Ю., Ступицкий Е. Л.* Динамика и взаимодействие с преградой тороидального плазменного сгустка. Взаимодействие падающего и отраженного потоков // *Теплофизика высоких температур*. — 2004. — Т. 42, № 3. — С. 364–373.
Repin A. Yu., Stupitskij E. L. Dynamics of a toroidal plasma cluster and its interaction with an obstacle. Interaction of incident and reflected flows // *High Temp.* — 2004. — Vol. 42, No. 3. — P. 362–372. (Original Russian paper: *Repin A. Yu., Stupickij E. L.* Dinamika i vzaimodejstvie s pregradoj toroidal'nogo plazmennogo sgustka. Vzaimodejstvie padayushchego i otrazhennogo potokov // *Teplofizika vysokih temperatur*. — 2004. — Т. 42, No. 3. — P. 364–373.)
- Репин А. Ю., Ступицкий Е. Л., Шапранов А. В.* Численное моделирование поведения плазменной струи в геомагнитном поле // *Геомагнетизм и аэронаука*. — 2003. — Т. 43, № 3. — С. 306–314.
Repin A. Yu., Stupitsky E. L., Shapranov A. V. Numerical simulation of plasma jet behavior in the geomagnetic field // *Geomagnetism and Aeronomy*. — 2003. — Vol. 41, No. 3. — P. 284–292. (Original Russian paper: *Repin A. Yu., Stupickij E. L., Shapranov A. V.* Chislennoe modelirovanie povedeniya plazmennoj strui v geomagnitnom pole // *Geomagnetizm i aeronomiya*. — 2003. — Vol. 41, No 3. — P. 306–314.)
- Седов Л. И.* Методы подобия и размерности в механике. — М.: Наука, 1977.
Sedov L. I. Similarity and dimensional methods in mechanics. 10th edn. — Florida: CRC Press, 1993. (Russ. ed.: *Sedov L. I.* Metody podobiya i razmernosti v mekhanike. — Moscow: Nauka, 1977.)
- Ступицкий Е. Л.* Динамика мощных импульсных излучений и плазменных образований. — М.: Физматлит, 2006а.

- Stupickij E. L.* Dinamika moshchnykh impul'snykh izlucheniij i plazmennyykh obrazovaniij [Dynamics of powerful pulsed radiation and plasma formations]. — Moscow: Fizmatlit, 2006a (in Russian).
- Ступицкий Е. Л.* Особенности плазменных течений взрывного типа в околоземном космическом пространстве // Геомagnetизм и аэрoномия. — 2006b. — Т. 46, № 1. — С. 26–43.
- Stupitsky E. L.* Osobennosti plazmennyykh techenij vzryvnogo tipa v okolozemnom kosmicheskom prostranstve [Specific features of explosive plasma flows in the near-earth space] // Geomagnetism and Aeronomy. — 2006b. — Vol. 46, No. 1. — P. 26–43 (in Russian).
- Ступицкий Е. Л., Харкунов А. Н.* Инерционная стратификация разлетающегося многокомпонентного газового сгустка // Геомagnetизм и аэрoномия. — 2012. — Т. 52, № 3. — С. 330–341.
- Stupitskii E. L., Kharkunov A. N.* Inertial stratification of a dispersing multicomponent gas cloud // Geomagnetism and Aeronomy. — 2012. — Vol. 52, No. 3. — P. 309–320. (Original Russian paper: *Stupickij E. L., Harkunov A. N.* Inercionnaya stratifikaciya razletayushchegosya mnogokomponentnogo gazovogo sgustka // Geomagnetizm i aeronomiya. — 2012. — Т. 52, No. 3. — P. 330–341.)
- Ступицкий Е. Л., Холодов А. С.* Физические исследования и математическое моделирование крупномасштабных геофизических экспериментов. — Долгопрудный: Интеллект, 2019.
- Stupickij E. L., Holodov A. S.* Fizicheskie issledovaniya i matematicheskoe modelirovanie krupnomasshtabnykh geofizicheskikh eksperimentov [Physical research and mathematical modeling of large-scale geophysical experiments]. — Dolgoprudnyj: Intellekt, 2019 (in Russian).
- Ступицкий Е. Л., Шапранов А. В.* Стратификация легкоионизируемого газового облака, разлетающегося в геомагнитном поле // Космические исследования. — 1998. — Т. 36, № 5. — С. 475–480.
- Stupitskiy E. L., Shapranov A. V.* Stratifikaciya legkoioniziruемого gazovogo oblaka, razletayushchegosya v geomagnitnom pole [Stratification of an easily ionized cloud scattering in the geomagnetic field] // Cosmic research. — 1998. — Vol. 36, No. 5. — P. 475–480 (in Russian).
- Baum F. A., Stanyukovich K. P., Shekhter B. I.* Physics of an explosion. — Washington: Dept. of the Army, Corps of Engineers, 1963.
- Broud H. L.* Computer calculation of explosions. Gas dynamics of explosions. — Moscow: Mir, 1976.
- Holway L. H.* Similarity of an explosion in a rarefied atmosphere // Physics of Fluids. — 1969. — Vol. 12. — P. 2506.
- Stuart G. W.* Explosions in rarefied atmosphere // Physics of Fluids. — 1965. — Vol. 8. — P. 603.