

УДК: 534.222.2, 519.63

## Численное исследование динамики движения тела квадратной формы в сверхзвуковом потоке за ударной волной

Д. А. Сидоренко, П. С. Уткин<sup>а</sup>

Институт автоматизации проектирования РАН,  
Россия, 123056, Москва, ул. 2-я Брестская, д. 19/18

E-mail: <sup>а</sup> pavel\_utk@mail.ru

Получено 21.12.2021, после доработки — 27.03.2022.

Принято к публикации 12.04.2022.

В ряде фундаментальных и прикладных задач возникает необходимость описания динамики движения частиц сложной формы в высокоскоростном потоке газа. В качестве примера можно привести движение угольных частиц за фронтом сильной ударной волны во время взрыва в угольной шахте. Статья посвящена численному моделированию динамики поступательного и вращательного движения тела квадратной формы как модельного примера частицы более сложной, чем круглая, формы, в сверхзвуковом потоке за проходящей ударной волной. Постановка задачи приближенно соответствует натурным экспериментам В. М. Бойко и С. В. Поплавского (ИТПМ СО РАН).

Математическая модель основана на двумерных уравнениях Эйлера, которые решаются в области с подвижными границами. Определяющая система уравнений численно интегрируется по явной схеме с использованием разработанного ранее и верифицированного метода декартовых сеток. Вычислительный алгоритм на шаге интегрирования по времени включает: определение величины шага, расчет динамики движения тела (определение силы и момента, действующих на тело; определение линейной и угловой скоростей тела; расчет новых координат тела), расчет параметров газа. Для расчета численного потока через ребра ячеек, пересекаемых границами тела, используется двухволновое приближение при решении задачи Римана и схема Стигера – Уорминга.

Движение квадрата со стороной 6 мм инициировалось прохождением ударной волны с числом Маха 3,0, распространяющейся в плоском канале длиной 800 мм и шириной 60 мм. Канал был заполнен воздухом при пониженном давлении. Рассматривалась различная начальная ориентация квадрата относительно оси канала. Обнаружено, что начальное положение квадрата стороной поперек потока является менее устойчивым при его движении, чем начальное положение диагональю поперек потока. В этом расчетные результаты качественно соответствуют экспериментальным наблюдениям. Для промежуточных начальных положений квадрата описан типичный режим его движения, состоящий из колебаний, близких к гармоническим, переходящих во вращение с постоянной средней угловой скоростью. В процессе движения квадрата наблюдается в среднем монотонное уменьшение расстояния между центром масс и центром давления до нуля.

Ключевые слова: ударная волна, метод декартовых сеток, уравнения Эйлера, сверхзвуковой поток, тело квадратной формы, вращение

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 20-71-00084). Авторы выражают благодарность В. М. Бойко и С. В. Поплавскому за пояснения по постановке эксперимента и обсуждение полученных результатов.

UDC: 534.222.2, 519.63

## Numerical study of the dynamics of motion of a square body in a supersonic flow behind a shock wave

D. A. Sidorenko, P. S. Utkin<sup>a</sup>

Institute for Computer Aided Design of the RAS,  
19/18 2-nd Brestskaya st., Moscow, 123056, Russian Federation

E-mail: <sup>a</sup> pavel\_utk@mail.ru

*Received 21.12.2021, after completion — 27.03.2022.*

*Accepted for publication 12.04.2022.*

In a number of fundamental and practical problems, it is necessary to describe the dynamics of the motion of complex-shaped particles in a high-speed gas flow. An example is the movement of coal particles behind the front of a strong shock wave during an explosion in a coal mine. The paper is devoted to numerical simulation of the dynamics of translational and rotational motion of a square-shaped body, as an example of a particle of a more complex shape than a round one, in a supersonic flow behind a passing shock wave. The formulation of the problem approximately corresponds to the experiments of Professor V. M. Boiko and Professor S. V. Poplavski (ITAM SB RAS).

Mathematical model is based on the two-dimensional Euler equations, which are solved in a region with varying boundaries. The defining system of equations is integrated using an explicit scheme and the Cartesian grid method which was developed and verified earlier. The computational algorithm at the time integration step includes: determining the step value, calculating the dynamics of the body movement (determining the force and moment acting on the body; determining the linear and angular velocities of the body; calculating the new coordinates of the body), calculating the gas parameters. To calculate numerical fluxes through the edges of the cell intersected by the boundaries of the body, we use a two-wave approximation for solving the Riemann problem and the Steger – Warming scheme.

The movement of a square with a side of 6 mm was initiated by the passage of a shock wave with a Mach number of 3.0 propagating in a flat channel 800 mm long and 60 mm wide. The channel was filled with air at low pressure. Different initial orientation of the square relative to the channel axis was considered. It is found that the initial position of the square with its side across the flow is less stable during its movement than the initial position with a diagonal across the flow. In this case, the calculated results qualitatively correspond to experimental observations. For the intermediate initial positions of a square, a typical mode of its motion is described, consisting of oscillations close to harmonic, turning into rotation with a constant average angular velocity. During the movement of the square, there is an average monotonous decrease in the distance between the center of mass and the center of pressure to zero.

**Keywords:** shock wave, Cartesian grid method, Euler equations, supersonic flow, square body, rotation

**Citation:** *Computer Research and Modeling*, 2022, vol. 14, no. 4, pp. 755–766 (Russian).

The work was supported by the Russian Science Foundation (project No. 20-71-00084). The authors are grateful to Professor V. M. Boiko and Professor S. V. Poplavski for explanations on the experiment setting and discussion of the results.

## 1. Введение

Необходимость моделирования динамики движения одного или нескольких тел в сжимаемой или несжимаемой среде возникает в многочисленных фундаментальных и прикладных задачах. В зависимости от пространственно-временных масштабов задачи моделирование может проводиться на различном уровне — от представления тела материальной точкой до полностью сеточно-разрешенного моделирования. Привлекательность последнего подхода связана с возможностью учета обмена массой, импульсом или энергией тела с окружающей средой без использования эмпирических корреляций.

В [Сосин, Сидоренко, Уткин, 2021] был разработан вычислительный алгоритм метода декартовых сеток для исследования взаимодействия ударной волны (УВ) с подвижными телами с кусочно-линейной границей. Данный алгоритм является развитием методики [Сидоренко, Уткин, 2018], изначально предназначавшейся для изучения динамики движения нескольких тел круглой формы [Сидоренко, Уткин, 2020; Utkin, Sidorenko, Boiko, 2021]. Работоспособность алгоритма была продемонстрирована в [Сосин, Сидоренко, Уткин, 2021] на задаче о подъеме цилиндра с основанием в форме круга, эллипса и прямоугольника за проходящей УВ. Тест с круговым цилиндром рассмотрен во множестве статей, посвященных методам погруженной границы. Проведен качественный и количественный анализ траектории движения центра масс цилиндра на основании сравнения с результатами расчетов, представленными в восьми других работах. Для цилиндра с основанием в форме эллипса и прямоугольника получено удовлетворительное согласие по динамике его движения и вращения в сравнении с имеющимися немногочисленными литературными источниками. Для прямоугольника исследована сеточная сходимость результатов. Показано, что для разработанного алгоритма относительная погрешность выполнения закона сохранения суммарной массы газа в расчетной области убывает линейно при измельчении расчетной сетки.

Целью данной работы является численное исследование динамики движения тела квадратной формы в сверхзвуковом потоке газа за УВ с использованием методики [Сосин, Сидоренко, Уткин, 2021]. Мотивирующими для нас послужили экспериментальные исследования [Бойко, Поплавский, 2005; Poplavski, 2008; Sakamura, Nakayama, Oshima, 2021]. В [Бойко, Поплавский, 2005; Poplavski, 2008] динамика движения тел сложной формы (от куба до произвольного многогранника) изучалась применительно к проблеме движения частиц угольной пыли в потоке за УВ при развитии аварийной ситуации в шахте. В [Sakamura, Nakayama, Oshima, 2021] эксперименты по движению параллелепипеда в потоке за УВ рассматривались в основном с целью верификации расчетной методики решения данной задачи в пакете OpenFoam. Таким образом, исследования, в которых давались бы объяснения закономерностей движения тел сложной, плохообтекаемой формы (в отличие, например, от классических задач стационарной сверхзвуковой аэродинамики) в высокоскоростном потоке газа, — единичные. Отметим в этой связи работу [Лукашенко, Максимов, 2019], в которой среди прочего исследовался вопрос устойчивого положения равновесия тела в форме прямоугольника в очень высокоскоростном потоке газа.

## 2. Математическая модель и вычислительный алгоритм

Математическая модель для описания течения газа основывается на нестационарной двумерной системе уравнений Эйлера, записанной в декартовой системе координат  $(x, y)$ , которая решается вне границ тела:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial y} = 0,$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ u(e + p) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho v u \\ \rho v^2 + p \\ v(e + p) \end{bmatrix},$$

$$e = \rho \varepsilon + \frac{\rho}{2} (u^2 + v^2), \quad \varepsilon = \frac{p}{\rho(\gamma - 1)}.$$

Здесь  $t$  — время,  $\rho$  — плотность газа,  $u, v$  — компоненты вектора скорости газа,  $p$  — давление,  $\varepsilon$  — удельная внутренняя энергия газа,  $e$  — полная энергия газа на единицу объема. Газ подчиняется уравнению состояния идеального газа с показателем адиабаты  $\gamma$ .

Динамика движения тела описывается уравнениями

$$\frac{dx_c}{dt} = V_x, \quad \frac{dy_c}{dt} = V_y, \quad \frac{d\alpha}{dt} = \omega,$$

$$m \frac{dV_x}{dt} = F_x, \quad m \frac{dV_y}{dt} = F_y, \quad m = \rho_b A_b,$$

$$J_c \frac{d\omega}{dt} = M,$$

$$\mathbf{F} = \int_{\Gamma} P(\mathbf{r}_{\Gamma}) \cdot \mathbf{n}_{\Gamma} \cdot d\mathbf{l}_{\Gamma},$$

$$\mathbf{M} = \int_{\Gamma} P(\mathbf{r}_{\Gamma}) \cdot [(\mathbf{r}_{\Gamma} - \mathbf{r}_c) \times \mathbf{n}_{\Gamma}] \cdot d\mathbf{l}_{\Gamma}.$$

Здесь  $\mathbf{r}_c = (x_c, y_c)$  — координаты центра масс тела,  $(V_x, V_y)$  — компоненты его скорости,  $\alpha$  — угол поворота тела,  $\omega$  — угловая скорость вращения тела относительно центра масс,  $m$  — масса рассматриваемого плоского тела,  $A_b$  — площадь тела,  $\rho_b$  — плотность материала тела,  $J_c$  — момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс,  $\Gamma$  — граница тела,  $P(\mathbf{r}_{\Gamma})$  — давление газа на элемент границы тела  $d\mathbf{l}_{\Gamma}$  с внутренней нормалью  $\mathbf{n}_{\Gamma}$  в точке  $\mathbf{r}_{\Gamma}$ .

Определяющая система уравнений численно интегрируется по явной схеме с использованием метода декартовых сеток. Вычислительный алгоритм на шаге интегрирования по времени состоит из:

- определения величины шага интегрирования по времени;
- расчета динамики движения тела, включающего:
  - расчет силы и момента силы, действующих на тело,
  - расчет линейной и угловой скоростей тела,
  - расчет координат тела;
- расчет параметров газа.

На каждом шаге интегрирования по времени все ячейки делятся на два класса — внешние (внутри тела или пересекаются его границами) и внутренние (целиком заполнены газом). Решение уравнений Эйлера строится только во внутренних ячейках. Основная сложность заключается в расчете численного потока через ребра, общие для внутренних и внешних ячеек, пересекаемых подвижными границами тел. Для расчета этого потока используются двухволновое приближение при решении задачи Римана и схема Стигера–Уорминга. Подробное описание математической модели и вычислительного алгоритма приведено в [Сосин, Сидоренко, Уткин, 2021]. Вычислительный алгоритм был распараллелен методом декомпозиции расчетной области. Программная реализация использует библиотеку MPI.

### 3. Постановка задачи

Рассмотрим двумерную постановку, следующую экспериментам [Бойко, Поплавский, 2005]. В начальный момент времени в плоском канале длиной  $L = 800$  мм и шириной  $H = 60$  мм находится квадрат со стороной  $a = 6$  мм из материала с плотностью  $\rho_b = 120$  кг/м<sup>3</sup>, на который слева направо набегает УВ с числом Маха  $M = 3,0$  (см. рис. 1). Начальное положение УВ определяется координатой  $x_{sw} = 8$  мм. Область перед УВ заполнена покоящимся воздухом с параметрами  $p_0 = 6,2 \cdot 10^4$  Па,  $\rho_0 = 0,75$  кг/м<sup>3</sup>. Начальное положение квадрата определяется координатами его центра:

$$(x_{c0}, y_{c0}) = (15 \text{ мм}, 30 \text{ мм})$$

и углом поворота  $\alpha_0$ . Зафиксируем отрезок  $PQ$ , параллельный одной из сторон квадрата и проходящий через его центр масс. За  $\alpha_0$  примем угол между  $PQ$  и осью канала. За  $\alpha_0 = 0^\circ$  примем случай, когда отрезок  $PQ$  параллелен оси канала.

На левой границе области ставилось условие втекания газа с постоянными параметрами за УВ. Остальные границы — непроницаемые стенки. Расчеты продолжались до момента встречи тела с волной, отраженной от правой границы расчетной области.

Расчеты проводились с пространственным разрешением 0,03125 мм, что составляло 192 ячейки на ребро квадрата. Для исследования влияния особенностей численной методики на результаты моделирования также проводились расчеты на более грубой (96 ячеек на ребро) и более детальной (384 ячейки на ребро) сетке для случаев  $\alpha_0 = 0^\circ$  и  $\alpha_0 = -45^\circ$ . В расчетах анализировались пространственные распределения давления и модуля градиента плотности газа (численная шпирен-визуализация). Также строились графики зависимости угла поворота квадрата, его угловой скорости и момента силы давления со стороны газа от времени. Расчет на сетке с разрешением 192 ячейки на ребро до времени около 800 мкс проводился на 480 процессорах в течение примерно восьми часов. Расчеты проводились в МСЦ РАН.

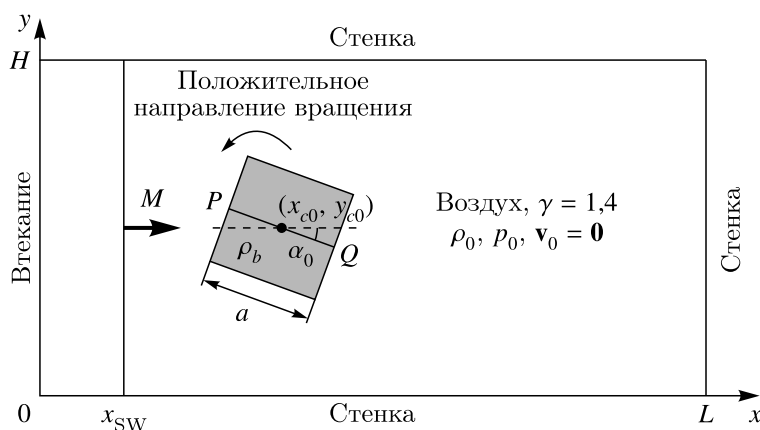


Рис. 1. Схематичная постановка задачи о взаимодействии УВ и потока газа за ней с плоским телом в форме квадрата

### 4. Результаты вычислительных экспериментов

#### 4.1. Симметричное начальное положение квадрата

Сначала были рассмотрены случаи симметричного начального расположения квадрата относительно оси канала. Рис. 2 позволяет сравнить интегральную динамику движения тела в зависимости от его начальной ориентации ребром ( $\alpha_0 = 0^\circ$ ) или диагональю ( $\alpha_0 = -45^\circ$ ) поперек потока, а рис. 3 и рис. 4 — поля течения газа.

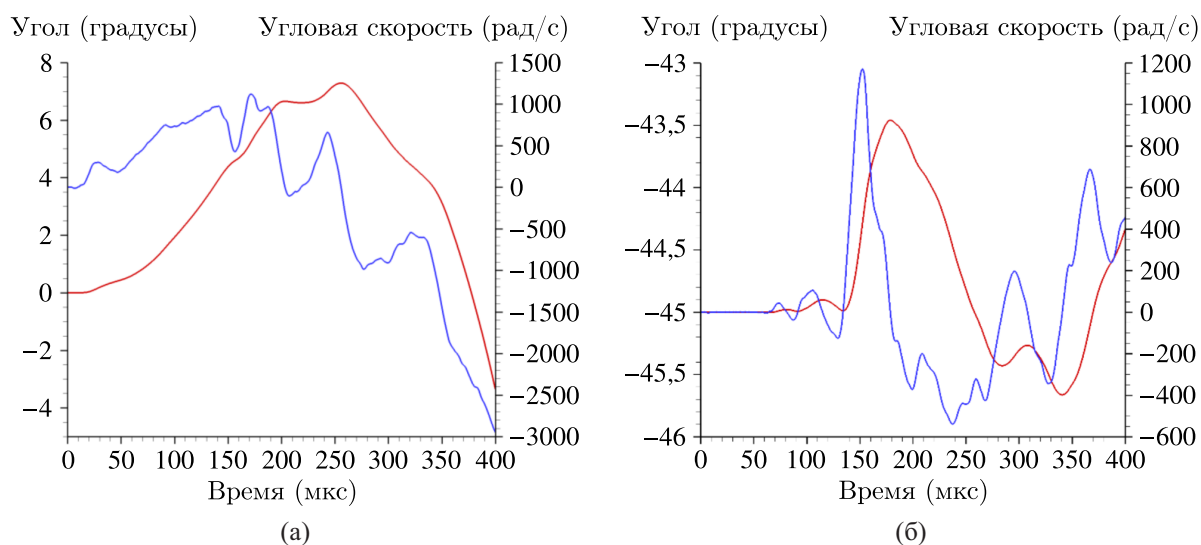


Рис. 2. Сравнение динамики движения квадрата, (а) изначально ориентированного ребром поперек потока и (б) изначально ориентированного диагональю поперек потока. Красная линия — угол поворота квадрата, синяя — угловая скорость. Расчетная сетка с разрешением 192 ячейки на ребро квадрата

Рис. 2 показывает, что положение квадрата диагональю поперек потока является более устойчивым, чем ребром поперек потока, в том смысле, что в первом случае тело гораздо дольше сохраняет свое состояние. Для случая  $\alpha_0 = -45^\circ$  за 400 мкс расчета угол поворота тела меняется в диапазоне примерно  $\alpha_0 - 0,5^\circ \leq \alpha \leq \alpha_0 + 1,5^\circ$ . Для случая  $\alpha_0 = 0^\circ$  диапазон изменения составляет уже  $\alpha_0 - 3,0^\circ \leq \alpha \leq \alpha_0 + 7,0^\circ$ , то есть амплитуда колебания угла поворота увеличивается практически на порядок. Полученный результат коррелирует с экспериментальными наблюдениями [Бойко, Поплавский, 2005] — устойчивое положение куба получалось большей диагональю поперек потока.

В [Бойко, Поплавский, 2005] также содержится количественная информация о максимальной наблюдаемой угловой скорости вращения куба. Эта величина составляет около 3000 1/с. Можно видеть, что максимальная угловая скорость вращения квадрата в расчетах имеет тот же порядок. На синей кривой угловой скорости на рис. 2, б в момент времени около 150 мкс можно наблюдать резкий всплеск. Он связан с приходом на тело волн, отраженных от стенок канала. В рассматриваемой задаче отраженные от стенок волны являются дополнительным возмущающим фактором, и при интерпретации результатов нужно учитывать их наличие. Обратим внимание, что даже их воздействие на квадрат, ориентированный диагональю поперек потока, не привело в конечном итоге к изменению его интегральной динамики движения. Рис. 3 и рис. 4 дают представление о типичных картинах течений, получаемых в расчетах. В результате взаимодействия падающей УВ с телом формируются отраженные волны, которые в свою очередь взаимодействуют со стенками канала. Система этих ударных волн также взаимодействует с многочисленными вихрями, которые образуются в следе за телом. На рис. 3, в в правой части канала правее  $x = 300$  мм наблюдается высокочастотная рябь. Ее природа численная. Все расчеты проводились с коэффициентов запаса CFL = 0,2. При уменьшении этого коэффициента амплитуда данных численных возмущений падает.

Рис. 5 иллюстрирует чувствительность полученных результатов к мелкости разбиения расчетной сетки. Вопрос сеточной сходимости результатов для аналогичной по постановке модельной задачи о динамике поступательного и вращательного движения прямоугольника в потоке за УВ исследовался в нашей предыдущей работе [Сосин, Сидоренко, Уткин, 2021]. В расчетах визуально наблюдалась очевидная сеточная сходимость в описании «невязких» ударно-волновых



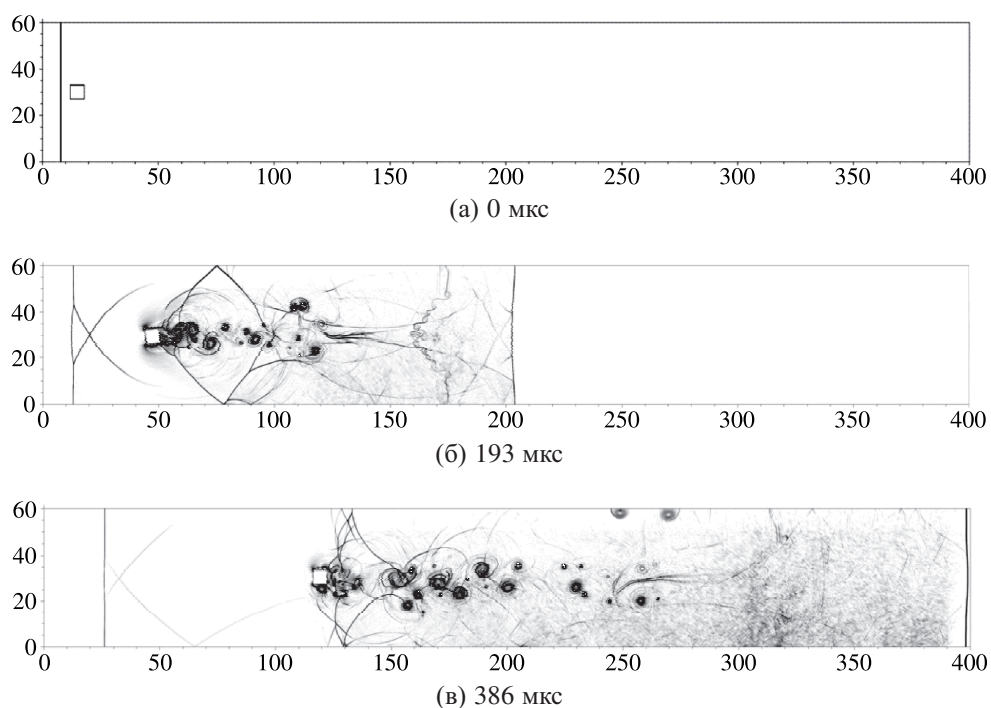


Рис. 3. Движение квадрата из начального положения ребром поперек потока,  $\alpha_0 = 0^\circ$ . Численная шлирен-визуализация. Координатные оси в мм. Расчетная сетка с разрешением 192 ячейки на ребро квадрата

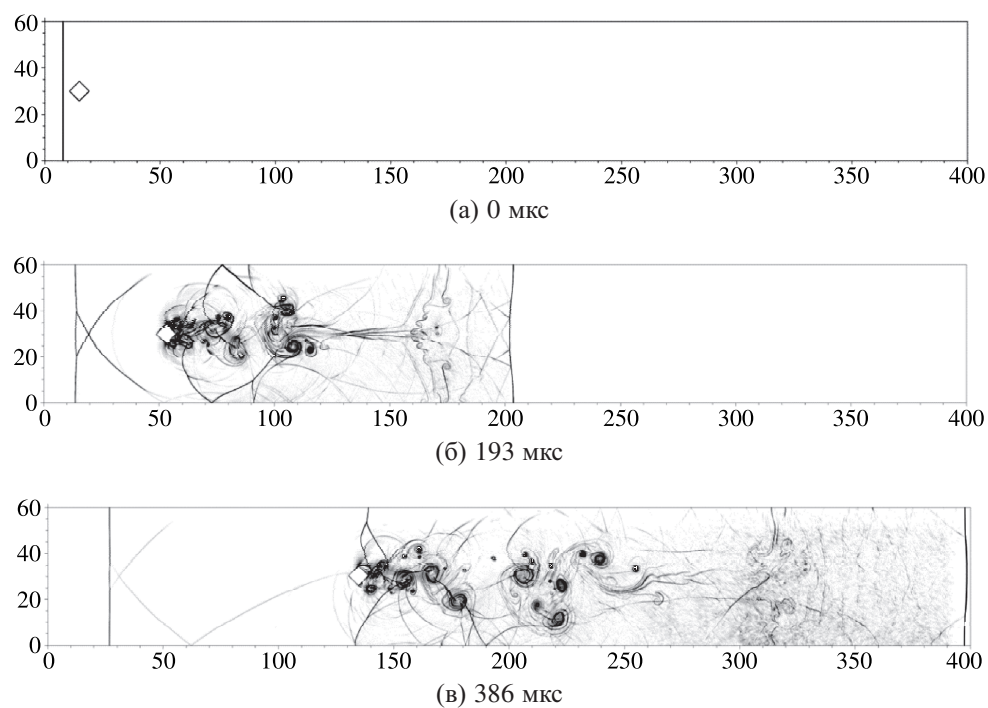


Рис. 4. Движение квадрата из начального положения диагональю поперек потока,  $\alpha_0 = -45^\circ$ . Численная шлирен-визуализация. Координатные оси в мм. Расчетная сетка с разрешением 192 ячейки на ребро квадрата

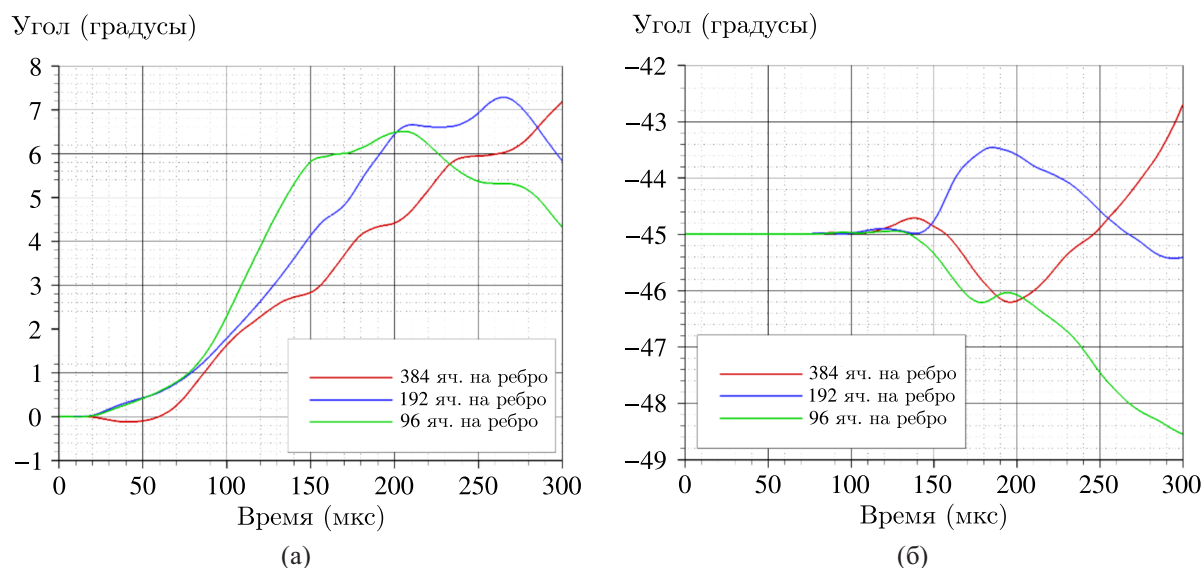


Рис. 5. Влияние сеточного разрешения на динамику вращательного движения квадрата, (а) изначально ориентированного ребром поперек потока и (б) изначально ориентированного диагональю поперек потока

структур — уменьшение степени их численного «размазывания» и локализация областей повышенного давления за скачками. В то же время вихревые структуры за телом вниз по потоку при измельчении сетки вели себя хаотично. Это в свою очередь аналогичным образом сказывалось на мгновенных характеристиках движения тела. Явно выделить какие-либо тенденции по виду кривых для угла поворота прямоугольника при измельчении сетки не представляется возможным. Однако было показано, что в интегральной метрике, в качестве которой была выбрана относительная погрешность выполнения закона сохранения суммарной массы газа в расчетной области, наблюдается сходимость результатов с линейной скоростью.

Не будем повторять аналогичный анализ в данном случае. Вместо этого сосредоточимся на механической интерпретации результатов, которые получаются на различных сетках и которые дополняют сделанные выше выводы по поводу устойчивого положения квадратного тела в потоке. Для случая начальной ориентации тела и ребром вдоль потока, и диагональю вдоль потока получен априорно неочевидный результат. Вне зависимости от сетки вращение квадрата начинается примерно в один и тот же момент времени. Для случая  $\alpha_0 = 0^\circ$  это момент времени около 20 мкс. Для случая  $\alpha_0 = -45^\circ$  этот момент времени существенно больше и составляет около 90 мкс. Данный факт говорит в пользу справедливости вывода о том, что положение квадрата диагональю поперек потока является более устойчивым, чем ребром поперек потока.

#### 4.2. Несимметричное начальное положение квадрата

Далее были проведены расчеты для промежуточных начальных углов между  $0^\circ$  и  $-45^\circ$ . Анализ кривой изменения угла показывает, что по мере увеличения  $\alpha_0$  от  $-45^\circ$  до примерно  $-30^\circ$  на временах порядка 400 мкс реализуется сценарий с вращением тела в положительном направлении. При этом, начиная с угла  $-30^\circ$ , в некоторый момент времени кривая меняет характер выпуклости, скорость ее роста замедляется, что говорит о том, что момент силы давления газа начинает действовать в противоположном направлении. Для углов, превышающих  $-30^\circ$ , это приводит к тому, что квадрат на рассматриваемых временах начинает вращаться в отрицательном направлении, то есть по часовой стрелке.

Рассмотрим далее более подробно результаты расчета для случая  $\alpha_0 = -22,5^\circ$ . Рис. 6 позволяет выделить несколько стадий при длительном движении квадратного тела. Опишем сначала



самую начальную стадию процесса до момента времени 25 мкс. Эта стадия не видна на общей кривой для угловой координаты на рис. 6, но в течение начальных моментов времени можно четко проследить и наглядно продемонстрировать связь газодинамических особенностей течения с интегральной динамикой вращательного и поступательного движения тела. На грани  $AB$  квадрата формируется регулярное отражение, на второй грани  $AK$  — простое маховское (см. рис. 7,  $a$ ). До 5 мкс происходит рост угловой координаты квадрата, что обусловлено положительным моментом силы, действующим на тело.

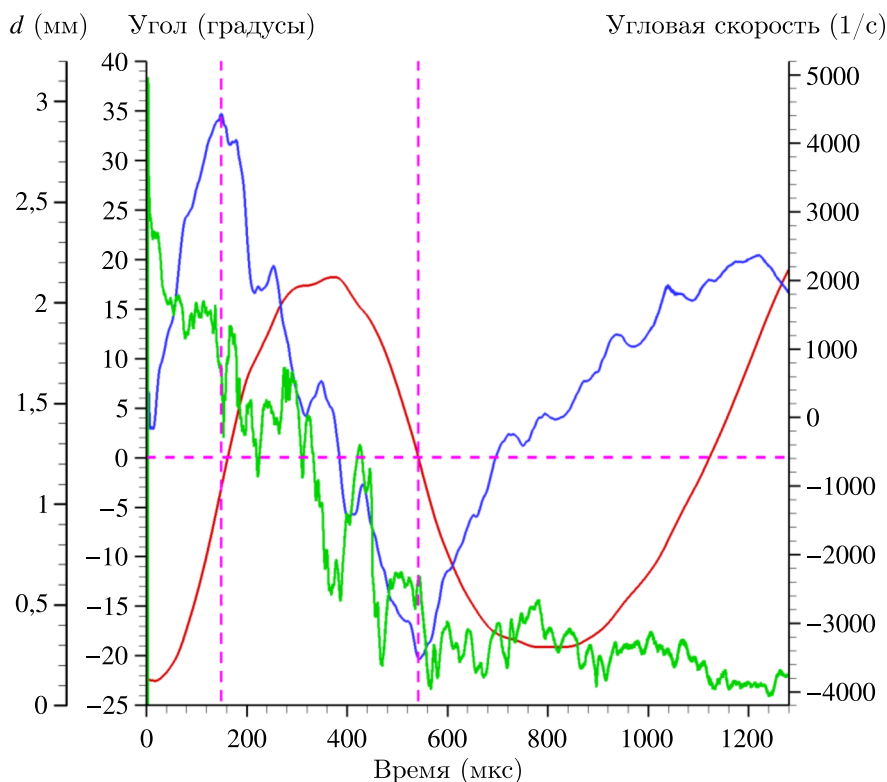


Рис. 6. Динамика движения квадрата для случая  $\alpha_0 = -22,5^\circ$ . Красная линия — угол поворота, синяя — угловая скорость, зеленая — расстояние  $d$  между центром давления и центром масс квадрата

Момент силы давления, действующей на грань  $AB$ , возрастает по мере продвижения точки  $T$  к середине ребра  $AB$ , так как сила давления газа, действующая на участок  $AT$ , создает положительный момент, а момент, создаваемый силой давления газа на участке  $AK$ , хоть и имеет отрицательный знак, но создается меньшей по модулю силой давления и на участке меньшей длины. В момент времени, когда точка  $T$  достигает середины  $AB$ , момент силы, действующей на все тело, начинает убывать, оставаясь, однако, положительным. Через некоторое время формируется картина, представленная на рис. 7,  $b$ . К этому времени момент силы, действующей на тело, имеет отрицательное значение, так как на ребре  $AB$  максимальное давление приходится на участок ребра, действие силы на который создает отрицательный момент. Падающая  $UB$ , огибая вершину  $B$ , выходит в расширяющуюся область, за счет чего создается волна разрежения  $R_1$ . Разрежение, создающееся волной  $R_1$  на участке  $BC$ , также создает отрицательный момент силы, как и давление на участке  $AD$ . В этот момент угловая скорость квадрата меняет знак. В момент времени, соответствующий рис. 7,  $в$ , момент силы еще раз меняет знак, что происходит в результате огибания фронтом падающей  $UB$  вершины квадрата  $D$  и образования волны разрежения  $R_2$ , которая в свою очередь создает область пониженного давления, приводящую к положительному моменту силы на ребре  $CD$ .

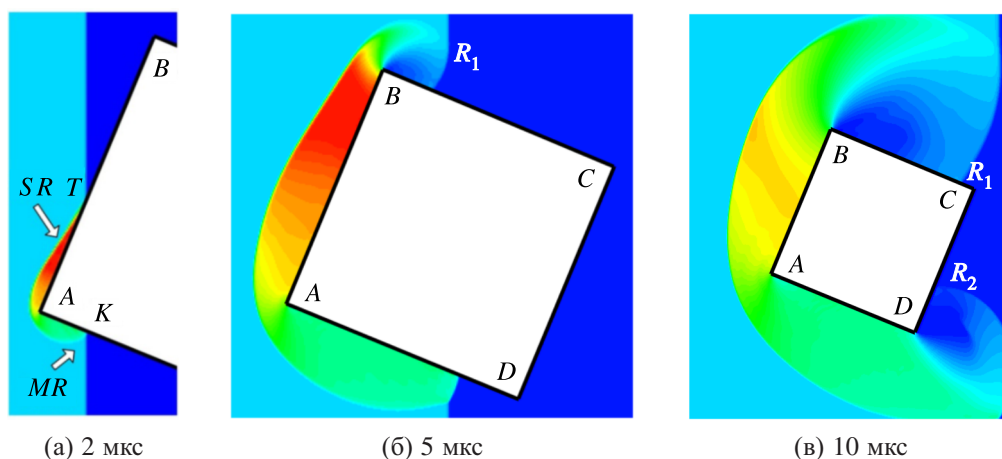


Рис. 7. Начальная стадия взаимодействия УВ с квадратом,  $\alpha_0 = -22,5^\circ$ . Пространственные распределения давления газа

Рассмотрим дальнейшую динамику изменения угла поворота квадрата. Красная кривая на рис. 6 имеет точки перегиба в моменты времени около 150 мкс и 550 мкс. В эти моменты времени квадрат ориентирован ребром поперек потока (величина угла поворота около нуля), и в эти же моменты времени происходит изменение знака момента силы, что видно на синей кривой для угловой скорости. Данный сценарий реализуется для множества других проведенных расчетов, включая расчеты при варьировании числа Маха волны и ширины канала.

Зеленая кривая на рис. 6 — это график изменения расстояния  $d$  между центром давления и центром масс тела. Компоненты радиус-вектора центра давления определяются как

$$\mathbf{r}_{pi} = \frac{\int_{\Gamma} P(\mathbf{r}_{\Gamma}) \cdot \mathbf{r}_{\Gamma i} \cdot \mathbf{n}_{\Gamma i} \cdot d\Gamma}{\int_{\Gamma} P(\mathbf{r}_{\Gamma}) \cdot \mathbf{n}_{\Gamma i} \cdot d\Gamma}, \quad i = x, y.$$

Данная характеристика была предложена для анализа в [Бойко, Поплавский, 2005]. Пока  $d$  не ноль, суммарный момент сил давления, действующий на тело, отличен от нуля. Это, в свою очередь, приводит к изменению угловой скорости тела. Как видно из рис. 6, несмотря на колебательный характер изменения угловой координаты тела, в процессе движения расстояние  $d$  в среднем монотонно убывает. После момента времени около 1100 мкс  $d$  падает практически до нуля, а угловая скорость в среднем выходит на некоторое постоянное значение.

## 5. Заключение

В рамках двумерных уравнений Эйлера проведены параметрические численные исследования динамики движения тела в виде легкого квадрата в сверхзвуковом потоке за ударной волной. В расчетах варьировалась начальная ориентация квадрата относительно оси канала. Постановка задачи соответствовала экспериментальной работе [Бойко, Поплавский, 2005]. К основным результатам проведенных вычислительных экспериментов можно отнести следующие наблюдения.

1. Положение квадрата диагональю поперек потока оказалось более устойчивым, чем ребром поперек потока, в том смысле, что в первом случае тело гораздо дольше сохраняет свое состояние. В случае  $\alpha_0 = 0^\circ$  амплитуда колебаний угла поворота квадрата оказалась практически

на порядок больше, чем в случае  $\alpha_0 = -45^\circ$ . Полученный результат коррелирует с экспериментальными наблюдениями — в экспериментах устойчивое положение куба получалось большой диагональю поперек потока. В [Бойко, Поплавский, 2005] также содержится количественная информация о максимальной наблюдаемой угловой скорости вращения куба. Эта величина составляет около 3000 1/с. Максимальная угловая скорость вращения квадрата в расчетах имеет тот же порядок.

2. Для промежуточного начального угла поворота квадрата  $\alpha_0 = -22,5^\circ$  получено, что квадрат осуществляет один период колебаний, близких к гармоническим. В момент прохождения угловой координаты  $\alpha = 0^\circ$  момент сил давления газа меняет знак (то есть фактически в этой точке нулю равны  $\alpha$  и вторая производная  $\alpha$ , как при гармонических колебаниях), что связано с ориентацией в этот момент двух сторон квадрата практически параллельно потоку. В этот момент на кривой угла возникают точки перегиба, происходит изменение знака второй производной. При этом в ходе всего этого колебательного процесса в среднем монотонно убывает такой параметр, как расстояние между центром масс квадрата и центром давления. И когда данное расстояние падает практически до нуля, колебательный характер движения тела прекращается. В рамках невязкой постановки квадрат продолжает вращаться с некоторой близкой к постоянной угловой скоростью, расстояние между центром масс и центром давления не увеличивается. И это можно считать устойчивым состоянием системы в рамках используемой модели. Вероятно, наличие вязкости будет играть роль демпфирования колебаний тела, и итоговая угловая скорость будет близка к нулю.

## Список литературы (References)

- Бойко В. М., Поплавский С. В. Аэродинамическое сопротивление частиц несферической формы в потоке за ударной волной // Физика горения и взрыва. — 2005. — Т. 41, № 1. — С. 81–88.  
*Boiko V. M., Poplavskii S. V.* Drag of nonspherical particles in a flow behind a shock wave // Combustion, Explosion and Shock Waves. — 2005. — Vol. 41, No. 1. — P. 71–77. (Original Russian paper: *Boiko V. M., Poplavskii S. V.* Aerodinamicheskoe soprotivlenie chastits nesfericheskoi formy v potoke za udarnoi volnoi // Fizika goreniya i vzryva. — 2005. — Vol. 41, No. 1. — P. 81–88.)
- Лукашенко В. Т., Максимов Ф. А. Моделирование полета осколков метеорного тела с учетом вращения // Компьютерные исследования и моделирование. — 2019. — Т. 11, № 4. — С. 593–612.  
*Lukashenko V. T., Maksimov F. A.* Modelirovanie poleta oskolkov meteornogo tela s uchetoм vrashcheniya [Modeling the flight of meteoroid fragments with accounting for rotation] // Computer Research and Modeling. — 2019. — Vol. 11, No. 4. — P. 593–612 (in Russian).
- Сидоренко Д. А., Уткин П. С. Численное моделирование взаимодействия проходящей ударной волны со слоем частиц методом декартовых сеток // Горение и взрыв. — 2020. — Т. 13, № 2. — С. 19–31.  
*Sidorenko D. A., Utkin P. S.* Chislennoe modelirovanie vzaimodeistviya prokhodyashchei udarnoi volny so sloem chastits metodom dekartovykh setok [Numerical simulation of the interaction of a sliding shock wave with a layer of particles using Cartesian grid method] // Gorenje i Vzryv [Combustion and Explosion]. — 2020. — Vol. 13, No. 2. — P. 19–31 (in Russian).
- Сидоренко Д. А., Уткин П. С. Численное моделирование релаксации тела за проходящей ударной волной // Математическое моделирование. — 2018. — Т. 30, № 11. — С. 91–104.  
*Sidorenko D. A., Utkin P. S.* Numerical modeling of the relaxation of a body behind the transmitted shock wave // Mathematical Models and Computer Simulations. — 2019. — Vol. 11, No. 4. — P. 509–517. (Original Russian paper: *Sidorenko D. A., Utkin P. S.* Chislennoe modelirovanie relaksatsii tela za prokhodyashchei udarnoi volnoi // Matematicheskoe modelirovanie. — 2018. — Vol. 30, No. 11. — P. 91–104.)
- Сосин А. В., Сидоренко Д. А., Уткин П. С. Численное исследование взаимодействия ударной волны с подвижными вращающимися телами сложной формы // Компьютерные исследования и моделирование. — 2021. — Т. 13, № 3. — С. 513–540.  
*Sosin A. V., Sidorenko D. A., Utkin P. S.* Chislennoe issledovanie vzaimodeystviya udarnoi volny s podvizhnymi vrashchayushchimisya telami slozhnoy formy [Numerical study of the interaction of a shock wave with moving rotating bodies with a complex shape] // Computer Research and Modeling. — 2021. — Vol. 13, Issue 3. — P. 513–540 (in Russian).

- Poplavski S. V.* On the interphase and intra-phase interaction of particles and gas in a layer of granular materials behind shock waves // *Journal of Physics: Conference Series*. — 2018. — Vol. 1128. — Paper No. 012040.
- Sakamura Y., Nakayama K., Oshima M.* Numerical simulation of shock-induced motion of a cuboidal solid body using the overset grid functionality of OpenFOAM // *Shock Waves*. — 2021. — Vol. 31. — P. 583–595.
- Utkin P. S., Sidorenko D. A., Boiko V. M.* Dynamics of motion of a pair of particles in a supersonic flow // *Shock Waves*. — 2021. — Vol. 31. — P. 571–582.