

УДК: 536.46

К вопросу о численном моделировании внутренней баллистики для трубчатого заряда в пространственной постановке

И. Г. Русяк^a, В. А. Тенев^b

Ижевский государственный технический университет имени М. Т. Калашникова,
Россия, 426069, г. Ижевск, ул. Студенческая, д. 7

E-mail: ^a primat@istu.ru, ^b v.tenev@gmail.com

Получено 15.05.2021, после доработки — 08.08.2021.

Принято к публикации 09.08.2021.

Для трубчатых пороховых элементов большого удлинения, используемых в артиллерийских метательных зарядах, имеют место условия неравномерного горения. Здесь необходимо параллельно рассматривать процессы горения и движения пороховых газов внутри и вне каналов пороховых трубок. Без этого невозможно адекватно поставить и решить задачи о воспламенении, эрозионном горении и напряженно-деформированном состоянии трубчатых пороховых элементов в процессе выстрела. В работе представлена физико-математическая постановка основной задачи внутренней баллистики артиллерийского выстрела для заряда, состоящего из совокупности пороховых трубок. Горение и движение пучка пороховых трубок по каналу ствола моделируются эквивалентным трубчатым зарядом всестороннего горения. Площади торца и сечения канала такого заряда (эквивалентной трубки) равны сумме площадей торцов и сечений каналов пороховых трубок соответственно. Поверхность горения канала равна сумме внутренних поверхностей трубок в пучке. Внешняя поверхность горения эквивалентной трубки равна сумме внешних поверхностей трубок в пучке. Предполагается, что эквивалентная трубка движется по оси канала ствола. Скорость движения эквивалентного трубчатого заряда и его текущее положение определяются из второго закона Ньютона. Для расчета параметров течения использованы двумерные осесимметричные уравнения газовой динамики, для решения которых строится осесимметричная ортогонализированная разностная сетка, адаптирующаяся к условиям течения. При перемещении и горении трубки разностная сетка перестраивается с учетом изменяющихся областей интегрирования. Для численного решения системы газодинамических уравнений применяется метод контрольного объема. Параметры газа на границах контрольных объемов определяются с использованием автомодельного решения задачи о распаде произвольного разрыва С. К. Годунова. Разработанная методика использована при расчетах внутриваллистических параметров артиллерийского выстрела. Данный подход рассмотрен впервые и позволяет по-новому подойти к проектированию трубчатых артиллерийских зарядов, поскольку позволяет получить необходимую информацию в виде полей скорости и давления пороховых газов для расчета процесса постепенного воспламенения, нестационарного эрозионного горения, напряженно-деформированного состояния и прочности пороховых элементов при выстреле. Представлены временные зависимости параметров внутриваллистического процесса и распределения основных параметров течения продуктов горения в различные моменты времени.

Ключевые слова: артиллерийская система, трубчатый заряд, внутренняя баллистика, математическое моделирование, эквивалентная шашка всестороннего горения, осесимметричная постановка, уравнения газовой динамики, вычислительный эксперимент

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-01-00072.

UDC: 536.46

On the issue of numerical modeling of internal ballistics for a tubular charge in a spatial setting

I. G. Rusyak^a, V. A. Tenenev^b

Kalashnikov Izhevsk State Technical University,
7 Studencheskaya st., Izhevsk, 426069, Russia

E-mail: ^a primat@istu.ru, ^b v.tenenev@gmail.com

Received 15.05.2021, after completion — 08.08.2021.

Accepted for publication 09.08.2021.

There are conditions of uneven combustion for tubular powder elements of large elongation used in artillery propelling charges. Here it is necessary to consider in parallel the processes of combustion and movement of powder gases inside and outside the channels of the powder tubes. Without this, it is impossible to adequately formulate and solve the problems of ignition, erosive combustion and stress-strain state of tubular powder elements in the shot process. The paper presents a physical and mathematical formulation of the main problem of the internal ballistics of an artillery shot for a charge consisting of a set of powder tubes. Combustion and movement of a bundle of powder tubes along the barrel channel is modeled by an equivalent tubular charge of all-round combustion. The end and cross-sectional areas of the channel of such a charge (equivalent tube) are equal to the sum of the areas of the ends and cross-sections of the channels of the powder tubes, respectively. The combustion surface of the channel is equal to the sum of the inner surfaces of the tubes in the bundle. The outer combustion surface of the equivalent tube is equal to the sum of the outer surfaces of the tubes in the bundle. It is assumed that the equivalent tube moves along the axis of the bore. The speed of motion of an equivalent tubular charge and its current position are determined from Newton's second law. To calculate the flow parameters, we used two-dimensional axisymmetric equations of gas dynamics, for the solution of which an axisymmetric orthogonalized difference mesh is constructed, which adapts to the flow conditions. When the tube moves and burns, the difference grid is rearranged taking into account the changing regions of integration. The control volume method is used for the numerical solution of the system of gas-dynamic equations. The gas parameters at the boundaries of the control volumes are determined using a self-similar solution to the Godunov problem of decay for an arbitrary discontinuity. The developed technique was used to calculate the internal ballistics parameters of an artillery shot. This approach is considered for the first time and allows a new approach to the design of tubular artillery charges, since it allows obtaining the necessary information in the form of fields of velocity and pressure of powder gases for calculating the process of gradual ignition, unsteady erosive combustion, stress-strain state and strength of powder elements during the shot. The time dependences of the parameters of the internal ballistics process and the distribution of the main parameters of the flow of combustion products at different times are presented.

Keywords: artillery system, tubular charge, internal ballistics, mathematical modeling, equivalent checker of all-round combustion, axisymmetric setting, gas dynamics equations, computational experiment

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2021, vol. 13, no. 5, pp. 993–1010 (Russian).

Financial support. The reported study was funded by RFBR, project number 20-01-00072.

Введение

Учет конструкции заряда в математической модели процесса выстрела имеет важное значение для повышения адекватности вычислительного эксперимента. Например, расчеты баллистики выстрела для комбинированных зарядов в нульмерной постановке приводят к одинаковым результатам вне зависимости от схемы заряжания, тогда как расчеты уже по одномерным моделям дают существенные изменения максимального давления и дульной скорости в зависимости от последовательности расположения трубчатого и зерненого пороха в камере. Современные компоновки порохового заряда имеют пространственный характер и не укладываются в одномерную схему моделирования. Все это ограничивает возможности структурно-параметрической оптимизации схемы заряжания, которая должна основываться на пространственных моделях внутренней баллистики.

Актуальность таких исследований объясняется также и тем, что многие аномальные явления, возникающие при выстреле, могут быть объяснены с позиции ускоренного выгорания за счет эффекта эрозионного горения, а также преждевременного разрушения (дробления) пороховых элементов в стволе.

В практике баллистического проектирования зарядов в настоящее время используются два подхода: термодинамический и газодинамический [Русяк, Тененев, 2020]. В первом случае предполагается, что горение пороха происходит при среднеобъемном давлении; при этом температура продуктов горения, а также суммарная плотность продуктов горения и несгоревших пороховых элементов (газопороховой смеси) в любой точке заснарядного объема в процессе выстрела одинаковы (зависят только от времени). Во втором случае учитывается пространственное распределение характеристик внутрибаллистического процесса, при этом наиболее плодотворной концепцией является подход, основанный на принципах механики гетерогенных сред и взаимопроникающих континуумов, учитывающий раздельное движение и взаимодействие фаз [Cough, 1979; Гофф, Шварц, 1979; Хоменко, Ищенко, Касимов, 1999; Русяк, Ушаков, 2001; Ищенко, Касимов, Ушакова, 2009, 2021; Семенов, Меньшов, Уткин и др., 2010; Русяк, Липанов, Ушаков, 2016]. Очевидно, что идея осреднения, так же как и идея взаимопроникающих континуумов, больше подходит для зарядов, состоящих из мелкодисперсных пороховых элементов. Для трубчатых зарядов как осреднение параметров по объему, так и представление процессов внутренней баллистики на основе принципов механики гетерогенных взаимопроникающих сред неприменимы. В данном случае необходимо параллельно рассматривать процессы горения и движения пороховых газов внутри и вне каналов пороховых трубок. Без этого невозможно поставить и решить задачи о воспламенении, эрозионном горении и напряженно-деформированном состоянии трубчатых пороховых элементов в процессе выстрела.

На важность учета неравномерного горения пороховых элементов впервые указал М. Е. Серебряков [Серебряков, 1949]. Он разработал и основы теории неравномерного горения пороха, суть которой заключается в более точном расчете истинных значений давлений пороховых газов в различных точках объема. Для оценки напряженности условий горения различных участков заряда М. Е. Серебряков ввел модуль неравномерности условий горения (отношение поверхности горения к ограничивающему объему), который для трубчатых пороховых элементов пропорционален параметру, введенному Ю. А. Победоносцевым [Соркин, 1967].

Большое количество работ посвящено решению пространственных сопряженных нестационарных задач, связанных с горением заряда в ракетных двигателях на твердом топливе (РДТТ) [Cavallini, 2009; Terzic, Zecevic, Serdarevic-Kadic et al., 2012; Милехин, Ключников, Попов, 2013; Lorente, 2013; Sullwald, 2014; Tshokotsha, 2016; Ki, Ko, Kim et al., 2017; Kostyushin, Eremin, Kagenov et al., 2019; Кирюшкин, Миньков, 2021]. При этом используются различные приближения при моделировании: от нульмерного до трехмерного. Отличие рассматриваемого процесса

состоит в том, что заряд в РДТТ является неподвижным, в то время как пороховые трубки перемещаются по каналу ствола под действием перепада давления. Это создает дополнительные трудности при численной реализации уравнений на подвижных сетках при изменении расчетных областей, зависящих от текущего состояния параметров физических процессов в условиях артиллерийского выстрела.

Известны работы [Русяк, Ушаков, 2001; Longuet, Della Pietra, Franco et al., 2005; Miura, Matsuo, Nakamura, 2010; Rashad, Zhang, Elsaddek, 2014], в которых моделируются заряды из трубчатого пороха в артиллерийских системах с использованием модели проницаемого поршня. При этом, однако, применялись одномерные модели газодинамического течения, основанные либо на осреднении газодинамических параметров по всему сечению трубчатого заряда, либо на раздельном осреднении газодинамических параметров в каналах пороховых трубок и в области кольцевого зазора. Эти подходы подробно изложены в [Русяк, Ушаков, 2001].

Областью применения теории неравномерного горения может служить артиллерийский метательный заряд, выполненный из длинных пороховых трубок ($L = 300 \div 700$ мм). В реальных условиях выстрела параметры Ю. А. Победоносцева $\kappa = \Pi L/S$ (L — длина трубки, Π — периметр горения, S — площадь, свободная для прохода газов) для внутренних и внешних (образованных соседними элементами) каналов пороховых трубок могут существенно отличаться между собой, что обусловлено различными условиями течения в них. Это приводит к различным эрозионным эффектам горения, зависящим от массовой скорости потока для внутренних и внешних каналов пороховых трубок. При этом задача о неравномерном горении такого заряда тесно переплетается с задачей о напряженно-деформированном состоянии пороховых элементов. Действительно, в условиях высоких давлений и значительных перепадов давления может происходить существенное изменение поверхности горения за счет деформации, а в некоторых случаях и разрушение пороховых элементов, в том числе и на начальной стадии процесса выстрела. В ствольных системах подобным исследованиям до настоящего времени не уделялось должного внимания, хотя ясно, что многие аномальные явления, возникающие при выстреле, могут быть объяснены преждевременным разрушением (дроблением) пороховых элементов в стволе. В этой связи необходимо рассмотреть пространственную сопряженную нестационарную задачу газовой динамики и напряженно-деформированного состояния пороховых трубок. Решение такой задачи предполагает параллельное решение газодинамических уравнений для каналов пороховых трубок и кольцевого зазора.

Целью данного исследования является уточнение решения ОЗВБ за счет учета условий неравномерного горения, а также изучение влияния учета пространственного распределения параметров на результаты моделирования баллистики выстрела и динамику движения снаряда. Результаты решения данной задачи могут служить исходной информацией для детального рассмотрения вопросов воспламенения, эрозионного горения, напряженно-деформированного состояния и прочности элементов трубчатого заряда.

1. Математическая модель внутренней баллистики выстрела для заряда, состоящего из пучка пороховых трубок

В артиллерийских системах используют различные конструкции зарядов, отличающиеся расположением зарядов и воспламенителей (рис. 1). Значительная часть артиллерийских зарядов состоит из комбинированных порохов двух марок. Подходы к пространственному моделированию внутрибаллистического процесса для различных конструкций трубчатого заряда рассмотрим на примере заряда, состоящего из одного пакета трубок (см. рис. 1, д). Основные идеи постановки задач будут ясны уже из этого случая.

Будем полагать, что все пороховые трубки находятся в одинаковых условиях. Тогда с точки зрения газодинамической задачи пучок из n трубок можно заменить эквивалентным трубчатым

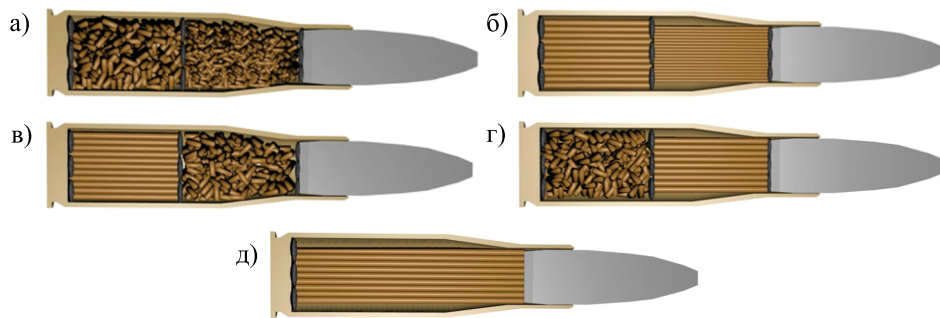


Рис. 1. Конструкции зарядов: а) зерненный заряд из двух различных марок зерненого пороха; б) трубчатый заряд из двух различных марок трубчатого пороха; в) комбинированный заряд из трубчатого и зерненого пороха; г) комбинированный заряд из зерненого и трубчатого пороха; д) трубчатый заряд

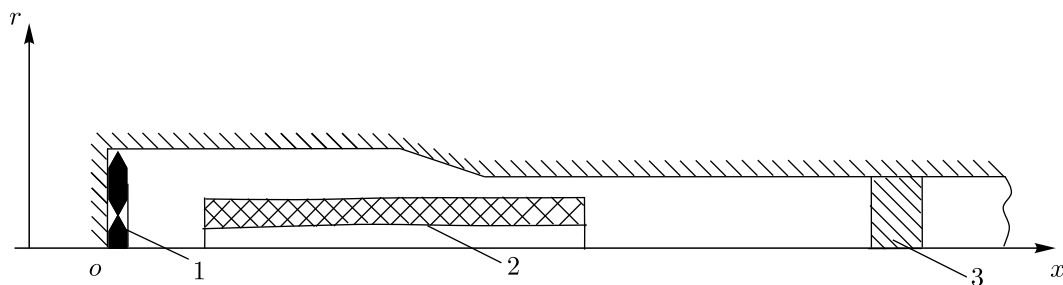


Рис. 2. К задаче внутренней баллистики для заряда из трубчатого пороха: 1 — торцевой воспламенитель, 2 — эквивалентный трубчатый заряд всестороннего горения, 3 — снаряд

зарядом всестороннего горения с переменными, как по времени, так и по координате, внутренним (d_3) и внешним (D_3) диаметрами, движущимся по оси канала ствола со скоростью $w(t)$ (рис. 2).

Эквивалентный трубчатый заряд (шашка) в текущий момент времени t будет иметь следующие характеристики:

- площадь внутреннего канала: $S_{к3}(t, x) = n \frac{\pi d^2(t, x)}{4}$;
- площадь зазора: $S_{з3}(t, x) = S(x) - n \frac{\pi D^2(t, x)}{4}$;
- внутренний диаметр: $d_3(t, x) = \sqrt{\frac{4S_{к3}(t, x)}{\pi}}$;
- внешний диаметр: $D_3(t, x) = \sqrt{\frac{4[S(x) - S_{з3}(t, x)]}{\pi}}$;
- периметр горения канала: $\Pi_{к3}(t, x) = n\pi d(t, x)$;
- периметр горения зазора: $\Pi_{з3}(t, x) = n\pi D(t, x)$;
- площадь левого торца: $S_{тл3}(t) = S(x_{л}) - S_{з3}(t, x_{л}) - S_{к3}(t, x_{л})$;
- площадь правого торца: $S_{тп3}(t) = S(x_{п}) - S_{з3}(t, x_{п}) - S_{к3}(t, x_{п})$,

где $d(t, x)$, $D(t, x)$ — текущие внутренний и внешний диаметры трубчатого порохового элемента соответственно.

В таком представлении площадь торца эквивалентного трубчатого заряда, определяемая как $S_{ТЭ}(t, x) = \frac{\pi D_3^2(t, x)}{4} - \frac{\pi d_3^2(t, x)}{4}$, в точности равна значению $S(x) - S_{33}(t, x) - S_{к3}(t, x)$. То есть площади эквивалентного трубчатого заряда и реального трубчатого заряда, состоящего из пучка трубок, сохраняют свои значения. Расхождение возникает при определении периметра горения. Если определить периметр горения канала шашки как сумму периметров горения отдельных трубок $\Pi_{к3}(t, x) = \pi n d(t, x)$, то это не совпадает с периметром горения канала шашки, определяемым через диаметр эквивалентного трубчатого заряда:

$$\Pi_{к3}(t, x) = \pi d_3(t, x) = \pi \sqrt{\frac{4S_{к3}(t, x)}{\pi}} = \pi \sqrt{\frac{4n \frac{\pi d^2(t, x)}{4}}{\pi}} = \sqrt{n} \pi d(t, x).$$

Аналогичная ситуация имеет место и для внешнего периметра шашки. Очевидно, это расхождение скажется в случае вязкой постановки задачи, поскольку там учитывается трение и периметр имеет значение, для невязкой постановки этой проблемы нет. При этом для вычисления потока массы с поверхности горения, конечно, необходимо учитывать периметры, определяемые по формулам $\Pi_{к3}(t, x) = \pi n d(t, x)$ и $\Pi_{33}(t, x) = \pi n D(t, x)$, чтобы сохранить эквивалентность массообмена.

Таким образом, для построения области течения необходимо использовать размеры $d_3(t, x)$ и $D_3(t, x)$, а для определения массообмена в этих областях — периметр горения канала $\Pi_{к3}(t, x) = \pi n d(t, x)$ и периметр горения зазора $\Pi_{33}(t, x) = \pi n D(t, x)$. Либо определять периметры горения как $\Pi_{к3}(t, x) = \pi d_3(t, x)$ и периметр горения зазора — как $\Pi_{33}(t, x) = \pi D_3(t, x)$, но скорость горения пороха увеличить на величину \sqrt{n} .

В качестве допущений полагается также, что воспламенитель сгорает мгновенно и создает начальное давление p_B . При этом теплофизические параметры продуктов горения воспламенителя совпадают с параметрами основного заряда. Массой воздуха в камере сгорания пренебрегается. Основной заряд воспламеняется сразу по всей поверхности в момент сгорания воспламенителя. Снаряд начинает двигаться после достижения в камере давления форсирования p_Φ ($p_\Phi > p_B$). Теплообменом с горячей поверхностью заряда пренебрегается (скорость тепловой волны близка к скорости горения). Трение и теплообмен продуктов горения с поверхностью канала ствола не учитываются. При сформулированных допущениях соответствующая система уравнений, описывающая поведение газовой фазы в заснарядном пространстве в невязкой осесимметричной постановке, имеет вид [Русяк, Тененев, 2020]

$$\begin{aligned} \frac{\partial r \rho}{\partial t} + \frac{\partial r \rho v_x}{\partial x} + \frac{\partial r \rho v_r}{\partial r} &= 0, \\ \frac{\partial r \rho v_x}{\partial t} + \frac{\partial r (\rho v_x^2 + p)}{\partial x} + \frac{\partial r \rho v_x v_r}{\partial r} &= 0, \\ \frac{\partial r \rho v_r}{\partial t} + \frac{\partial r \rho v_x v_r}{\partial x} + \frac{\partial r (\rho v_r^2 + p)}{\partial r} &= p, \\ \frac{\partial r e}{\partial t} + \frac{\partial r (e + p) v_x}{\partial x} + \frac{\partial r (e + p) v_r}{\partial r} &= 0, \\ p(1 - \alpha \rho) &= (k - 1) \rho \varepsilon, \quad e = \rho \left[\varepsilon + 0,5 (v_x^2 + v_r^2) \right]. \end{aligned} \tag{1}$$

В приведенных выше уравнениях t — время; x, r — продольная и радиальная координаты соответственно; ρ — плотность продуктов горения; v_x, v_r — проекции скорости движения газа на оси цилиндрической системы координат; p — давление; $\varepsilon = c_v T$ — внутренняя энергия единицы массы пороховых газов; T — температура продуктов горения; c_v — удельная теплоемкость продуктов горения при постоянном объеме; α — коволюм пороховых газов; k — показатель адиабаты пороховых газов.

Поскольку принимается, что заряд движется единым пакетом, тогда уравнения для скорости движения трубчатого заряда $w(t)$ и перемещения шашки x_L записываются в виде

$$\delta W \frac{dw}{dt} = F_w = \int_S p ds, \quad (2)$$

$$\frac{dx_L}{dt} = w. \quad (3)$$

Изменение радиусов пороховых элементов и шашки определяются уравнениями

$$\frac{dr(t, x)}{dt} = u_k(t, x, r)k_\varepsilon, \quad (4)$$

$$\frac{dR(t, x)}{dt} = -u_k(t, x, r)k_\varepsilon, \quad (5)$$

$$r_3(t, x) = \sqrt{nr}(t, x), R_3(t, x) = \sqrt{n}R(t, x), \quad (6)$$

где δ — плотность пороха; $W(t) = \pi \int_{x_L}^{x_L+L} [R_3^2(t, x) - r_3^2(t, x)] dx$ — текущий объем шашки с длиной L ; $r_3(t, x)$, $R_3(t, x)$ — текущие внутренний и внешний радиусы шашки соответственно; F_w — газодинамическая сила, действующая на шашку; S — поверхность шашки; x_L — координата левой границы шашки; $r(t, x)$, $R(t, x)$ — текущие внутренний и внешний радиусы трубчатого порохового элемента соответственно; $u_k = u_p(p)p^{\nu(p)}$ — скорость горения пороха, определяемая давлением в каждой точке поверхности горения; $u_p(p)$, $\nu(p)$ — характеристики скорости горения, зависящие от давления; k_ε — коэффициент эрозионного увеличения скорости горения при обдуве. В данном исследовании будем пренебрегать кривизной торцов шашки, возникающей в процессе горения, примем также $k_\varepsilon = 1$.

Уравнения для скорости движения $v_{сн}$ и перемещения $x_{сн}$ снаряда имеют вид

$$\frac{dv_{сн}}{dt} = \left(2\pi \int_0^{d_{кн}/2} p(t, x_{сн}, r) r dr \right) \eta(p_{сн} - p_\phi), \quad (7)$$

$$\frac{dx_{сн}}{dt} = v_{сн}, \quad (8)$$

где $x_{сн}$ — координата положения снаряда в стволе; $p_{сн}$ — усредненное давление на торец снаряда; $d_{кн}$ — диаметр канала ствола; $\eta(\xi)$ — функция Хэвисайда.

Систему уравнений (1)–(8) необходимо дополнить начальными и граничными условиями. В качестве начальных условий задаются условия покоя и условия, отвечающие состоянию продуктов горения в момент полного сгорания воспламенителя массой ω_b в замкнутом объеме. Она решается в области $t > 0$, $0 < x < x_{сн}(t)$, $0 \leq r \leq R(x)$, где $R(x)$ — переменный радиус камеры и канала ствола.

Начальные условия:

при $t = 0$, $0 \leq x \leq L_{км}$, $0 \leq r \leq R(x)$

$$v_x = 0, v_r = 0, p = p_b, \rho = \Delta_b, T = T_v, w = 0, x_L = l_n, v_{сн} = 0, x_{сн} = L_{км}. \quad (9)$$

Здесь T_v — температура продуктов горения пороха в замкнутом объеме; $p_b = \frac{\Delta_b f}{1 - \alpha \Delta_b}$ — давление, развиваемое воспламенителем; $f = RT_v$ — сила пороха; R — удельная газовая постоянная продуктов горения; $\Delta_b = \frac{\omega_b}{W_{км} - \omega/\delta}$ — плотность заряжания воспламенителя; $W_{км}$ — объем камеры; ω — масса заряда.

Граничные условия на непроницаемых границах:
при $t > 0, x = 0, 0 \leq r \leq R(x)$

$$v_n = 0; \quad (10)$$

при $t > 0, x = x_{\text{сн}}(t), 0 \leq r \leq R(x)$

$$v_n = v_{\text{сн}}; \quad (11)$$

при $t > 0, 0 \leq x \leq x_{\text{сн}}(t), r = R(x)$

$$v_n = 0. \quad (12)$$

Граничные условия на оси канала:
при $t > 0, 0 \leq x \leq x_{\text{сн}}(t), r = 0$

$$\frac{\partial f}{\partial r} = 0, \quad f = (p, \rho, T, v_x), \quad v_r = 0. \quad (13)$$

Граничные условия на горящих поверхностях:
при $t > 0, x_L(t) \leq x \leq x_L(t) + L(t), r = r_3(t, x)$

$$v_n = u_k(p) \frac{\delta}{\rho} \sqrt{n}, \quad \varepsilon = \frac{f}{k-1}; \quad (14)$$

при $t > 0, x_L(t) \leq x \leq x_L(t) + L(t), r = R_3(t, x)$

$$v_n = u_k(p) \frac{\delta}{\rho} \sqrt{n}, \quad \varepsilon = \frac{f}{k-1}; \quad (15)$$

при $t > 0, x = x_L(t), r_3(t, x_L) < r < R_3(t, x_L)$

$$v_n = u_k(p) \frac{\delta}{\rho}, \quad \varepsilon = \frac{f}{k-1}; \quad (16)$$

при $t > 0, x = x_L(t) + L(t), r_3(t, x_L + L) < r < R_3(t, x_L + L)$

$$v_n = u_k(p) \frac{\delta}{\rho}, \quad \varepsilon = \frac{f}{k-1}. \quad (17)$$

Здесь v_n — нормальная к границе составляющая скорости газа.

2. Вычислительные алгоритмы решения задачи

Уравнения движения шашки и снаряда интегрировались с использованием двухшаговой схемы Рунге–Кутты второго порядка точности [Бахвалов, Жидков, Кобельков, 2011].

Расчетная область газодинамической задачи имеет осевую симметрию и включает камеру и ствол до заднего торца снаряда (см. рис. 3).

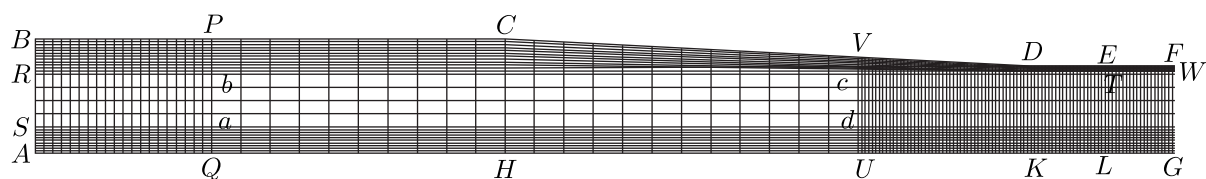


Рис. 3. К вопросу о построении расчетной сетки в заснарядном пространстве для газодинамической задачи

Контур расчетной области содержит цилиндрический участок камеры $ABCH$, усеченный конус камеры $CDKH$, цилиндрический участок камеры $DELK$, переменную цилиндрическую часть ствола от камеры до заднего торца снаряда $EFGL$. Эквивалентная шашка занимает область $abcd$. До горения шашка представляет собой полый прямоугольный цилиндр с размерами $L_3 = L$, $d_3 = \sqrt{n}d_0$, $D_3 = \sqrt{n}D_0$, где d_0 , D_0 – внутренний и внешний первоначальные диаметры трубчатого порохового элемента соответственно. При горении внутренняя ad и внешняя bc образующие являются криволинейными.

В процессе расчета границы ad и bc являются подвижными из-за выгорания поверхности шашки. Сечения PQ и VU перемещаются при движении шашки под действием газодинамической силы. Граница FG движется вместе со снарядом. В радиальном направлении общее количество ячеек сетки задавалось равным $J_\Sigma = 26$. Это количество складывается из $J_1 = 10$ ячеек на участке AS , $J_2 = 4$ ячеек на SR и $J_3 = 12$ ячеек на RB для криволинейной области $RBPCVDET$. В продольном направлении общее количество ячеек сетки задавалось равным $I_\Sigma = 150$. При этом область AQ разбивалась на $I_1 = 20$ ячеек сетки, область QU – на $I_2 = 30$, на участке UL от правого торца шашки до снаряда количество ячеек принимали равным $I_3 = 100$. В области $RBPCVDET$ в начальный момент строится ортогонализированная сетка с J_3 узлов по радиусу и $I_\Sigma = I_1 + I_2 + I_3$ узлов по длине комплексным методом граничных элементов [Тенев, Горохов, Русяк, 1997]. При перемещении шашки определяются координаты узлов на оси от дна камеры до левого торца заряда из условия равномерного распределения при фиксированном количестве ячеек. Аналогично равномерно распределяются узлы от правого торца заряда до дна снаряда. В радиальных сечениях при выгорании свода шашки также равномерно распределяются узлы. По полученному распределению узлов с помощью двумерного интерполирования определяются координаты узлов расчетной области $RBPCVDEFW$.

При решении газодинамической задачи (1) использовали метод С. К. Годунова [Годунов, Забродин, Иванов и др., 1976; Сафронов, Фомин, 2010; Прокопов, Северин, 2009]. Для численного решения системы газодинамических уравнений применялся метод контрольного объема. Параметры газа на границах контрольных объемов определяются с использованием автотомельного решения задачи о распаде произвольного разрыва. Алгоритм численного расчета со вторым порядком точности по координате и времени подробно рассмотрен в [Русяк, Тенев, 2020]. Здесь лишь отметим, что на непроницаемых границах и оси канала, где нормальная к границе скорость газа равна нулю, ставятся условия отражения, заключающиеся в том, что давление, плотность и тангенциальная скорость в фиктивных ячейках, прилегающих к границе, равны их значениям в приграничных ячейках. Величины потоков массы, количества движения и энергии определяются из решения задачи Римана с уравнением состояния $p(1 - \alpha\rho) = (k - 1)\rho\varepsilon$. Для определения нормальной скорости U , давления P и плотности R на границе контрольного объема с горением решалась задача о распаде произвольного разрыва с заданием отражающих условий [Toro, 2009] для внешней (фиктивные ячейки) (E) и внутренней (приграничные ячейки) (I) областей: $p_E = p_I$, $\rho_E = \rho_I$. Уравнение для скорости газа на контактном разрыве имеет вид $U = \frac{a_I u_I + a_E u_E + p_I - p_E}{a_I + a_E} = (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})$, где $a_E(p_E, \rho_E)$, $a_I(p_I, \rho_I)$ – массовые скорости; $\mathbf{v} = (v_n, 0)^T$ – вектор скорости оттекающих газов с проекциями на нормальное и касательное направления к поверхности горения; \mathbf{n} – нормаль к границе контрольного объема; u_E , u_I – нормальные составляющие скорости. Отсюда следует $u_E = -u_I + 2(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})$. Нормаль соответствует обходу по контуру контрольного объема внутренней области против часовой стрелки и ориентирована внутрь горящего элемента в противоположном направлении от вектора скорости вдува с поверхности. Следовательно, граничное условие, связывающее скорости газа, принимает вид $u_E = -u_I - 2v_n$. Внутренняя энергия пороховых газов на горячей поверхности равна теплоте сгорания пороха: $\varepsilon = \frac{f}{k-1}$. Граничные условия такого типа ставятся на контуре $abcd$ (см. рис. 3). При реализации граничных условий на горячей поверхности необходимо иметь в виду, что на контурах bc и ad скорость вдува опре-

деляется выражением $v_n = u_k(P) \frac{\delta}{R} \sqrt{n}$, а на контурах ab и cd — выражением $v_n = u_k(P) \frac{\delta}{R}$, где P — давление, а R — плотность газа на горячей границе контрольного объема, определяемые при решении задачи о распаде произвольного разрыва.

Проведено исследование сеточной сходимости метода. Выбор шагов численного интегрирования, обеспечивающих в евклидовой норме точность расчета 0,1 %, осуществлялся путем последовательного удвоения делений сетки и сравнением результатов в соответствии с принципом Рунге [Самарский, Гулин, 2003]. Количество ячеек сетки в области интегрирования, обеспечивающих заданную точность, равнялось $N = I_\Sigma \times J_\Sigma = 150 \times 26 = 3900$. Величина шага численного интегрирования по времени определяется из условия устойчивости явной разностной схемы с числом Куранта 0,5 и изменяется в процессе расчета от $0,5 \cdot 10^{-7}$ до $0,3 \cdot 10^{-6}$ с. Влияние количества ячеек разностной сетки от правого торца шашки до снаряда на относительную погрешность дульной скорости, определяемую между двумя соседними расчетами, показано на рис. 4.

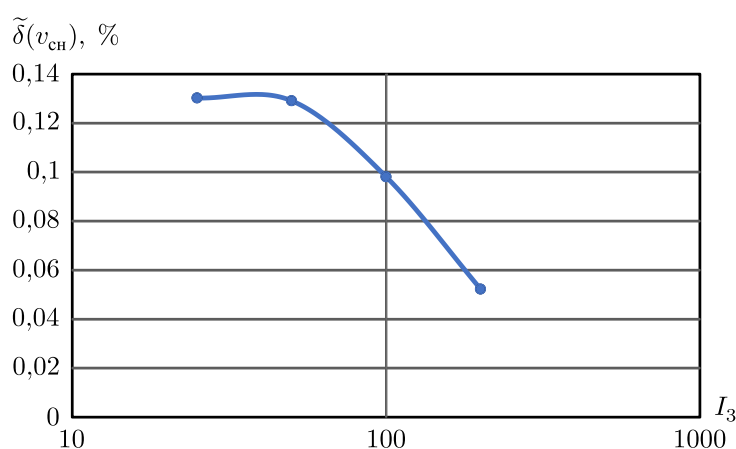


Рис. 4. Зависимость относительной погрешности дульной скорости снаряда от количества узлов сетки в заснарядном пространстве

3. Результаты расчетов

Численные исследования проводились для артиллерийской системы со следующими геометрическими характеристиками: диаметр камеры $d_{км} = 0,13$ м, диаметр канала ствола $d_{кн} = 0,1$ м, длина камеры $L_{км} = 0,8$ м, расстояние от дна камеры до начала трубчатого заряда $l_{нз} = 0,1$ м, начало уширения камеры $l_{ну} = 0,4$ м, конец уширения камеры $l_{ку} = 0,7$ м, длина ствола $L_d = 5$ м.

Переменная площадь сечения камеры и канала ствола задавалась следующим образом: $S(x) = S_{км} = 0,25\pi d_{км}^2$, если $0 \leq x \leq l_{ну}$; $S(x) = S_{кн} = 0,25\pi d_{кн}^2$, если $x \geq l_{ку}$; при $l_{ну} < x < l_{ку}$ сперва определялся переменный диаметр в уширении камеры линейной интерполяцией между диаметром камеры $d_{км}$ и диаметром канала ствола $d_{кн}$, затем в соответствующей точке x определялась площадь сечения камеры.

Теплофизические характеристики продуктов горения пороха принимали следующие значения: $f = 1 \cdot 10^6$ Дж/кг, $k = 1,25$, $R = 300$ Дж/кг·К, $\alpha = 0,001$ м³/кг.

Геометрические характеристики трубчатых пороховых элементов были равны: $d_0 = 0,004$ м, $D_0 = 0,012$ м, $L = 0,5$ м. Плотность пороха $\delta = 1600$ кг/м³. Масса заряда $\omega = 4,5$ кг. При этом количество трубок $n = 56$. Масса снаряда $q = 25$ кг. Линейная скорость горения пороха

определялась зависимостью:

$$u_k = u_{1/3} p^{1/3}, \text{ если } p_v = 5 \cdot 10^6 \text{ Па} \leq p \leq 30 \cdot 10^6 \text{ Па} = p_{1/3};$$

$$u_k = u_{2/3} p^{2/3}, \text{ если } p_{1/3} \leq p \leq 60 \cdot 10^6 \text{ Па} = p_{2/3};$$

$$u_k = u_1 p, \text{ если } p \geq p_{2/3}.$$

Значения $u_{1/3}$ и $u_{2/3}$ определялись из условия совпадения скоростей горения в реперных точках: $u_{1/3} p_{1/3}^{1/3} = u_{2/3} p_{1/3}^{2/3}$ и $u_{2/3} p_{2/3}^{2/3} = u_1 p_{2/3}$. Откуда $u_{2/3} = u_1 p_{2/3}^{1/3}$, а $u_{1/3} = u_{2/3} p_{1/3}^{1/3}$. Значение u_1 принималось равным $u_1 = 0,85 \cdot 10^{-9}$ м/с/Па.

На рис. 5 представлены кривые давления и скорости снаряда в зависимости от времени. На кривой $p_{\text{кн}}(t)$ можно определить момент начала выгорания шашки. После окончания ее горения давление в области камеры резко падает и становится меньше давления на дно снаряда.

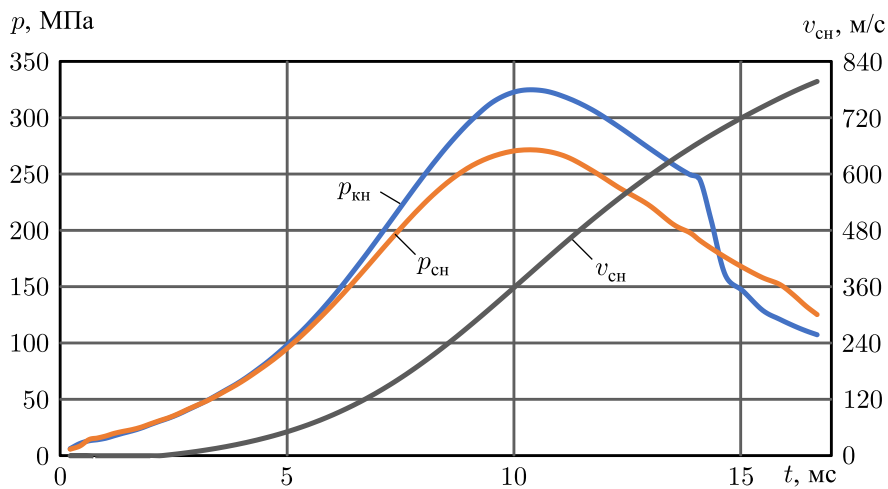


Рис. 5. Зависимости давления у дна канала $p_{\text{кн}}$, у дна снаряда $p_{\text{сн}}$ и скорости снаряда $v_{\text{сн}}$ от времени выстрела, полученные по газодинамической модели

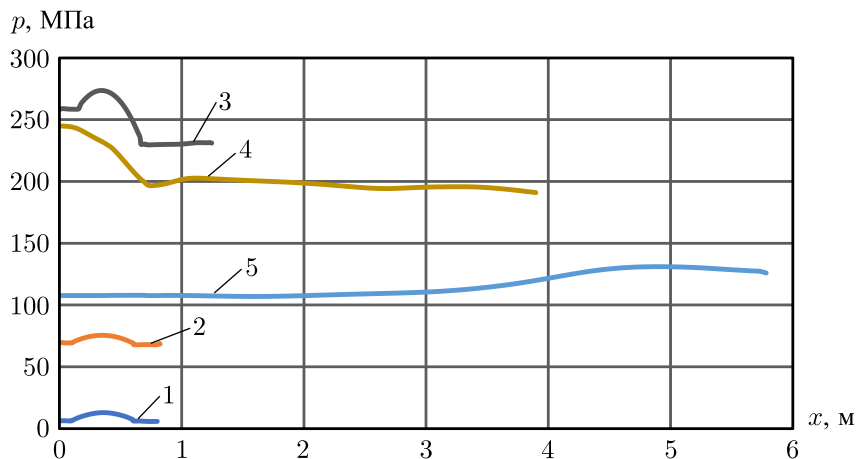


Рис. 6. Распределение давления на оси по длине камеры и ствола в различные моменты времени процесса выстрела: 1 — 0,2 мс; 2 — 4,0 мс; 3 — 8,0 мс; 4 — 14,1 мс; 5 — 16,7 мс

На рис. 6 представлено распределение давления по длине на оси камеры и ствола. Видно, что распределение давления носит немонотонный характер. Горение порохового заряда суще-

ственно влияет на его профиль. При этом в момент вылета снаряда распределение давления имеет обратный градиент. Данный эффект обусловлен перестройкой газодинамического процесса в моменты после окончания горения заряда. Действительно, в процессе горения газовая динамика была настроена на усиленный отток продуктов горения из области заряда в сторону движущегося снаряда. После окончания горения заряда, которое происходит в узком интервале времени, поток газов не успевает быстро перестроиться под новые условия процесса, продолжая двигаться в сторону снаряда по инерции. Но поскольку заряд сторел, нет возможности компенсировать волну разрежения, которая образуется в эти моменты времени. Поэтому, несмотря на то, что давление у дна снаряда продолжает падать (см. рис. 5), давление в камере падает быстрее и в конце концов становится меньше давления у снаряда.

Расчеты показывают, что трубчатый заряд не испытывает значительных перемещений в процессе выстрела, и его горение практически заканчивается в камере. Это можно проследить по кривым распределения давления, представленным на рис. 6.

Как и предполагалось, наблюдаются существенные локальные продольные скорости течения продуктов горения внутри (рис. 7) и снаружи (рис. 8) пороховых трубок, которые значительно превосходят скорости снаряда в соответствующие моменты времени. Следует отметить, что в данном расчете точки разделения потоков в начале процесса выстрела находятся внутри и вне канала шашки (рис. 9). При развитии процесса точка разделения потоков внутри канала смещается ближе ко дну камеры (см. рис. 7). По мере ускорения движения снаряда на внешней стороне пороховых трубок граница разделения потоков также смещается влево (см. рис. 8), при этом после времени $t > 8$ мс вне трубок поток всегда направлен в сторону снаряда (рис. 10, 11).

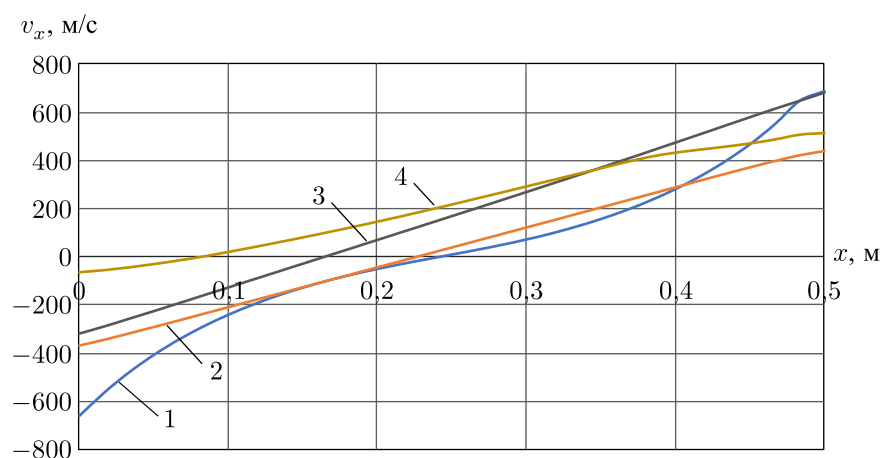


Рис. 7. Распределение продольной скорости газа на оси канала трубки в различные моменты времени процесса выстрела: 1 — 0,2 мс; 2 — 4,0 мс; 3 — 8,0 мс; 4 — 14,1 мс

Полученная информация может быть использована для расчета эрозионной скорости горения трубчатых зарядов. Здесь ограничимся оценкой эрозионного эффекта по полуэмпирической формуле Вилюнова–Колмакова [Архипов, Зарко, Жарова и др., 2016]: $k_e = 1 + 0,05(J - 8)$, справедливой в диапазоне $5 \leq p \leq 20$ МПа, где $J = \frac{\bar{\rho} \bar{v}_x}{\delta u_{k0}} \sqrt{\xi}$ — параметр В. Н. Вилюнова, $\bar{\rho}$, \bar{v}_x — средние по сечению канала плотность и продольная скорость продуктов горения соответственно, u_{k0} — скорость горения пороха без обдува, ξ — коэффициент гидравлического сопротивления. Для оценки коэффициента эрозии в результате решения задачи в фиксированный момент времени при давлениях в диапазоне $5 \leq p \leq 20$ МПа определялись поля параметров. По ним вычислялись средние по сечению продольная скорость \bar{v}_x и плотность газа $\bar{\rho}$ для канала и зазора. Эти же значения были использованы для вычисления коэффициента гидравлического сопротивления ξ

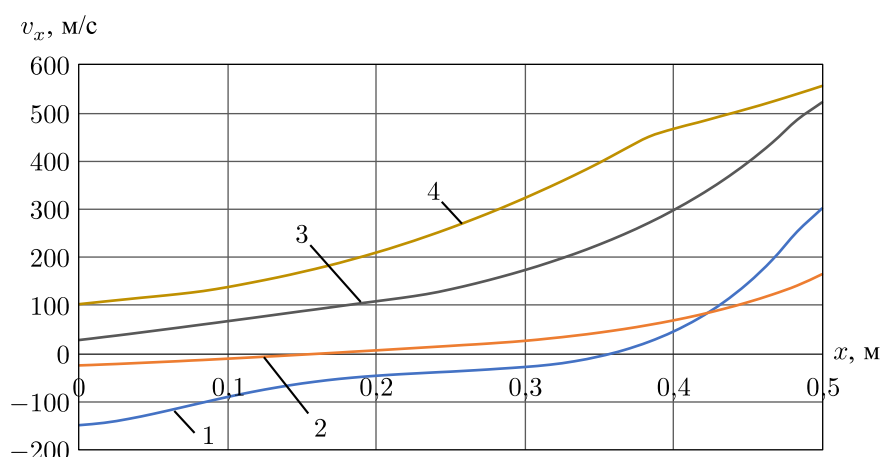


Рис. 8. Распределение продольной скорости газа вне трубки вблизи верхней границы камеры и ствола в различные моменты времени процесса выстрела: 1 — 0,2 мс; 2 — 4,0 мс; 3 — 8,0 мс; 4 — 14,1 мс

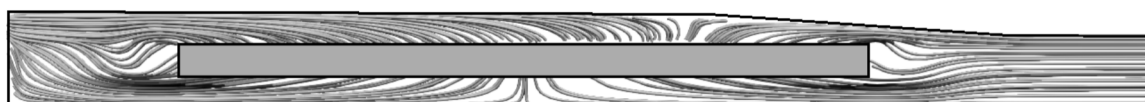


Рис. 9. Линии тока при горении шашки в начале процесса выстрела ($t = 0,2$ мс)

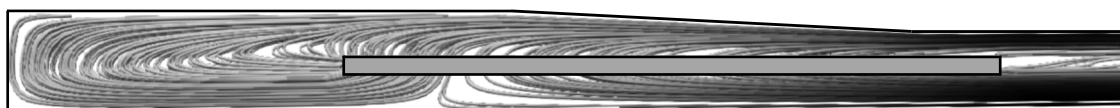


Рис. 10. Линии тока газа при горении шашки в момент процесса выстрела, близкий к достижению максимального давления в камере ($t = 10$ мс)

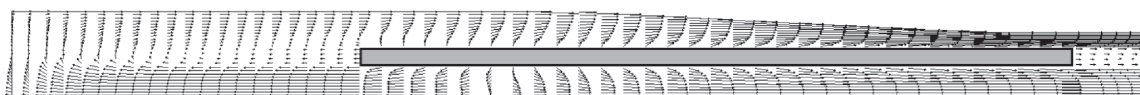


Рис. 11. Профили скорости газа при горении шашки в момент процесса выстрела, близкий к достижению максимального давления в камере ($t = 10$ мс)

через число Рейнольдса. В результате были получены распределения коэффициента эрозии по x . Максимальные по длине шашки значения коэффициентов эрозии: для зазора — порядка 2, для канала — порядка 3. Таким образом, по крайней мере в начале процесса выстрела, в указанном диапазоне давлений можно ожидать увеличение скорости горения пороха в 2–3 раза.

На рис. 12 представлен перепад давления $\Delta p = p_k - p_3$ между внутренней (канал) и внешней (зазор) областями горения шашки. Область избыточного давления устойчиво находится внутри пороховых трубок, поскольку напряженность горения, определяемая через параметр Ю. А. Победоносцева, там выше. Отношение параметров Ю. А. Победоносцева канала (κ_k) и зазора (κ_3) в данном примере составляет $\kappa_k/\kappa_3 = 500:150$ в начале горения и $\kappa_k/\kappa_3 = 125:67$ в конце горения. Очевидно, что такой перепад давления пороховая трубка вряд ли выдержит, тем более что в процессе выстрела ее толщина $e = R(t, x) - r(t, x)$ быстро уменьшается. На рис. 13 представлено изменение толщины эквивалентной шашки $e_3 = R_3(t, x) - r_3(t, x)$. В этой связи задача о напряженно-деформированном состоянии пороховой трубки в процессе выстрела является, безусловно, актуальной.

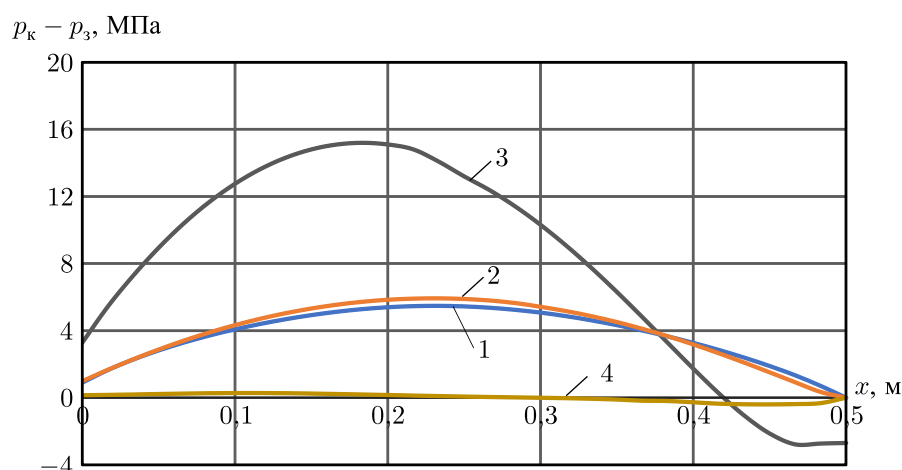


Рис. 12. Распределение перепада давления между внутренней и внешней областями горения шашки по длине шашки в различные моменты времени процесса выстрела: 1 – 0,2 мс; 2 – 4,0 мс; 3 – 8,0 мс; 4 – 14,1 мс

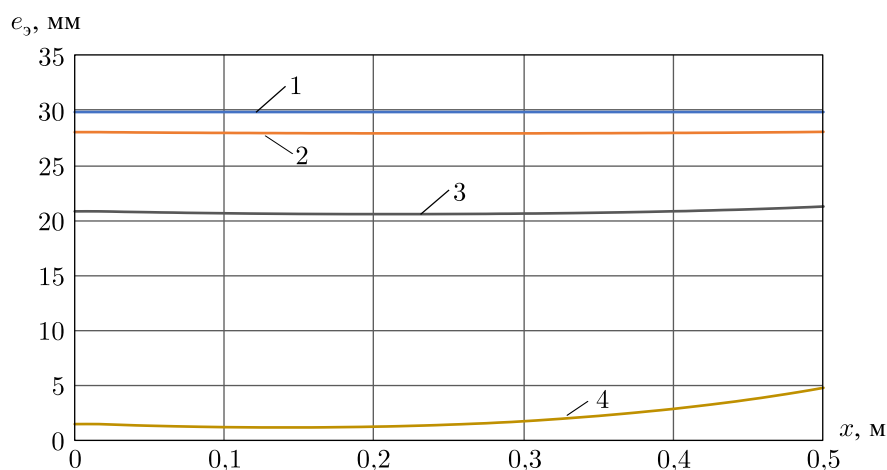


Рис. 13. Распределение толщины стенки эквивалентной шашки по длине шашки в различные моменты времени процесса выстрела: 1 – 0,2 мс; 2 – 4,0 мс; 3 – 8,0 мс; 4 – 14,1 мс

При $e_3 \rightarrow 1$ скорость шашки не определена. В практических расчетах принимался следующий алгоритм расчета догорания шашки, обусловленный различными значениями свода по длине трубки (см. рис. 13) и обеспечивающий сохранение массоприхода. Задавалась минимальная толщина свода: $(e_3)_{\min} = 0,05$ мм. При достижении этого значения в каких-либо сечениях шашки фиксировались ее внутренние и внешние радиусы $r_3(t, x)$, $R_3(t, x)$, но расчет по формулам (4)–(6) для радиусов продолжался до условия $r_3(t, x) = R_3(t, x)$ с заданием скорости вдува за счет горения на зафиксированных границах. При выполнении этого условия скорость вдува на таких границах в дальнейшем принималась равной нулю. После выгорания последних ячеек, связанных с трубкой, в слоях, граничащих с газом, газодинамические параметры задавались такие же, как и в примыкающей газовой фазе. Во внутренних слоях шашки параметры определялись как средние по граничным слоям внутри и вне канала шашки. Величина несгоревшей части составляла менее 0,3 % от массы заряда. Уменьшение величины минимального свода до $(e_3)_{\min} = 0,005$ мм приводит только к существенному уменьшению шага по времени из-за сильного сгущения сеточных линий за торцами шашки, но на результаты расчета практически не влияет.

4. Заключение

Как следует из представленных материалов, баллистика зарядов, состоящих из трубчатых порохов, во многом определяется условиями неравномерного горения внутри и вне каналов пороховых трубок. Для оценки напряженности условий горения различных участков трубчатого заряда может быть использован параметр Ю. А. Победоносцева.

В общем случае применение пространственной постановки задачи и учет многомерности газодинамического течения позволяют более детально описать картину течения и более правдоподобно определить поля скоростей и давлений при горении трубчатого заряда.

Решение основной задачи внутренней баллистики для зарядов, состоящих из трубчатых порохов, в предложенной постановке позволяет по-новому подойти к проектированию трубчатых зарядов, поскольку открывает возможности определения параметров, от которых существенно зависят физика процесса горения пороха и, следовательно, динамика процесса выстрела.

Список литературы (References)

- Архипов В. А., Зарко В. Е., Жарова И. К., Жуков А. С., Козлов Е. А., Аксененко Д. Д., Курбатов А. В. Горение твердых топлив при обдуве высокоскоростным газовым потоком (обзор) // Физика горения и взрыва. — 2016. — Т. 52, № 5. — С. 3–32. — DOI: 10.15372/FGV20160501
- Arkhipov V. A., Zarko V. E., Zharova I. K., Zhukov A. S., Kozlov E. A., Akseenko D. D., Kurbatov A. V. Gorenie tverdykh topliv pri obduve vysokoskorostnym gazovym potokom (obzor) [Solid Propellant Combustion in a High-Velocity Cross-Flow of Gases (Review)] // Fizika gorenija i vzryva [Combustion, Explosion, and Shock Waves]. — 2016. — Vol. 52, iss. 5. — P. 497–513. — DOI: 10.1134/S0010508216050014
- Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. — М.: Бином, Лаборатория знаний, 2011. — 640 с.
- Bakhvalov N. S., Zhidkov N. P., Kobelkov G. M. Chislennye metody [Numerical methods]. — Moscow: Binom, Laboratoriya znaniy [Laboratory of Knowledge], 2011. — 640 p. (in Russian).
- Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. — М.: Наука, 1976. — 400 с.
- Godunov S. K., Zabrodin A. V., Ivanov M. Ya., Kraiko A. N., Prokopov G. P. Chislennoe reshenie mnogomernykh zadach gazovoi dinamiki [Numerical solution of multidimensional problems of gas dynamics]. — Moscow: Nauka, 1976. — 400 p. (in Russian).
- Гофф П. С., Шварц Ф. Дж. Создание математической модели течения гетерогенной двухфазной реагирующей смеси // РТИК. — 1979. — Т. 17, № 1. — С. 19–29.
- Goff P. S., Schwartz F. J. Sozdanie matematicheskoy modeli techeniya geterogennoj dvukhfaznoj reagiruyushchey smesi [Creation of a mathematical model of the flow of a heterogeneous two-phase reacting mixture] // RTiK. — 1979. — Vol. 17, no. 1. — P. 19–29 (in Russian).
- Ищенко А. Н., Касимов В. З., Ушакова О. В. Расчет функционирования модульных метательных зарядов в осесимметричной постановке // Материалы Всероссийской научной конференции «Современная баллистика и смежные вопросы механики». Томск, 17–19 ноября 2009. — Томск: Томский государственный университет, 2010. — С. 85–86.
- Ishchenko A. N., Kasimov V. Z., Ushakova O. V. Raschet funktsionirovaniya modul'nykh metatel'nykh zaryadov v osesimmetrichnoi postanovke [Calculation of the functioning of modular propellant charges in an axisymmetric formulation] // Materialy Vserossiiskoi nauchnoi konferentsii «Sovremennaya ballistika i smezhnye voprosy mekhaniki» [Proc. All-Russian Scientific Conference «Modern Ballistics and Related Problems of Mechanics»]. Tomsk, November 17–19, 2009. — Tomsk: Tomsk State University, 2010. — P. 85–86 (in Russian).
- Ищенко А. Н., Касимов В. З., Ушакова О. В. Влияние начальной температуры топлива и метода воспламенения на баллистические характеристики выстрела в условиях модельной установки калибром 120 мм // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. — 2021. — № 70. — С. 37–50. — DOI: 10.17223/19988621/70/4
- Ishchenko A. N., Kasimov V. Z., Ushakova O. V. Vliyaniye nachal'noy temperatury topliva i metoda vosplamneniya na ballisticheskie kharakteristiki vystrela v usloviyakh model'noy ustanovki kalibrom 120 mm [Influence of the Initial Propellant Temperature and Ignition Method on Ballistic Characteristics of a Shot in the Setting of a 120 mm Caliber

- Model Ballistic Installation] // Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics. — 2021. — Vol. 70. — P. 37–50 (in Russian). — DOI: 10.17223/19988621/70/4
- Кiryushkin A. E., Minkov L. L.* Параллельная реализация решения сопряженной задачи определения внутрибаллистических характеристик двигателей на твердом топливе // Компьютерные исследования и моделирование. — 2021. — Т. 13, № 1. — С. 47–65. — DOI: 10.20537/2076-7633-2021-13-1-47-65
- Kiryushkin A. E., Minkov L. L.* Parallel'naya realizatsiya resheniya sopryazhennoy zadachi opredeleniya vnutriballisticheskikh kharakteristik dvigateley na tverdom toplive [Parallel implementation of numerical algorithm of solving coupled internal ballistics modelling problem for solid rocket motors] // Computer Research and Modeling. — 2021. — Vol. 13, no. 1. — P. 47–65 (in Russian). — DOI: 10.20537/2076-7633-2021-13-1-47-65
- Милехин Ю. М., Ключников А. Н., Попов В. С.* Сопряженная задача моделирования внутрибаллистических характеристик бесспорных РДТТ // Физика горения и взрыва. — 2013. — Т. 49, № 5. — С. 77–85.
- Milekhin Yu. M., Klyuchnikov A. N., Popov V. S.* Sopryazhennaya zadacha modelirovaniya vnutriballisticheskikh kharakteristik bessoplovykh RDTT [Coupled Problem of Modeling the Internal Ballistics of Nozzleless Solid Rocket Motors] // Fizika gorenija i vzryva [Combustion, Explosion, and Shock Waves]. — 2013. — Vol. 49, iss. 5. — P. 575–582. — DOI: 10.1134/S0010508213050092
- Прокопов Г. П., Северин А. В.* Экономичная реализация метода Годунова // Препринты ИПМ имени М. В. Келдыша. Москва, 2009. — № 29. — 24 с. — URL: https://keldysh.ru/papers/2009/prep29/prep2009_29.pdf (дата обращения: 03.07.2020).
- Prokopov G. P., Severin A. V.* Ekonomichnaya realizatsiya metoda Godunova [Cost-effective implementation of the Godunov method] // KIAM Preprint. Moscow, 2009. — No. 29. — 24 p. (in Russian). — Available at: https://keldysh.ru/papers/2009/prep29/prep2009_29.pdf (accessed: 03.07.2020).
- Русяк И. Г., Липанов А. М., Ушаков В. М.* Физические основы и газовая динамика горения порохов в артиллерийских системах: монография. — М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2016. — 456 с.
- Rusyak I. G., Lipanov A. M., Ushakov V. M.* Fizicheskie osnovy i gazovaya dinamika gorenija porokhov v artilleriiskikh sistemakh: monografiya [Physical basis and gas dynamics of combustion of gunpowders in artillery systems]. — Moscow–Izhevsk: Institute of Computer Sciences, 2016. — 456 p. (in Russian).
- Русяк И. Г., Тенев В. А.* Моделирование баллистики артиллерийского выстрела с учетом пространственного распределения параметров и противодавления // Компьютерные исследования и моделирование. — 2020. — Т. 12, № 5. — С. 1123–1147. — DOI: 10.20537/2076-7633-2020-12-5-1123-1147
- Rusyak I. G., Tenenev V. A.* Modelirovanie ballistik artilleriiskogo vystrela s uchetom prostranstvennogo raspredeleniya parametrov i protivodavleniya [Modeling of ballistics of an artillery shot taking into account the spatial distribution of parameters and backpressure] // Computer Research and Modeling. — 2020. — Vol. 12, no. 5. — P. 1123–1147 (in Russian). — DOI: 10.20537/2076-7633-2020-12-5-1123-1147
- Русяк И. Г., Ушаков В. М.* Внутрикамерные гетерогенные процессы в ствольных системах: монография. — Екатеринбург: Издательство УрО РАН, 2001. — 259 с.
- Rusyak I. G., Ushakov V. M.* Vnutrikamernye geterogennye protsessy v stvol'nykh sistemakh: monografiya [Intrachamber heterogeneous processes in the stem systems: monograph]. — Yekaterinburg: Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, 2001. — 259 p. (in Russian).
- Самарский А. А., Гулин А. В.* Численные методы математической физики. — М.: Научный мир, 2003. — 316 с.
- Samarskij A. A., Gulin A. V.* Chislennye metody matematicheskoy fiziki [Numerical methods of mathematical physics]. — Moscow: Nauchnyj mir, 2003. — 316 p. (in Russian).
- Сафронов А. В., Фомин Ю. В.* Метод численного решения уравнений газодинамики с помощью соотношения на разрывах // Труды МФТИ. — 2010. — Т. 2, № 2. — С. 137–148.
- Safronov A. V., Fomin Yu. V.* Metod chislennogo resheniya uravnenij gazodinamiki s pomoshch'yu sootnosheniya na razryvakh [A method for the numerical solution of gas dynamics equations using a discontinuity relation] // Proceedings of the Moscow Institute of Physics and Technology. — 2010. — Vol. 2, no. 2. — P. 137–148 (in Russian).

- Семенов И. В., Меньшов И. С., Уткин П. С., Ахмедьянов И. Ф., Марков В. В.* Разработка программного комплекса для решения многомерных задач внутренней баллистики на многопроцессорных ЭВМ // Труды 13-й Всероссийской научно-практической конференции РАРАН «Актуальные проблемы защиты и безопасности». Санкт-Петербург, 5–8 апреля 2010 г. — Т. 1. — СПб.: НПО специальных материалов, 2010. — С. 632–636.
- Semenov I. V., Menshov I. S., Utkin P. S., Akhmedyanov I. F., Markov V. V.* Razrabotka programmnogo kompleksa dlya resheniya mnogomernykh zadach vnutrenney ballistiki na mnogoprotsessornykh EVM [Development of a software complex for solving multidimensional problems of internal ballistics on multiprocessor computers]. Trudy 13-y Vserossiiskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii RARAN «Aktual'nye problemy zashchity i bezopasnosti» [Proceedings of the 13th All-Russian Scientific and Practical Conference RARAN «Actual Problems of Protection and Security»]. St. Petersburg, April 5–8, 2010. — Vol. 1. — St. Petersburg: NPO spetsial'nykh materialov [NGO Special Materials], 2010. — P. 632–636 (in Russian).
- Серебряков М. Е.* Внутренняя баллистика ствольных систем и пороховых ракет. — М.: Оборонгиз, 1962. — 703 с.
- Serebryakov M. E.* Vnutrennyaya ballistika stvol'nykh sistem i porokhovykh raket [Internal ballistics of barrel systems and powder rockets]. — Moscow: Oborongiz, 1949. — 703 p. (in Russian).
- Соркин Р. Е.* Газотермодинамика ракетных двигателей на твердом топливе. — М.: Наука, 1967. — 368 с.
- Sorkin R. E.* Gazotermodinamika raketnykh dvigateley na tverdom toplive [Gas-thermodynamics of solid-propellant rocket engines]. — Moscow: Nauka, 1967. — 368 p. (in Russian).
- Тенев В. А., Горохов М. М., Русяк И. Г.* Численное исследование горения частиц в двухфазном потоке // Математическое моделирование. — 1997. — Т. 9, № 5. — С. 87–96.
- Tenenev V. A., Gorokhov M. M., Rusyak I. G.* Chislennoe issledovanie gorenija chastits v dvukhfaznom potoke [Numerical study of particle combustion in a two-phase flow] // Matematicheskoe modelirovanie [Mathematical modeling]. — 1997. — Vol. 9, no. 5. — P. 87–96 (in Russian).
- Хоменко Ю. П., Ищенко А. Н., Касимов В. З.* Математическое моделирование внутрибаллистических процессов в ствольных системах. — Новосибирск: Издательство СО РАН, 1999. — 256 с.
- Khomenko Yu. P., Ischenko A. N., Kasimov V. Z.* Matematicheskoe modelirovanie vnutriballisticheskikh protsessov v stvol'nykh sistemakh [Mathematical modeling of ballistic processes in stem systems]. — Novosibirsk: Publishing House of the SB RAS, 1999. — 256 p. (in Russian).
- Cavallini E.* Modeling and Numerical Simulation of Solid Rocket Motors Internal Ballistics // PhD thesis. — 2009. — 203 p. — Available at: <https://core.ac.uk/download/pdf/74323997.pdf> (accessed: 03.07.2020).
- Gough P. S.* Modeling of Two-Phase Flows in Guns // Interior Ballistics of Guns. — N. Y., 1979. — Vol. 66. — P. 176–196.
- Ki W., Ko T., Kim S., Yoon W.* 3D grain burnback analysis using the partial interface tracking method // Aerospace Science and Technology. — 2017. — Vol. 6. — P. 58–67.
- Kostyushin K. V., Eremin I. V., Kagenov A. M. et al.* Method of gas flows calculation in solid propellant rocket engines taking into account the combustion of solid fuel charge // Journal of Physics: Conference series. — 2019. — Vol. 597. — P. 1–6.
- Longuet B., Della Pieta P., Franco P. et al.* MOBIDIC-NG: a 1D/2D code suitable for interior ballistics and vulnerability modelling // Proceedings of the 22nd International Symposium on Ballistics. Vancouver, Canada, November 2005. — P. 362–371.
- Lorente A. P.* Study of Grain Burnback and Performance of Solid Rocket Motors // PhD Thesis. — 2013. — 137 p. — Available at: https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2099.1/17700/Memoria_Arnau_Pons_Lorente.pdf (accessed: 03.07.2020).

- Miura H., Matsuo A., Nakamura Y.* Numerical Prediction of Interior Ballistics Performance of Projectile Accelerator by Solid/Gas Two-Phase Reacting Flow Simulation // Conference: 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition. January 2010. — DOI:10.2514/6.2010-1145
- Rashad M., Zhang X., Elsadek H.* Interior ballistic two-phase flow model of guided-projectile gun system utilizing stick propellant charge // WSEAS transactions on applied and theoretical mechanics. — 2014. — Vol. 9. — P. 124–135.
- Sullwald W.* Grain regression analysis // Master's thesis. — 2014. — 182 p. — Available at: https://scholar.sun.ac.za/bitstream/handle/10019.1/86526/sullwald_grain_2014.pdf (accessed: 03.07.2020).
- Terzic J., Zecevic B., Serdarevic-Kadic S., Catovic A.* Numerical simulation of internal ballistics parameters of solid propellant rocket motors // Conference: New Trends in Research of Energetic Materials. — 2012. — Vol. 2. — P. 881–892.
- Toro E. F.* Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics. — 3rd Edition. — Springer, 2009. — 724 p.
- Tshokotsha M. H.* Internal Ballistic Modelling of Solid Rocket Motors Using Level Set Methods for Simulating Grain Burnback // Master's thesis. — 2016. — 125 p. — Available at: <https://pdfs.semanticscholar.org/d0c7/5902ebacf32fc3c60e57158a9e040b9154f8.pdf> (accessed: 03.07.2020).