

Оптимизация планирования выполнения пакетов заданий в многостадийных системах при ограничениях и формировании комплектов

К. В. Кротов, А. В. Скатков

Севастопольский государственный университет,
Россия, 299053, г. Севастополь, ул. Университетская, 33

E-mail: krotov_k1@mail.ru

Получено 17.02.2021, после доработки — 22.07.2021.

Принято к публикации 04.08.2021.

Современные методы комплексного планирования выполнения пакетов заданий в многостадийных системах характеризуются наличием ограничений на размерность решаемой задачи, невозможностью гарантированного получения эффективных решений при различных значениях ее входных параметров, а также невозможностью учета условия формирования комплектов из результатов и ограничения на длительности интервалов времени функционирования системы. Для решения задачи планирования выполнения пакетов заданий при формировании комплектов результатов и ограничении на длительности интервалов времени функционирования системы реализована декомпозиция обобщенной функции системы на совокупность иерархически взаимосвязанных подфункций. Применение декомпозиции позволило использовать иерархический подход для планирования выполнения пакетов заданий в многостадийных системах, предусматривающий определение решений по составам пакетов заданий на первом уровне иерархии, решений по составам групп пакетов заданий, выполняемых в течение временных интервалов ограниченной длительности, на втором уровне и расписаний выполнения пакетов на третьем уровне иерархии. С целью оценки оптимальности решений по составам пакетов результаты их выполнения, полученные в течение заданных временных интервалов, распределяются по комплектам. Для определения комплексных решений применен аппарат теории иерархических игр. Построена модель иерархической игры для принятия решений по составам пакетов, групп пакетов и расписаниям выполнения пакетов, представляющая собой систему иерархически взаимосвязанных критериев оптимизации решений. В модели учтены условие формирования комплектов из результатов выполнения пакетов заданий и ограничение на длительность интервалов времени ее функционирования. Задача определения составов пакетов заданий и групп пакетов заданий является NP-трудной, поэтому для ее решения требуется применение приближенных методов оптимизации. С целью оптимизации групп пакетов заданий реализовано построение метода формирования начальных решений по их составам, которые в дальнейшем оптимизируются. Также сформулирован алгоритм распределения по комплектам результатов выполнения пакетов заданий, полученных в течение временных интервалов ограниченной длительности. Предложен метод локальной оптимизации решений по составам групп пакетов, в соответствии с которым из групп исключаются пакеты, результаты выполнения которых не входят в комплекты, и добавляются пакеты, не включенные ни в одну из групп. Выполнена программная реализация рассмотренного метода комплексной оптимизации составов пакетов заданий, групп пакетов заданий и расписаний выполнения пакетов заданий из групп (в том числе реализация метода оптимизации составов групп пакетов заданий). С ее использованием проведены исследования особенностей рассматриваемой задачи планирования. Сформулированы выводы, касающиеся зависимости эффективности планирования выполнения пакетов заданий в многостадийных системах при введенных условиях от входных параметров задачи. Использование метода локальной оптимизации составов групп пакетов заданий позволяет в среднем на 60 % увеличить количество формируемых комплектов из результатов выполнения заданий в пакетах из групп по сравнению с фиксированными группами (не предполагающими оптимизацию).

Ключевые слова: пакеты заданий, многостадийная система, комплекты результатов, расписание, ограничение длительности временных интервалов работы системы

Optimization of task package execution planning in multi-stage systems under restrictions and the formation of sets

K. V. Krotov, A. V. Skatkov

Sevastopol state University,
33 Universitetskaya st., Sevastopol, 299053, Russia

E-mail: krotov_k1@mail.ru

Received 17.02.2021, after completion — 22.07.2021.

Accepted for publication 04.08.2021.

Modern methods of complex planning the execution of task packages in multistage systems are characterized by the presence of restrictions on the dimension of the problem being solved, the impossibility of guaranteed obtaining effective solutions for various values of its input parameters, as well as the impossibility of registration the conditions for the formation of sets from the result and the restriction on the interval duration of time of the system operating. The decomposition of the generalized function of the system into a set of hierarchically interconnected subfunctions is implemented to solve the problem of scheduling the execution of task packages with generating sets of results and the restriction on the interval duration of time for the functioning of the system. The use of decomposition made it possible to employ the hierarchical approach for planning the execution of task packages in multistage systems, which provides the determination of decisions by the composition of task groups at the first level of the hierarchy decisions by the composition of task packages groups executed during time intervals of limited duration at the second level and schedules for executing packages at the third level the hierarchy. In order to evaluate decisions on the composition of packages, the results of their execution, obtained during the specified time intervals, are distributed among the packages. The apparatus of the theory of hierarchical games is used to determine complex solutions. A model of a hierarchical game for making decisions by the compositions of packages, groups of packages and schedules of executing packages is built, which is a system of hierarchically interconnected criteria for optimizing decisions. The model registers the condition for the formation of sets from the results of the execution of task packages and restriction on duration of time intervals of its operating. The problem of determining the compositions of task packages and groups of task packages is NP-hard; therefore, its solution requires the use of approximate optimization methods. In order to optimize groups of task packages, the construction of a method for formulating initial solutions by their compositions has been implemented, which are further optimized. Moreover, a algorithm for distributing the results of executing task packages obtained during time intervals of limited duration by sets is formulated. The method of local solutions optimization by composition of packages groups, in accordance with which packages are excluded from groups, the results of which are not included in sets, and packages, that aren't included in any group, is proposed. The software implementation of the considered method of complex optimization of the compositions of task packages, groups of task packages, and schedules for executing task packages from groups (including the implementation of the method for optimizing the compositions of groups of task packages) has been performed. With its use, studies of the features of the considered planning task are carried out. Conclusion are formulated concerning the dependence of the efficiency of scheduling the execution of task packages in multistage system under the introduced conditions from the input parameters of the problem. The use of the method of local optimization of the compositions of groups of task packages allows to increase the number of formed sets from the results of task execution in packages from groups by 60 % in comparison with fixed groups (which do not imply optimization).

Keywords: task packages, multi-stage system, sets of results, schedule, limiting the duration of time intervals for the system operation

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2021, vol. 13, no. 5, pp. 917–946 (Russian).

Введение

В производственных и вычислительных системах конвейерного типа (в многостадийных системах (МС)) возникают задачи планирования выполнения пакетов заданий (ПЗ). Для их решения используется иерархический подход [Кротов, 2018]. Под заданием подразумевается некоторая работа, выполняемая на приборах МС с материалами либо данными, после реализации которой будут сформированы результаты. Под многостадийной системой подразумевается система со строго заданной последовательностью приборов, выполняющих задания. Дисциплина обслуживания заданий в МС предполагает последовательное прохождение ими всех приборов в процессе выполнения. Задание считается выполненным, если его результаты сняты с последнего прибора многостадийной системы. При планировании заданными являются наборы однотипных заданий (однотипными являются задания, длительности выполнения которых на приборах МС одинаковы, длительности переналадок приборов на выполнение этих заданий также одинаковы). При значительных неоднородностях длительностей выполнения заданий и неоднородностях длительностей переналадок приборов на выполнение заданий действия с ними в МС реализуются в составе пакетов. Пакетом является набор однотипных заданий, выполняемых на приборах МС без их переналадки на выполнение заданий других типов. Количество заданий в пакетах определяется с учетом временных характеристик процесса их выполнения в МС. Если составы пакетов не оптимизируются и в пакеты входят все задания из их наборов, то такие пакеты называются фиксированными. Оптимизация составов ПЗ, реализуемая с учетом временных параметров процесса их выполнения, позволяет повысить эффективность планирования реализации действий с ними в МС.

Решение задачи планирования выполнения ПЗ в МС предполагает определение составов пакетов и расписаний их выполнения на приборах МС [Кротов, 2018]. Определение этих решений реализуется на иерархически взаимосвязанных уровнях системы планирования [Кротов, 2018]. Развитием этой задачи является задача планирования выполнения ПЗ в МС при формировании комплектов результатов (КР) [Кротов, 2018]. Под комплектом подразумевается набор результатов выполнения в МС заданий разных типов. При этом количество результатов выполнения заданий каждого типа, входящих в комплекты разных типов, является заданным. Также развитием иерархического подхода [Кротов, 2018] является задача планирования выполнения ПЗ в МС при ограничении на длительности интервалов времени ее функционирования, решение которой рассмотрено в [Кротов, 2020]. Комплексное планирование выполнения ПЗ в МС при ограничении на длительности интервалов времени функционирования системы предполагает определение решений по ([Кротов, 2020]): составам пакетов, составам групп пакетов, выполняемых в течение временных интервалов заданной длительности, порядкам реализации действий с пакетами, входящими в группы, на приборах МС. Таким образом, группой является совокупность ПЗ, выполняемых в течение одного из интервалов времени функционирования МС ограниченной длительности.

Развитием иерархического подхода к планированию выполнения ПЗ в МС [Кротов, 2018; Кротов, 2018; Кротов, 2020] является решение задачи построения комплексных расписаний реализации действий с пакетами на приборах при ограничении на длительности интервалов времени функционирования системы и условия формирования КР. Для планирования выполнения ПЗ в МС с учетом введенных условий требуется сформировать следующие решения [Кротов, 2018; Кротов, 2018; Кротов, 2020]: по составам ПЗ; по составам групп ПЗ, каждая из которых содержит пакеты, выполняемые в течение одного из временных интервалов ограниченной длительности; по порядкам выполнения ПЗ, входящих в каждую группу, на приборах МС. Также с целью анализа оптимальности решений по составам пакетов (на первом уровне иерархии) и составам групп пакетов (на втором уровне) необходимо реализовать распределение результатов их выполнения в течение временных интервалов ограниченной длительности по комплектам заданных составов.

Таким образом, являются разработанными методы определения локально оптимальных решений по составам ПЗ [Кротов, 2018], формирования КР выполнения ПЗ в МС [Кротов, 2018], определения локально оптимальных решений по составам групп ПЗ [Кротов, 2020]. Однако не все они могут быть применены при решении рассматриваемой задачи.

Целью работы является совершенствование методов комплексного планирования выполнения ПЗ в МС, достижение которой обеспечивается решением следующих задач: обоснования применения иерархического подхода при реализации комплексного планирования выполнения ПЗ в МС при учете введенных условий; построения математической модели иерархической игры оптимизации решений по составам ПЗ, групп ПЗ, расписаниям выполнения ПЗ из групп на приборах МС; построения алгоритма формирования начального решения по составам групп ПЗ с учетом формирования КР; построения алгоритма распределения результатов выполнения ПЗ, входящих в группы, по комплектам; построения метода оптимизации решений по составам групп ПЗ.

1. Анализ существующих методов построения комплексных расписаний выполнения пакетов заданий в многостадийных системах

В работах отечественных авторов [Танаев, Сотсков, Струсевич, 1989; Ковалев, 2004; Лазарев, 2007; Лазарев, Гафаров, 2011; Лазарев, Мусатова, Кварцхелия, Гафаров, 2012; Кобак, 2008; Кобак, Титов, Калюка, Слесарев, 2011; Шаповалов, 2010; Нейдорф, Жикулин, 2012; Муратов, 2016; Долгова, Пересветов, 2012] (в том числе основополагающих, являющихся базой теории расписаний) рассматриваются методы построения расписаний выполнения единичных заданий, не объединяемых в пакеты. При этом рассматриваются различные виды обрабатываемых систем (одноприборные системы, системы с одинаковыми и различными маршрутами выполнения заданий (FlowShop и JobShop), с нефиксированными маршрутами (OpenShop)), учитываются различные виды упрощающих предположений (ограниченное количество приборов, одинаковые последовательности выполнения заданий на приборах, упорядочивание значений длительностей выполнения заданий на разных приборах и т. д.). Ограниченное количество работ (в частности, [Ковалев, 2004]) посвящено рассмотрению использования эвристических правил при определении составов пакетов и методам построения расписаний выполнения фиксированных пакетов. Методы оптимизации составов ПЗ в работах упомянутых авторов не рассматриваются.

Методы комплексного планирования выполнения ПЗ в МС, предложенные зарубежными авторами, предусматривают определение составов партий материалов (ПМ) в потоковых системах (системах *FlowShop*), реализующих непрерывные процессы в химическо-фармацевтической промышленности, определение порядка выполнения фиксированных ПЗ, определение составов пакетов, выполняемых на одном приборе с учетом директивных сроков, определения составов пакетов, выполняемых на параллельно действующих приборах.

Под выполнением ПЗ в химическо-фармацевтических производствах подразумевается обработка ПМ для получения продукции. Обрабатывающая система состоит из различных приборов, с использованием которых формируются маршруты движения материалов, заданы объемы ПМ, а также порядок выпуска продукции. Количество продукции, которое должно быть получено, определяется спросом. Маршруты движения ПМ определяются при оптимизации. За счет оптимизации маршрутов реализуется совмещение выпуска продукции различных видов. Планирование обработки ПМ предполагает определение решений, состоящих из бинарных и целочисленных переменных (ПМ i -го типа обрабатывается во временном интервале t , обработка ПМ i -го типа начинается в момент времени n и заканчивается в момент времени n' , размер ПМ i -го типа, выполнение которой начинается во временном интервале t на j -м элементе ресурса r , размер ПМ i -го типа, обработка которой активизируется в момент времени n , и т. д.) [Mendez, 2006; Adonyi, Romero, Puigjaner, Friedler, 2003; Agha, 2009]. Определение решений предполагает применение

аппарата смешанного целочисленного программирования (СЦЧП). Однако с его использованием выполняется решение задач только ограниченной размерности.

Аналогичный подход к решению задачи планирования изложен в работах [Zeballos, Henning, 2006; Díaz-Ramírez, Huertas, 2018]. Решение формируется в виде бинарных переменных, соответствующих назначению для выполнения ПМ i -х типов на j -е ресурсы, переменных, соответствующих размерам ПМ. Особенностью рассматриваемых задач является учет неудовлетворенного спроса на продукцию и введение критерия, включающего штрафы. Развитием рассмотренных работ является работа [Ning, You, 2017], в которой предложен метод планирование обработки ПМ в непрерывном производстве, учитывающий неопределенности во входных данных (в длительностях обработки партий). Задача переформулируется как детерминированная и для ее решения применяется многошаговая адаптивная робастная оптимизация.

Одним из вариантов решения задач планирования обработки ПМ в непрерывных производствах является применение метаэвристических алгоритмов (генетических алгоритмов (ГА)), рассмотренное в [Chaudhry, Elbadawi Usman, Chughtai, 2018]. Размеры ПМ определяются спросом на продукцию (без учета временных параметров обработки ПМ в МС), а построение расписания формируемых партий реализуется с использованием ГА. Определены особенности задачи планирования: между приборами отсутствуют промежуточные буферы для хранения материалов (обработка реализуется непрерывно); при построении расписаний требуется минимизировать общее время выполнения всех операций с партиями. Предложен ГА, формирующий расписания обработки ПМ заданного состава, исследованы его особенности, определены значения параметров ГА, которые позволяют получить лучшие результаты.

Метод планирования выполнения ПЗ на параллельно функционирующих устройствах, использующий частично целочисленное линейное программирование (ЧЦЛП), рассматривается в [Ogun, Cigdem, 2018]. Решаемая задача предполагает, что в систему для выполнения поступают заказы, состоящие из некоторых продуктов (заданий), а продукт (задание) состоит из компонентов. Определение составов пакетов осуществляется не на уровне компонентов, а на уровне заданий (пакеты образуются не из компонентов продуктов, входящих в заказ, а непосредственно из продуктов (заданий)). Реализация планирования в данной задаче предусматривает определение решений по составам пакетов и расписаниям их выполнения. Решение задачи планирования предполагает определение составов пакетов и порядка их выполнения на приборах. Таким образом, путем решения задачи ЧЦЛП формируется комплексное расписание выполнения заданий. Так как для решения задачи применено ЧЦЛП, то ее размерность является ограниченной.

В работе [Li, Wang, 2018] рассматривается метод планирования выполнения ПЗ на параллельно функционирующих приборах на основе локального поиска совместно с методом муравьиной колонии (МК) с использованием эвристического правила, предполагающего, что задания добавляются в первую очередь в пакет, выполняемый на параллельной машине с наибольшей емкостью. Также при включении задания в пакет вычисляется значение параметра, в котором учтены длительности выполнения самого задания и соответствующего пакета. Использование метаэвристических алгоритмов для планирования выполнения ПЗ на параллельных приборах рассматривается в работах [Tan, Huangi, Sun, Yue, 2012; Cheng, Chen, Wang, 2009]. Для определения составов ПЗ в [Tan, Huangi, Sun, Yue, 2012] применены ГА. Локально оптимальное решение обеспечивает минимизацию простоев приборов при выполнении пакетов. В [Cheng, Chen, Wang, 2009] при распределении заданий по пакетам используется алгоритм МК, позволяющий группировать задания, имеющие приближенно одинаковые длительности выполнения. В силу стохастического характера алгоритмов они не гарантируют получение решений, приближающихся к оптимальным, при разных значениях входных параметров задачи.

В [Koehler, Khuller, 2013] решается задача планирования выполнения пакетов на параллельных приборах при указании директивных сроков для заданий. В состав пакетов включаются

задания с близкими значениями директивных сроков окончания выполнения. Упорядочивание ПЗ на параллельных приборах также осуществляется с учетом директивных сроков окончания их выполнения. В работе [Monch, Balasubramanian, Fowler, Pfund, 2005] рассматривается решение задачи определения составов ПЗ и очередности их выполнения на параллельно действующих приборах с использованием эвристических правил. При формировании пакетов для каждого задания реализуется вычисление значения параметра, учитывающего вес задания, длительность его выполнения, среднюю длительность выполнения заданий, не распределенных по приборам, моменты времени их поступления. В соответствии со значениями этого параметра задания упорядочиваются, после чего количество заданий, соответствующее размеру пакета, закрепляется за незанятым прибором. Рассмотрены различные способы вычисления параметра, используемого при упорядочивании заданий для их распределения по пакетам. Пакеты, закрепленные за приборами, упорядочиваются для выполнения с использованием ГА.

Применению эвристических правил при определении составов ПЗ, выполняемых на параллельных приборах, посвящена работа [Dang, Frankovic, Budinska, 2006]. В соответствии с этим правилом в пакет включаются задания с близкими значениями длительностей их выполнения. Формирование ПЗ приводит к уменьшению общего времени выполнения всех заданий. Модификация предложенного эвристического правила предполагает разделение исходного множества заданий на наборы и применение рассмотренных действий к каждому из них.

Использование различных эвристических правил при формировании чередующихся окрестностей текущего локально оптимального решения по составам ПЗ рассмотрено в работе [Kohn, Rose, Laroque, 2013]. В формируемых окрестностях реализуется определение нового локально оптимального решения по составам ПЗ и расписаниям их выполнения. Формулировки правил, позволяющих формировать решения по составам ПЗ и расписаниям их выполнения, предполагают: объединение ПЗ с фиксацией позиции нового пакета в последовательности их выполнения; разделение ПЗ на два пакета и размещение одного из пакетов в новой позиции в последовательности; изменение позиций ПЗ в последовательности их выполнения и т. д. Определение решений с использованием рассмотренного подхода позволяет выполнить приближение к оптимальному решению по составам ПЗ и расписаниям их выполнения. Однако этот способ реализует не направленный поиск локально оптимальных решений, а стохастический поиск, что не гарантирует получение результата при разных значениях входных параметров.

Работы [Li, Cheng, Ng, Yuan, 2015; Jin, Liu, Luo, 2020] также посвящены рассмотрению эвристических правил формирования ПЗ. В [Li, Cheng, Ng, Yuan, 2015] рассматривается правило пакетной совместимости (BCLPT), которое предполагает объединение в пакеты заданий, временные характеристики которых связаны определенным образом с этими характеристиками первого задания в пакете. Последовательность выполнения ПЗ определяется либо с использованием динамического программирования, либо с использованием предложенного алгоритма.

В работе [Jin, Liu, Luo, 2020] в качестве критерия используется сумма момента времени окончания выполнения всех ПЗ и штрафа за отказ в обслуживании заданий. Эвристические правила, рассмотренные в [Jin, Liu, Luo, 2020], используемые при формировании пакетов заданий, предусматривают формирование множеств отклоняемых заданий (в соответствии с введенными условиями) и формирование пакетов из неотклоненных заданий.

В [Surjandari, Rachman, Purdianta, Dhini, 2015] рассматривается метод планирования выпуска нескольких изделий в многомашинных системах с учетом заданных директивных сроков. В соответствии с указанным подходом планирование реализуется с использованием эвристического правила, предполагающего, что в пакеты объединяются изделия, у которых директивные сроки окончания их выпуска не превышают момент времени окончания выполнения соответствующего пакета. В работе [Joglekar, 2017] развивается подход к планированию выполнения

ПЗ на основе имитационного моделирования – рассматривается имитационная модель технологического процесса, в которой учтены его особенности и альтернативные маршруты движения ПМ. Размеры ПМ являются задаваемыми в качестве входных параметров модели. Определение маршрутов движения ПМ и расписаний их обработки реализуется с использованием эвристических правил. Каждое решение (размеры ПМ, маршруты их движения, расписание обработки) характеризуется своим значением критерия. Использование модели позволяет выполнить выбор составов ПМ и эвристических правил, обеспечивающих эффективное планирование.

Анализ существующих способов комплексного планирования показал, что отсутствуют методы, позволяющие определять составы ПЗ без ограничения на размерность решаемой задачи для обрабатываемых систем любого вида, без введения дополнительных условий, связанных с определением директивных сроков для выполняемых заданий. Использование метаэвристических алгоритмов не гарантирует получения решений, приближающихся к оптимальным, при любых значениях входных параметров. Ни один из рассмотренных методов не решает задачу определения составов ПЗ в МС при учете ограничения на интервалы времени ее функционирования и не реализует решение задачи планирования при условии формирования КР.

Цель работы состоит в совершенствовании методов построения комплексных расписаний выполнения ПЗ в МС. Для достижения цели реализуется решение задач: разработки математической модели процесса выполнения ПЗ в МС при формировании комплектов и ограничении на длительности интервалов времени функционирования системы, разработки модели иерархической игры для оптимизации решений по составам пакетов, групп пакетов и расписаний их выполнения (при формировании комплектов), разработки методов оптимизации решений по составам групп ПЗ при условии формирования КР. Рассматриваемая задача, являясь оптимизационной, предполагает, что значения всех ее параметров, с использованием которых реализуется комплексное планирование, являются детерминированными. При ее решении теория массового обслуживания не может быть применена.

2. Математическая модель иерархической игры планирования выполнения ПЗ в МС при ограничении и условии формирования КР

Для решения задачи планирования выполнения ПЗ в МС при ограничении на интервалы времени ее функционирования и условии формирования КР реализована декомпозиция обобщенной функции системы построения комплексных расписаний на совокупность подфункций. Каждая из них реализуется соответствующей подсистемой принятия решений. Указанные подсистемы являются иерархически упорядоченными и взаимодействуют друг с другом в процессе комплексного планирования выполнения ПЗ в МС. Функционирование этих подсистем предполагает определение следующих решений: решений по составам ПЗ, выполняемых в МС (первый уровень); решений по составам групп ПЗ, выполняемых в течение временных интервалов ограниченной длительности (второй уровень); решений по порядкам выполнения ПЗ на приборах МС – расписаниям выполнения пакетов, включенных в группы (третий уровень). При этом в иерархической системе предусмотрен определенный порядок формирования решений: в первую очередь формируется решение по составам ПЗ, затем на его основе формируется решение по составам групп ПЗ (сформированные на первом уровне ПЗ распределяются по группам), а на основе решения по составам групп ПЗ формируются расписания выполнения пакетов, включенных в группы. При этом предусмотрен обмен решениями между уровнями: решение с вышестоящего уровня передается на нижестоящий для того, чтобы оно было использовано для формирования решения на этом (нижестоящем) уровне; решение с нижестоящего уровня передается на вышестоящий для того, чтобы с его использованием выполнялась оценка приближения решения на вышестоящем уровне к оптимальному.

С целью моделирования иерархических управляющих структур с определенными приоритетами (порядком) принятия решений на их уровнях применен аппарат теории иерархических игр [Горелик, Горелов, Кононенко, 1991; Basar, Olsder, 1999; Новиков, 2005]. Использование теоретико-игрового подхода предусматривает закрепление игроков за каждым уровнем принятия решений. В этом случае игрок первого уровня (ведущий игрок) реализует формирование решений по составам ПЗ, игрок второго уровня — по составам групп ПЗ, игрок третьего уровня — по расписаниям выполнения ПЗ, входящих в группы, в МС. Порядок взаимодействия игроков на уровнях иерархической игры следующий:

- 1) первый ход делает ведущий игрок, определяя составы ПЗ, и передает решение на нижестоящий (второй) уровень;
- 2) второй ход делает игрок второго уровня, формируя для полученных с первого уровня составов ПЗ решение по составам групп ПЗ, и передает это решение на третий уровень;
- 3) третий ход делает игрок третьего уровня, формируя расписания выполнения ПЗ, входящих в группы, и передает решение на второй уровень для оценки на его основе приближения к оптимальному рассматриваемого решения по составам групп;
- 4) для решения по составам ПЗ, сформированного первым (ведущим) игроком, второй игрок определяет локально оптимальное решение по распределению пакетов по группам, после чего это решение передается первому игроку для оценки приближения к оптимальному его решению по составам пакетов;
- 5) игрок первого уровня формирует новое решение по составам ПЗ, передает его игроку второго уровня; оптимизация решений по составам ПЗ на первом уровне реализуется с учетом решений по распределению пакетов по группам, получаемых со второго уровня.

Таким образом, игра предусматривает передачу игроками с вышестоящих уровней игрокам нижестоящих уровней сформированных ими решений. Также на вышестоящий уровень с нижестоящего передается решение, являющееся лучшим среди всех решений, входящих в их множество, определяемое решением с вышестоящего уровня. Игроки реализуют указанный порядок ходов до тех пор, пока не будет получено комплексное решение по составам ПЗ, составам групп ПЗ и расписаниям их выполнения в МС, состоящее из локально оптимальных решений, сформированных на каждом из уровней. В результате теория иерархических игр предоставляет механизм совместной (комплексной) оптимизации решений по составам ПЗ, составам групп ПЗ и расписаниям их выполнения в МС.

Решения, формируемые игроками нижестоящих уровней, благоприятствуют достижению игроками вышестоящих уровней их целей — оптимизации решений по составам ПЗ и составам групп ПЗ, выполняемых в течение временных интервалов ограниченной длительности. Игрок нижестоящего уровня (ведомый игрок) является благожелательным по отношению к игроку вышестоящего уровня (ведущему игроку). При этом решения, формируемые игроком вышестоящего уровня, являются независимыми от решений игрока нижестоящего уровня.

Для построения математической модели процесса выполнения ПЗ в МС при наличии ограничения на длительности интервалов времени ее функционирования использованы следующие обозначения [Кротов, 2018]: m_i — количество ПЗ i -го типа ($i = \overline{1, n}$), формируемых на первом уровне принятия решений, элементы m_i образуют вектор M ; A — матрица, элемент a_{ih} которой — это количество заданий i -го типа в h -м ПЗ ($h \leq m_i$). Решение по составам ПЗ имеет вид $[M, A]$. Решение задачи оптимизации составов групп ПЗ, обозначенных как N^z ($z = \overline{1, Z}$), предполагает задание интервалов времени t^z ($z = \overline{1, Z}$) функционирования системы при выполнении пакетов. Решение по составам групп ПЗ, формируемое на втором уровне, представляется

множеством $\{N^z \mid z = \overline{1, Z}\}$ кортежей вида [Кротов, 2020] $N^z = \{[i, m_i^z, (A)_i^z]_k \mid k = \overline{1, k_z}\}^z$, где m_i^z — количество ПЗ i -го типа, включенных в группу N^z , $(A)_i^z$ — вектор, каждый j -й элемент которого соответствует составу одного из m_i^z ПЗ i -го типа (вектор $(A)_i^z$ — вектор составов ПЗ i -го типа, включенных в группу N^z). Для ПЗ, не включенных в группы N^z ($z = \overline{1, Z}$), введено множество Q — множество наборов параметров вида $Q = \{[i, m_i^q, (A)_i^q]_k \mid k = \overline{1, k_q}\}$, где m_i^q — количество ПЗ i -го типа, не включенных в группы N^z , вектор $(A)_i^q$ — составы этих пакетов. Решение по составам групп ПЗ представляется множествами $\{N^z \mid (z = \overline{1, Z})\}$ (где $N^z = \{[i, m_i^z, (A)_i^z]_k \mid k = \overline{1, k_z}\}^z$) и $Q = \{[i, m_i^q, (A)_i^q]_k \mid k = \overline{1, k_q}\}$, т. е. решение имеет вид $\{N^z \mid (z = \overline{1, Z})\}, Q$. Для того чтобы охарактеризовать ограниченные длительности временных интервалов функционирования МС в рассмотрение введено обозначение t^z ($z = \overline{1, Z}$).

Расписание выполнения ПЗ групп N^z формируется в предположении, что порядок реализации действий с ними является одинаковым на всех L приборах МС. С целью определения расписания выполнения ПЗ в рассмотрение введены [Кротов, 2020]: матрицы порядка P^z выполнения ПЗ групп N^z ($z = \overline{1, Z}$) на приборах МС (размерность $k_z \times n_p^z$, где k_z — количество типов заданий в группе N^z , n_p^z — количество ПЗ в последовательностях их выполнения для группы N^z), матрицы R^z количества заданий i -х типов в ПЗ, включенных в группы N^z ($z = \overline{1, Z}$) и занимающих в последовательностях их выполнения на приборах МС j -е позиции, матрицы $(T^{0l})^z$ моментов времени начала выполнения q -х заданий в пакетах, включенных в группы N^z ($z = \overline{1, Z}$), занимающих j -е позиции в последовательностях реализации действий с ними на приборах МС ($z = \overline{1, Z}$, $l = \overline{1, L}$). Значения $(t_{jq}^{0l})^z$ ($q = \overline{1, n_j}$, где n_j — количество заданий в пакете) моментов времени начала реализации действий с q -ми заданиями в пакетах, включенных в группы N^z и занимающих j -е позиции в последовательностях их выполнения на приборах МС, определяются в соответствии моделью [Кротов, 2018]. Также в рассмотрение введены параметры, характеризующие процесс выполнения ПЗ в МС: $(t_{li})^z$ — длительность выполнения задания i -го типа на l -м приборе МС, пакет которых включен в группу N^z ($i = \overline{1, n}$, $l = \overline{1, L}$, на основе значений $(t_{li})^z$ сформированы матрицы T^z ($z = \overline{1, Z}$) длительностей выполнения заданий на приборах МС, пакеты которых включены в группы N^z ($z = \overline{1, Z}$); $(t_{ij}^l)^z$ — длительность переналадки l -го прибора с выполнения заданий i -го типа на выполнение заданий j -го типа, пакеты которых включены в группу N^z (на основе значений $(t_{ij}^l)^z$ сформированы матрицы $(T^l)^z$ ($l = \overline{1, L}$, $z = \overline{1, Z}$) длительностей переналадок приборов). Расписание выполнения ПЗ имеет вид $\{P^z, R^z, \{(T^{0l})^z \mid (l = \overline{1, L})\} \mid z = \overline{1, Z}\}$.

В соответствии с введенными обозначениями [Кротов, 2020] значение $(t_{n_p^z, n_p^z}^{0L})^z$ соответствует моменту времени начала выполнения последнего n_p^z -го задания в n_p^z -м пакете (включенном в группу N^z) на последнем L -м приборе МС. Тогда с использованием выражения [Кротов, 2018; Кротов, 2020] $(t_{n_p^z, n_p^z}^{0L})^z + \sum_{i=1}^{k_z} (t_{Li})^z \cdot p_{i, n_p^z}^z$ (где $\sum_{i=1}^{k_z} (t_{Li})^z \cdot p_{i, n_p^z}^z$ — длительность выполнения последнего задания в n_p^z -м пакете на последнем L -м приборе МС) реализуется вычисление значения момента времени окончания выполнения всех ПЗ группы N^z .

С целью формализации модели выполнения ПЗ в МС при формировании КР в рассмотрение введены следующие обозначения: g — идентификатор типа комплекта, который формируется из результатов выполнения ПЗ в МС; $g^{\text{КОМ}}$ — общее количество типов комплектов; w_{ig} — количество результатов выполнения заданий i -го типа, которые должны входить в один комплект g -го типа; $n_g^{\text{КОМ}}$ — общее количество комплектов g -го типа ($g = \overline{1, g^{\text{КОМ}}}$), которые требуется сформировать из результатов выполнения ПЗ. Результаты выполнения заданий всех n типов входят в определенном количестве в составы комплектов каждого типа. Также в рассмотрение введены множества и параметры, позволяющие реализовывать распределение результатов выполнения ПЗ в МС по комплектам: $K_y^{\text{КОМ}}, K_y^{\text{КОМ}'}$ — множества идентификаторов типов комплектов, упорядоченные в соответствии с рассматриваемым в [Кротов, 2018] способом (по сложности составов

комплектов); p — позиция идентификатора g типа комплекта, на которой он размещается в множестве $K_y^{\text{КОМ}'}$; g_p — идентификатор типа комплекта, занимающий в множестве $K_y^{\text{КОМ}'}$ p -ю позицию. Так как в множествах $K_y^{\text{КОМ}}$ и $K_y^{\text{КОМ}'}$ выполняется упорядочивание типов комплектов с учетом сложности их формирования [Кротов, 2018], мощность этих множеств равна $g^{\text{КОМ}}$ ($p = \overline{1, g^{\text{КОМ}}}$).

В выполненной постановке задачи введено ограничение на длительности интервалов времени выполнения ПЗ, входящих в группы (в течение заданных временных интервалов функционирования МС). Не вошедшие в группы ПЗ не будут выполнены. Комплекты могут быть сформированы только из результатов выполнения ПЗ, включенных в соответствующие группы. Количество выполненных в течение интервалов t^z ($z = \overline{1, Z}$) заданий зависит от количества и составов сформированных ПЗ. Составы групп ПЗ и количество сформированных КР являются зависящими от количества и составов пакетов. Расписания выполнения ПЗ каждой из групп являются зависящими от составов пакетов в этой группе. Тогда формирование решений по количеству и составам ПЗ различных типов, распределение ПЗ по группам, построение расписаний выполнения ПЗ из групп с учетом ограничения на длительности интервалов t^z должны обеспечить формирование максимального количества КР всех типов.

Для построения модели иерархической игры оптимизации решений по составам ПЗ, групп ПЗ и расписаниям выполнения ПЗ в МС в рассмотрение введены следующие обозначения: n_g — количество комплектов g -го типа, которые будут сформированы из результатов выполнения ПЗ всех n типов ($i = \overline{1, n}$) в группах N^z ($z = \overline{1, Z}$); N_g — вектор количества сформированных из результатов выполнения ПЗ комплектов. Вектор N_g включен в решение на втором уровне, которое примет вид $[\{N^z \mid (z = \overline{1, Z})\}, Q, N_g]$.

Обобщенной целью системы планирования выполнения ПЗ в МС является построение комплексного расписания, при реализации которого количество сформированных КР будет максимальным. Общее количество сформированных комплектов разных типов из результатов выполнения ПЗ в группах N^z ($z = \overline{1, Z}$) определяется следующим образом: $\sum_{g=1}^{g^{\text{КОМ}}} n_g$. Это выражение используется в качестве критерия оптимизации решений на первом уровне. Значение критерия, характеризующего решение $[M, A]$, определяется на основе локально оптимального решения $[\{N^z \mid (z = \overline{1, Z})\}, Q, N_g]^*$ по составам групп ПЗ, сформированного на втором уровне.

Выполнение ПЗ в течение интервалов t^z (в составе групп N^z ($z = \overline{1, Z}$)) должно обеспечивать наиболее полное использование ресурса времени функционирования МС. Требуется сформировать такие решения по составам групп N^z ($z = \overline{1, Z}$), чтобы они обеспечивали минимальное количество заданий, результаты выполнения которых не будут включены в комплекты. Тогда на втором уровне системы планирования, наряду с определением решений по составам групп ПЗ, требуется выполнить распределение результатов по комплектам (формирование вектора N_g). Сформированные на первом уровне ПЗ должны быть распределены по группам N^z ($z = \overline{1, Z}$) так, чтобы количество результатов, не включаемых в комплекты, было минимальным.

Обозначим через $[(a_h)_i^z]_k$ h -й элемент вектора $(A)_i^z$, являющегося компонентой k -го кортежа $[i, m_i^z, (A)_i^z]_k$, соответствующего составам ПЗ i -го типа, включенным в группу N^z . Количество заданий i -го типа в пакетах, включенных в группу N^z , определяется выражением ви-

да $\sum_{h=1}^{m_i^z} [(a_h)_i^z]_k$, а количество заданий разных i -х типов в пакетах, включенных в группу N^z , будет вычислено с использованием выражения вида $\sum_{k=1}^{k_z} \sum_{h=1}^{m_i^z} [(a_h)_i^z]_k$. Количество заданий, которые будут выполнены в пакетах, включенных в группы N^z ($z = \overline{1, Z}$) в соответствии с решением $[\{N^z \mid (z = \overline{1, Z})\}, Q, N_g]$, определяется выражением вида $\sum_{z=1}^Z \sum_{k=1}^{k_z} \sum_{h=1}^{m_i^z} [(a_h)_i^z]_k$. Количество заданий разных ти-

пов, результаты выполнения которых будут использованы при формировании комплектов, определяется выражением вида $\sum_{g=1}^{g^{KOM}} \sum_{i=1}^n n_g \cdot w_{ig}$. Тогда количество заданий, которые включены в пакеты и будут выполнены в группах N^z ($z = \overline{1, Z}$) в соответствии с решением $\{[N^z | (z = \overline{1, Z})], Q, N_g\}$, но результаты выполнения которых не будут использованы при формировании комплектов, определяется выражением вида $\sum_{z=1}^Z \sum_{k=1}^{k_z} \sum_{h=1}^{m_i^z} [(a_h)_i^z]_k - \sum_{g=1}^{g^{KOM}} \sum_{i=1}^n n_g \cdot w_{ig}$. Это выражение используется в качестве критерия оптимизации решений по составам групп ПЗ на втором уровне иерархии системы. Оценка решения на втором уровне реализуется с учетом решения $\{[P^z, R^z, \{(T^{0l})^z | (l = \overline{1, L})\}] | z = \overline{1, Z}\}^*$.

Построение расписаний выполнения ПЗ, входящих в группы N^z ($z = \overline{1, Z}$), реализуется на третьем уровне иерархии с учетом общих простоев приборов МС. Для решения задачи оптимизации порядка выполнения ПЗ на приборах МС применен критерий [Кротов, 2020], определяющий простои приборов, а также ограничение [Кротов, 2020] на длительность реализации действий с заданиями в МС. Тогда вид модели иерархической игры планирования выполнения ПЗ в МС, при учете ограниченных длительностей интервалов времени функционирования системы и условия формирования КР, следующий:

1) первый уровень:

$$\max f_1([M, A], N_g), \tag{1}$$

где

$$f_1 = \sum_{g=1}^{g^{KOM}} n_g;$$

2) второй уровень:

$$\min f_2([M, A], \{[N^z | (z = \overline{1, Z})], Q, N_g\}), \tag{2}$$

где

$$f_2 = \sum_{z=1}^Z \sum_{k=1}^{k_z} \sum_{h=1}^{m_i^z} [(a_h)_i^z]_k - \sum_{g=1}^{g^{KOM}} \sum_{i=1}^n n_g \cdot w_{ig};$$

3) третий уровень:

$$\min f_3^z(N^z, [P^z, R^z, \{(T^{0l})^z | (l = \overline{1, L})\}]) \tag{3}$$

(при $z = \overline{1, Z}$), где

$$f_3^z = \sum_{l=2}^L [t_{11}^{0l}]^z + \sum_{l=1}^L \sum_{j=2}^{n_p^z} \left[[t_{j1}^{0l}]^z - \left[[t_{j-1, n_{j-1}}^{0l}]^z + \sum_{h=1}^{k_z} [t_{lh}]^z \cdot p_{h, j-1}^z \right] \right] + \sum_{l=2}^L \sum_{j=1}^{n_p^z} \sum_{q=2}^{n_j^z} \left[[t_{jq}^{0l}]^z - \left[[t_{j, q-1}^{0l}]^z + \sum_{h=1}^{k_z} [t_{lh}]^z \cdot p_{hj}^z \right] \right];$$

4) ограничение на длительность реализации выполнения ПЗ в МС [Кротов, 2020]:

$$\left[(t_{n_p^z, n_p^z}^{0L})^z + \sum_{i=1}^{k_z} (t_{Li})^z \cdot p_{i, n_p^z}^z \right] \leq t^z \quad \text{при } z = \overline{1, Z}. \tag{4}$$

Критерий (1) оптимизации решений по составам ПЗ на верхнем уровне соответствует общему количеству комплектов, сформированных из выполненных заданий, входящих в пакеты, включенные в группы N^z ($z = \overline{1, Z}$). Он характеризует выигрыш ведущего игрока при реализации иерархической игры. Критерий (2) оптимизации решений по составам групп пакетов N^z ($z = \overline{1, Z}$) на втором уровне соответствует общему количеству заданий, которые будут выполнены в МС в составе пакетов, включенных в группы N^z ($z = \overline{1, Z}$), но результаты которых не будут включены в комплекты. Критерий на третьем уровне соответствует суммарным простоям приборов МС при выполнении ПЗ, включенных в группы N^z ($z = \overline{1, Z}$) на втором уровне. Ограничение (4) определяет, что момент времени окончания выполнения последнего задания в последнем n_p^z -пакете группы N^z на последнем L -м приборе МС не превышает момента времени окончания интервала времени t^z функционирования системы.

Задача оптимизации составов ПЗ, составов групп ПЗ и расписаний их выполнения в МС сформулирована следующим образом. Заданными являются: количество типов комплектов $g^{\text{КОМ}}$; количество комплектов каждого типа $n_g^{\text{КОМ}}$ ($g = \overline{1, g^{\text{КОМ}}}$); матрица W составов комплектов; количество n типов заданий, выполняемых в МС; матрица T длительностей выполнения заданий на l -х приборах МС ($l = \overline{1, L}$) (на ее основе формируются матрицы T^z ($z = \overline{1, Z}$) при включении пакетов заданий соответствующих типов в группы N^z); матрицы T^l ($l = \overline{1, L}$) длительностей переналадок приборов с выполнения заданий i -го типа на выполнение заданий j -го типа (на их основе формируются матрицы переналадок $(T^l)^z$ ($z = \overline{1, Z}$) при включении пакетов заданий соответствующих типов в группы N^z); количество интервалов времени Z функционирования МС, в течение которых выполняются ПЗ, длительности интервалов времени t^z ($z = \overline{1, Z}$). Требуется определить: количество m_i ПЗ i -х типов ($i = \overline{1, n}$), которые следует сформировать; составы пакетов (в виде значений элементов a_{ih} ($i = \overline{1, n}$, $h = \overline{1, m_i}$) матрицы A составов пакетов); составы групп N^z ($z = \overline{1, Z}$) ПЗ, выполняемых в течение интервалов времени t^z ($z = \overline{1, Z}$); состав множества Q ПЗ, не включенных в группы; расписания выполнения ПЗ, включенных в группы N^z ($z = \overline{1, Z}$), на приборах МС.

На основе модели (1)–(4) взаимодействие игроков первого и второго уровней иерархической игры реализуется следующим образом (взаимодействие игроков второго и третьего уровней реализуется аналогично): игрок первого уровня формирует решение $[M, A]_s \in N_1$ (N_1 — множество решений на первом уровне, s — индекс решения), которое передается на второй уровень. В соответствии с решением $[M, A]_s$ выбирается решение $\{[N^z \mid (z = \overline{1, Z})], Q, N_g\}_s^* = \arg \min_{\{[N^z(z=\overline{1, Z})], Q, N_g\}_s \in N_2([M, A])} f_2([M, A]_s, \{[N^z \mid (z = \overline{1, Z})], Q, N_g\}_s)$ (решения на втором уровне принадлежат множеству решений $N_2([M, A]_s)$, соответствующему решению $[M, A]_s \in N_1$ с первого уровня). Ответом ведомого игрока (на втором уровне) на действия ведущего является сформированное им решение $\{[N^z \mid (z = \overline{1, Z})], Q, N_g\}_s^*$, выбранное среди всех решений по составам групп, входящих в множество $N_2([M, A]_s)$ (соответствующих решению $[M, A]_s \in N_1$). Определение лучшего состава ПЗ $[M, A]_s^* \in N_1$ реализуется путем решения задачи $\max_{[M, A]_s \in N_1} f_1([M, A]_s, (N_g)_s^*)$, т.е. $[M, A]^* = \arg \max_{[M, A]_s \in N_1} f_1([M, A]_s, (N_g)_s^*)$. Решения $([M, A]^*, \{[N^z \mid (z = \overline{1, Z})], Q, N_g\}_s^*)$ (где $\{[N^z \mid (z = \overline{1, Z})], Q, N_g\}_s^* \in N_2([M, A])$) соответствуют ситуации равновесия при взаимодействии игроков первого и второго уровней (решения, формирующие ситуацию равновесия, являются решениями игры для первых двух уровней). Аналогичным образом строятся рассуждения для второго и третьего уровней. Тогда решением иерархической игры являются: решение по составам ПЗ $[M, A]^*$, решение $\{[N^z \mid (z = \overline{1, Z})], Q, N_g\}_s^*$ по составам групп ПЗ, обеспечивающее условие $[M, A]^* = \arg \max_{[M, A]_s \in N_1} f_1([M, A]_s, (N_g)_s^*)$, расписание $[P^z, R^z, \{(T^{0l})^z \mid (l = \overline{1, L})\}]^*$ выполнения ПЗ из групп в МС, обеспечивающее условие $\{[N^z \mid (z = \overline{1, Z})], Q, N_g\}_s^* = \arg \min f_2([M, A]_s, \{[N^z \mid (z = \overline{1, Z})], Q, N_g\}_s)$. Эти решения

обеспечивают ситуацию равновесия в трехуровневой иерархической игре (являются решением игры) [Горелик, Горелов, Кононенко, 1991; Basar, Olsder, 1999; Новиков, 2005].

3. Методы построения начальных решений по составам групп и распределения результатов выполнения ПЗ в МС по комплектам

Решение задачи построения комплексных расписаний выполнения ПЗ в МС при ограничении на длительности интервалов времени ее функционирования предусматривает оптимизацию составов ПЗ (первый уровень), составов групп ПЗ (второй уровень), расписаний выполнения ПЗ каждой из групп (третий уровень). Определение составов ПЗ предполагает использование приближенного метода оптимизации, предложенного в [Кротов, 2018]. Оптимизация расписаний выполнения ПЗ на приборах МС реализуется с привлечением метода, рассмотренного в [Кротов, 2020]. В соответствии с постановкой задачи необходимо построение метода локальной оптимизации групп ПЗ, выполняемых в течение интервалов времени ограниченной длительности t^z ($z = \overline{1, Z}$) при условии формирования КР.

Для построения метода определения локально оптимальных решений по составам групп ПЗ, выполняемых в течение временных интервалов t^z ($z = \overline{1, Z}$), требуется сформулировать: алгоритм формирования начального решения по составам групп ПЗ; алгоритм распределения результатов выполнения ПЗ в группах по комплектам для оценки оптимальности их составов; способ формирования новых решений путем исключения из групп пакетов, в которые входят задания, результаты которых не используются при формировании комплектов; алгоритм оптимизации решений по составам групп ПЗ.

Алгоритм формирования начального решения по составам групп ПЗ, выполняемых в течение временных интервалов t^z ($z = \overline{1, Z}$), предусматривает последовательное добавление в группы N^z ($z = \overline{1, Z}$) по одному ПЗ каждого типа до тех пор, пока выполняется ограничение (4). Такой способ построения начального решения по составам групп N^z ($z = \overline{1, Z}$) обеспечивает оперативное формирование комплектов из результатов выполнения ПЗ.

Добавление ПЗ i -го типа в группу N^z предусматривает модификацию значений параметров m_i^z (увеличение значения) и $(A)_i^z$ (инициализация элемента $(a_{m_i^z})_i^z$ вектора $(A)_i^z$ в кортеже $[i, m_i^z, (A)_i^z]_k \in N^z$, соответствующего i -му типу заданий). Исключение ПЗ i -го типа из группы N^z в случае невыполнения ограничения (4) предусматривает уменьшение значения параметра m_i^z (из группы исключается последний добавленный в нее ПЗ i -го типа) в кортеже $[i, m_i^z, (A)_i^z]_k \in N^z$. Если для i -го типа заданий отсутствует кортеж вида $[i, m_i^z, (A)_i^z]_k$, то реализуются формирование этого кортежа, инициализация значений его параметров и добавление кортежа в множество N^z , соответствующее составу этой группы.

Добавление ПЗ i -го типа в множество Q (заданий, не включенных группы N^z) предусматривает модификацию значений параметров m_i^q (увеличение значения) и $(A)_i^q$ (инициализация элемента $(a_{m_i^q})_i^q$ вектора $(A)_i^q$ в кортеже $[i, m_i^q, (A)_i^q] \in Q$). Если для i -го типа заданий, пакет которых добавляется в Q , отсутствует кортеж вида $[i, m_i^q, (A)_i^q]_k$, то реализуются его формирование, инициализация значений его параметров и добавление кортежа в Q .

При построении алгоритма формирования начального решения по составам групп N^z ($z = \overline{1, Z}$) и множества Q использованы следующие обозначения: 1) i' — идентификатор типа заданий, пакет которых размещается в группах N^z на текущей итерации алгоритма; 2) z' — индекс группы, в которую добавляется ПЗ i' -го типа; 3) $h_{i'}$ — номер ПЗ i' -го типа, размещаемого в группе $N^{z'}$, число заданий в котором — это значение элемента $a_{i'h_{i'}}$ матрицы A ($h_{i'} = \overline{1, m_{i'}}$) в решении $[M, A]$; 4) I_1^z, I_2^z — множества типов заданий, пакеты которых размещаются в группах N^z ($z = \overline{1, Z}$); 5) NZ, NZ_T — множества номеров групп N^z ; 6) ID_i ($i = \overline{1, n}$) — множества идентификаторов ПЗ каждого i -го типа, соответствующие решению $[M, A]$.

Начальная инициализация исходных данных алгоритма формирования начального решения по составам групп ПЗ выполнена следующим образом: 1) $k_z = 0$ ($z = \overline{1, Z}$); $k_q = 0$; 2) $I_1^z = \{1, 2, \dots, n\}$; $I_2^z = I_1^z$; 3) $NZ = \{1, 2, \dots, Z\}$; $NZ_T = NZ$; 4) $ID_i = \{1, 2, \dots, m_i\}$ ($i = \overline{1, n}$). На вход алгоритма также подается решение $[M, A]$ по составам ПЗ с первого уровня. Алгоритм формирования начального решения по составам групп ПЗ (на основе решения $[M, A]$) имеет следующий вид.

1. Извлечь идентификатор типа заданий из множества I_2^z : $i' = \min\{i \mid i \in I_2^z\}$; $I_2^z = I_2^z \setminus \{i'\}$.
2. Извлечь из множества $ID_{i'}$ идентификатор $h_{i'}$ ПЗ, размещаемого в группах: $h_{i'} = \min\{h_{i'} \mid h_{i'} \in ID_{i'}\}$; $ID_{i'} = ID_{i'} \setminus \{h_{i'}\}$; если $ID_{i'} = \emptyset$, то $I_1^z = I_1^z \setminus \{i'\}$; перейти к пункту 3.
3. Извлечь из множества NZ_T идентификатор группы, в которой размещается $h_{i'}$ -й пакет i' -го типа: $z' = \min\{z \mid z \in NZ_T\}$, $NZ_T = NZ_T \setminus \{z'\}$.
4. Если $[i', m_{i'}^{z'}, (A)_{i'}^{z'}] \in N^{z'}$, то модифицировать значения параметров кортежа $[i', m_{i'}^{z'}, (A)_{i'}^{z'}]$: $m_{i'}^{z'} = m_{i'}^{z'} + 1$; $(a_{m_{i'}^{z'}})_{i'}^{z'} = a_{i', h_{i'}}^{z'}$; если $[i', m_{i'}^{z'}, (A)_{i'}^{z'}] \notin N^{z'}$, то сформировать кортеж $[i', m_{i'}^{z'}, (A)_{i'}^{z'}]$ и инициализировать его параметры: $m_{i'}^{z'} = 1$, $(a_{m_{i'}^{z'}})_{i'}^{z'} = a_{i', h_{i'}}^{z'}$, выполнить изменение состава множества $N^{z'}$: $k_{z'} = k_{z'} + 1$; $k = k_{z'}$, $N^{z'} = N^{z'} \cup \{[i', m_{i'}^{z'}, (A)_{i'}^{z'}]_k\}$.
5. Передать решение по составу группы $N^{z'}$ на третий уровень (на вход алгоритма построения расписаний выполнения ПЗ, входящих в группу). Получить с третьего уровня решение $[P^{z'}, R^{z'}, \{(T^{0l})^{z'} \mid (l = \overline{1, L})\}]$. Если для расписания $[P^{z'}, R^{z'}, \{(T^{0l})^{z'} \mid (l = \overline{1, L})\}]$ выполняются ограничение (4) и условие $I_2^z \neq \emptyset$, то перейти к пункту 1. Если для расписания $[P^{z'}, R^{z'}, \{(T^{0l})^{z'} \mid (l = \overline{1, L})\}]$ выполняются ограничение (4) и условие $I_2^z = \emptyset$, то перейти к пункту 8.
6. Если для расписания $[P^{z'}, R^{z'}, \{(T^{0l})^{z'} \mid (l = \overline{1, L})\}]$ ограничение (4) не выполняется, то исключить ПЗ i' -го типа из группы $N^{z'}$: $m_{i'}^{z'} = m_{i'}^{z'} - 1$. Если $m_{i'}^{z'} = 0$, то $N^{z'} = N^{z'} \setminus \{[i', m_{i'}^{z'}, (A)_{i'}^{z'}]_k\}$, $k_{z'} = k_{z'} - 1$. Если $NZ_T \neq \emptyset$, то перейти к пункту 3. Если $NZ_T = \emptyset$, то перейти к пункту 7.
7. Если $[i', m_{i'}^q, (A)_{i'}^q] \in Q$, то $m_{i'}^q = m_{i'}^q + 1$, $(a_{m_{i'}^q})_{i'} = a_{i', h_{i'}}^q$. Если $I_2^z \neq \emptyset$, то $NZ_T = NZ$, перейти к пункту 1. Если $I_2^z = \emptyset$, то перейти к пункту 8. Если $[i', m_{i'}^q, (A)_{i'}^q] \notin Q$, то сформировать кортеж $[i', m_{i'}^q, (A)_{i'}^q]$, инициализировать значения параметров: $k_q = k_q + 1$, $k = k_q$, $m_{i'}^q = 1$, $(a_{m_{i'}^q})_{i'} = a_{i', h_{i'}}^q$, $Q = Q \cup \{[i', m_{i'}^q, (A)_{i'}^q]_k\}$. Если $I_2^z \neq \emptyset$, то $NZ_T = NZ$, перейти к пункту 1. Если $I_2^z = \emptyset$, то перейти к пункту 8.
8. Если $I_1^z \neq \emptyset$, то $I_2^z = I_1^z$, $NZ_T = NZ$. Переход к пункту 1. Если $I_1^z = \emptyset$, то перейти к пункту 9.
9. Конец алгоритма.

Решение по составам групп N^z ($z = \overline{1, Z}$) требуется проинтерпретировать с точки зрения формирования комплектов g -х типов ($g = 1, g^{\text{КОМ}}$, требуется сформировать не более $n_g^{\text{КОМ}}$ комплектов каждого g -го типа). Распределение по комплектам результатов выполнения заданий, входящих в пакеты, включенные в группы, необходимо для оценки оптимальности решений по составам групп. При вычислении количества комплектов каждого типа, которые могут быть сформированы, используются: значения количества результатов выполнения заданий каждого

i -го типа в пакетах, включенных в группы N^z ($z = \overline{1, Z}$), обозначенные как a_i^z ($i = \overline{1, n}$) и определяемые следующим образом: $a_i^z = \sum_{z=1}^Z \sum_{h=1}^{m_i^z} (a_h)_i^z$; множества $K_y^{\text{КОМ}}$ и $K_y^{\text{КОМ}'}$ идентификаторов типов комплектов; параметр st_g , значение которого соответствует количеству полностью сформированных компонентов в одном комплекте рассматриваемого g -го типа. Инициализация значений входных параметров алгоритма реализуется следующим образом: $K_y^{\text{КОМ}'} = K_y^{\text{КОМ}}$, $n_g = 0$ ($g = \overline{1, g^{\text{КОМ}}}$), $a_i^z = \sum_{z=1}^Z \sum_{h=1}^{m_i^z} (a_h)_i^z$ ($i = \overline{1, n}$). Входными данными для алгоритма является решение по составам групп N^z ($z = \overline{1, Z}$). Выходными данными алгоритма является вектор N_g количества комплектов g -х типов, которые будут сформированы из результатов выполнения заданий в пакетах, включенных в группы N^z ($z = \overline{1, Z}$).

Алгоритм распределения результатов выполнения заданий в пакетах, включенных в группы N^z ($z = \overline{1, Z}$), по комплектам g -х типов ($g = \overline{1, g^{\text{КОМ}}}$) имеет следующий порядок шагов.

1. Если $K_y^{\text{КОМ}'} \neq \emptyset$, то извлечь идентификатор типа комплекта: $g' = \min_p \{g_p \mid g_p \in K_y^{\text{КОМ}'}\}$, $K_y^{\text{КОМ}'} = K_y^{\text{КОМ}'} \setminus \{g'\}$, положить $st_{g'} = 0$. Если $K_y^{\text{КОМ}'} = \emptyset$, то перейти к пункту 6.
2. Если $I_2^z = \emptyset$, то перейти к пункту 5. Если $I_2^z \neq \emptyset$, то извлечь идентификатор типа результатов: $i' = \min\{i \mid i \in I_2^z\}$, $I_2^z = I_2^z \setminus \{i'\}$, перейти к пункту 3.
3. Если $a_{i'}^z \geq w_{i'g'}$, то $st_{g'} = st_{g'} + 1$. Если $I_2^z \neq \emptyset$, то перейти к пункту 2. Если $I_2^z = \emptyset$, то перейти к пункту 4. Если $a_{i'}^z < w_{i'g'}$, то $K_y^{\text{КОМ}} = K_y^{\text{КОМ}} \setminus \{g'\}$, перейти к пункту 5.
4. Модифицировать значение счетчика количества комплектов g' -го типа: $n_{g'} = n_{g'} + 1$. Если $n_{g'} = n_{g'}^{\text{КОМ}}$, то $K_y^{\text{КОМ}} = K_y^{\text{КОМ}} \setminus \{g'\}$. Модифицировать значения параметров a_i^z ($i = \overline{1, n}$) для всех n типов результатов: $a_i^z = a_i^z - w_{i'g'}$ ($i = \overline{1, n}$). Положить $I_2^z = I_1^z$. Перейти к пункту 1.
5. Положить $I_2^z = I_1^z$, перейти к пункту 1.
6. Если $K_y^{\text{КОМ}} \neq \emptyset$, то $K_y^{\text{КОМ}'} = K_y^{\text{КОМ}}$, $I_2^z = I_1^z$. Перейти к пункту 1. Если $K_y^{\text{КОМ}} = \emptyset$, то перейти к пункту 7.
7. Конец алгоритма.

В результате реализации алгоритма будут получены значения n_g элементов вектора N_g , каждое из которых соответствует количеству комплектов g -го типа, сформированных из результатов выполнения ПЗ в группах, а также значения $a_i^z \geq 0$ ($i = \overline{1, n}$), соответствующие количеству результатов каждого типа, не включенных в комплекты (если результаты выполнения заданий i -го типа будут использованы не полностью при формировании комплектов, то $a_i^z > 0$). Оптимизация решений по составам групп N^z ($z = \overline{1, Z}$) предусматривает исключение из групп заданий, результаты выполнения которых не используются при формировании комплектов (при этом $a_i^z > 0$) и размещение в группах ПЗ из множества Q . Таким образом, с целью оптимизации составов групп N^z ($z = \overline{1, Z}$) в каждой из них выделяются пакеты различных типов (индекс пакета $h = \overline{1, m_i^z}$), для которых разности $((a_h)_i^z - a_i^z) > 0$ являются минимальными (где $(a_h)_i^z$ — элемент вектора $(A)_i^z$ ($h = \overline{1, m_i^z}$), входящего в кортеж $[i, m_i^z, (A)_i^z]_k \in N^z$ в группе N^z , соответствующего составу ПЗ i -го типа в группе N^z). Эти ПЗ исключаются из рассматриваемых групп N^z ($z = \overline{1, Z}$), вместо них в эти группы добавляются ПЗ из множества Q так, чтобы минимизировать значение критерия на втором уровне иерархии принятия решений.

4. Метод оптимизации составов групп ПЗ, выполняемых в МС

Оптимизация составов групп ПЗ предполагает определение для каждого пакета заданий i -го типа, включенного в рассматриваемую группу N^z , значения отклонения количества заданий $(a_h)_i^z$ ($h = \overline{1, m_i^z}$) в нем от значения a_i^z , полученного после распределения результатов их (заданий) выполнения в МС по комплектам. Среди всех пакетов заданий рассматриваемого i -го типа в группе N^z выбирается пакет, отклонение количества заданий $(a_h)_i^z$ в котором от значения a_i^z будет минимальным (при $(a_h)_i^z \geq a_i^z$). Для минимального отклонения количества заданий $(a_h)_i^z$ ($h = \overline{1, m_i^z}$) в пакетах i -го типа от значения a_i^z введено обозначение mh_i^z . Значение этого параметра определяется следующим образом: $mh_i^z = \min_{1 \leq h \leq m_i^z} ((a_h)_i^z - a_i^z)$ (при условии, что $((a_h)_i^z - a_i^z) \geq 0$).

Для обоснования алгоритма оптимизации групп ПЗ выполнены следующие рассуждения:

- для каждого сформированного решения по составам групп N^z ($z = \overline{1, Z}$) реализуется распределение результатов выполнения ПЗ по комплектам;
- распределение результатов выполнения ПЗ по комплектам реализуется с использованием вычисленных значений a_i^z ($i = \overline{1, n}$), соответствующих количеству заданий в пакетах, включенных в группы N^z ($z = \overline{1, Z}$);
- после распределения результатов выполнения ПЗ по комплектам получены значения n_g количества сформированных комплектов каждого типа и значения a_i^z ($i = \overline{1, n}$) такие, что $a_i^z \geq 0$; если $a_i^z > 0$, то не все результаты выполнения ПЗ в группах N^z ($z = \overline{1, Z}$) распределены по комплектам;
- для каждого i -го типа заданий, пакеты которых включены в рассматриваемую группу N^z , реализуется проверка условия $a_i^z > 0$; в случае его выполнения в этой группе N^z реализуется выбор пакета этого типа с идентификатором h_i^z , для которого отклонение количества заданий в нем от значения $a_i^z > 0$ будет минимальным (соответствует mh_i^z при $((a_h)_i^z - a_i^z) \geq 0$);
- определенный таким образом h_i^z -й ПЗ i -го типа исключается из рассматриваемой группы N^z , вместо него в эту группу добавляются пакеты разных типов, не включенные в группы N^z ($z = \overline{1, Z}$) (из множества Q); среди добавляемых в группу N^z пакетов выбирается тот, включение которого в N^z обеспечивает формирование решения, характеризующегося уменьшением значения критерия $f_2(\cdot)$ в максимальной степени по сравнению с решениями, связанными с включением в эту же группу других пакетов этого типа из множества Q ;
- действия, связанные с исключением пакетов из рассматриваемой группы N^z и добавлением пакетов из множества Q , повторяются для всех i -х типов заданий, для которых $a_i^z > 0$; для рассматриваемой группы фиксируются параметры исключаемого из нее и добавляемого в нее пакетов, действия с которыми позволяют сформировать решение, характеризующее уменьшением значения критерия $f_2([M, A], \{N^z \mid (z = \overline{1, Z})\}, Q, N_g)$ в максимальной степени;
- действия, связанные с исключением ПЗ i -х типов ($i = \overline{1, n}$) и добавлением пакетов из множества Q , повторяются для каждой группы N^z ($z = \overline{1, Z}$); среди полученных решений по составам групп N^z ($z = \overline{1, Z}$) в качестве локально оптимального фиксируется то решение, которое характеризуется уменьшением значения критерия $f_2([M, A], \{N^z \mid (z = \overline{1, Z})\}, Q, N_g)$ в максимальной степени.

Рассмотренный подход реализует локальную оптимизацию решений — поиск лучших решений в окрестностях текущего локально оптимального решения. С целью задания параметров алгоритма оптимизации составов групп ПЗ в рассмотрение введены следующие обозначения: z' — номер группы ПЗ, состав которой изменяется на текущем шаге алгоритма оптимизации решений; i' — идентификатор типа заданий, действия с пакетами которых в группе $N^{z'}$ выполняются на текущей итерации алгоритма оптимизации; $I_1^z, I_2^z (z = \overline{1, Z})$ — множества типов заданий, пакеты которых размещены в каждой из групп $N^z (z = \overline{1, Z})$; I_1^q, I_2^q — множества типов заданий, пакеты которых размещены в множестве Q ; N_{1T}^z — промежуточное решение по составу группы N^z (множества кортежей), формируемое посредством исключения из нее h_i^z -го пакета рассматриваемого i' -го типа, который характеризуется минимальным значением mh_i^z отклонения количества заданий в нем от значения $a_i^z > 0$; N_{2T}^z — промежуточное решение по составу группы N^z (множества кортежей), формируемое путем добавления в решение N_{1T}^z ПЗ различных типов, которые не включены в группы $N^z (z = \overline{1, Z})$ (из множества Q); h_{iq} — идентификатор пакета i -го типа, который не вошел в состав ни одной группы $N^z (z = \overline{1, Z})$ (включен в состав множества Q); H_{iq}, H_{iq}^T — множества номеров h_{iq} пакетов i -х типов, которые включены в множество Q ; $(\nabla^- f_2)^z (z = \overline{1, Z})$ — значение левого дискретного градиента критерия $f_2(\cdot)$, характеризующее лучшее решение по составу рассматриваемой группы N^z ; $(\nabla^- f_2)_G$ — значение левого дискретного градиента критерия $f_2(\cdot)$, характеризующее лучшее решение среди всех групп $N^z (z = \overline{1, Z})$ пакетов заданий (лучшее «глобальное» решение среди всех групп $N^z (z = \overline{1, Z})$); $i^z, a^z (z = \overline{1, Z})$ — переменные, предназначенные для хранения идентификатора типа заданий и количества заданий в пакете, исключение которого из группы N^z и добавление в эту группу пакетов из Q позволяют получить решение, являющееся лучшим среди всех решений по составу рассматриваемой группы N^z ; i^{qz}, a^{qz} — переменные, предназначенные для хранения идентификатора типа заданий и количества заданий в пакете, добавление которого в группу N^z из множества Q позволяет получить решение, являющееся лучшим среди всех решений по составу рассматриваемой группы N^z ; $i_G^z, a_G^z, i_G^q, a_G^q$ — переменные, предназначенные для хранения идентификаторов типов заданий и количества заданий в пакете, исключаемом из группы N^z , и пакете, добавляемом в группу N^z из множества Q , обмен которыми между этой группой и множеством Q гарантирует лучшее решение среди всех решений по составам групп $N^z (z = \overline{1, Z})$; p^z — переменная-флаг, единичное значение которой указывает на наличие в окрестности текущего локально оптимального решения лучшего решения; z_1 — переменная, предназначенная для буферизации номера группы ПЗ, обмен пакетами между которой и множеством Q гарантирует лучшее решение среди всех составов групп $N^z (z = \overline{1, Z})$; ε — точность приближения к оптимальному решению.

Значение левого дискретного градиента $(\nabla^- f_2)$ критерия $f_2(\cdot)$ определяется выражением вида $(\nabla^- f_2) = (f_2(\cdot, s + g) - f_2(\cdot, s)) < 0$, где s — индекс шага алгоритма, на котором получено текущее локально оптимальное решение; $(s + g)$ — индекс текущей итерации алгоритма, выполненной для поиска нового локально оптимального решения. Значение правого дискретного градиента $(\nabla^+ f_2)$ определяется следующим образом: $(\nabla^+ f_2) = (f_2(\cdot, s + g) - f_2(\cdot, s)) \geq 0$.

В качестве входных данных для алгоритма оптимизации используется начальное решение по составам групп $N^z (z = \overline{1, Z})$ и составу множества Q . Инициализация значений входных параметров алгоритма оптимизации составов групп ПЗ, выполняемая перед началом его интерпретации, реализована следующим образом:

- для каждой группы $N^z (z = \overline{1, Z})$ задать значения элементов множеств $I_1^z, I_2^z (z = \overline{1, Z})$ следующим образом: $I_1^z = \{i_1^z, i_2^z, \dots, i_{k_z}^z\}$ при $i_i^z = i$, где i такой, что $[i, m_i^z, (A)_i^z]_k \in N^z (k = \overline{1, k_z})$; $I_2^z = I_1^z$;
- для множества Q задать значения элементов множества I_1^q следующим образом: $I_1^q = \{i_1^q, i_2^q, \dots, i_{k_q}^q\}$ при $i_i^q = i$, где i такой, что $[i, m_i^q, (A)_i^q]_k \in Q (k = \overline{1, k_q})$;

- для каждого k -го набора $[i, m_i^q, (A)_i^q]_k \in Q$ ($k = \overline{1, k_q}$) задать значения элементов h_{iq} множеств H_{iq} и H_{iq}^T : $H_{iq} = \{1, 2, \dots, m_i^q\}$, $H_{iq}^T = H_{iq}$;
- задать значения $(\nabla^- f_2)^z = 0$ ($z = \overline{1, Z}$) и $(\nabla^- f_2)_G = 0$; задать значение ε .

Последовательность шагов алгоритма оптимизации составов групп N^z ($z = \overline{1, Z}$) на основе начального решения по их составу имеет следующий вид.

1. Задать номер z' текущей рассматриваемой группы $N^{z'}$ следующим образом: $z' = 1$. Выполнить инициализацию множества $N_{1T}^{z'}$: $N_{1T}^{z'} = N^{z'}$.
2. Если $I_2^{z'} \neq \emptyset$, то извлечь из множества $I_2^{z'}$ типов заданий идентификатор i' : $i' = \min\{i \mid i \in I_2^{z'}\}$; $I_2^z = I_2^{z'} \setminus \{i'\}$. Положить $p^{z'} = 0$. Перейти к пункту 3. Если $I_2^{z'} = \emptyset$, то перейти к пункту 11.
3. Для i' -го типа заданий в множестве $N^{z'}$ определить кортеж $[i', m_{i'}^{z'}, (A)_{i'}^{z'}]_k \in N^{z'}$. Если $a_{i'}^{z'} > 0$, то в векторе $(A)_{i'}^{z'}$ кортежа $[i', m_{i'}^{z'}, (A)_{i'}^{z'}]_k \in N^{z'}$ определить идентификатор h элемента $(a_h)_{i'}^{z'}$, для которого $mh_i^z = \min_{1 \leq h \leq m_{i'}^{z'}} ((a_h)_{i'}^{z'} - a_{i'}^z)$ (при условии, что $((a_h)_{i'}^{z'} - a_{i'}^z) \geq 0$).
Задать значение параметра $h_{i'}^{z'} = h$. Перейти к пункту 4. Если все элементы $(a_h)_{i'}^{z'}$ вектора $(A)_{i'}^{z'}$ такие, что $((a_h)_{i'}^z - a_{i'}^z) < 0$, то перейти к пункту 2. Если $a_{i'}^{z'} = 0$, то перейти к пункту 2.
4. Сформировать промежуточное решение $N_{1T}^{z'}$ (множество кортежей) путем исключения $h_{i'}^{z'}$ -го элемента $(a_{h_{i'}^{z'}})_{i'}^{z'}$ из вектора $(A)_{i'}^{z'}$ в кортеже $[i', m_{i'}^{z'}, (A)_{i'}^{z'}] \in N_{1T}^{z'}$: $(a_h)_{i'}^{z'} = (a_{h+1})_{i'}^{z'}$ при $h = \overline{h_{i'}^{z'}, m_{i'}^{z'} - 1}$; $m_{i'}^{z'} = m_{i'}^{z'} - 1$; если $m_{i'}^{z'} = 0$, то $N_{1T}^{z'} = N_{1T}^{z'} \setminus \{[i', m_{i'}^{z'}, (A)_{i'}^{z'}]\}$; $k_{z'} = k_{z'} - 1$.
5. Извлечь из I_2^q элемент, соответствующий типу ПЗ в множестве Q (ПЗ, размещаемый в группе $N^{z'}$, вместо исключенного ПЗ i' -го типа): $i^q = \min\{i \mid i \in I_2^q\}$, $I_2^q = I_2^q \setminus \{i^q\}$.
6. Извлечь из множества $H_{i^q}^T$ идентификатор ПЗ, который добавляется в группу $N^{z'}$: $h_{i^q}' = \min\{h_{i^q} \mid h_{i^q} \in H_{i^q}^T\}$, $H_{i^q}^T = H_{i^q}^T \setminus \{h_{i^q}'\}$.
7. Инициализировать $N_{2T}^{z'} = N_{1T}^{z'}$. Сформировать промежуточное решение $N_{2T}^{z'}$ по составу группы $N^{z'}$:
 - если при $i = i^q$ выполняется $[i, m_i^{z'}, (A)_i^{z'}]_k \in N_{2T}^{z'}$ ($k = \overline{1, k_{z'}}$), то $m_i^{z'} = m_i^{z'} + 1$; $(a_{m_i^{z'}})_{i^q}' = (a_{h_{i^q}'})_{i^q}^q$;
 - если не существует i такого, что при $i = i^q$ выполняется $[i, m_i^{z'}, (A)_i^{z'}]_k \in N_{2T}^{z'}$ ($k = \overline{1, k_{z'}}$), то $i = i^q$; $m_i^{z'} = 1$; $(a_{m_i^{z'}})_{i^q}' = (a_{h_{i^q}'})_{i^q}^q$; $k_{z'} = k_{z'} + 1$; $k = k_{z'}$; $N_{2T}^{z'} = N_{2T}^{z'} \cup \{[i, m_i^{z'}, (A)_i^{z'}]_k\}$.
8. Передать сформированное промежуточное решение $N_{2T}^{z'}$ по составу группы $N^{z'}$ (множество кортежей $N_{2T}^{z'}$) в алгоритм формирования расписаний выполнения ПЗ в МС (на третьем уровне иерархии) [Кротов, 2020]. Получить сформированное решение $[P^z, R^z, \{(T^{0l})^z \mid (l = \overline{1, L})\}]^*$. В случае выполнения ограничения (4) реализовать процедуру формирования комплектов из результатов выполнения ПЗ в группах N^z ($z = \overline{1, Z}$). Определить значение критерия $f_2(\cdot)$, соответствующего решению по составам групп, значение левого $(\nabla^- f_2) < 0$

либо правого $(\nabla^+ f_2 \geq 0)$ дискретных градиентов этого критерия. Сравнить значения $(\nabla^- f_2)$ и $(\nabla^- f_2)^z$: если $(\nabla^- f_2) \geq (\nabla^- f_2)^z$, то перейти к пункту 9; если $(\nabla^- f_2) < (\nabla^- f_2)^z$, то сохранить значения параметров, характеризующих добавляемый в группу пакет: $i^{qz} = i^q$, $a^{qz} = (a_{h_{i^q}})^q$, $(\nabla^- f_2)^z = (\nabla^- f_2)$, $p^z = 1$.

9. Если $H_{i^q}^T \neq \emptyset$, то перейти к пункту 6. Если $H_{i^q}^T = \emptyset$, то проверить условие $I_2^q = \emptyset$. Если $I_2^q = \emptyset$, то перейти к пункту 10. Если $I_2^q \neq \emptyset$, то перейти к пункту 5.
10. Если $p^z \neq 0$, то сохранить значения параметров исключаемого из группы N^z пакета: $i^z = i^q$; $a^z = (a_{h_{i^q}})^z$. Если $I_2^z \neq \emptyset$, то $I_2^z = I_1^q$, для всех $i^q \in I_1^q$ положить $H_{i^q}^T = H_{i^q}$, $p^z = 0$, перейти к пункту 2. Если $I_2^z = \emptyset$, то перейти к пункту 11. Если $p^z = 0$ и $I_2^z \neq \emptyset$, то положить $I_2^z = I_1^q$, для всех $i^q \in I_1^q$ положить $H_{i^q}^T = H_{i^q}$, перейти к пункту 2. Если $p^z = 0$ и $I_2^z = \emptyset$, то перейти к пункту 11.
11. Выполнить сравнение значения $(\nabla^- f_2)^z$ для рассматриваемой группы N^z и значения $(\nabla^- f_2)_G$. Если $(\nabla^- f_2)^z < (\nabla^- f_2)_G$, то сохранить значения параметров исключаемого из группы N^z пакета и добавляемого в группу N^z пакета: $i_G^z = i^z$, $a_G^z = a^z$, $i_G^q = i^{qz}$, $a_G^q = a^{qz}$, $z_1 = z'$. Модифицировать номер z' группы ПЗ: $z' = z' + 1$. Если $z' \leq Z$, то положить $(\nabla^- f_2)^z = 0$. Перейти к пункту 2. Если $z' > Z$, то перейти к пункту 12. Если $(\nabla^- f_2)^z \geq (\nabla^- f_2)_G$, то $(\nabla^- f_2)^z = 0$, модифицировать номер z' группы ПЗ: $z' = z' + 1$. Если $z' \leq Z$, перейти к пункту 2. Если $z' > Z$, то перейти к пункту 12.
12. Если $|(\nabla^- f_2)_G| < \varepsilon$, то перейти к пункту 13 (где $|\cdot|$ — модуль $(\nabla^- f_2)$). Если $|(\nabla^- f_2)_G| \geq \varepsilon$, то сформировать новые составы: множества N^z (где $z = z_1$) кортежей вида $[i, m_i^z, (A)_i^z] \in N^z$, множества Q кортежей вида $[i, m_i^q, (A)_i^q]_k \in Q$ (сформировать локально оптимальное решение по составам групп ПЗ (состав группы N^z , для которой $z = z_1$):
 - для $i = i_G^z$ определить кортеж $[i, m_i^z, (A)_i^z] \in N^z$; в векторе $(A)_i^z$ определить индекс h' элемента, для которого $(a_{h'})_i^z = a_G^z$; исключить h' -й элемент из вектора $(A)_i^z$: $(a_h)_i^z = (a_{h+1})_i^z$ при $h = h'$, $m_i^z = m_i^z - 1$; если $m_i^z = 0$, то $N^z = N^z \setminus \{[i, m_i^z, (A)_i^z]\}$; $k_z = k_z - 1$; $I_1^z = I_1^z \setminus \{i_G^z\}$;
 - если при $i = i_G^z$ выполняется $[i, m_i^q, (A)_i^q]_k \in Q$ ($k = \overline{1, k_q}$), то $m_i^q = m_i^q + 1$; $(a_{m_i^q})_i^q = a_G^z$;
 - если не существует такого i , что при $i = i_G^z$ выполняется $[i, m_i^q, (A)_i^q]_k \in Q$ ($k = \overline{1, k_q}$), то $i = i_G^z$; $m_i^q = 1$; $(a_{m_i^q})_i^q = a_G^z$; $k_q = k_q + 1$; $k = k_q$; $Q = Q \cup \{[i, m_i^q, (A)_i^q]_k\}$; $I_1^q = I_1^q \cup \{i_G^z\}$;
 - если при $i = i_G^q$ выполняется $[i, m_i^z, (A)_i^z]_k \in N^z$ ($k = \overline{1, k_z}$), то $m_i^z = m_i^z + 1$; $(a_{m_i^z})_i^z = a_G^q$;
 - если не существует такого i , что при $i = i_G^q$ выполняется $[i, m_i^z, (A)_i^z]_k \in N^z$ ($k = \overline{1, k_z}$), то $i = i_G^q$; $m_i^z = 1$; $(a_{m_i^z})_i^z = a_G^q$; $k_z = k_z + 1$; $k = k_z$; $N^z = N^z \cup \{[i, m_i^z, (A)_i^z]_k\}$; $I_1^z = I_1^z \cup \{i_G^q\}$;
 - для $i = i_G^q$ определить кортеж $[i, m_i^q, (A)_i^q] \in Q$; в векторе $(A)_i^q$ определить индекс h' элемента, для которого $(a_{h'})_i^q = a_G^q$; исключить h' -й элемент из вектора $(A)_i^q$: $(a_h)_i^q = (a_{h+1})_i^q$ при $h = h'$, $m_i^q = m_i^q - 1$; если $m_i^q = 0$, то $Q = Q \setminus \{[i, m_i^q, (A)_i^q]\}$; $I_1^q = I_1^q \setminus \{i_G^q\}$; $k_q = k_q - 1$;
 - для каждого k -го кортежа $[i, m_i^q, (A)_i^q]_k \in Q$ ($k = \overline{1, k_q}$) задать значения элементов h_{i^q} множеств H_{i^q} и $H_{i^q}^T$: $H_{i^q} = \{1, 2, \dots, m_i^q\}$, $H_{i^q}^T = H_{i^q}$. Выполнить инициализацию $I_2^z = I_1^z$; $I_2^q = I_1^q$. Задать значения $(\nabla^- f_2)^z = 0$ ($z = \overline{1, Z}$); $(\nabla^- f_2)_G = 0$. Перейти к пункту 1.

13. Конец алгоритма.

После реализации алгоритма будет сформировано локально оптимальное решение по составам групп ПЗ N^z ($z = \overline{1, Z}$) (решение $[\{N^z \mid (z = \overline{1, Z})\}, Q, N_g]^*$), которое соответствует переданному с первого уровня решению $[M, A]$ по составам пакетов.

5. Численное исследование метода комплексного планирования выполнения ПЗ в МС при ограничении на длительности интервалов времени функционирования системы и формировании КР

Целью исследования комплексного планирования выполнения ПЗ в МС при формировании КР и ограничении на длительность интервалов времени функционирования системы является определение степени увеличения количества формируемых комплектов при использовании рассмотренного метода оптимизации составов групп ПЗ по сравнению с фиксированными группами (составы групп формируются с использованием метода построения начальных решений и не оптимизируются). В качестве результатов исследования фиксируются зависимости значения отношения $f_{\text{эмосгп}} = (f_1^{\text{мосгп}} - f_1^{\text{фикс}}) / f_1^{\text{фикс}}$ от входных параметров задачи ($f_{\text{эмосгп}}$ — степень увеличения количества комплектов при использовании рассмотренного метода оптимизации групп ПЗ по сравнению с фиксированными группами ПЗ; $f_1^{\text{фикс}}$ — значение критерия $f_1([M, A], N_g)$ при условии, что составы групп ПЗ не оптимизируются; $f_1^{\text{мосгп}}$ — значение критерия $f_1([M, A], N_g)$ при условии, что решения по составам групп ПЗ оптимизируются с использованием рассмотренного метода). Исследования проводились при следующих параметрах задачи: $\max(t_{ij}) / \min(t_{ij})$ — отношение максимальной длительности выполнения заданий на приборах МС к минимальной длительности выполнения заданий (характеризует неоднородность длительностей выполнения заданий); $\max(t'_{ij}) / \min(t'_{ik})$ — отношение максимальной длительности переналадки приборов МС с выполнения заданий i -го типа на выполнение заданий j -го типа к минимальной длительности переналадки приборов с выполнения заданий i -го типа на выполнение заданий k -го типа (характеризует неоднородность длительностей переналадки приборов); $\max(w_{ig}) / \min(w_{ig'})$ — отношение максимального количества результатов i -го типа, используемых при формировании комплекта g -го типа, к минимальному количеству результатов i -го типа, используемых при формировании комплекта g' -го типа. Значения $\max(t'_{ij}) / \min(t'_{ik})$ задавались равными 1, 2, 4, 8; значения $\max(t_{ij}) / \min(t_{ij})$ — равными 1, 2, 4; значения $\max(w_{ig}) / \min(w_{ig'})$ — равными 1, 2, 4.

Исследования выполнялись при значениях параметра $n_g^{\text{ком}}$, равных 4 и 8. Количество типов комплектов $g^{\text{ком}}$ задано равным 4. В соответствии со значениями $n_g^{\text{ком}}$ и w_{ig} ($i = \overline{1, n}$, $g = \overline{1, g^{\text{ком}}}$) определялись значения n^i количества заданий каждого типа, которые должны быть выполнены в МС. При $n_g^{\text{ком}} = 4$ длительности интервалов времени t^z ($z = \overline{1, 3}$) задавались равными 100, при $n_g^{\text{ком}} = 8$ длительности интервалов t^z ($z = \overline{1, 3}$) задавались равными 200. При исследованиях эффективности планирования выполнения ПЗ в МС с использованием метода локальной оптимизации групп ПЗ формировались следующие решения: фиксированные группы ПЗ (начальные решения по составам групп ПЗ, предполагающие распределение пакетов из решения $[M, A]$ по группам N^z ($z = \overline{1, Z}$) без их дальнейшего оптимизации); оптимизированные составы групп ПЗ (с использованием рассмотренного метода на основе начальных решений по составам групп N^z ($z = \overline{1, Z}$) сформированы локально оптимальные решения N^{z*} ($z = \overline{1, Z}$) по их составу). Эффективность применения метода оптимизации групп ПЗ, характеризуемая увеличением количества комплектов, сравнивается с применением генетических алгоритмов (ГА) [Кротов, 2017]. Зависимости значений $f_{\text{эмосгп}}$ от входных параметров задачи ($n = 5$, $L = 5$, $t^z = 100$ при $n_g^{\text{ком}} = 4$, $t^z = 200$ при $n_g^{\text{ком}} = 8$, $Z = 3$) в сравнении с применением ГА представлены на рис. 1–6 (МО СГП — метод оптимизации составов групп пакетов). По оси ординат откладываются значения степени увеличения количества комплектов, формируемых при использовании метода оптимизации составов групп ПЗ, по сравнению с фиксированными группами ПЗ (значения $f_{\text{эмосгп}}$).

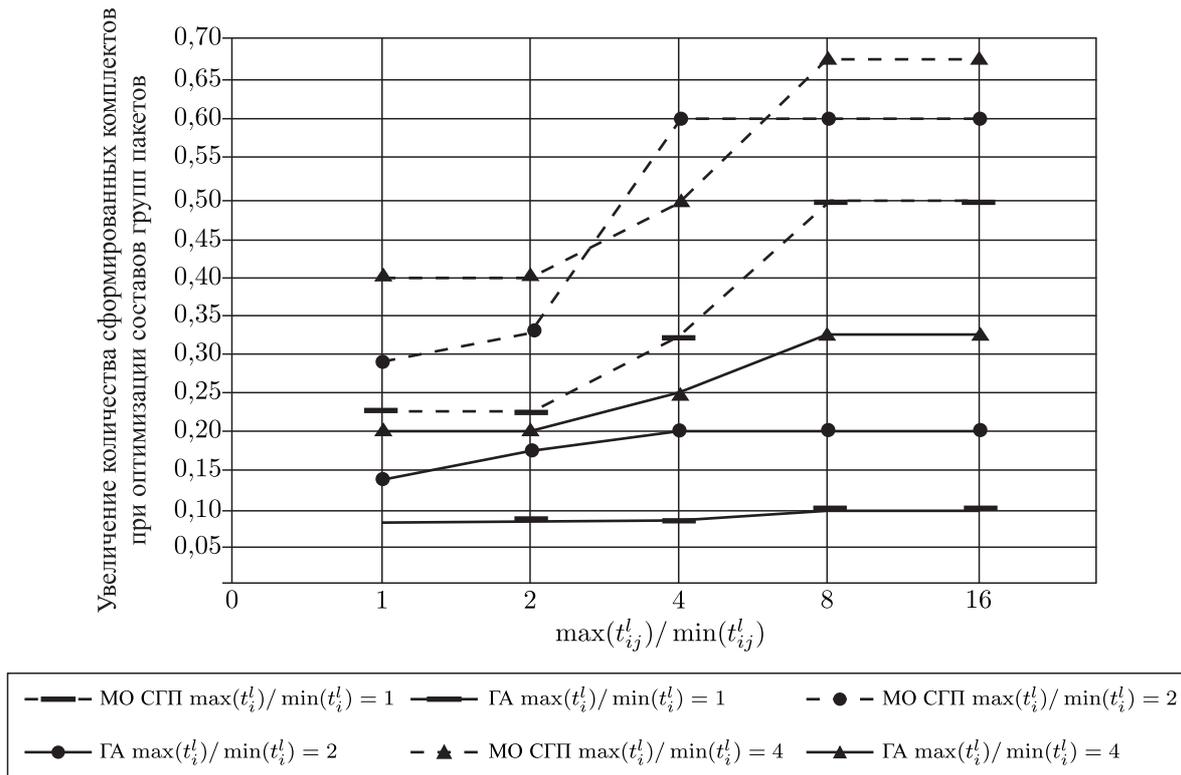


Рис. 1. Увеличение количества комплектов при оптимизации групп ПЗ ($n_g^{\text{КОМ}} = 4, t^z = 100, Z = 3, \max(w_{ig'})/\min(w_{ig'}) = 1$)

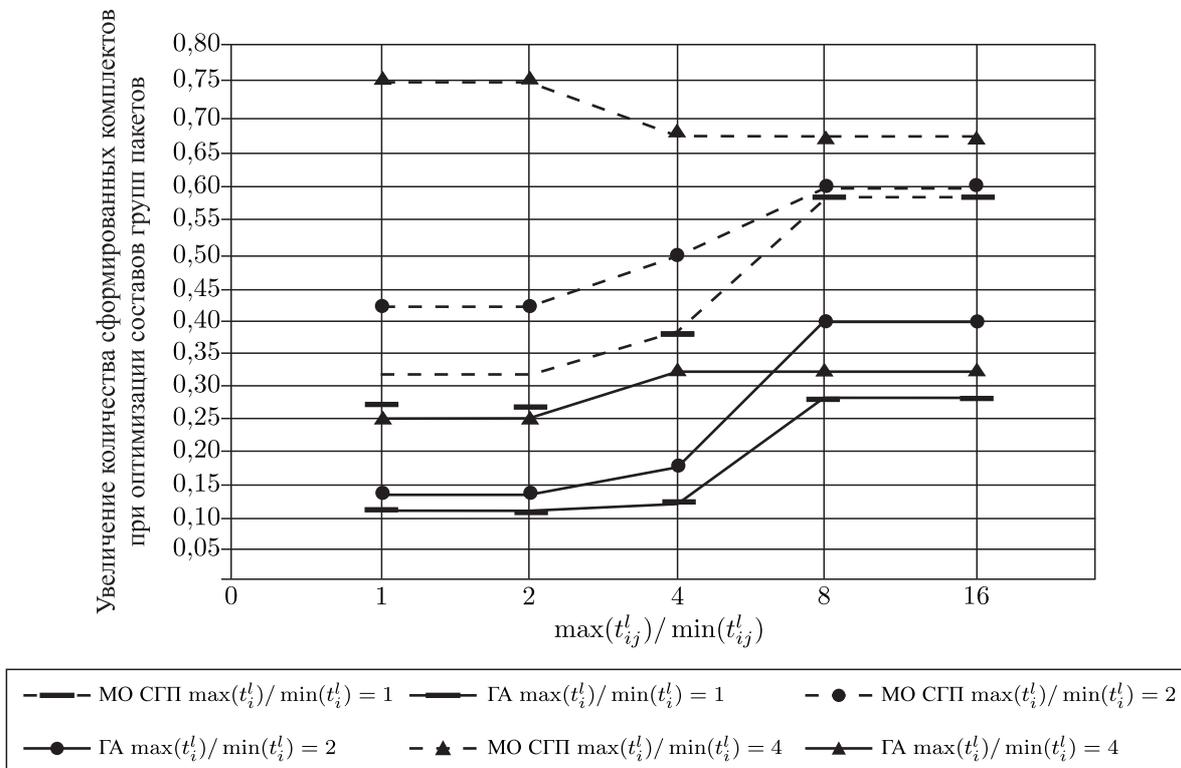


Рис. 2. Увеличение количества комплектов при оптимизации групп ПЗ ($n_g^{\text{КОМ}} = 4, t^z = 100, Z = 3, \max(w_{ig'})/\min(w_{ig'}) = 2$)

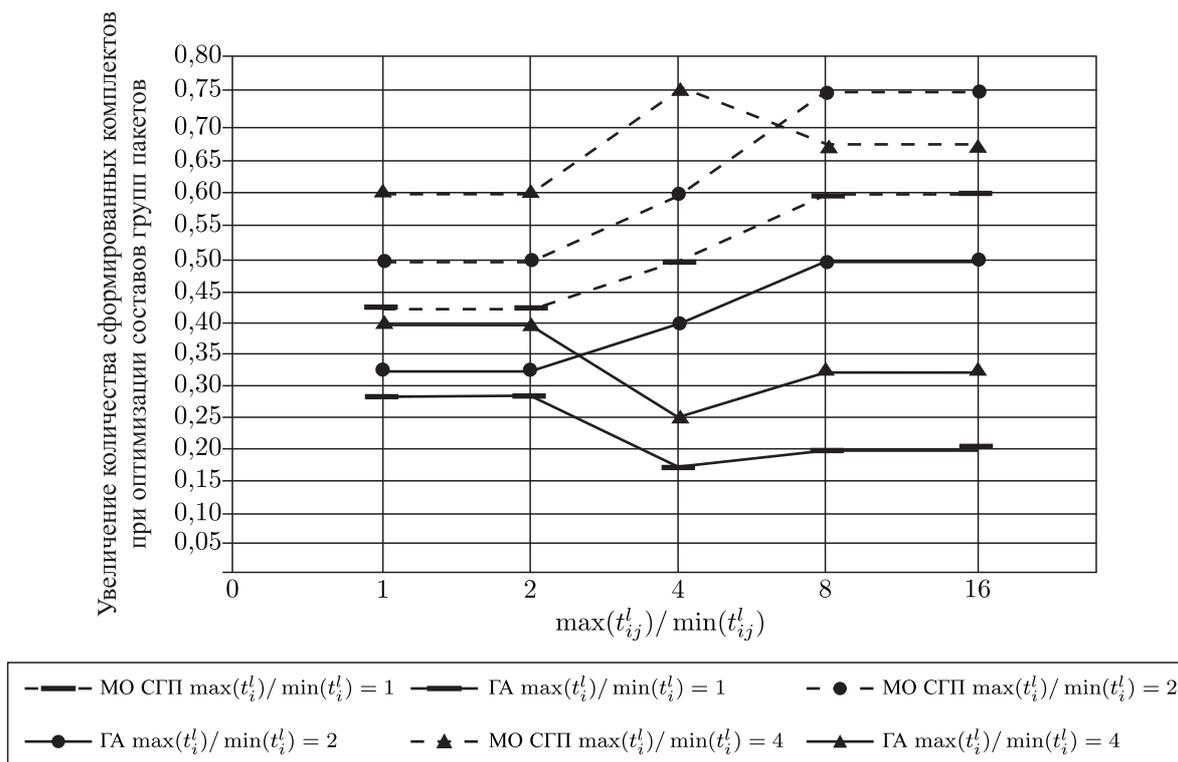


Рис. 3. Увеличение количества комплектов при оптимизации групп ПЗ ($n_g^{KOM} = 4, t^z = 100, Z = 3, \max(w_{ig'})/\min(w_{ig'}) = 4$)

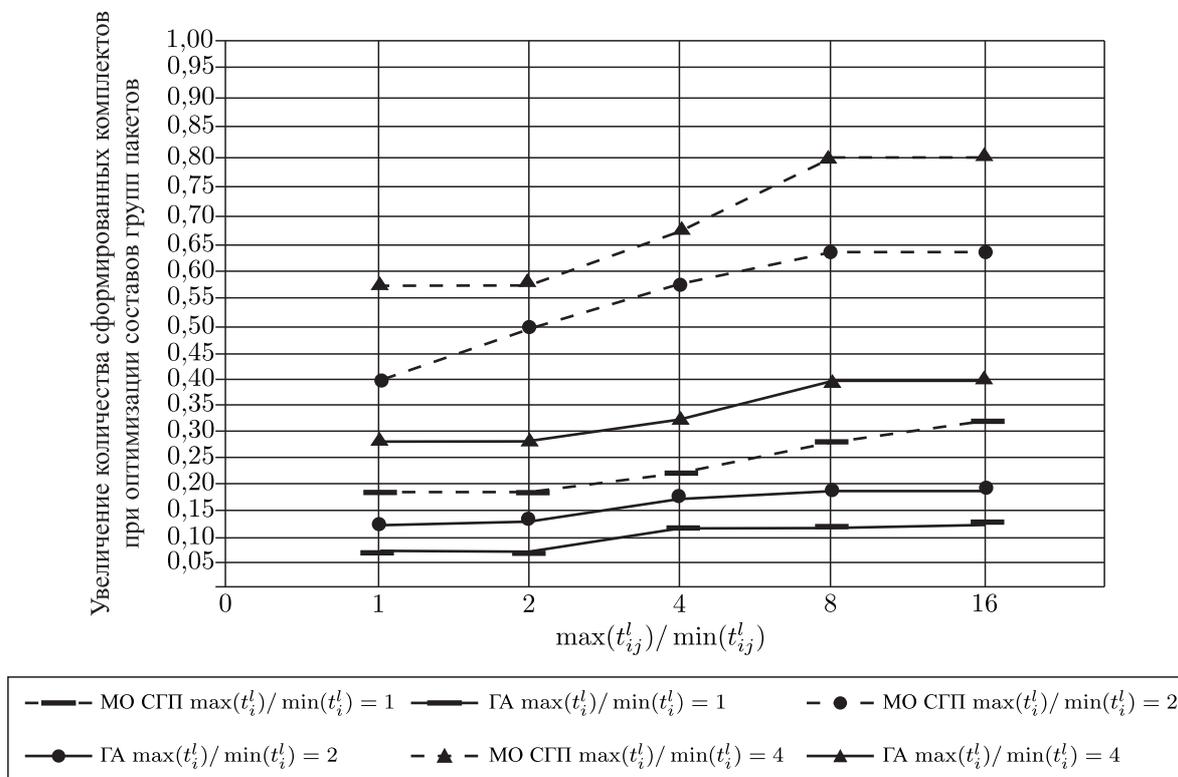


Рис. 4. Увеличение количества комплектов при оптимизации групп ПЗ ($n_g^{KOM} = 8, t^z = 200, Z = 3, \max(w_{ig'})/\min(w_{ig'}) = 1$)

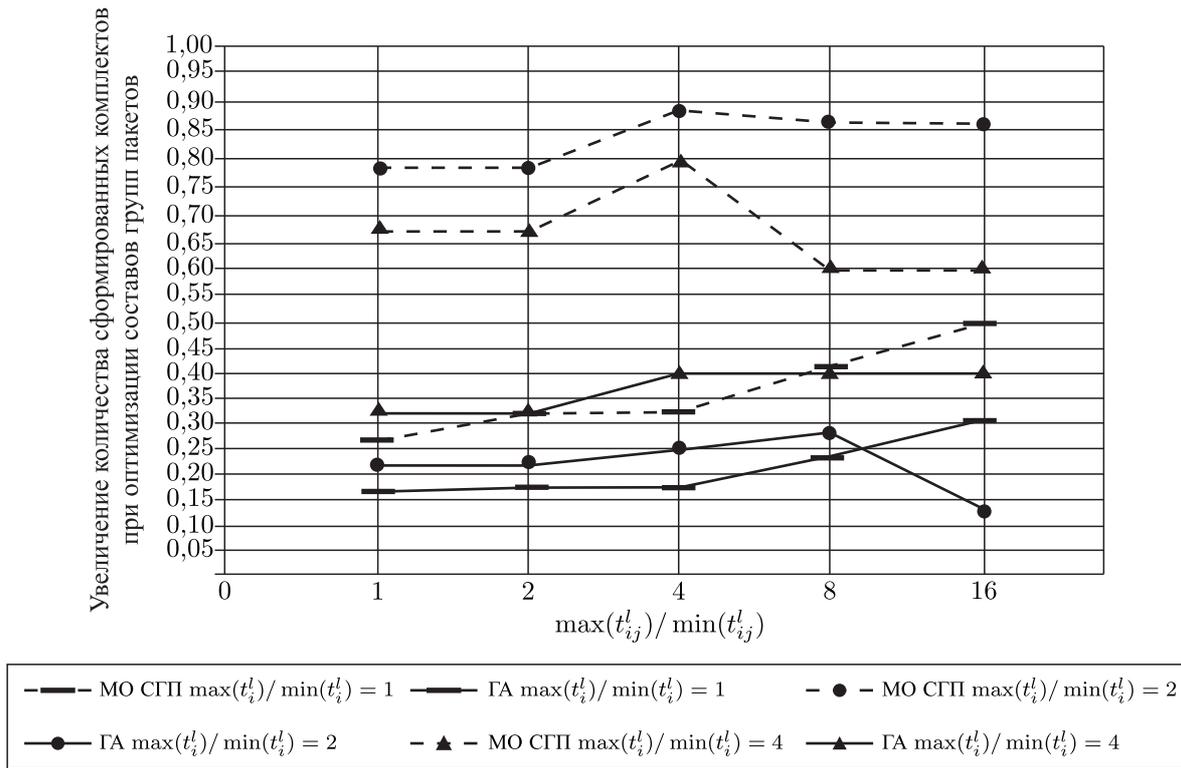


Рис. 5. Увеличение количества комплектов при оптимизации групп ПЗ ($n_g^{KOM} = 8, t^z = 200, Z = 3, \max(w_{ig'})/\min(w_{ig'}) = 1$)

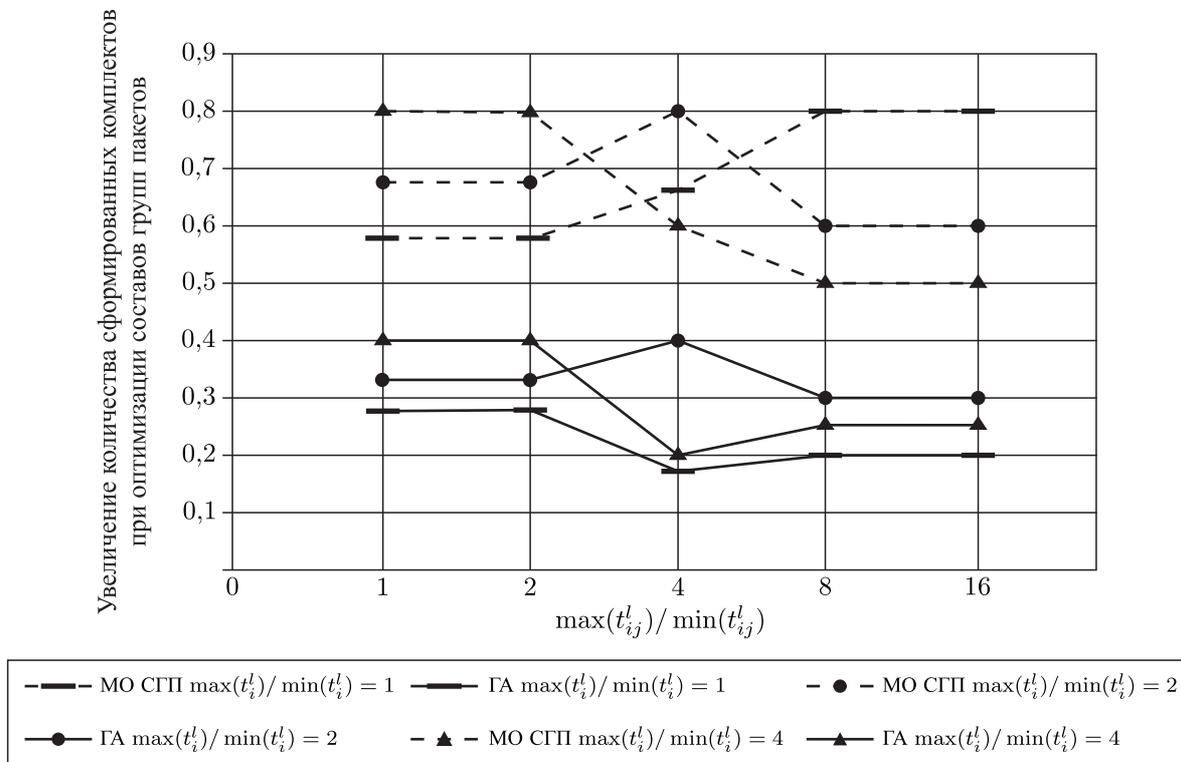


Рис. 6. Увеличение количества комплектов при оптимизации групп ПЗ ($n_g^{KOM} = 8, t^z = 200, Z = 3, \max(w_{ig'})/\min(w_{ig'}) = 2$)

Анализ результатов исследований планирования выполнения ПЗ в МС при ограничении и формировании КР с использованием рассмотренного метода реализован с точки зрения увеличения количества сформированных комплектов при оптимизации составов групп ПЗ по сравнению с фиксированными группами (критерием эффективности применения рассмотренного метода является количество сформированных комплектов). Анализ результатов исследований позволил сформулировать следующие особенности применения метода при планировании:

- увеличение неоднородности длительностей выполнения заданий (рост значений отношения $\max(t_{li})/\min(t_{li})$) обуславливает рост количества формируемых комплектов при оптимизации составов групп по сравнению с фиксированными группами (увеличение значения $f_{\text{эмосгп}}$ составляет от 20 до 40 %);
- при малой неоднородности составов комплектов (значение $\max(w_{ig})/\min(w_{ig'}) = 1$) и при малой неоднородности длительностей выполнения заданий (значения отношения $\max(t_{li})/\min(t_{li})$ равны 1, 2) увеличение неоднородности длительностей переналадок приборов (рост значений отношения $\max(t_{ij}^l)/\min(t_{ij}^l)$) обуславливает рост количества формируемых комплектов при оптимизации составов групп по сравнению с фиксированными группами (увеличение значения $f_{\text{эмосгп}}$ составляет от 20 до 30 %);
- при увеличении неоднородности составов комплектов (значения $\max(w_{ig})/\min(w_{ig'})$ равны 2, 4), при значительной неоднородности длительностей выполнения заданий (значение отношения $\max(t_{li})/\min(t_{li})$ равно 4) увеличение неоднородностей длительностей переналадок приборов (рост значений отношения $\max(t_{ij}^l)/\min(t_{ij}^l)$) обуславливает уменьшение количества формируемых комплектов, то есть степень увеличения количества формируемых комплектов (значения $f_{\text{эмосгп}}$) при малых значениях $\max(t_{ij}^l)/\min(t_{ij}^l)$ более значительна и уменьшается при росте значений $\max(t_{ij}^l)/\min(t_{ij}^l)$ (снижение составляет до 10 %);
- при увеличении неоднородности составов комплектов (при одинаковых значениях других входных параметров задачи) оптимизация составов групп ПЗ позволяет значительно увеличить количество формируемых комплектов (рост значений $f_{\text{эмосгп}}$ составляет до 15 %);
- увеличение длительностей интервалов выполнения ПЗ при увеличении значений параметра $n_g^{\text{ком}}$ обуславливает увеличение количества комплектов, сформированных из результатов выполнения заданий в соответствии с решениями, полученными с использованием рассмотренного метода.

Конечность алгоритмов метода построения комплексных расписаний выполнения ПЗ в МС при ограничении на ресурсы и условия формирования КР обеспечивается конечностью множества допустимых решений по составам пакетов заданий каждого i -го типа [Кротов, 2018] (максимально возможное количество пакетов каждого i -го типа определяется как $\lfloor \frac{n^i}{2} \rfloor$, где n^i — количество заданий i -го типа, $\lfloor \cdot \rfloor$ — обозначение операции округления в меньшую сторону). Вычислительная сложность алгоритма оптимизации составов групп ПЗ определена как $O(n \cdot n^i \cdot Z)$.

В основу разработки программной реализации рассмотренных методов (реализации программной системы (ПС) построения комплексных расписаний) положена многоуровневая модель организации ПС, включающая следующие уровни [Эванс, 2011; Вернон, 2016]: 1) интерфейсный, реализующий функции взаимодействия с пользователями с целью ввода данных и отображения результатов; 2) прикладных служб, которые реализуют управление выполнением программных модулей на уровне предметной области (ПО); 3) предметной области, включающий средства реализации действий с ее объектами (модули определения решений по составов ПЗ, составов групп ПЗ, расписаний выполнения ПЗ из групп на приборах МС, распределения результатов

выполнения заданий в пакетах, включенных в группы, по комплектам); 4) инфраструктурный, обеспечивающий взаимодействие между модулями, реализующими формирование решений на уровне ПО и между уровнями иерархической организации ПС. Программные модули, вынесенные на уровень прикладных служб, координируют выполнение операций с объектами уровня ПО (интерпретацию программных модулей), определяя порядок их активизации. Координация выполнения операций с объектами ПО реализуется на основе контроля событий с этими объектами (реализация событийной модели взаимодействия объектов ПО). Хранилища результатов выполнения операций с объектами ПО, хранилища событий организуются на инфраструктурном уровне, что позволяет (посредством взаимодействия с ним уровней прикладных служб и предметной области) контролировать получение результатов на уровне ПО – событий готовности результатов, на уровне прикладных служб фиксировать события с объектами ПО, выполнять координацию операций этим уровнем с объектами уровня ПО.

Для реализации структурной гибкости ПС ее организация выполнена на основе сервис-ориентированной архитектуры (Service Oriented Architecture, SOA) [Erl, 2005; Josuttis, 2007]. Каждый из рассмотренных методов реализован в виде отдельных сервисов (программных модулей), которые интерпретируются на уровне ПО многоуровневой модели организации ПС. Для каждого сервиса задан строго определенный интерфейс, который устанавливает шаблоны для обмена сообщениями с другими сервисами. Сообщения, которыми обмениваются между собой сервисы, основываются на протоколно-независимой технологии (Simple Object Access Protocol, SOAP). Организация взаимодействия сервисов в рассматриваемой системе построения расписаний выполнения заданий/ПЗ в МС реализуется с использованием подхода, базирующегося на событийном управлении, с использованием технологии EDA [Yeager, 2014; Blokdyk, 2018].

Для программной реализации рассмотренных методов использованы синтаксические конструкции языка C# и библиотека Microsoft .NET Framework. С целью исследования эффективности комплексного планирования выполнения ПЗ в МС при введенных условиях с использованием метода оптимизации составов ПЗ [Кротов, 2018], метода оптимизации составов групп ПЗ и метода распределения результатов выполнения ПЗ по комплектам, рассмотренных в предлагаемой статье, метода оптимизации расписаний выполнения ПЗ из групп в МС [Кротов, 2020] проведено более 100 опытов. Длительность вычислений с целью получения результатов по одному эксперименту не превышала 3 мин. При решении рассматриваемой задачи с использованием ГА [Кротов, 2017] было проведено более 400 опытов (по причине стохастического характера ГА для каждого набора входных параметров проводилась серия экспериментов, значения критерия осреднялись по всей серии экспериментов). Длительность вычислений в этом случае для получения результатов по одному эксперименту не превышала 1 мин.

Рассматриваемый в работе подход реализует совместную (комплексную) оптимизацию решений по составам ПЗ, составам групп ПЗ и расписаниям выполнения ПЗ из групп в МС на уровнях иерархии системы планирования с применением теории иерархических игр. Это позволяет выполнить решение большого количества задач теории расписаний, получение результатов в которых существующими способами (ЧЦЛП, эвристические правила, генетические алгоритмы) является затруднительным. Использование иерархического подхода и методов локальной оптимизации решений на каждом из уровней иерархии системы планирования позволяет формировать решения задач без ограничений на их размерность, без введения дополнительных параметров, на основе которых формируются пакеты. В то же время использование метода локальной оптимизации составов ПЗ, рассмотренного в [Кротов, 2018], показало возможность его применения при решении различных задач, в том числе: 1) непосредственно планирования выполнения ПЗ в МС [Кротов, 2018]; 2) планирования выполнения ПЗ в МС при оперативном формировании комплектов [Кротов, 2018]; 3) планирования выполнения ПЗ в МС при задании ограничения на длительность интервалов времени ее функционирования [Кротов, 2020]; 4) планирования вы-

полнения ПЗ в МС при формировании комплектов и задании ограничения на длительность интервалов времени ее функционирования. Рассмотренные математическая модель иерархической игры и метод локальной оптимизации решений по составам групп ПЗ обеспечивают повышение эффективности планирования выполнения заданий в МС (увеличение количества сформированных комплектов при его использовании по сравнению с фиксированными составами групп ПЗ составляет в среднем 60 %).

Заключение

Современные методы построения комплексных расписаний выполнения ПЗ в МС не учитывают ограничение на длительности интервалов времени функционирования системы и условие формирования КР. Определение решений с их использованием возможно только в задачах ограниченной размерности либо при введении дополнительных условий (директивных сроков для заданий, использование параллельно функционирующих приборов в качестве обрабатываемой системы и т. д.). В связи с этим выполнено обоснование применения иерархического подхода к построению комплексных расписаний выполнения ПЗ в МС при учете указанных условий, выполнено построение математической модели иерархической игры для определения приближающихся к оптимальным решений по составам ПЗ, составам групп ПЗ и расписаний реализации действий с ПЗ из групп на приборах МС. Разработаны: метод построения начальных решений по составам групп ПЗ, метод распределения результатов выполнения пакетов из групп по комплектам, метод оптимизации составов групп ПЗ, выполняемых в течение заданных интервалов времени. Использование разработанных методов обеспечивает повышение эффективности планирования выполнения заданий в МС с учетом введенных условий.

Список литературы (References)

- Вернон В.* Реализация методов предметно-ориентированного проектирования. — М.: Вильямс, 2016. — 688 с.
Vernon V. Realizaciya metodov predmetno-orientirovannogo proektirovaniya [Implementation of object-oriented design methods]. — Moscow: Williams, 2016. — 688 p. (in Russian).
- Горелик В. А., Горелов М. А., Кононенко А. Ф.* Анализ конфликтных ситуаций в системах управления. — М.: Радио и связь, 1991. — 286 с.
Gorelik V. A., Gorelov M. A., Kononenko A. F. Analiz konfliktnyh situacij v sistemah upravleniya [Analysis of conflict situations in control systems]. — Moscow: Radio and communications, 1991. — 286 p. (in Russian).
- Долгова О. Э., Пересветов В. В.* Составление расписаний с минимизацией суммарного запаздывания на одном приборе методом параллельных муравьиных колоний // Вестник ТОГУ. Информатика, вычислительная техника и управление. — 2012. — № 2 (25). — С. 45–52.
Dolgova O. E., Peresvetov V. V. Sostavlenie raspisanij s minimizaciej summarnogo zapazdyvaniya na odnom pribore metodom parallel'nyh murav'inyh kolonij [Drawing up schedules with minimizing the total delay on one device by the method of parallel ant colonies] // Bulletin of TOGU. Informatics, Computer Engineering and Management. — 2012. — No. 2 (25). — P. 45–52 (in Russian).
- Кобак В. Г.* Методология сопоставительно-критериальной аналитической оценки распределительных задач и средства ее программно-алгоритмической поддержки: диссертация доктора техн. наук. — Ростов-на-Дону, 2008. — 317 с.
Kobak V. G. Metodologiya sopostavitel'no-kriterial'noj analiticheskoj ocenki raspreditel'nyh zadach i sredstva ee programmno-algoritmicheskoj podderzhki [Methodology of comparative-criterion analytical evaluation of distributive tasks and means of its software and algorithmic support]: dissertation doctor of Technical sciences. — Rostov-on-Don, 2008. — 317 p. (in Russian).
- Кобак В. Г., Титов Д. В., Калюка В. И., Слесарев В. В.* Алгоритмическое улучшение генетического алгоритма для нечетного количества однородных устройств // Известия ЮФУ. Технические

науки. Тематический выпуск: Компьютерные и информационные технологии в науке, инженерии и управлении. — Ростов-н/Д: Изд. центр Донского государственного техн. ун-та. — 2011. — № 5. — С. 159–163.

Kobak V.G., Titov D.V., Kalyuka V.I., Slesarev V.V. Algoritmicheskoe uluchshenie geneticheskogo algoritma dlya nechetnogo kolichestva odnorodnyh ustrojstv [Algorithmic improvement of a genetic algorithm for an odd number of homogeneous devices] // News of SFU. Technical sciences. Thematic issue: Computer and Information Technologies in Science, Engineering and Management. — Rostov-on-Don: Publishing House of the Center of the Don State Technical University. — 2011. — No. 5. — P. 159–163 (in Russian).

Ковалев М. Я. Модели и методы календарного планирования. Курс лекций. — Минск: БГУ, 2004. — 63 с.

Kovalev M. Ya. Modeli i metody kalendarnogo planirovaniya. Kurs lekcij [Models and methods of calendar planning. A course of lectures]. — Minsk: BSU, 2004. — 63 p. (in Russian).

Кротов К. В. Использование аппарата генетических алгоритмов при формировании решений по составам партий данных в двухуровневой задаче построения комплексных расписаний их обработки // Автоматизированные технологии и производства: международный научно-технический журнал. — 2017. — № 2 (16). — С. 23–34.

Krotov K. V. Ispol'zovanie apparata geneticheskikh algoritmov pri formirovani reshenij po sostavam partij dannyh v dvuhurovnevoj zadache postroeniya kompleksnyh raspisanij ih obrabotki [The use of the apparatus of genetic algorithms in the formation of decisions on the composition of data batches in the two-level task of constructing complex schedules for their processing] // Automated technologies and production: international scientific and technical journal. — 2017. — No. 2 (16). — P. 23–34 (In Russian).

Кротов К. В. Комплексный метод определения эффективных решений по составам партий данных и расписаниям их обработки в конвейерных системах // Вычислительные технологии. — Новосибирск: Изд-во Института вычислительных технологий СО РАН. — 2018. — № 3. — С. 58–76.

Krotov K. V. Kompleksnyj metod opredeleniya effektivnyh reshenij po sostavam partij dannyh i raspisaniyam ih obrabotki v konvejernyh sistemah [A complex method for determining effective solutions for the composition of data batches and schedules of their processing in conveyor systems] // Computational technologies. — Publishing house Of the Institute of computational technologies SB RAS. — 2018. — Vol. 23, no. 3. — P. 58–76 (in Russian).

Кротов К. В. Обоснование методов построения комплексных расписаний обработки партий данных при условии оперативного формирования комплектов из результатов // Вестник Воронежского государственного университета. Сер. Системный анализ и информационные технологии. — 2018. — № 4. — С. 58–72.

Krotov K. V. Obosnovanie metodov postroeniya kompleksnyh raspisanij obrabotki partij dannyh pri uslovii operativnogo formirovaniya komplektov iz rezul'tatov [Justification of methods for constructing complex schedules for processing data batches under the condition of rapid formation of sets of results] // Bulletin of the Voronezh State University. Ser. System analysis and information technologies. — 2018. — No. 4. — P. 58–72 (in Russian).

Кротов К. В. Построение комплексных расписаний обработки пакетов данных в конвейерной системе при задании ограничений на длительность интервалов времени ее функционирования // Труды учебных заведений связи. — 2020. — Т. 6, № 3. — С. 75–90.

Krotov K. V. Postroenie kompleksnyh raspisanij obrabotki paketov dannyh v konvejernoj sisteme pri zadanii ogranichenij na dlitel'nost' intervalov vremeni ee funkcionirovaniya [Building complex schedules for processing data packets in a pipeline system when setting restrictions on the duration of time intervals for its operation] // Proceedings of educational institutions of communications. — 2020. — Vol. 6, no. 3. — P. 75–90 (in Russian).

Лазарев А. А. Методы и алгоритмы решения задач теории расписаний для одного и нескольких приборов и их применение для задач комбинаторной оптимизации: диссертация доктора физ.-мат. наук. — Москва, 2007. — 426 с.

Lazarev A. A. Metody i algoritmy resheniya zadach teorii raspisanij dlya odnogo i neskol'kih priborov i ih primenenie dlya zadach kombinatornoj optimizacii [Methods and algorithms for solving problems in the theory of schedules for one and several devices and their application for combinatorial optimization problems]: dissertation of the Doctor of Physical and Mathematical Sciences. — Moscow, 2007. — 426 p. (in Russian).

Лазарев А. А., Гафаров Е. Р. Теория расписаний. Задачи и алгоритмы. — М.: МГУ, 2011. — 222 с.
Lazarev A. A., Gafarov E. R. Teoriya raspisanij. Zadachi i algoritmy [Theory of schedules. Problems and algorithms]. — Moscow: MSU, 2011. — 222 p. (in Russian).

- Лазарев А. А., Мусатова Е. Г., Кварцхелия А. Г., Гафаров Е. Р.* Теория расписаний. Задачи управления транспортными системами. — М.: МГУ, 2012. — 159 с.
Lazarev A. A., Musatova E. G., Kvaratskheliya A. G., Gafarov E. R. Teoriya raspisanij. Zadachi upravleniya transportnymi sistemami [Theory of schedules. Objectives of the management of transport systems]. — М.: MSU, 2012. — 159 p. (in Russian).
- Муратов М. А.* Разработка и исследование алгоритмов решения минимаксной неоднородной задачи для балансировки вычислительной нагрузки: автореферат диссертации канд. техн. наук. — Таганрог, 2016. — 19 с.
Muratov M. A. Razrabotka i issledovanie algoritmov resheniya minimakсноj neodnorodnoj zadachi dlya balansirovki vychislitel'noj nagruzki [Development and research of algorithms for solving a minimax inhomogeneous problem for balancing computational load]: abstract of the dissertation of the Candidate of Technical Sciences. — Taganrog, 2016. — 19 p. (in Russian).
- Нейдорф Р. А., Жикулин А. А.* Исследование селективно-перестановочного метода решения однородной распределительной задачи с использованием мультиперестановок // Системный анализ, управление и обработка информации: труды 3-го Международного семинара / под общ. ред. Р. А. Нейдорфа. — Ростов-н/Д: Изд. центр Донского государственного техн. ун-та, 2012. — С. 58–68.
Neidorf R. A., Zhikulin A. A. Issledovanie selektivno-perestanovochnogo metoda resheniya odnorodnoj raspreditel'noj zadachi s ispol'zovaniem mul'tiperestanovok [Investigation of a selective permutation method for solving an inhomogeneous distribution problem using multi-permutations] // System analysis, management and information processing: proceedings of the 3rd International Seminar / under the general editorship of R. A. Neidorf. — Rostov-on-Don: Publishing House of the Center of the Don State Technical University, 2012. — P. 58–68 (in Russian).
- Новиков Д. А.* Теория управления организационными системами. — М.: МПСИ, 2005. — 584 с.
Novikov D. A. Teoriya upravleniya organizacionnymi sistemami [Theory of management of organizational systems]. — Moscow: MPSI, 2005. — 584 p. (in Russian).
- Танаев В. С., Сотсков Ю. Н., Струевич В. А.* Теория расписаний. Многостадийные системы. — М.: Наука, 1989. — 328 с.
Tanaev V. S., Sotskov Yu. N., Strusevich V. A. Teoriya raspisanij. Mnogostadijnye sistemy [Theory of schedules. Multi-stage systems]. — Moscow: Nauka, 1989. — 328 p. (in Russian).
- Шаповалов Т. С.* Генетический алгоритм составления расписания запуска параллельных заданий в GRID // Многопроцессорные вычислительные системы. — 2010. — № 4 (26). — С. 115–126.
Shapovalov T. S. Geneticheskij algoritm sostavleniya raspisaniya zapuska parallel'nyh zadaniy v GRID [Genetic algorithm for scheduling the launch of parallel tasks in the GRID] // Multiprocessor computing systems. — 2010. — No. 4 (26). — P. 115–126 (in Russian).
- Эванс Э.* Предметно-ориентированное проектирование. Структуризация сложных программных систем. — М.: Вильямс, 2011. — 448 с.
Evans E. Predmetno-orientirovannoe proektirovanie. Strukturizaciya slozhnyh programmyh sistem [Subject-oriented design. Structuring of complex software systems]. — Moscow: Williams Publishing House, 2011. — 448 p. (in Russian).
- Adonyi R., Romero J., Puigjaner L., Friedler F.* Incorporating heat integration in batch process scheduling // Applied Thermal Engineering. — 2003. — Vol. 23. — P. 1743–1762.
- Agha M.* Integrated management of energy and production: scheduling of batch process and Combined Heat & Power plant // University of Toulouse. National Polytechnic Institute of Toulouse (France). 2009. — 255 p.
- Basar T., Olsder G. Y.* Dynamic Noncooperative Game Theory. — Society for Industrial and Applied Mathematics, 1999. — 536 p.
- Blokdyk G.* Event-driven programming. The Ultimate Step-By-Step Guide. — 5STARCOoks, 2018. — 284 p.

- Chaudhry I. A., Elbadawi I. A.-Q., Usman M., Chughtai M. T.* Minimising Total Flowtime in a No-Wait Flow Shop (NWFS) using Genetic Algorithms // *Ingeniería e Investigación*. — 2018. — Vol. 38, no. 3. — P. 68–79. — DOI: 10.15446/ing.investig.v38n3.75281
- Cheng B.-Y., Chen H.-P., Wang S.-S.* Improved ant colony optimization method for single batch-processing machine with non-identical job sizes // *Journal of System Simulation*. — 2009. — Vol. 21, no. 9. — P. 2687–2695.
- Dang Th.-T., Frankovic B., Budinska I.* Using heuristic search for solving single machine batch processing problems // *Computing and Informatics*. — 2006. — Vol. 25. — P. 405–420.
- Díaz-Ramírez J., Huertas J. I.* A continuous time model for a short-term multiproduct batch process scheduling // *Ingeniería e Investigación*. — 2018. — Vol. 38, no. 1. — P. 96–104. — DOI: 10.15446/ing.investig.v38n1.66425
- Erl Th.* Service-Oriented Architecture: Concepts, Technology and Design. — The Prentice Hall, 2005. — 760 p.
- Jin M., Liu X., Luo W.* Single-Machine Parallel-Batch Scheduling with Nonidentical Job Sizes and Rejection // *Mathematics*. — 2020. — Vol. 8. — Article ID 258. — DOI: 10.3390/math8020258
- Joglekar G.* Using Simulation for Scheduling and Rescheduling of Batch Processes // *Processes*. — 2017. — No. 5. — Article ID 66. — DOI: 10.3390/pr5040066
- Josuttis N. M.* SOA in Practice. — California: O'Reilly, 2007. — 344 p.
- Koehler F., Khuller S.* Optimal Batch Schedules for Parallel Machines // *Algorithms and Data Structures: 13th International Symposium*. — Berlin: Springer, 2013. — P. 475–486.
- Kohn R., Rose O., Laroque Ch.* Study on multi-objective optimization for parallel batch machine scheduling using variable neighbourhood search // *Proceedings of the 2013 Winter Simulation Conference*. 8–11th December. — 2013. — P. 3654–3670.
- Li Sh., Cheng T. C. E., Ng C. T., Yuan J.* Single-machine batch scheduling with job processing time compatibility // *Theoretical Computer Science*. — 2015. — Vol. 583. — P. 57–66. — DOI: 10.1016/j.tcs.2015.03.043
- Li X. L., Wang Y.* Scheduling Batch Processing Machine Using Max–Min Ant System Algorithm Improved by a Local Search Method // *Mathematical Problems in Engineering*. — 2018. — Vol. 2018. — Article ID: 3124182. — 10 p. — DOI: 10.1155/2018/3124182
- Mendez C. A. et al.* State-of-the-art review of optimization methods for short-term scheduling of batch processes // *Computers and Chemical Engineering*. — 2006. — Vol. 30. — P. 913–946.
- Monch L., Balasubramanian H., Fowler J. W., Pfund M. E.* Heuristic scheduling of jobs on parallel batch machines with incompatible job families and unequal ready times // *Computers & Operations Research*. — 2005. — No. 32. — P. 2731–2750.
- Ning Ch., You F.* Batch Process Scheduling under Uncertainty using Data-Driven Multistage Adaptive Robust Optimization // *Chemical engineering transactions*. — 2017. — Vol. 61. — P. 1567–1572. — DOI: 10.3303/CET1761259
- Ogun B., Cigdem A.-U.* Mathematical Models for a Batch Scheduling Problem to Minimize Earliness and Tardiness // *Journal of Industrial Engineering and Management*. JIEM. — 2018. — No. 11 (3). — P. 390–405. — DOI: 10.3926/jiem.2541

- Surjandari I., Rachman A., Purdianta Y., Dhini A.* The batch scheduling model for dynamic multi-item, multi-level production in an assembly job shop with parallel machines // *International Journal of Technology*. — 2015. — No. 1. — P. 84–96. — DOI: 10.14716/ijtech.v6i1.783
- Tan Y., Huangi W., Sun Y., Yue Y.* Comparative Study of Different Approaches to Solve Batch Process Sheduling and Optimisation Problems // *Proceedings of the 18th International Conference on Automation & Computing*. Loughborough University. UK. — 2012. — P. 424–444.
- Yeager D.P.* Object-Oriented Programming Languages and Event-Driven Programming. — Mercury Learning & Information, 2014. — 600 p.
- Zeballos L.J., Henning G.P.* A CP approach to the scheduling of resource-constrained multiproduct continuous facilities // *Latin American Applied Research*. — 2006. — No. 36. — P. 205–212.