

УДК: 519.62:621.039.586

Численный анализ естественной конвекции кориума в условиях внутрикорпусной локализации с учетом переменного тепловыделения

А. И. Кудров^{1,а}, М. А. Шеремет^{1,2,б}

¹Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, д. 30

²Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Россия, 634050, г. Томск, пр. Ленина, д. 36

E-mail: ^аalex12kudrow@gmail.com, ^бsheremet@math.tsu.ru

Получено 14.02.2021, после доработки — 04.05.2021.
Принято к публикации 17.06.2021.

В представленном исследовании проводится численное моделирование охлаждения кориума, расплава керамического топлива ядерного реактора и оксидов конструкционных материалов, в горизонтальной полуцилиндрической полости, стенки которой поддерживаются при постоянной температуре, в условиях естественной конвекции.

Охлаждение кориума — это процесс характерный для тяжелой аварии на ядерном реакторе, которая может быть локализована путем удержания кориума внутри корпуса реактора, испытывающего внешнее охлаждение. Такой подход обеспечивает не только сравнительно простой способ удержания радиоактивности в пределах первого контура, но и возможность реализации на действующих блоках. Это выступает альтернативой ловушке расплава, еще одному методу локализации. Точный анализ и моделирование процесса охлаждения в таких условиях оказываются перспективной областью исследований в настоящее время.

В начальный момент времени температура кориума принимается равной температуре стенки. Кориум, несмотря на останов реактора, обладает остаточным тепловыделением, которое уменьшается со временем согласно формуле Вэя–Вигнера. Процесс естественной конвекции внутри полости описывается системой уравнений в приближении Буссинеска, которая включает в себя уравнение движения, уравнение неразрывности и уравнение энергии. Конвективные потоки считаются ламинарными и двумерными, теплофизические свойства жидкости считаются независимыми от температуры.

Краевая задача математической физики формулируется в безразмерных переменных «функция тока – завихренность». Полученные дифференциальные уравнения решаются численно при помощи метода конечных разностей с использованием локально-одномерной схемы Самарского применительно к уравнениям параболического типа.

В результате исследований получены временные зависимости среднего числа Нуссельта на верхней и нижней стенках полости в широком диапазоне изменения числа Рэлея от 10^3 до 10^6 . Указанные зависимости также были проанализированы при различных значениях безразмерного времени работы реактора до аварии. Исследования проведены как на основе распределений изолиний функции тока и температуры, так и с использованием временных профилей интенсивности конвективного течения и теплообмена.

Ключевые слова: естественная конвекция, кориум, ядерный реактор, тяжелая авария, численное моделирование, метод конечных разностей

© 2021 Александр Иванович Кудров, Михаил Александрович Шеремет

Статья доступна по лицензии Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Unported License.
Чтобы получить текст лицензии, посетите веб-сайт <http://creativecommons.org/licenses/by-nd/3.0/>
или отправьте письмо в Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.

UDC: 519.6:621.039.586

Numerical simulation of corium cooling driven by natural convection in case of in-vessel retention and time-dependent heat generation

A. I. Kudrov^{1,a}, M. A. Sheremet^{1,2,b}

¹National Research Tomsk Polytechnic University,
30 Lenin ave., Tomsk, 634050, Russia

²National Research Tomsk State University,
36 Lenin ave., Tomsk, 634050, Russia

E-mail: ^aalex12kudrow@gmail.com, ^bsheremet@math.tsu.ru

Received 14.02.2021, after completion — 04.05.2021.

Accepted for publication 17.06.2021.

Represented study considers numerical simulation of corium cooling driven by natural convection within a horizontal hemicylindrical cavity, boundaries of which are assumed isothermal. Corium is a melt of ceramic fuel of a nuclear reactor and oxides of construction materials.

Corium cooling is a process occurring during severe accident associated with core melt. According to in-vessel retention conception, the accident may be restrained and localized, if the corium is contained within the vessel, only if it is cooled externally. This conception has a clear advantage over the melt trap, it can be implemented at already operating nuclear power plants. Thereby proper numerical analysis of the corium cooling has become such a relevant area of studies.

In the research, we assume the corium is contained within a horizontal semitube. The corium initially has temperature of the walls. In spite of reactor shutdown, the corium still generates heat owing to radioactive decays, and the amount of heat released decreases with time accordingly to Way–Wigner formula. The system of equations in Boussinesq approximation including momentum equation, continuity equation and energy equation, describes the natural convection within the cavity. Convective flows are taken to be laminar and two-dimensional.

The boundary-value problem of mathematical physics is formulated using the non-dimensional non-primitive variables «stream function – vorticity». The obtained differential equations are solved numerically using the finite difference method and locally one-dimensional Samarskii scheme for the equations of parabolic type.

As a result of the present research, we have obtained the time behavior of mean Nusselt number at top and bottom walls for Rayleigh number ranged from 10^3 to 10^6 . These mentioned dependences have been analyzed for various dimensionless operation periods before the accident. Investigations have been performed using streamlines and isotherms as well as time dependences for convective flow and heat transfer rates.

Keywords: natural convection, corium, nuclear reactor, severe accident, numerical simulation, finite difference method

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2021, vol. 13, no. 4, pp. 807–822 (Russian).

Введение

Естественная конвекция — это процесс переноса массы, импульса и энергии, встречающийся во многих технических системах, например системы отопления, теплообменные аппараты, химические и биореакторы и т. д. На сегодняшний день большое количество исследователей обращают свое внимание на изучение естественной конвекции в системах с внутренним тепловыделением, примером которых может служить расплав активной зоны (кориума) ядерного энергетического реактора, возникающий в результате тяжелой аварии [Denning, Budnitz, 2018]. Одной из основных стратегий локализации аварии является концепция внутрикорпусного удержания [Hua et al., 2018; Tsai et al., 2017], которая предполагает, что после аварии кориум будет удерживаться в корпусе за счет наружного охлаждения. Несмотря на то что концепция уже предусмотрена в проекте некоторых российских и зарубежных блоков, точное численное моделирование естественной конвекции кориума в условиях внутрикорпусной локализации все еще является перспективной областью исследований из-за большой сложности проведения натурных экспериментов.

Например, в работе [Liaqat, Baytas, 2001a] авторы проводят численную симуляцию процесса охлаждения кориума методом контрольного объема в квадратной полости, стенки которой поддерживаются при постоянной температуре. В результате данного исследования были получены зависимости среднего числа Нуссельта на охлаждающей поверхности в широком диапазоне изменения числа Рэлея (10^7 – 10^{12}). В исследовании [Liaqat, Baytas, 2001b] те же авторы рассматривают подобную задачу, только для полости, которая расположена горизонтально и имеет форму полуцилиндра, а в статье [Liaqat, Baytas, 2001c] сравниваются сопряженная и несопряженная постановки задач. В исследовании [Liaqat, Baytas, 2001d] авторы подходят ближе к актуальной проблеме, они проводят численное моделирование охлаждения кориума, удерживаемого в нижней части корпуса реактора. Авторы исследуют зависимость среднего числа Нуссельта на нижней стенке для различных случаев охлаждения при высоких значениях числа Рэлея (10^8 – 10^{14}). При проведении математического моделирования рассматриваемых процессов очень часто используются пакеты прикладных программ. В статье [Tusheva et al., 2015] авторы с использованием коммерческого пакета ANSIS исследуют температурное распределение в кориуме и корпусе с целью расчета критических тепловых потоков в разных точках корпуса реактора.

Несмотря на сложность проблемы удержания, существуют попытки проведения экспериментов, примером могут послужить эксперименты на установке COPRA [Zhou et al., 2019; Zhou et al., 2018]. В работе [Zhou et al., 2019] авторы анализируют распределение теплового потока по нижней стенке установки, которая моделирует корпус, содержащий расплав активной зоны. В исследовании [Zhou et al., 2018] проводятся эксперименты с целью получения зависимости вида $\overline{Nu} = f(Ra)$ на нижней стенке для случаев $Ra = 10^{12}$ – 10^{17} .

На основании представленного обзора мы видим, что рассматриваемая проблема является актуальной на сегодняшний день. Целью данной работы является численный анализ процесса естественной конвекции кориума в полости, стенки которой поддерживаются при постоянной температуре. В представленном исследовании также учитывается переменный характер тепловыделения.

Математическая постановка задачи в размерном виде

Кориум удерживается в горизонтальной цилиндрической полости радиусом R_n так, как это показано на рис. 1. Стенки полости поддерживаются при постоянной температуре T_c , поскольку при внутрикорпусной локализации на внутренней поверхности корпуса и сверху, на границе с газом, образуется слой затвердевшего кориума, который на границе контакта с жидкой фазой имеет температуру плавления. В начальный момент кориум неподвижен и его температура во всех точках равна температуре стенки, $T_0 = T_c$.

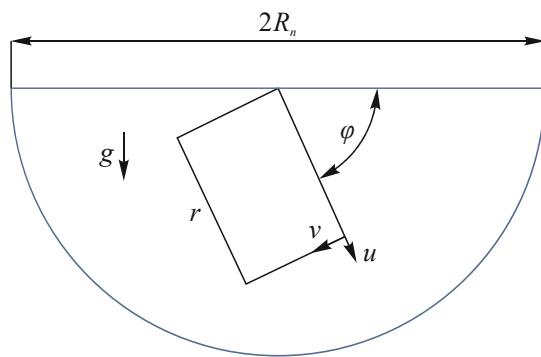


Рис. 1. Исследуемая область

Несмотря на останов реактора, кориум продолжает выделять тепло, обусловленное распадами активных продуктов деления. Если допустить, что система приходит в подкритичное состояние в момент образования бассейна расплава, то зависимость мощности остаточного тепловыделения от времени можно описать формулой Вэя–Вигнера [Андрющенко и др., 2010]:

$$W_{\text{oct}}(t) = 6.5 \cdot 10^{-2} W_0 \left(t^{-0.2} - (t + t_p)^{-0.2} \right),$$

где W_0 — мощность реактора до аварии, t_p — время работы реактора на мощности W_0 до аварии.

Допустив, что тепло выделяется равномерно во всем объеме расплава, V_k , зависимость объемного тепловыделения в кориуме от времени можно записать следующим образом:

$$q_v(t) = \frac{6.5 \cdot 10^{-2} W_0}{V_k} \left(t^{-0.2} - (t + t_p)^{-0.2} \right).$$

Графически зависимость мощности остаточного тепловыделения в кориуме от времени работы реактора на мощности W_0 представлена на рис. 2, где видно, что увеличение времени работы реактора на мощности W_0 приводит к росту мощности остаточного тепловыделения в кориуме.

В результате изменения температуры внутри расплава в поле действия силы тяжести возникает отклонение плотности от среднего значения, характеризующее формирование выталкивающей силы и развитие конвективных потоков, которые принимаются ламинарными и двумерными. Для математического описания рассматриваемого процесса конвективного теплопереноса используется полярная система координат (r, φ) , представленная на рис. 1.

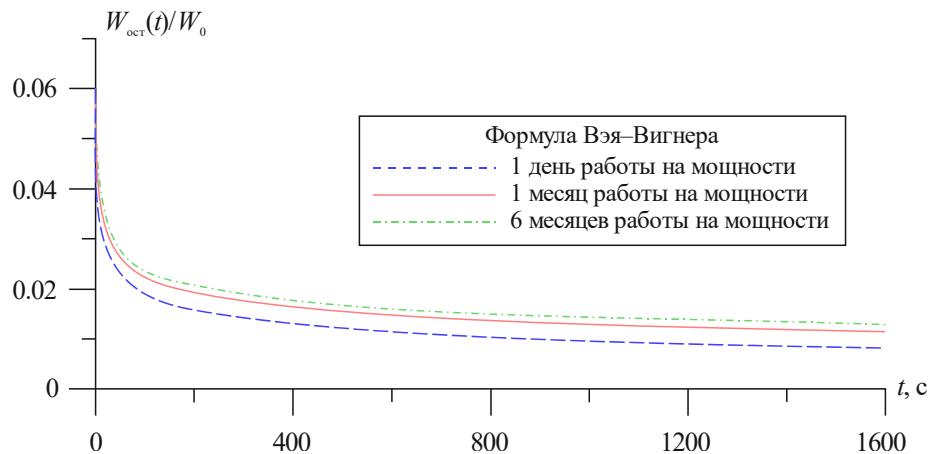


Рис. 2. Зависимость мощности остаточного тепловыделения в кориуме от времени работы реактора на мощности W_0 согласно формуле Вэя–Вигнера

Естественная конвекция в анализируемой полости описывается системой уравнений Обербека–Буссинеска, которая включает следующие уравнения [Джалурия, 1983].

1. Уравнения движения в проекции на оси полярной системы координат:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \varphi} - \frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} - \frac{u}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \varphi} \right) - g \beta (T - T_c) \sin \varphi,$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{vu}{r} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + v \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} - \frac{v}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) - g \beta (T - T_c) \cos \varphi,$$

где $u = u(r, \varphi)$ и $v = v(r, \varphi)$ — проекции вектора скорости на орты \bar{e}_r и \bar{e}_φ соответственно, ρ — плотность кориума, p — давление, v — кинематическая вязкость кориума, g — ускорение свободного падения, β — коэффициент объемного расширения кориума.

2. Уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial (ru)}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial \varphi} = 0.$$

3. Уравнение Фурье–Кирхгофа (уравнение энергии):

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial T}{\partial \varphi} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} \right) + \frac{q_v(t)}{\rho c_p},$$

где a — коэффициент температуропроводности кориума, c_p — удельная теплоемкость кориума.

Границные условия для представленных уравнений принимают следующий вид:

$$r = 0, \varphi \in [0, \pi]: u = v = 0, T = T_c;$$

$$r = R_n, \varphi \in [0, \pi]: u = v = 0, T = T_c;$$

$$\varphi = 0 \text{ и } \varphi = \pi, r \in (0, R_n): u = v = 0, T = T_c.$$

Для исключения давления из системы осуществляется переход к новым переменным: функция тока (ψ) и завихренность (ω) [Шеремет, 2012].

$$u = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad \omega = \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \varphi} - \frac{v}{r} - \frac{\partial v}{\partial r}.$$

Введение новых функций позволяет преобразовать определяющие уравнения следующим образом [Шеремет, 2012].

1. Уравнение дисперсии завихренности:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial \omega}{\partial \varphi} = v \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \varphi^2} \right) + g \beta \left(\frac{\partial T}{\partial r} \cos \varphi - \frac{\partial T}{\partial \varphi} \frac{\sin \varphi}{r} \right).$$

2. Уравнение Пуассона для функции тока:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} = \omega.$$

3. Уравнение Фурье–Кирхгофа:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial T}{\partial \varphi} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} \right) + \frac{q_v(t)}{\rho c_p}.$$

Математическая постановка задачи в безразмерном виде

Для приведения задачи к безразмерному виду используются следующие масштабы величин:

- масштаб длины R_n ;
- масштаб температуры $\Delta T = \frac{q_{v0} R_n^2}{\lambda}$ [Liaqat, Baytas, 2001c], где λ — теплопроводность кориума, $q_{v0} = 6.5 \cdot 10^5 W_0 a^{0.2} / (V_k R_n^{0.4})$;
- масштаб скорости — скорость конвекции, $w_0 = \sqrt{g \beta \Delta T R_n}$ [Джалурия, 1983];
- масштаб времени $t_0 = R_n / w_0 = R_n^2 / (a \sqrt{\text{Pr Ra}})$, где $\text{Ra} = g \beta \Delta T R_n^3 / (\nu a)$ — число Рэлея, $\text{Pr} = \nu / a$ — число Прандтля;
- масштаб завихренности $\omega_0 = w_0 / R_n$ [Шеремет, 2012];
- масштаб функции тока $\psi_0 = w_0 R_n$ [Шеремет, 2012].

С учетом приведенных масштабов зависимость удельного тепловыделения в кориуме от безразмерного времени принимает вид

$$q_v(\tau) = q_{v0} (\text{Pr} \cdot \text{Ra})^{0.1} \left(\tau^{-0.2} - (\tau + \tau_p)^{-0.2} \right),$$

где $\tau_p = t_p / t_0$ — безразмерное время работы реактора на мощности W_0 до аварии.

Определяющие уравнения в безразмерном виде приведены ниже.

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega}{\partial R} + \frac{V}{R} \frac{\partial \Omega}{\partial \varphi} = \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \Omega}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \varphi^2} \right) + \frac{\partial \theta}{\partial R} \cos \varphi - \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} \frac{\sin \varphi}{R}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varphi^2} = \Omega, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial R} + \frac{V}{R} \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} = \frac{1}{\sqrt{\text{Pr Ra}}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \theta}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \varphi^2} \right) + \frac{\left(\tau^{-0.2} - (\tau + \tau_p)^{-0.2} \right)}{(\text{Pr Ra})^{0.4}}, \quad (3)$$

где $\Omega = \omega / \omega_0$ — безразмерная завихренность, $\tau = t / t_0$ — безразмерное время, $U = u / w_0$ и $V = v / w_0$ — безразмерные проекции вектора скорости на соответствующие орты; $R = r / R_n$ — безразмерный радиус, $\theta = (T - T_c) / \Delta T$ — безразмерная температура, $\Psi = \psi / \psi_0$ — безразмерная функция тока.

Безразмерные граничные условия для уравнений (1)–(3):

$$\begin{aligned} R = 0, \varphi \in [0, \pi]: \Psi &= \Omega = \theta = 0; \\ R = 1, \varphi \in [0, \pi]: \Psi &= \theta = 0, \Omega = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial R^2}; \\ \varphi = 0 \text{ и } \varphi = \pi, R \in (0, 1): \Psi &= \theta = 0, \Omega = \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varphi^2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Описание численного метода

Сформулированная краевая задача решается численно методом конечных разностей на равномерной разностной сетке. Аппроксимация пространственных производных проводится со вторым порядком точности по радиусу и полярному углу и с первым порядком точности по времени $\{O(\Delta\tau + \Delta R^2 + \Delta\varphi^2)\}$.

Анализируется нестационарный процесс, поэтому уравнение Пуассона для функции тока (2) полностью решается на каждом шаге по времени. Аппроксимация этого уравнения имеет следующий вид:

$$\frac{\Psi_{i+1,j}^{k+1} - 2\Psi_{i,j}^{k+1} + \Psi_{i-1,j}^{k+1}}{\Delta R^2} + \frac{1}{R_i} \frac{\Psi_{i+1,j}^{k+1} - \Psi_{i-1,j}^{k+1}}{2\Delta R} + \frac{1}{R_i^2} \frac{\Psi_{i,j+1}^{k+1} - 2\Psi_{i,j}^{k+1} + \Psi_{i,j-1}^{k+1}}{\Delta\varphi^2} = \Omega_{i,j}^k, \quad (5)$$

где ΔR и $\Delta\varphi$ — безразмерные шаги по радиусу и полярному углу, R_i — значение безразмерного радиуса в i -м узле сетки, $\Psi_{i,j}^{k+1}$ — сеточный аналог безразмерной функции тока на временном слое $k+1$, $\Omega_{i,j}^k$ — сеточный аналог безразмерной завихренности на k -м временном слое.

Разностное уравнение (5) решается методом последовательной верхней релаксации. При использовании полученных значений функции тока компоненты вектора скорости на $(k+1)$ -м временном слое могут быть определены следующим образом:

$$U_{i,j}^{k+1} = \frac{1}{R_i} \frac{\Psi_{i,j+1}^{k+1} - \Psi_{i,j-1}^{k+1}}{2\Delta\varphi}, \quad V_{i,j}^{k+1} = -\frac{\Psi_{i+1,j}^{k+1} - \Psi_{i-1,j}^{k+1}}{2\Delta R}.$$

Для определения граничных значений завихренности также используются полученные значения функции тока в рамках формулы Пирсона:

– верхняя стенка $\varphi = 0$ ($i = \overline{1, n-1}$):

$$\Omega_{i,0}^{k+1} = \frac{1}{R_i^2} \frac{8\Psi_{i,1}^{k+1} - \Psi_{i,2}^{k+1}}{2\Delta\varphi^2};$$

– верхняя стенка $\varphi = \pi$ ($i = \overline{1, n-1}$):

$$\Omega_{i,m}^{k+1} = \frac{1}{R_i^2} \frac{8\Psi_{i,m-1}^{k+1} - \Psi_{i,m-2}^{k+1}}{2\Delta\varphi^2};$$

– нижняя цилиндрическая стенка $R = 1$ ($j = \overline{1, m-1}$):

$$\Omega_{n,j}^{k+1} = \frac{8\Psi_{n-1,j}^{k+1} - \Psi_{n-2,j}^{k+1}}{2\Delta R^2}.$$

После того как определены граничные значения завихренности, решается уравнение дисперсии вихря. Для решения двумерного уравнения параболического типа (1) используется локально-одномерная схема А. А. Самарского [Самарский, 1977], предполагающая введение промежуточного временного слоя $(k+0.5)$. Для аппроксимации конвективных слагаемых применяется монотонная схема А. А. Самарского, а для дискретизации диффузионных слагаемых — центральные разности. В результате получается следующая система уравнений относи-

тельно сеточной функции $\Omega_{i,j}$ на временных слоях ($k + 0.5$) и ($k + 1$):

$$\begin{aligned} & \frac{\Omega_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} - \Omega_{i,j}^k}{\Delta\tau} + U_{i,j}^{k+1} \frac{\Omega_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - \Omega_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}}}{2\Delta R} - \left| U_{i,j}^{k+1} \right| \frac{\Omega_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - 2\Omega_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} + \Omega_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}}}{2\Delta R} = \\ &= \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(1 + \left| U_{i,j}^{k+1} \right| \frac{\Delta R}{2} \sqrt{\frac{\text{Ra}}{\text{Pr}}} \right)^{-1} \frac{\Omega_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - 2\Omega_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} + \Omega_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}}}{\Delta R^2} + \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \frac{1}{R_i} \frac{\Omega_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - \Omega_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}}}{2\Delta R} + \cos(\varphi_j) \frac{\theta_{i+1,j}^k - \theta_{i-1,j}^k}{2\Delta R}, \\ & \frac{\Omega_{i,j}^{k+1} - \Omega_{i,j}^{k+\frac{1}{2}}}{\Delta\tau} + \frac{V_{i,j}^{k+1}}{R_i} \frac{\Omega_{i,j+1}^{k+1} - \Omega_{i,j-1}^{k+1}}{2\Delta\varphi} - \frac{\left| V_{i,j}^{k+1} \right|}{R_i} \frac{\Omega_{i,j+1}^{k+1} - 2\Omega_{i,j}^{k+1} + \Omega_{i,j-1}^{k+1}}{2\Delta\varphi} = \\ &= \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(1 + R_i \left| V_{i,j}^{k+1} \right| \frac{\Delta\varphi}{2} \sqrt{\frac{\text{Ra}}{\text{Pr}}} \right)^{-1} \frac{\Omega_{i,j+1}^{k+1} - 2\Omega_{i,j}^{k+1} + \Omega_{i,j-1}^{k+1}}{R_i^2 \Delta\varphi^2} - \frac{\sin(\varphi_j)}{R_i} \frac{\theta_{i,j+1}^k - \theta_{i,j-1}^k}{2\Delta\varphi}, \end{aligned}$$

где $\Delta\tau$ — безразмерный шаг по временной координате, φ_j — значения полярного угла в j -м узле сетки.

Далее решаем уравнение энергии также на основе локально-одномерной схемы А. А. Самарского с применением описанных выше разностных схем для аппроксимации конвективных и диффузионных слагаемых. В результате разностные уравнения на промежуточном и целом временных слоях примут вид

$$\begin{aligned} & \frac{\theta_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} - \theta_{i,j}^k}{\Delta\tau} + U_{i,j}^{k+1} \frac{\theta_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - \theta_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}}}{2\Delta R} - \left| U_{i,j}^{k+1} \right| \frac{\theta_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - 2\theta_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} + \theta_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}}}{2\Delta R} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{\text{Pr Ra}}} \left(1 + \left| U_{i,j}^{k+1} \right| \frac{\Delta R \sqrt{\text{Pr Ra}}}{2} \right)^{-1} \frac{\theta_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - 2\theta_{i,j}^{k+\frac{1}{2}} + \theta_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}}}{\Delta R^2} + \frac{1}{\sqrt{\text{Pr Ra}}} \frac{1}{R_i} \frac{\theta_{i+1,j}^{k+\frac{1}{2}} - \theta_{i-1,j}^{k+\frac{1}{2}}}{2\Delta R} + \frac{\tau_k^{-0.2} - (\tau_k + \tau_p)^{-0.2}}{(\text{Pr Ra})^{0.4}}, \\ & \frac{\theta_{i,j}^{k+1} - \theta_{i,j}^{k+\frac{1}{2}}}{\Delta\tau} + \frac{V_{i,j}^{k+1}}{R_i} \frac{\theta_{i,j+1}^{k+1} - \theta_{i,j-1}^{k+1}}{2\Delta\varphi} - \frac{\left| V_{i,j}^{k+1} \right|}{R_i} \frac{\theta_{i,j+1}^{k+1} - 2\theta_{i,j}^{k+1} + \theta_{i,j-1}^{k+1}}{2\Delta\varphi} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{\text{Pr Ra}}} \left(1 + R_i \left| V_{i,j}^{k+1} \right| \frac{\Delta\varphi \sqrt{\text{Pr Ra}}}{2} \right)^{-1} \frac{\theta_{i,j+1}^{k+1} - 2\theta_{i,j}^{k+1} + \theta_{i,j-1}^{k+1}}{R_i^2 \Delta\varphi^2}, \end{aligned}$$

где τ_k — значение безразмерного времени на k -м временном слое.

Представленные разностные уравнения сводятся к виду трехточечного разностного уравнения второго порядка на временных слоях ($k + 0.5$) и ($k + 1$) и решаются методом трехточечной прогонки.

Верификация расчетного алгоритма

Для верификации расчетного алгоритма была решена задача, рассмотренная в работе [Chudanov, Strizhov, 1994]. Исследуется естественная конвекция тепловыделяющей жидкости в квадратной полости с изотермическими стенками, тепловыделение принимается постоянным. Для сравнения были построены стационарные распределения изотерм и линий тока при $\text{Ra} = 6.4 \cdot 10^5$ и $\text{Pr} = 7.0$. На рис. 3 и 4 представлены распределения изолиний функции тока и температуры, а также максимальные и минимальные значения функции тока и максимальные значения температуры, представленные в работе [Chudanov, Strizhov, 1994] и полученные на основе разработанного алгоритма.

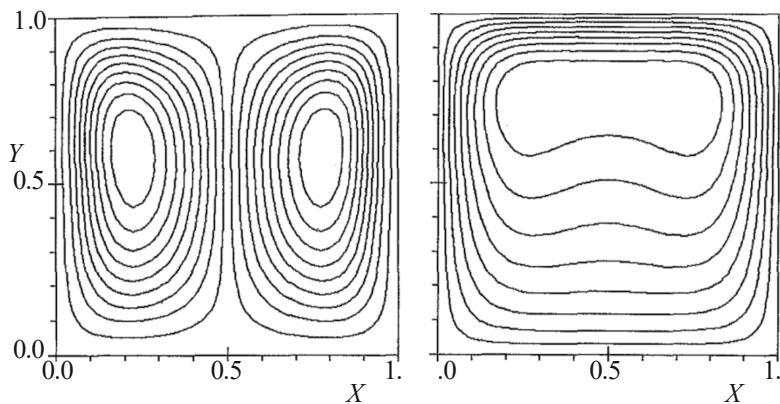


Рис. 3. Распределения линий тока (слева) и изотерм (справа) при $\text{Ra} = 6.4 \cdot 10^5$ и $\text{Pr} = 7.0$ согласно [Chudanov, Strizhov, 1994], $\Psi^{\max} = 8.78 \cdot 10^{-1}$, $\Psi^{\min} = -8.78 \cdot 10^{-1}$, $\theta^{\max} = 4.77 \cdot 10^{-2}$

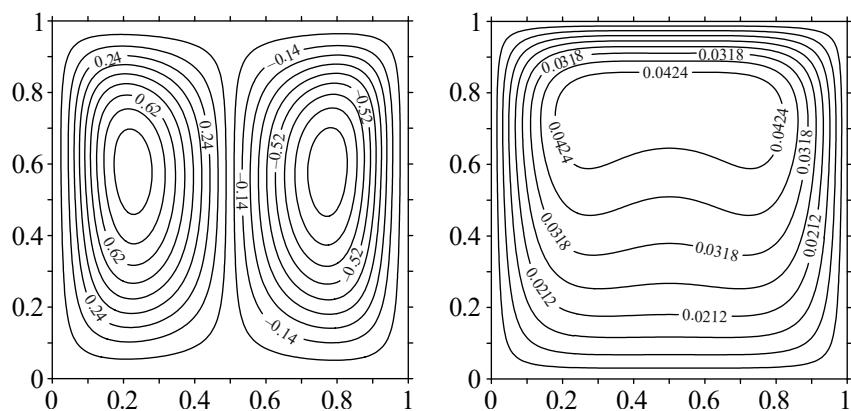


Рис. 4. Распределения линий тока (слева) и изотерм (справа) при $\text{Ra} = 6.4 \cdot 10^5$ и $\text{Pr} = 7.0$ согласно представленному алгоритму, $\Psi^{\max} = 8.73 \cdot 10^{-1}$, $\Psi^{\min} = -8.73 \cdot 10^{-1}$, $\theta^{\max} = 4.70 \cdot 10^{-2}$

Согласно рис. 3 и 4 можно видеть, что разработанный расчетный алгоритм показал хорошее согласование с работой [Chudanov, Strizhov, 1994], что говорит о возможности его применения для решения рассматриваемой задачи (рис. 1).

Анализ влияния сеточных параметров

Численные эксперименты проводились на различных сетках: 25×25 , 50×50 , 100×100 и 200×200 (см. рис. 5). Согласно анализу влияния сеточных параметров оптимальной сеткой была выбрана сетка размерностью 100×100 . Шаг по временной координате составил величину $\Delta\tau = 10^{-3}$.

В ходе численного эксперимента определялись временные зависимости среднего числа Нуссельта на верхней и нижней стенках при различных значениях числа Рэлея и безразмерного времени работы реактора на мощности до аварии. Средние числа Нуссельта на нижней и верхней стенках определялись следующим образом:

$$\text{Nu}_{\text{cp H}} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left| \frac{\partial \theta}{\partial R} \right|_{R=1} d\varphi, \quad \text{Nu}_{\text{cp B}} = \frac{1}{2} \left(\int_0^1 \frac{1}{R} \left| \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=0} dR + \int_0^1 \frac{1}{R} \left| \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=\pi} dR \right).$$

Следует отметить, что представленные на рис. 5 временные распределения среднего числа Нуссельта отражают возможность использования стеки размерности 50×50 , но более подробная сетка размерности 100×100 была выбрана с целью детализации вихревых структур и температурного поля при изучении эволюционной картины.

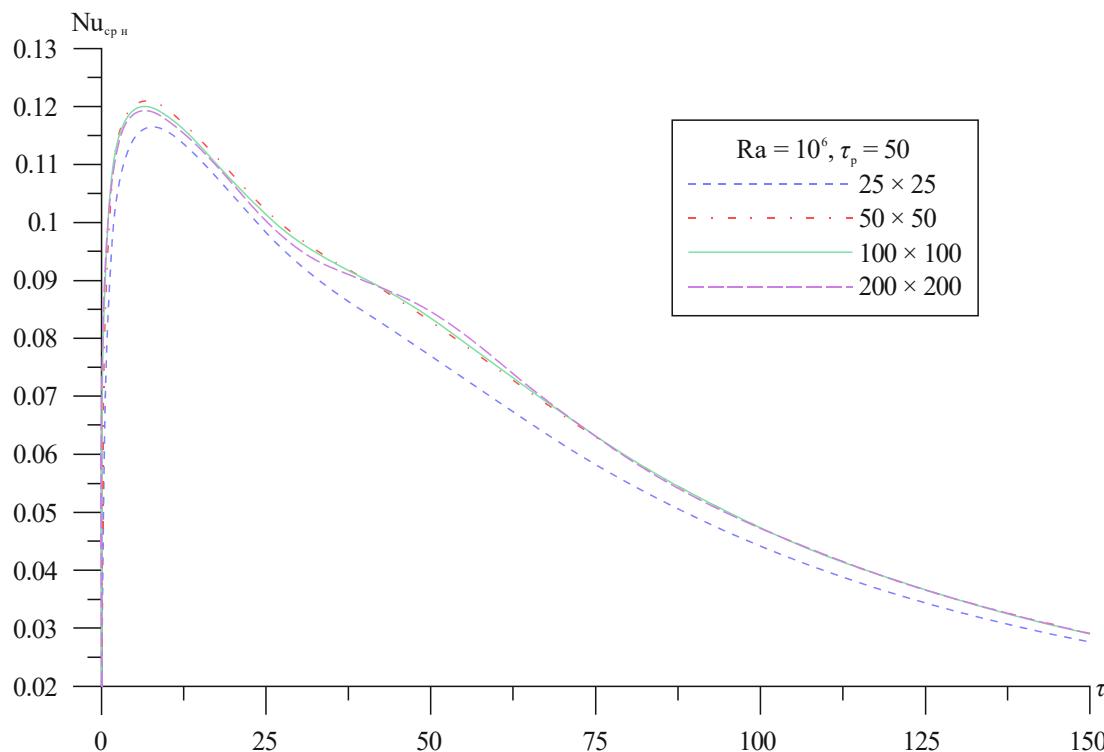


Рис. 5. Анализ влияния сеточных параметров на временные зависимости среднего числа Нуссельта на нижней стенке при $Ra = 10^6$ и $\tau_p = 50$

Анализ полученных результатов

В данной работе было исследовано влияние значений числа Рэлея и безразмерного времени работы реактора на мощности на эволюцию кориума внутри полости и на поведение интегральных характеристик процесса. Были рассмотрены следующие диапазоны изменения указанных характеристик: $Ra = 10^3\text{--}10^6$ и $\tau_p = 10\text{--}100$. Значение числа Прандтля для кориума определялось при температуре плавления диоксида урана, $Pr = 0.7141$ [Kim et al., 2017].

Временные зависимости среднего числа Нуссельта на нижней и верхней стенках при различных значениях числа Рэлея и безразмерного времени работы реактора на мощности представлены на рис. 6. Независимо от значений Ra и τ_p изменения среднего числа Нуссельта качественно незначительно отличаются друг от друга. Общая картина эволюции среднего числа Нуссельта состоит из двух этапов: рост интегрального параметра на начальном временном этапе и последующее снижение до нулевого значения. Повышение $Nu_{ср}$ связано с увеличением градиента температуры вблизи охлаждающих стенок вследствие внутреннего тепловыделения рабочей среды. После достижения максимального значения снижение среднего числа Нуссельта обусловлено убывающей временной зависимостью внутреннего объемного тепловыделения $q_v(\tau) = q_{v0} (\Pr \cdot Ra)^{0.1} \left(\tau^{-0.2} - (\tau + \tau_p)^{-0.2} \right)$.

Следует также отметить, что на начальном временном этапе при достижении максимального значения $Nu_{ср}$ преобладают высокие градиенты температуры при низких числах Рэлея, что может быть связано с низкой интенсивностью перемешивания внутри полости и, как результат, с эффектом кондукции, характеризующим наличие высокого температурного напора со слабоинтенсивным конвективным течением. Дальнейшее увеличение времени отражает развитие конвективного перемешивания при умеренных и высоких числах Рэлея, что проявляется в менее интенсивном снижении $Nu_{ср}$ по сравнению с режимами при низких значениях числа Рэлея.

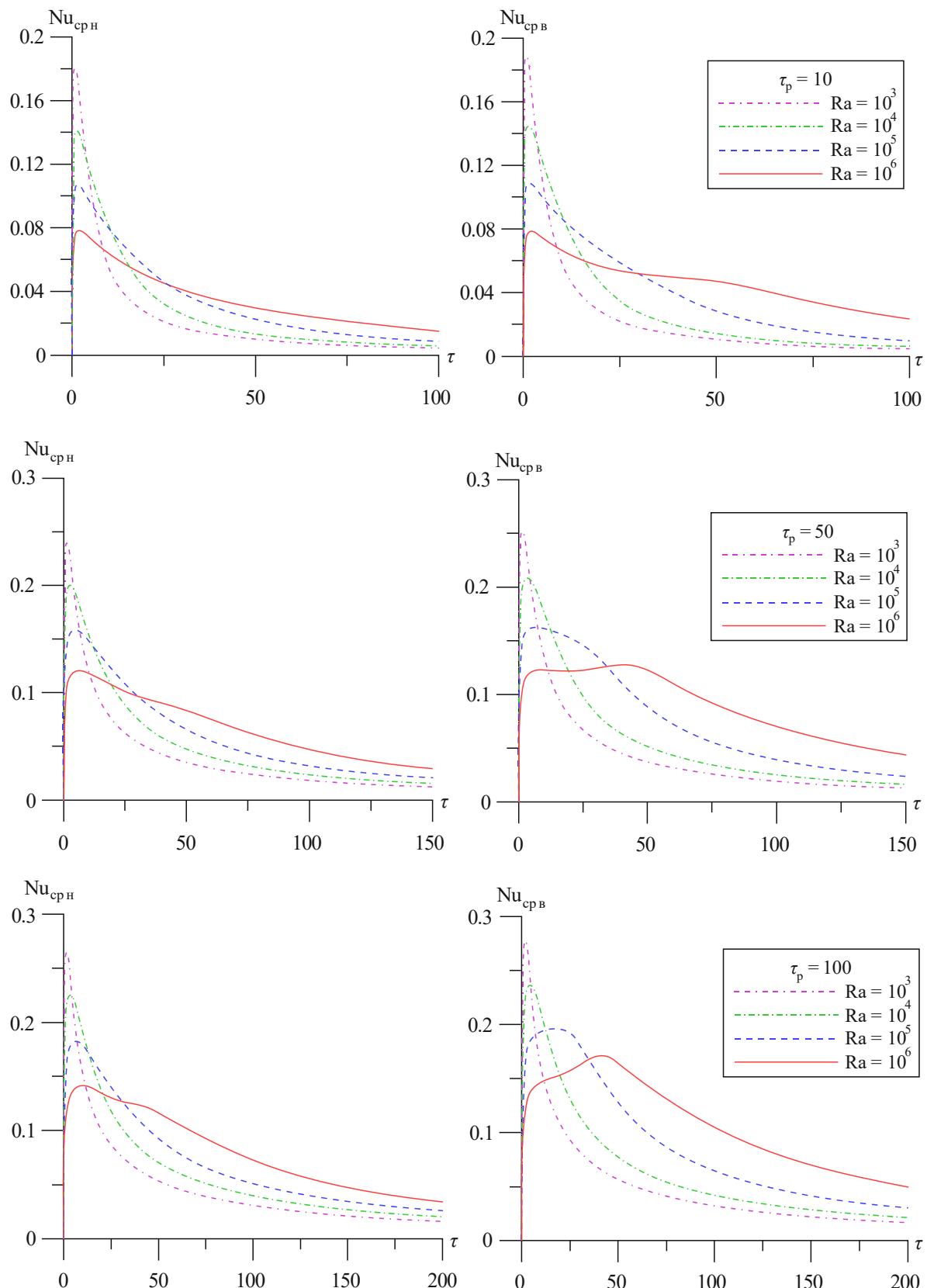


Рис. 6. Зависимости среднего числа Нуссельта на верхней и нижней стенках от безразмерного времени, числа Рэлея и безразмерного времени работы реактора до аварии

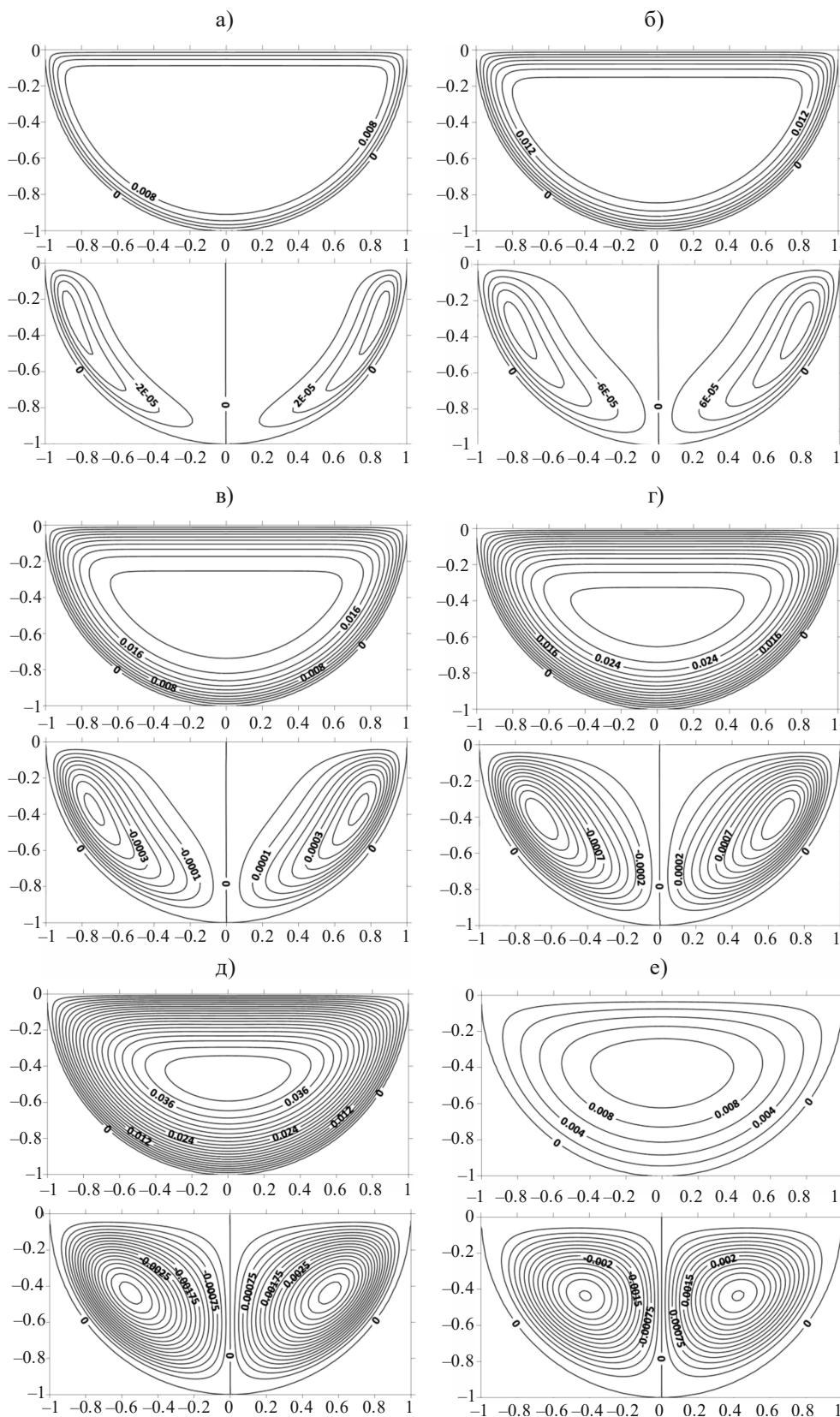


Рис. 7. Распределения изотерм и линий тока в различные моменты времени для случая $\tau_p = 100$ и $\text{Ra} = 10^5$ (для каждого момента времени распределение сверху — изотермы, снизу — линии тока): а) $\tau = 1$; б) $\tau = 2$; в) $\tau = 3$; г) $\tau = 5$; д) $\tau = 10$; е) $\tau = 150$

В свою очередь, снижение безразмерного времени работы на мощности проявляется в сокращении эволюционного этапа интегрального параметра Nu_{cp} и снижении максимальных значений среднего числа Нуссельта. Последнее обусловлено, с одной стороны, меньшим временным диапазоном поддержания высоких плотностей объемного тепловыделения в начале процесса, а с другой — наличием меньших тепловых потоков на его поздней стадии при малых значениях τ_p . С увеличением времени работы на мощности также заметно увеличение первого этапа эволюции среднего числа Нуссельта при умеренных и высоких значениях числа Рэлея, что также связано с указанными выше причинами.

Эволюция изолиний температуры и функции тока при $\tau_p = 100$ и $Ra = 10^5$ представлена на рис. 7. С ростом времени заметно повышение температуры внутри полости за счет внутреннего тепловыделения, при этом развитие вихревых структур начинается со стороны холодной криволинейной границы в зоне с высоким значением проекции выталкивающей силы, а именно вблизи стыка двух стенок. За счет эффекта охлаждения со стороны ограничивающих полость стенок ядро повышенной температуры локализуется в центральной части полости на этапе развития кондуктивного механизма переноса энергии, а после этого смещается ближе к верхней стенке в условиях развития конвективного режима теплопереноса. При этом симметричность области решения и рассматриваемые граничные условия приводят к формированию двух симметричных конвективных ячеек, отражающих разные направления циркуляции расплава; а именно, в центральной части полости формируются восходящие потоки, а вблизи холодной криволинейной границы — нисходящие потоки. Наличие конвективных ячеек не оказывает заметного влияния на распределение изолиний температуры вследствие высокой теплопроводности и вязкости кориума, что в свою очередь не позволяет сформировать выраженный тепловой факел в центральной части полости. Поэтому развитие конвективного режима переноса энергии можно проследить только по эволюции внутреннего ядра повышенной температуры, смещающегося в вертикальном направлении.

Интенсивность конвективных ячеек внутри полости можно изучить по временной зависимости максимального значения функции тока, представленной на рис. 8 при различных значениях числа Рэлея и времени работы реактора на мощности. Качественно развитие Ψ_{max} напоминает поведение среднего числа Нуссельта с участком роста и зоной снижения, что также обусловлено рассматриваемой временной зависимостью внутреннего тепловыделения. Следует отметить, что увеличение числа Рэлея, связанное с ростом начальной плотности внутреннего объемного тепловыделения, характеризует повышение интенсивности циркуляции расплава кориума с течением времени. При этом на начальном временном этапе также доминируют циркуляции при меньших значениях числа Рэлея. С ростом Ra независимо от значения времени работы на мощности наблюдается увеличение временного промежутка, необходимого для достижения максимального значения интенсивности циркуляции. По всей видимости, представленная задержка в росте интенсивности конвективных ячеек внутри полости с ростом числа Рэлея связана с высокой вязкостью среды и, как результат, невозможностью при наличии высокой плотности внутреннего тепловыделения быстро увеличить скорости циркуляции. Влияние времени работы на мощности на интенсивность конвективных течений аналогично описанному ранее при изучении эволюции среднего числа Нуссельта.

Заключение

В представленной статье было изучено влияние числа Рэлея и безразмерного времени работы реактора до аварии на эволюцию кориума внутри полуцилиндрической полости в условиях временной зависимости внутреннего объемного тепловыделения. Проведенные численные эксперименты с использованием преобразованных переменных «функция тока – завихренность» позволили описать зависимости интегральных параметров (среднее число Нуссельта на стенках полости и максимальное значение функции тока внутри расплава) от определяющих

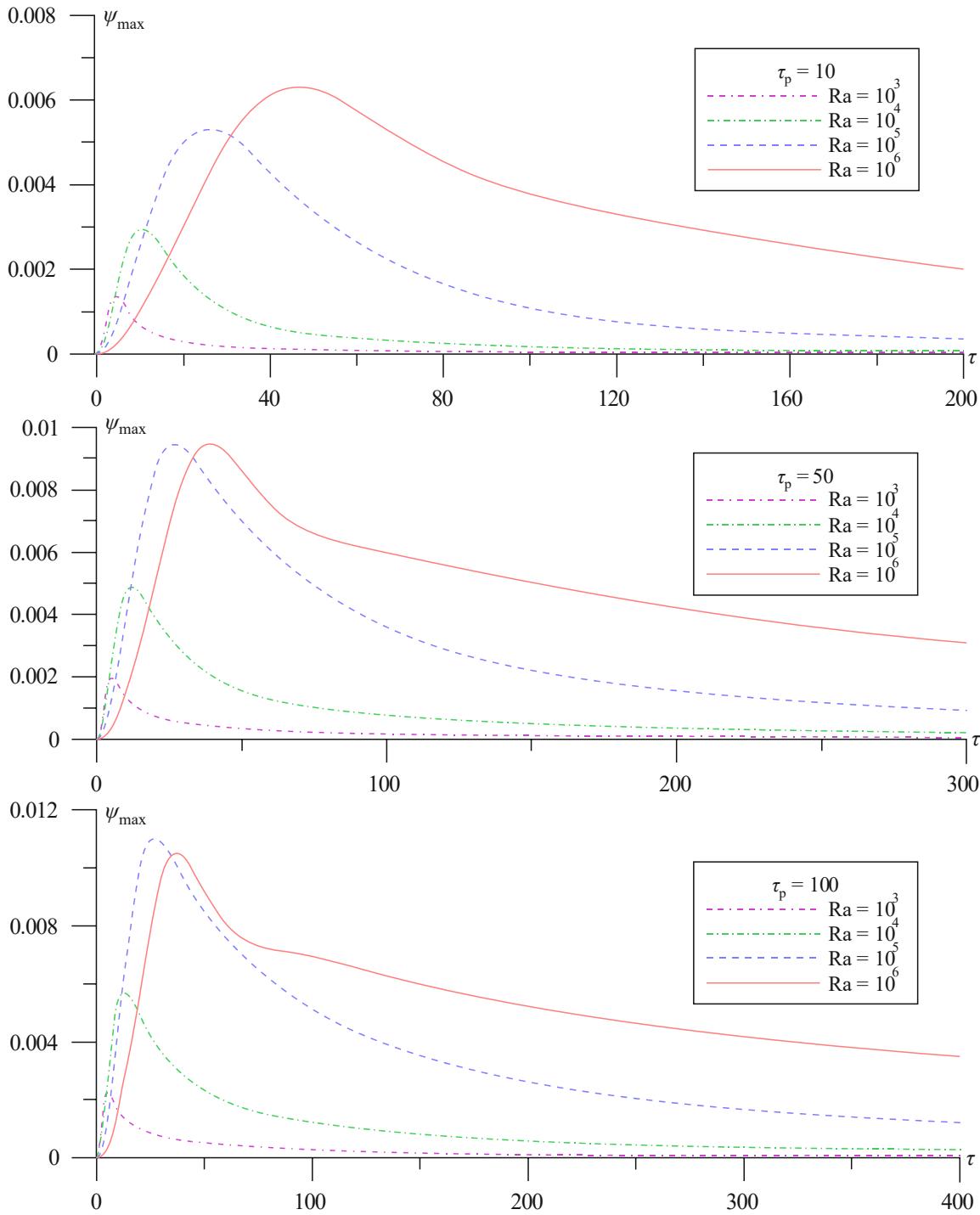


Рис. 8. Зависимость максимального значения безразмерной функции тока от времени, числа Рэлея и безразмерного времени работы реактора до аварии

характеристик задачи. Было установлено, что временные зависимости интегральных характеристик имеют максимумы, которые смещаются в сторону больших времен с ростом числа Рэлея, что связано с интенсификацией конвективных течений. Также было показано, что с уменьшением времени работы на мощности снижается удельное тепловыделение в кориуме и увеличивается скорость его уменьшения в начале процесса, это проявляется как в сокращении эволюции интегральных параметров, так и в снижении их максимальных значений.

Список литературы (References)

- Андрушечко С. А., Афоров А. М., Васильев Б. Ю., Генералов В. Н., Косоуров К. Б., Семченков Ю. М., Украинцев В. Ф. АЭС с реактором типа ВВЭР-1000. От физических основ эксплуатации до эволюции проекта.* — М.: Логос, 2010. — 604 с.
Andrushechko S. A., Afarov A. M., Vasil'ev B. Yu., Generalov V. N., Kosourov K. B., Semchenkov Yu. M., Ukraintsev V. F. AES s reaktorom tipa VVER-1000. Ot fizicheskikh osnov ekspluatatsii do evolyutsii proekta [NPP with a VVER-1000 reactor. From the physical foundations of operation to the evolution of the project]. — Moscow: Logos, 2010. — 604 p. (in Russian).
- Джалаурия Й. Естественная конвекция: Тепло- и массообмен.* — М.: Мир, 1983. — 400 с.
Dzhalauriya I. Estestvennaya konvektsiya: Teplo- i massoobmen [Natural convection. Heat and mass transfer]. — Moscow: Mir, 1983. — 400 p. (in Russian).
- Самарский А. А. Теория разностных схем.* — М.: Наука, 1977. — 656 с.
Samarskiy A. A. Teoriya raznostnykh skhem [Theory of difference schemes]. — Moscow: Nauka, 1977. — 656 p. (in Russian).
- Шеремет М. А. Взаимодействие двумерных тепловых «факелов» от локальных источников энергии в условиях сопряженной естественной конвекции в горизонтальном цилиндре // Прикладная механика и техническая физика.* — 2012. — Т. 53, № 4 — С. 112–123.
Sheremet M. A. Vzaimodeistvie dvumernykh teplovых «fakelov» ot lokal'nykh istochnikov energii v usloviyah sopryazhennoi estestvennoi konvektsii v gorizontaльnom tsilindre [Interaction of two-dimensional heat jets within a horizontal cylinder in case of natural convection] // Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika. — 2012. — Vol. 53. — P. 112–123 (in Russian).
- Chudanov V. V., Strizhov V. F. A numerical study on natural convection of a heat generating fluid in rectangular enclosures // International Journal of Heat and Mass Transfer.* — 1994. — Vol. 37. — P. 2969–2984.
- Denning R. S., Budnitz R. J. Impact of probabilistic risk assessment and severe accident research in reducing reactor risk // Progress in Nuclear Energy.* — 2018. — Vol. 102. — P. 90–102.
- Hua Q., Yan X., Huang S., Yu J. The comprehensive analysis of coolability limits of passive external reactor vessel cooling under in-vessel retention // Annals of Nuclear Energy.* — 2018. — Vol. 120. — P. 296–303.
- Kim W. K., Shim J. H., Kaviany M. Thermophysical properties of liquid UO₂, ZrO₂ and corium by molecular dynamics and predictive models // Journal of Nuclear Materials.* — 2017. — Vol. 491. — P. 126–137.
- Liaqat A., Baytas A. C. Conjugate natural convection in a square enclosure containing volumetric sources // International Journal of Heat and Mass Transfer.* — 2001a. — Vol. 44. — P. 3273–3280.
- Liaqat A., Baytas A. C. Characteristics of conjugate free convection in a corium pool formed during a severe reactor accident // International Journal of Engineering Science.* — 2001b. — Vol. 39. — P. 1351–1360.
- Liaqat A., Baytas A. C. Numerical comparison of conjugate and non-conjugate natural convection for internally heated semi-circular pools // International Journal of Heat and Fluid Flow.* — 2001c. — Vol. 22. — P. 650–656.
- Liaqat A., Baytas A. C. Cooling of molten core material within a pressurised water reactor vessel lower head: interaction of surface radiation and wall conduction with free convection // International Journal of Engineering Science.* — 2001d. — Vol. 39. — P. 2089–2102.
- Tsai F.-J., Lee M., Liu H. C. Simulation of the in-vessel retention device heat-removal capability of AP-1000 during a core meltdown accident // Annals of Nuclear Energy.* — 2017. — Vol. 99. — P. 455–463.
- Tusheva P., Altstadt E., Willschütz H. G., Fridman E., Weiß F. P. Investigations on in-vessel melt retention by external cooling for a generic VVER-1000 reactor // Annals of Nuclear Energy.* — 2015. — Vol. 75. — P. 249–260.

Zhou Y., Zhang Y., Zhang K., Wu S., Yu Z., Tian W., Qiu S., Su G. H. Experimental study on natural convection heat transfer in a two-layer corium pool based on COPRA facility // Nuclear Engineering and Design. — 2019. — Vol. 349. — P. 136–143.

Zhou Y. K., Zhang Y. P., Luo S. M., Tian W. X., Qiu S. Z., Su G. H. Results of simulant effect on large corium pool behavior based on COPRA facility // Progress in Nuclear Energy. — 2018. — Vol. 108. — P. 398–408.