**КОМПЬЮТЕРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ
И МОДЕЛИРОВАНИЕ 2021 Т. 13 № 4 С. 677–696**
DOI: 10.20537/2076-7633-2021-13-4-677-696

Ки&М

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ**

УДК: 57-1, 519.2, 519.2, 159.98

# Оценка вероятности спонтанного синтеза вычислительных структур применительно к реализации параллельной обработки информации

**А. В. Коганов**

ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН,
Россия, 117218, г. Москва, Нахимовский пр., д. 36, корп. 1

E-mail: akoganov@yandex.ru

*Получено 26.11.2020, после доработки — 20.02.2021.*
*Принято к публикации 15.03.2021.*

Мы рассматриваем модель спонтанного формирования вычислительной структуры в мозге человека для решения заданного класса задач в процессе выполнения серии однотипных заданий. Модель основана на специальном определении числовой меры сложности алгоритма решения. Эта мера обладает информационным свойством: сложность вычислительной структуры, состоящей из двух независимых структур, равна сумме сложностей этих структур. Тогда вероятность спонтанного возникновения структуры экспоненциально зависит от сложности структуры. Коэффициент при экспоненте требует экспериментального определения для каждого типа задач. Он может зависеть от формы предъявления исходных данных и от процедуры выдачи результата. Этот метод оценки применен к результатам серии экспериментов, в которых определялась стратегия решения человеком серии однотипных задач с растущим числом исходных данных. Эти эксперименты были описаны в ранее изданных работах. Рассматривались две основные стратегии: последовательное выполнение вычислительного алгоритма или использование параллельных вычислений в тех задачах, где это эффективно. Эти стратегии различаются схемами проведения вычислений. Используя оценку сложности схем, можно по эмпирической вероятности одной из стратегий рассчитать вероятность другой. Проведенные вычисления показали хорошее совпадение расчетной и эмпирической вероятности. Это подтверждает гипотезу о спонтанном формировании структур, решающих задачу, в процессе начальной тренировки человека. Работа содержит краткое описание экспериментов, подробные вычислительные схемы и строгое определение меры сложности вычислительных структур и вывод зависимости вероятности формирования структуры от ее сложности.

Ключевые слова: алгоритм, вычислительная структура, итеративная структура, сложность, вероятность, инженерная психология, статистика

Работа выполнена по теме 0065-2019-0007 государственного задания научно-исследовательских работ.

**COMPUTER RESEARCH AND MODELING**
**2021 VOL. 13 NO. 4 P. 677–696**
DOI: 10.20537/2076-7633-2021-13-4-677-696

**MATHEMATICAL MODELING AND NUMERICAL SIMULATION**

UDC: 57-1, 519.2, 519.2, 159.98

# Estimation of the probability of spontaneous synthesis of computational structures in relation to the implementation of parallel information processing

**A. V. Koganov**

FGU FNC NIISI RAN,
36/1 Nakhimovsky ave., Moscow, 117218, Russia

E-mail: akoganov@yandex.ru

*Received 26.11.2020, after completion — 20.02.2021.*
*Accepted for publication 15.03.2021.*

We consider a model of spontaneous formation of a computational structure in the human brain for solving a given class of tasks in the process of performing a series of similar tasks. The model is based on a special definition of a numerical measure of the complexity of the solution algorithm. This measure has an informational property: the complexity of a computational structure consisting of two independent structures is equal to the sum of the complexities of these structures. Then the probability of spontaneous occurrence of the structure depends exponentially on the complexity of the structure. The exponential coefficient requires experimental determination for each type of problem. It may depend on the form of presentation of the source data and the procedure for issuing the result. This estimation method was applied to the results of a series of experiments that determined the strategy for solving a series of similar problems with a growing number of initial data. These experiments were described in previously published papers. Two main strategies were considered: sequential execution of the computational algorithm, or the use of parallel computing in those tasks where it is effective. These strategies differ in how calculations are performed. Using an estimate of the complexity of schemes, you can use the empirical probability of one of the strategies to calculate the probability of the other. The calculations performed showed a good match between the calculated and empirical probabilities. This confirms the hypothesis about the spontaneous formation of structures that solve the problem during the initial training of a person. The paper contains a brief description of experiments, detailed computational schemes and a strict definition of the complexity measure of computational structures and the conclusion of the dependence of the probability of structure formation on its complexity.

Keywords: algorithm, computational structure, iterative structure, complexity, probability, engineering psychology, statistics

The work was supported out on the Theme 0065-2019-0007 of the state task of research works.

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2021, vol. 13, no. 4, pp. 677–696 (Russian).

## 1. Введение

В этой статье делается попытка оценить вероятность спонтанного синтеза вычислительной структуры в мозге человека при решении логико-вычислительных задач. В настоящее время не известны реальные механизмы синтеза таких структур в оперативной памяти человека при выполнении определенного задания. Поэтому предлагается оценка вероятности, основанная на общей оценке сложности процессора, необходимого для решения поставленной задачи. Оценка сложности будет иметь структуру энтропии случайного процесса, в котором формируется нужная вычислительная структура. Построенная оценка сложности вычислительной структуры позволит перейти к оценке вероятности ее возникновения. Предполагается, что процесс генерации этой структуры происходит в некоторой среде, которая случайно формирует функциональные структуры, отбирая те варианты, которые подходят для решения поставленной задачи. В качестве интерпретации такой среды предположительно рассматривается человеческий мозг, работающей в условиях полученной установки. Отдельно рассматривается ситуация, когда начальная структура, решающая задачу, формируется не случайно, а в результате обучения. Но для ускорения решения задачи человек самостоятельно и спонтанно формирует структуру, запускающую одновременно несколько процессоров для реализации параллельных вычислений. Такая стратегия испытуемых была обнаружена в экспериментах, описанных в работах [Коганов и др., 2013, 2014, 2019; Koganov, Rakcheeva, 2017, 2018, 2020]. Была получена оценка процента испытуемых, которые применяют параллельную стратегию в задачах, где она эффективна. Эту оценку мы используем как оценку вероятности формирования нужного параллельного процессора в мозге человека, находящегося в условиях эксперимента. Полученная в данной работе оценка вероятности спонтанного синтеза второго параллельного процессора после формирования первого (последовательного) процессора позволила утверждать, что наблюдаемый процент параллельных стратегий решения можно объяснить случайным формированием.

Однако при этом нельзя уверенно отрицать, что в мозге человека имеется механизм, позволяющий при необходимости целенаправленно формировать дополнительные вычислители на уровне оперативной памяти на основе уже сформированного обучением процессора. Предложенный спонтанный механизм следует рассматривать как одну из возможностей.

На использование человеком параллельных стратегий при решении различных задач указывают многие авторы психологических исследований [Popov et al., 2010; Kant, 2012; Karamath, Amalarethinam, 2013; Fischer, Plessow, 2015; Ajay, Singh, 2015; Tran, Le, 2015; Nandi et al., 2018; Marouf et al., 2019]. Во всех случаях можно говорить о формировании в мозге человека специальных структур в процессе решения серии задач одного типа. Вероятно, модель спонтанного формирования вычислительных структур может рассматриваться как одна из гипотез такого явления.

Основная идея оценки вероятности спонтанного формирования структуры состоит в определении такой меры сложности вычислительной структуры, в которой сложность системы из двух независимых вычислителей равна сумме сложностей этих вычислителей («энтропийное свойство»). Этого достаточно для получения экспоненциальной зависимости вероятности спонтанного формирования структуры от сложности этой структуры. Коэффициент при экспоненте требует экспериментального измерения вероятности возникновения одной из структур данного класса. Для задач разных типов, отличающихся формой или датчиками исходных данных или имеющих разные выходные процедуры, этот коэффициент может варьироваться. Поставленные эксперименты дают необходимую информацию для использованных в них задач. Расчетные вероятности спонтанного возникновения структур, реализующих другие схемы решения задач, при этом близки к наблюдаемым частотам применения соответствующих схем.

Работа содержит два разных способа вычисления сложности заданной вычислительной структуры. Более простая методика не учитывает алгоритмы проверки корректности исходных данных и конструкцию графа связи вычислительных элементов. Учитывается только совокупность вычислительных блоков данной схемы. Такую оценку сложности будем называть внешней. Вторая методика учитывает такую проверку и более подробно анализирует связи вычислительных элементов. Поэтому она названа структурной оценкой сложности. Для анализа эксперимента была использована внешняя оценка. Это обусловлено отсутствием физиологических данных о нейронной структуре в мозге, решающей задачу. Поэтому была использована общая вычислительная схема, содержащая только необходимые операции при решении предложенной задачи. Однако результирующая оценка вероятности формирования структуры не должна сильно зависеть от учета неизвестных факторов, поскольку обе оценки основаны на экспоненциальной зависимости вероятности от сложности, причем одна из вероятностей измеряется в эксперименте и не зависит от способа оценки сложности.

В силу вышесказанного и для упрощения изложения в основном тексте статьи определена и использована только внешняя оценка. Определение структурной оценки вынесено в приложение А. Оно может оказаться полезным для дальнейших исследований. В приложение В вынесено описание возможного эксперимента для дополнительного уточнения оценки структурной сложности задачи распознавания, которая используется практически во всех инженерно-психологических экспериментах. Для понимания основного содержания статьи эти приложения не обязательны.

В статье использована отдельная нумерация формул в каждом разделе. Это сделано для удобства поиска формул при перекрестной ссылке.

## 2. Оценка сложности систем переработки информации

### *2.1. Энтропийное свойство оценки сложности*

Общая схема оценки вероятности спонтанного синтеза системы переработки информации, относящейся к некоторому классу таких систем, заключается в следующем. Строится модель системы на языке теории конечных множеств и задается такая функция от сложности этих множеств, которая обладает «энтропийным свойством»: значение функции для прямого произведения двух систем из этого класса равно сумме значений на каждой из систем.

Формально это можно записать так. Пусть имеется класс $J$ задач переработки информации, который замкнут относительно прямого произведения алгоритмов переработки (независимое решение двух задач из этого класса тоже принадлежит этому классу). Для каждой задачи $T$ из класса $J$ строится система множеств и отображений $S(T)$, которая решает эту задачу. Для всех множеств из системы $S(T)$ оценивается сложность, что дает набор чисел $M_{S(T)}$, который рассматривается как аргумент для функции сложности $C(S(T))$, $C(S(T)) = C_*(M_{S(T)})$. Эта функция должна обладать следующим свойством. Если две задачи принадлежат к рассматриваемому классу $T_1, T_2 \in J$, то система $S(T_1) \times S(T_2)$, которая решает обе эти задачи независимо, имеет суммарную сложность:

$$C(S(T_1) \times S(T_2)) = C(S(T_1)) + C(S(T_2)). \tag{1.1}$$

Тогда для оценки вероятности спонтанного синтеза таких систем в некоторой активной среде, формирующей реализацию алгоритмов, применима логика теории информации. Вероятность спонтанного независимого синтеза двух систем равна произведению вероятностей синтеза каждой из них:

$$P(S(T_1) \times S(T_2)) = P(S(T_1)) \cdot P(S(T_2)). \tag{1.2}$$

Исходя из постулата отрицательной монотонности вероятности по сложности, из этих уравнений следует

$$P(S(T)) = 2^{-\beta C(S(T))}. \tag{1.3}$$

Обозначим

$$P_J = \max\left\{P(S(T)) \mid T \in J\right\}. \tag{1.4}$$

Эта вероятность соответствует системе с наименьшей сложностью:

$$S_J = \arg\min\left\{C(S(T)) \mid T \in J\right\},$$

$$C_J = C(S_J) = \min\left\{C(S(T)) \mid T \in J\right\}, \tag{1.5}$$

$$P_J = 2^{-\beta C_J}, \tag{1.6}$$

$$\beta = -\log(P_J) / C_j, \tag{1.7}$$

$$P(S(T)) = P_J^{\,C(S(T))/C_J}. \tag{1.8}$$

Значение $C_J$ и система $S_J$ для данного класса определяются теоретически. Значение вероятности $P_J$ надо определять в специальных экспериментах со средой синтеза информационных систем.

Если известна эмпирическая вероятность $P(S(T)) = p$ возникновения некоторой системы $S' = S(T)$ для задачи $T$, то вероятность возникновения другой схемы решения той же задачи, $S'' = S'(T)$ (или схемы решения $S'' = S(T')$ другой задачи из рассматриваемого класса), можно определить по формуле

$$P(S'') = p^{C(S'')/C(S')}. \tag{1.9}$$

Формулы (1.8) и (1.9) предполагают, что задачи из рассматриваемого класса близки по способу организации вычислений с точки зрения функционирования внешней структуры, которая осуществляет спонтанный синтез вычислительных структур для поставленной задачи. Проверка этого обстоятельства в психологических экспериментах часто носит интуитивный характер. Можно с определенной степенью уверенности утверждать, что это так для серии однотипных задач, отличающихся составом и объемом исходных данных.

### *2.2. Объекты, формирующие сложность. Множество как алгоритм распознавания*

В основе систем переработки информации лежит понятие конечного множества и отображения одного конечного множества в другое. При этом конечное множество рассматривается как совокупность различимых объектов. Множество определено, если определены операции распознавания всех его элементов, включая попарное различение разных его элементов и отождествления разных предъявлений одного элемента. Это определение надо рассматривать не как математическое, а как характеристику реальной информационной или кибернетической системы. Операция распознавания объекта может быть рассмотрена как элементарная операция системы переработки информации. Эта операция привязана не только к объекту, но и к определяемому множеству объектов, поскольку операция различения не может быть универсальной для всех совокупностей. Каждая операция учитывает только определенную конечную совокупность признаков (характеристик) объекта. Поэтому она может распознавать только объекты, которые выделяются по этим признакам, и различать объекты, которые отличаются по этим признакам. Отсюда следует, что достаточный набор признаков определяется тем множеством, элементы которого надо узнавать и различать.

Например, система, распознающая только латинские буквы, может использовать меньше признаков графики объекта, чем система, которая распознает латинские буквы и цифры, а добавление кириллических букв требует еще больше признаков. Иначе можно спутать букву O и цифру 0, цифру 1 и латинскую букву l, латинское P и кириллическое Р. Во многих современных реализациях алфавитов эти различения часто требуют анализа контекста.

Для информационных систем имеют смысл только конечные множества. Внешняя оценка сложности множества будет учитывать только число элементов множества. Структурная оценка сложности будет учитывать еще и операцию проверки принадлежности объекта заданному множеству, а также структуру формата предъявления объекта для распознавания. Если объект записан как кортеж параметров, то надо проверить допустимость значения каждого из параметров.

**Отображения**

Определение отображения конечных множеств $F: A \to B$ требует описания множества аргументов $A$ и множества значений $B$. Предполагается, что каждый элемент множества $A$ имеет образ в множестве $B$, а каждый элемент из $B$ имеет прообраз в множестве $A$. Это означает, что отображение нельзя описать на меньших множествах. В структурной оценке сложности будет учтена сложность прообразов каждого из выходных элементов. Внешняя оценка сложности будет учитывать только указанные множества.

**Итеративные структуры**

Под итеративной структурой будем понимать конечный набор отображений, которые передают друг другу данные по схеме, где выход одного отображения идет на вход другому отображению. При этом одно отображение может передавать свой выход на вход нескольким отображениям и может получать входы от нескольких отображений.

Некоторые аргументы (входы) отображений могут не являться выходами других отображений данной системы. Такие аргументы будем называть входами структуры.

Некоторые выходы могут не передаваться на входы других отображений. Их назовем выходами структуры.

Традиционно такие структуры называются итеративными структурами. Они описываются ориентированными графами, в вершинах которых расположены отображения; стрелки, входящие в вершину, определяют, откуда отображение получает аргументы (входы), а исходящие стрелки определяют, куда передаются выходные данные. Входы структуры описываются вершинами, которые не имеют входящих стрелок. Компонент входного сигнала всей структуры, который соответствует данной вершине, задает внешний источник. Это значение интерпретируется как выход этой вершины, и оно передается по исходящим из нее стрелкам во внутренние вершины графа. Выходы структуры описываются вершинами, из которых нет исходящих стрелок. Выходной сигнал этой вершины определяется выходным значением отображения в этой вершине. Он рассматриваются как компонента выхода всей структуры. Итеративные структуры иногда определяют как коллективы автоматов без памяти. Роль таких автоматов играют отображения. Все входные и выходные множества будем предполагать конечными.

Для итеративных структур не определено понятие прямого произведения. Но есть аналогичное понятие конструкторской суммы систем (другой термин — конструкторское «и»). Конструкторская сумма двух систем означает новую систему, состоящую из двух независимых исходных систем, объединенных в один объект и работающих одновременно. (При альтернативной работе операция называется конструкторским «или».) Входом такой структуры является объединение входов обеих систем. Выходом является объединение их выходов.

Функционально каждую итеративную структуру можно описать как отображение кортежа входных символов в кортеж выходных символов. Множество всевозможных таких кортежей конечно. Поэтому каждая итеративная структура определяет отображение конечных множеств. Тогда конструкторская сумма двух итеративных структур определяет отображение, которое является прямым произведением отображений исходных структур. В частности, множества входов и выходов суммы будут, соответственно, прямыми произведениями этих множеств исходных структур.

С точки зрения спонтанной генерации итеративных структур конструкторская сумма означает независимую генерацию каждой из исходных структур. Поэтому для оценки вероятности генерации требуется такая мера сложности, в которой сложность конструкторской суммы (операция $\oplus$) будет равна сумме сложностей слагаемых.

### 2.3. Внешняя оценка сложности

В приложении А будет дана структурная оценка сложности, которая учитывает формат записи данных и структуру графа итеративной структуры. Но для наших целей будет достаточна более грубая оценка сложности, которая не использует этой информации. Назовем такую оценку сложности внешней (не учитывающей внутреннюю структуру) и будем обозначать $C_E(.)$, где аргументом является обозначение оцениваемого объекта.

Внешняя оценка сложности множества:

$$C_E(X) = \log(\# X). \tag{3.1}$$

Внешняя оценка сложности для отображений:

$$f\colon X \to Y,$$
$$C_E(f) = \log(\# X) + \log(\# Y) = C_E(X) + C_E(Y). \tag{3.2}$$

Пусть дана итеративная структура. Граф структуры $I$ определяется множеством вершин $V_I$ и множеством ориентированных ребер (стрелок) $A_I$. При этом стрелки определяют некоммутативное бинарное отношение внутри множества вершин. В вершинах расположены отображения. Обозначим через $f_v\colon X_v \to Y_v$ отображение, расположенное в вершине $v \in V_I$. Распределение отображений по вершинам графа задается отображением $u_I\colon F_I \to V_I$, где $F_1$ — множество всех отображений в вершинах графа. Определим сложность операторов структуры как

$$C_E(F_I) = \sum_{v \in V_I} C_E(f_v) = \sum_{v \in V_I} \left(\log\left(\# X_v\right) + \log\left(\# Y_v\right)\right). \tag{3.3}$$

Тогда внешняя оценка сложности для итеративной структуры имеет вид

$$C_E(I) = (\# V_I) + (\# A_I) + C_E(F_I). \tag{3.4}$$

Проверка информационного свойства этих оценок:

$$C_E(X \times X') = \log(\# X) + \log(\# X') = C_E(X) + C_E(X'), \tag{3.5}$$

$$\begin{aligned} C_E(f \times f') &= \log(\# X \cdot \# X') + \log(\# Y \cdot \# Y') = \\ &= \log(\# X) + \log(\# X') + \log(\# Y) + \log(\# Y') = \\ &= \log(\# X) + \log(\# Y) + \log(\# X') + \log(\# Y') = C_E(f) + C_E(f'), \end{aligned} \tag{3.6}$$

$$C_E(F_{I \oplus I'}) = \sum_{v \in V_I} C_E(f_v) + \sum_{v \in V_{I'}} C_E(f_v) = C_E(F_I) + C_E(F_{I'}), \tag{3.7}$$

$$\# V_{I \oplus I'} = \# V_I + \# V_{I'}, \quad \# A_{I \oplus I'} = \# A_I + \# A_{I'},$$
$$C_E(I \oplus I') = (\# V_{I \oplus I'}) + (\# A_{I \oplus I'}) + C_E(F_{I \oplus I'}) = C_E(I) + C_E(I'). \tag{3.8}$$

Равенства (3.5), (3.6), (3.8) подтверждают информационное свойство для всех внешних оценок сложности. Поэтому верны оценки (1.3), (1.8), (1.9) вероятности спонтанного синтеза:

$$P_E(Z) = P_*^{C_E(Z)/C_E(Z_*)}, \tag{3.9}$$

где $Z$ — объект типа множества, отображения или итеративной структуры; $Z_*$ — объект того же типа, для которого установлена эмпирическая оценка вероятности $P_*$ спонтанной генерации в исследуемой порождающей среде.

Надо заметить, что для множества из одного элемента внешняя сложность равна нулю. Поэтому для оценки вероятности (3.9) базовый объект $Z_*$ не может быть системой распознавания множества из одного элемента. Это ограничение действует для внешней сложности, но не критично для структурной сложности (приложение А).

## 3. Описание эксперимента, в котором была зарегистрирована параллельная стратегия вычислений у части испытуемых

Эксперименты, на которых будет основана оценка параметров модели случайной генерации вычислительной структуры в мозге человека, подробно описаны в работах [Коганов и др., 2014, 2019; Koganov, Rakcheeva, 2017, 2018, 2020]. А их теоретическое обоснование дано в статьях [Коганов, 2001, 2010; Коганов, Ракчеева, 2017; Koganov, Rakcheeva, 2017, 2018]. Испытуемому предлагались две задачи. В одной из них параллельный счет позволял получить ощутимый выигрыш во времени решения при малом числе параллельных процессоров, занятых решением (это «основная задача»). При этом все процессоры получали примерно равную полезную нагрузку. В другой задаче некоторый выигрыш времени можно получить только при большом числе процессоров, причем коэффициент использования результатов счета дополнительных процессоров оказывается малым (это «контрольная задача»). Исходные данные задачи определяли объем необходимых вычислений. Каждая задача предлагалась в нескольких сериях. В каждой серии объем вычислений задачи был фиксирован, и испытуемый решал определенное число задач. От серии к серии объем вычислений увеличивался на определенное число операций. Регистрировалось среднее время решения задач в каждой серии. Рассматривалось четыре варианта результата измерений. Вариант 1: в основной задаче время решения имеет плато (не растет) при росте объема вычислений, а в контрольной задаче время достоверно растет с ростом объема вычислений. Этот вариант означает, что испытуемый сформировал параллельный алгоритм вычислений в основной задаче. Вариант 2: в обеих задачах время достоверно растет с ростом объема вычислений. Этот вариант означает последовательные вычисления в обеих задачах. Вариант 3: в обеих задачах график времени от объема вычислений имеет плато. Тогда испытуемый использует последовательный алгоритм в обеих задачах, но с ростом сложности увеличивает скорость вычислений. Вариант 4: это любой вид графиков, отличный от указанных в первых трех типах. В этом случае способ решения задачи считается неопределенным (эксперимент не выделил стратегию испытуемого). Мотивировка таких оценок стратегии решения задачи дана в указанных выше работах.

В экспериментах были применены два способа кодировки данных. Первый способ кодировки [Коганов и др., 2019; Koganov, Rakcheeva, 2018, 2020] использовал символы, представляющие картинки, имеющие содержательную интерпретацию. Во втором случае [Koganov, Rakcheeva, 2020] использовались формальные символы, представляющие монохромные правильные многоугольники. Как оказалось, в предложенных задачах эмпирическая вероятность перехода человека на параллельный метод вычислений для этих кодировок имеет достоверно разные значения.

В дальнейшем изложении контрольная задача использована не будет. Но необходимо описать основную задачу. Испытуемый получал на мониторе компьютера таблицу, заполненную символами (исходные данные). Ниже находилась другая таблица, в которой были перечислены все возможные символы с индивидуальными номерами (алфавит). Человек знал, что в исходных данных либо отсутствует ровно один символ алфавита, либо имеются все символы. В первом случае он должен был нажать на клавиатуре номер недостающего символа, во втором случае нужно нажать ноль. Более подробно условия эксперимента описаны в указанных работах. Размер основной таблицы определял объем вычислительной работы. Он пробегал значения 8, 12, 16, 20. Размер алфавита составлял 6 символов. В содержательной кодировке это были цветные рисунки домика, автомобиля, дерева, лошади, корабля, паровоза. В формальной кодировке предъявлялись правильные залитые черным фигуры: треугольник, квадрат, пятиугольник, шестиугольник, пятиконечная звезда, круг.

Оказалось, что при содержательной кодировке все испытуемые (кроме двух не определившихся) показали параллельную работу. При формальной кодировке доля достоверных последовательных стратегий составила 25 %.

## 4. Модель алгоритма решения основной задачи эксперимента

Нам требуется описать операции, необходимые для решения основной задачи. На рис. 1 показана схема решения задачи в наиболее общем виде, за рамки которого, видимо, не выходит никакая стратегия вычислений.

Решение задачи двумя процессорами позволяет примерно вдвое снизить время сканирования исходных данных. Такая схема показана на рис. 2.

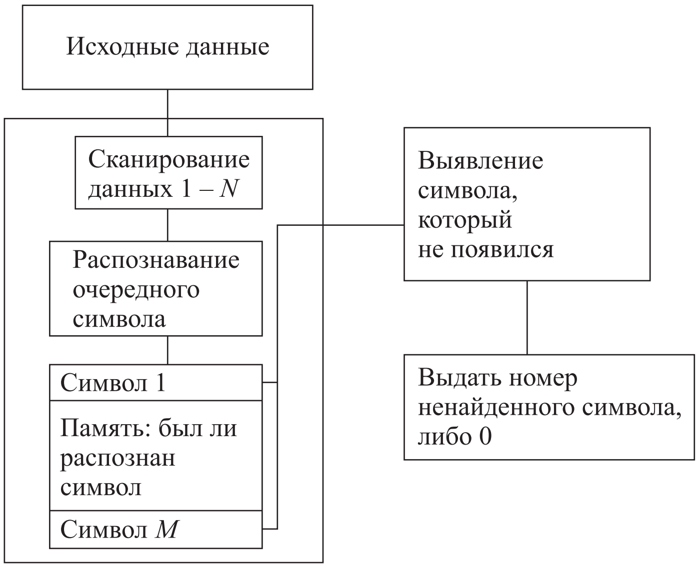


Рис. 1. Схема организации поиска отсутствующего символа в блоке исходных данных, используются один процессор и блок формирования выхода. Исходные данные содержат таблицу из $N$ символов с возможными повторами. Символы берутся из алфавита, содержащего $M$ различных символов

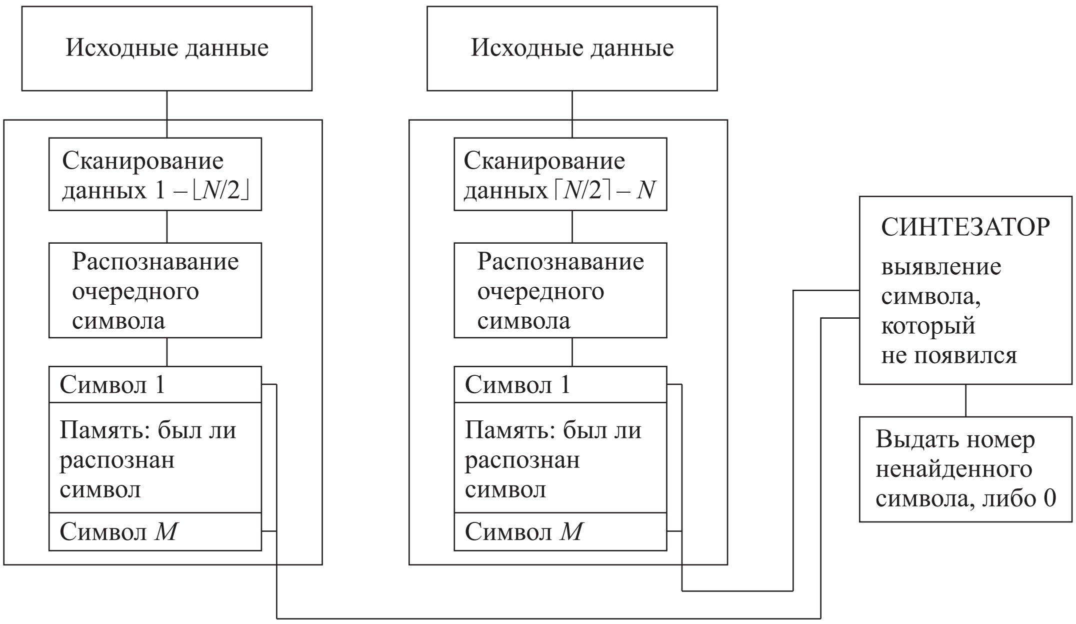


Рис. 2. Решение задачи поиска отсутствующего символа двумя процессорами в параллельном режиме. Выход формируется блоком синтезатора результатов всех процессоров. Исходные данные содержат таблицу из $N$ символов с возможными повторами. Символы берутся из алфавита, содержащего $M$ различных символов

Для нескольких ($K$) процессоров схема аналогичная, но области сканирования таблицы для каждого процессора сокращаются: $\overline{1, \lfloor N/K \rfloor}$, $\overline{\lfloor N/K \rfloor + 1, \lfloor 2N/K \rfloor}$, …, $\overline{\lfloor (K-1)N/K, N \rfloor}$. Это позволяет уменьшить время решения задачи. Синтезатор анализирует выходные данные всех процессоров по каждому из символов алфавита после завершения сканирования исходных данных.

Учитывая, что реализация этого анализа происходит на нейронной структуре, можно предположить, что анализ делается одновременно для всех процессоров: надо обнаружить символ, по которому у всех процессоров на выходе 1, т. е. «символ не обнаружен». Простейшая нейронная схема на пороговых элементах содержит столько нейронов-«индикаторов», сколько символов в алфавите, и каждый такой нейрон связан с выходами всех процессоров, которые соответствуют одному символу. Вес каждой такой связи — 1. Порог реакции такого нейрона равен числу процессоров. Если у всех процессоров выход по данному символу 1, что означает отсутствие символа в просмотренных данных, то индикатор срабатывает. В противном случае он не активируется. Тогда за один такт работы нейронного синтезатора определяется искомый отсутствующий символ или наличие всех символов в данных.

Применить такой метод для работы с таблицей исходных данных невозможно, поскольку эти данные являются для мозга внешними сигналами и требуют предварительного распознавания. Фактически в этой задаче уровень параллельности решения определяется числом одновременно выполняемых актов распознавания символов. При идеальной организации работы процессоров распознаваемые поля таблицы не пересекаются для разных процессоров, как это изображено на схеме рис. 2. При этом каждый процессор сканирует свою часть таблицы последовательно.

## 5. Оценка сложности реализации решения основной задачи

Рассмотрим итеративные структуры, которые соответствуют схемам рис. 1 и 2. Они состоят из узлов формирования набора исходных данных (входного регистра), процессора и формирования выходного действия, включая синтезатор выходов параллельных процессоров. Будем использовать внешнюю оценку сложности. Далее будем обозначать число символов в алфавите $M$, число позиций во входной таблице $N$.

Сложность формирования входного регистра — это сложность множества возможных вариантов входа. Таких вариантов $M^N$. Поэтому внешняя сложность входного регистра имеет значение

$$C_E(inp) = \log\left(M^N\right) = N\log(M). \tag{5.1}$$

Для параллельной работы $K$ процессоров требуется $K$ регистров исходных данных. Разделение памяти между процессорами на стадии получения исходных данных предполагало бы последовательное решение задачи распределения по процессорам мест на полной таблице. Это свело бы на нет выигрыш во времени на стадии решения основной задачи. Поэтому должна быть реализована схема с дублированием входного регистра для каждого процессора.

$$C_E(inp, K) = KN\log(M). \tag{5.2}$$

Процессор содержит регистр $\beta$ текущей позиции в таблице и регистр памяти факта обнаружения каждого из символов алфавита ($M$ регистров $\alpha_1, \ldots, \alpha_M$ со значениями 0/1). Будем считать, что если символ обнаружен, его регистр обнуляется, а исходное состояние регистра — 1 (гипотеза о том, что этот символ отсутствует). Один такт работы процессора содержит распознавание символа в очередной позиции таблицы и обнуление регистра, соответствующего этому символу, смещение на 1 регистра позиции или сообщение о завершении сканирования таблицы, если достигнута последняя позиция в сегменте обработки данного процессора. Множество значений регистра позиции содержит $N$ или $N/K$ элементов (в среднем). Кроме того, имеется одна позиция завершения сканирования. Вход содержит номер позиции ($N$ значений), текущий распознанный символ ($M$ значений) и набор значений регистров символов ($2^M$ значений). Выход содержит номер позиции и состояния регистров символов. Сложность процессора — это сложность соответствующего отображения:

$$C_E(proc) = 2\log(N+1) + \log(M) + 2M, \tag{5.3}$$

$$C_E(proc) = 2\log(1+N/K) + \log(M) + 2M. \tag{5.4}$$

Синтезатор для $K$ процессоров получает на входе $K$ наборов регистров наличия символа ($M$ битовых позиций в каждом наборе). На выходе одно из чисел $0,1,...,M$ — номер отсутствующего символа или 0, если все символы есть. Сложность отображения синтезатора:

$$C_E(synt) = \log\left(2^M\right) + \log(M+1) = M + \log(M), \tag{5.5}$$

$$C_E(synt, K) = \log\left(2^{KM}\right) + \log(M+1) = KM + \log(M). \tag{5.6}$$

Итеративная структура $I(K)$ решения задачи на $K$ процессорах имеет внешнюю сложность:

$$\begin{aligned} C_E(I(K)) &= C_E(inp, K) + K \cdot C_E(proc) + C_E(synt, K) = \\ &= KN\log(M) + K2\log(1+N/K) + K\log(M) + K \cdot 2M + KM + \log(M) = \\ &= (1 + K(N+1))\log(M) + 2K\log(1+N/K) + 3KM. \end{aligned} \tag{5.7}$$

## 6. Сложность решения задачи при условии обучения алгоритму

Сложность по формуле (5.7) характеризует вероятность появления нужной итеративной структуры в процессе решения серии задач с подтверждением верных решений, но без логического обучения последовательному алгоритму решения задачи. Но в реальном эксперименте испытуемый получал инструкцию, достаточную для решения задачи последовательным (однопроцессорным) алгоритмом. Таким образом, один процессор и блок исходных данных вместе с реакцией выдачи ответа формируются не случайно, а в процессе направленного обучения с инструктором. Если испытуемый использует параллельный способ решения задачи, то спонтанно он формирует только дополнительно $K-1$ регистров исходных данных и процессоров, а также один синтезатор их выходов. Поэтому реальная сложность перехода на параллельную стратегию вычислений $I_T$ соответствует $K-1$ процессорам:

$$C_E(I_T(K)) = \left(1 + (K-1)(N+1)\right)\log(M) + 2(K-1)\log(1+N/K) + 3(K-1)M. \tag{6.1}$$

Заметим, что член, учитывающий объем сектора исходных данных для одного процессора, использует полное число процессоров.

Для объяснения более высокой вероятности перехода на параллельный алгоритм для символов, которые имеют содержательную интерпретацию, в работе [Koganov, Rakcheeva, 2020] была выдвинута гипотеза о том, что мозг при распознавании содержательного изображения сам формирует параллельную таблицу с названиями изображенных предметов, которая является готовым дополнительным регистром исходных данных. Исходя из этого предположения, для случая содержательной кодировки сложность перехода к параллельному алгоритму $I_M$ снижается на сложность одного регистра исходных данных при $K \geq 2$:

$$C_E(I_M(K)) = \left(1 + (K-2)(N+1)\right)\log(M) + 2(K-1)\log(1+N/K) + 3(K-1)M. \tag{6.2}$$

В этом случае естественно предположить, что используются два процессора, что хорошо согласуется с данными эксперимента.

Для содержательной кодировки данных

$$C_E(I_M(2)) = \log(M) + 2\log(1 + N/2) + 3M. \tag{6.3}$$

Для формальной кодировки данных

$$C_E(I_T(2)) = (N+2)\log(M) + 2\log(1 + N/2) + 3M. \tag{6.4}$$

## 7. Использование меры сложности для анализа эксперимента

Для поставленных экспериментов, описанных в указанных выше работах, можно использовать следующие параметры сложности: $N = 20$, $M = 6$, $P(I_T(2)) \approx 0.75$. Кратко это описано в § 6. Тогда, используя формулы (6.3) и (6.4), получаем следующие значения сложности:

$$C_E(I_M(2)) = \log(6) + 2\log(11) + 18 = 27.5038258, \tag{7.1}$$

$$C_E(I_T(2)) = 22\log(6) + 2\log(11) + 18 = 27.5038258 = 81.7880383. \tag{7.2}$$

Используя уравнения (5.9) и (3.9), теперь можно рассчитать вероятность параллельной стратегии решения для задачи в содержательной кодировке.

$$P(I_M(2)) = P(I_T(2))^{C_E(I_M(2))/C_E(I_T(2))}, \tag{7.3}$$

$$P(I_M(2)) = (0.75)^{27.5038258/81.7880383} = 0.9078 \approx 0.91. \tag{7.4}$$

Полученное значение объясняет высокую вероятность использования параллельной стратегии вычислений в эксперименте с содержательной кодировкой данных. Число испытуемых было недостаточно велико, чтобы обнаружить последовательную работу. На момент написания данной статьи опыт с формальной кодировкой был проведен для восьми испытуемых и опыт с содержательной кодировкой — для других восьми человек.

**Утверждение 7.1.** Оценка (7.4) вероятности параллельной стратегии при содержательной кодировке попадает в доверительный интервал $2\sigma$ для стандартного отклонения статистической оценки вероятности по методу наибольшего правдоподобия.

Покажем это. Рассмотрим гипотезу $P(I_M(2)) = p$. Поскольку в эксперименте все восемь человек показали параллельную стратегию вычислений, то статистическая вероятность выбора параллельной стратегии равна $P_{st} = 1$ и условная вероятность такого события при условии гипотезы $p$ равна $p^8$. Тогда апостериорная плотность вероятности данной гипотезы равна

$$dp_a\{p\} = p^8 \Big/ \int_0^1 p^8 dp = 9p^8. \tag{7.5}$$

Рассчитаем два первых момента этого распределения:

$$E_M\{p\} = \int_0^1 p \cdot dp_a(p) dp = 9\int_0^1 p^9 dp = 0.9, \tag{7.6}$$

$$D_M\{p\} = \int_0^1 \left(p - 0.9\right)^2 9p^8 dp = 0.0081818, \tag{7.7}$$

$$\sigma_M = \sqrt{D_M} = 0.0904533 \approx 0.09. \tag{7.8}$$

Оценка вероятности по сложности синтеза (7.4) $P_c$ лежит на границе интервала стандартного отклонения метода наибольшего правдоподобия:

$$P_c(I_T(2)) = 0.9078 \approx 1 - \sigma_M = 0.91.$$

В частности,

$$P_c(I_T(2)) > P_{st} - 2\sigma_M = 1 - 2\sigma_M = 0.82.$$

Утверждение доказано. □

Таким образом, гипотеза случайного формирования в мозге человека параллельных систем решения логических задач находит подтверждение как в полученных экспериментальных данных по частоте выбора человеком параллельной стратегии вычислений, так и в модельных оценках сложности необходимых итеративных структур и соответствующей оценке вероятности реализации итеративных структур.

## 8. Уточнение меры сложности

В этом разделе будет построена другая оценка сложности вычислительной структуры, которая подробнее отражает алгоритм вычислений. Эта оценка не была использована для анализа поставленного эксперимента. Целью данного раздела является подготовка математического аппарата для дальнейших исследований. Поэтому данный раздел оформлен как два приложения к основному тексту статьи. В приложении A строится новая структурная оценка сложности реализации алгоритма. В приложении B предлагается схема эксперимента для уточнения численной оценки сложности описания множеств. Структурная оценка сложности обладает энтропийным свойством и может быть использована для оценки вероятности спонтанного формирования вычислительных структур.

## Приложение A
## Структурная оценка сложности информационной системы

### *A1. Связь внешней и структурной оценки сложности*

Построенная в § 2 внешняя оценка сложности учитывает только мощности множеств, на которых определены функции информационной системы. В этой оценке не оценивается сложность контроля допустимости исходных и выходных данных для каждого из использованных отображений. При внешней оценке сложности итеративной структуры не используется сложность распределения функций по вершинам графа вычислительной сети. Ниже будет дана более подробная оценка структурной сложности, которая учитывает перечисленные выше особенности информационной системы. Для этой оценки будет выполняться энтропийное свойство. Поэтому она также может использоваться для оценки вероятности спонтанного формирования вычислительной системы в самопрограммируемой активной среде. Примером таких сред являются нейронные сети как биологического, так и технического происхождения.

### *A2. Определение сложности множества данных и прямого произведения*

Если требуется определить множество $A$, состоящее из $N$ элементов, то надо различать $\#A$ элементов множества и еще несобственный элемент, обозначающий все объекты, которые не принадлежат множеству. Если обозначить $N_A = \#A + 1$, то в оптимальной кодировке требуется $\log(N_A)$ двоичных признаков. Эту величину можно принять за меру $C(A)$ сложности определения индикатора множества:

$$C(A) =_{def} \log(\#A + 1). \tag{A2.1}$$

Тогда прямое произведение множеств $A$ и $B$ имеет сложность

$$C(A\times B)=\log(N_A\cdot N_B)=\log(N_A)+\log(N_B)=C(A)+C(B). \tag{A2.2}$$

**Замечание А2.1.** Заметим, что в такой конструкции для прямого произведения нескольких множеств возникает несколько несобственных элементов, определяющих, какие именно из множеств сомножителей представлены несобственным элементом. Такой подход отличает множество, полученное прямым произведением, от множества с тем же числом собственных элементов, но без структуры прямого произведения. Различие в нетривиальной структуре несобственных элементов прямого произведения:

$$\log\left(N_{A_1}\right)+\ldots+\log\left(N_{A_k}\right)=\log\left(N_{A_1}\cdot\ldots\cdot N_{A_k}\right)=\log\left(\prod\nolimits_{i=1,\ldots,k}\#A_i+\#B\right),$$
$$B=\left\{\left(x_1,\ldots,x_k\right)\mid\exists j\; x_j\notin A_j\right\}. \tag{A2.3}$$

Множество (А2.3) состоит из несобственных элементов прямого произведения множеств, которые определяют недопустимые компоненты исходных данных. Рассмотрим это подробнее.

В структурной оценке сложности были учтены внешние элементы множеств, которые интерпретируются как получение кода, не входящего в набор элементов множества (сигнал «*out*» ошибки данных). В структуре прямого произведения $X\times Y$ возникает три типа внешних элементов: $x\times out(Y)$, $out(X)\times y$, $out(X)\times out(Y)$. Эти три вида сигналов учитываются в структурной оценке сложности прямого произведения. Для большего числа прямых сомножителей внешних элементов становится еще больше: для $K$ сомножителей имеется $2^K-1$ типов внешних элементов. При этом в каждом типе число различных сигналов определяется произведением мощностей тех сомножителей, по которым выдается собственный код элемента. Например, в типе $x\times out(Y)$ содержится $\#X$ внешних элементов парного прямого произведения, в типе $out(X)\times y$ — $\#Y$ элементов, а в типе $out(X)\times out(Y)$ содержится только один внешний элемент. Только с учетом этой структуры внешних элементов выполняется информационное свойство для структурной оценки сложности. Во внешней оценке сложности внешние элементы множеств не учитываются. Можно сказать, что это сложность информационных систем без контроля допустимости исходных данных.

Пусть процесс формирования индикатора множества случайный и разные множества формируются статистически независимо. Обозначим эти вероятности как $P(A)$, $P(B)$. Тогда

$$P(A\times B)=P(A)\cdot P(B). \tag{A2.4}$$

Поскольку соотношения (А2.2) и (А2.4) при случайной генерации индикаторов множеств выполняются для любых множеств, то (при дополнительной гипотезе о непрерывной зависимости вероятности от сложности) можно вывести связь

$$P(A)=2^{-\beta C(A)}, \tag{A2.5}$$

где $\beta$ — некоторый положительный коэффициент.

Надо отметить, что минимальную сложность имеет множество из одного элемента:

$$\min\{N_A\}=2, \tag{A2.6}$$
$$\min\{C(A)\}=\log(2)=1. \tag{A2.7}$$

Этой сложности соответствует наибольшая вероятность спонтанного синтеза индикатора:

$$\max\{P(A)\}=2^{-\beta}=P_1, \tag{A2.8}$$
$$\beta=-\log(P_1). \tag{A2.9}$$

Значение $P_1$ — это вероятность формирования индикатора образа символа без направленного обучения этому распознаванию. Оценка этого параметра может быть проведена в специальных экспериментах, относящихся к инженерной психологии. Возможная методика такой оценки рассмотрена в приложении В. Значение параметра зависит от совокупности объектов, потенциально подлежащих распознаванию, и от длительности нахождения человека в условиях, когда образ может быть сформирован. В настоящее время имеются только априорные экспертные оценки этого параметра для ситуации распознавания графических изображений.

В заключение раздела заметим, что мера сложности множества равна энтропии процесса распознавания элементов множества (включая ошибки данных) при равномерном распределении вероятности на элементах множества, включая несобственный элемент.

### *А.3. Оценка сложности отображения*

Применим эту методику к оценке сложности отображений одного конечного множества в другое. Рассмотрим отображение конечных множеств $F\colon A \to B$. Предполагается, что каждый элемент множества $A$ имеет образ в множестве $B$, а каждый элемент из $B$ имеет прообраз в множестве $A$. Это означает, что отображение нельзя описать на меньших множествах. Тогда описание результата отображения требует $\log(N_B)$ битов, а описание аргумента требует $\log(N_A)$ битов. Моделью отображения может служить набор множеств

$$G(y) = \{x \mid x \in A, F(x) = y\}, \quad y \in B. \tag{А3.1}$$

Обозначим $n = N_B - 1 = \#B$, $B = \{b_1, ..., b_n\}$.

Кортеж оценок сложности имеет вид

$$M(S(F)) = \left\langle \log(N_B), \log(N_{G(b_1)}), ..., \log(N_{G(b_n)}) \right\rangle. \tag{А3.2}$$

Введем расширение множеств $A$ и $B$ несобственными элементами $[out]$, означающим, что получен код объекта вне соответствующего множества:

$$A_* = A \cup \{[out_A]\}, \quad B_* = B \cup \{[out_B]\}. \tag{А3.3}$$

Определим расширение отображения:

$$F([out_A]) = [out]_B, \tag{А3.4}$$

$$n_{G([out_B])} = 1, \quad N_{G([out_B])} = 2. \tag{А3.5}$$

Заметим, что в практической реализации обработки информации заданным отображением несобственные элементы множеств соответствуют сигналам об ошибке данных:

$$\sum_{b \in B_*} N_{G(b)} = N_A + N_B. \tag{А3.6}$$

Тогда сложность такой реализации $S(F)$ отображения оценим функцией

$$C(S(F)) = \log\left(\sum_{b \in B_*} N_{G(b)}\right) = \log\left(N_A + N_B\right). \tag{А3.7}$$

Рассмотрим два независимых отображения $F\colon A \to B$ и $Q\colon A' \to B'$. Оценим сложность их прямого произведения:

$$\begin{gathered} F \times Q\colon\ A \times A' \to B \times B', \\ F \times Q(a, a') = (F(a), Q(a')), \\ a \in A, \quad a' \in A', \quad F(a) \in B, \quad Q(a') \in B', \end{gathered} \tag{А3.8}$$

$$C(S(F\times Q))=\log\left(\sum_{b'\in B'}\sum_{b\in B_*}N_{G(b)}\cdot N_{G(b')}\right)=$$

$$=\log\left(\left(\sum_{b'\in B'}N_{G(b')}\right)\left(\sum_{b\in B_*}N_{G(b)}\right)\right)=\log\left(\left(N_A+N_B\right)\left(N_{A'}+N_{B'}\right)\right)=$$

$$=\log\left(\sum_{b'\in B'}N_{G(b')}\right)+\log\left(\sum_{b\in B_*}N_{G(b)}\right)=\log\left(N_A+N_B\right)+\log\left(N_{A'}+N_{B'}\right)=$$

$$=C(S(F))+C(S(Q)). \qquad \text{(A3.9)}$$

Построенная мера сложности отображения обладает энтропийным свойством (1.1) и может дать оценку вероятности спонтанного синтеза системы, реализующей это отображение.

Найдем отображение минимальной сложности. Это направленная ассоциация одного объекта $a$ на другой объект $b$ (отображение одноэлементного множества на другое одноэлементное множество). Формально: $J$ — это класс конечных отображений,

$$F_J:\ \{a\}\to\{b\}, \qquad \text{(A3.10)}$$

$$\#\{a\}=1,\ N_{\{a\}}=2,\ \#\{b\}=1,\ N_{\{b\}}=2,$$

$$C(S_J)=C(S(F_J))=\log(2+2)=2. \qquad \text{(A3.11)}$$

Следуя формуле (1.8), получаем

$$P(S(F))=P_J^{C(S(F))/2}.$$

Параметр вероятности $P_J$ спонтанного синтеза простейшего отображения надо устанавливать экспериментально для каждой среды формирования информационных систем. Для инженерной психологии можно использовать эксперимент, описанный в примере B2 приложения B.

В частном случае можно определять сложность отношения $R$ на множествах $A$ и $B$, которые можно определить как подмножество их прямого произведения $R\subset A\times B$, которое интерпретируется так: элементы $a\in A$ и $b\in B$ находятся в отношении $R$, если $(a,b)\in R$. Любое такое отношение можно описать как отображение

$$F_R:\ A\times B\to\{0;1\}, \qquad \text{(A3.12)}$$

$$R=G_R(1)=\{(a,b):\ F_R(a,b)=1\}. \qquad \text{(A3.13)}$$

Используя уравнение (3.15), можно определить сложность отношения

$$C(R)=C(F_R)=\log\left(N_{A\times B}+N_{\{0;1\}}\right)=\log\left(\#A\cdot\#B+1+2+1\right)=\log\left(\#A\cdot\#B+4\right). \qquad \text{(A3.14)}$$

Аналогично, можно описывать многозначное отношение, принимающее более чем два значения (есть или нет).

$$F_R:\ A\times B\to\{0;1;\dots;m\}, \qquad \text{(A3.15)}$$

$$C(R)=C(F_R)=\log\left(N_{A\times B}+N_{\{\overline{0,m}\}}\right)=\log\left(\#A\cdot\#B+m+3\right). \qquad \text{(A3.16)}$$

Заметим, что сама функция, определяющая отображение или отношение, не влияет на оценку сложности. Существенны только размеры множества аргументов и множества значений. Это связано с тем, что оценка вероятности спонтанной генерации отображения предполагает отсутствие управляющих воздействий для направления генерации к нужному результату. В этом случае сложность алгоритма отображения не существенна, но сильно влияет число значений аргумента, для которых должно спонтанно возникнуть правильное значение отображения.

### *A.4. Оценка сложности итеративных структур*

Рассмотрим, какие множества и отображения формируют итеративную структуру (определение дано в § 2.2). Граф структуры $I$ определяется множеством вершин $V_I$ и множеством ориентированных ребер (стрелок) $A_I$. При этом стрелки определяют некоммутативное бинарное отношение внутри множества вершин. По формуле (A2.2)

$$C(A_I) = \log\left(\#V_I^{\,2} + 4\right). \tag{A4.1}$$

В вершинах расположены отображения. Обозначим через $f_v\colon X_v \to Y_v$ отображение, расположенное в вершине $v \in V_I$. Сложность их прямого произведения $F_I$ по формулам (A3.15), (A3.17) имеет значение

$$C(F_I) = \sum_{v \in V_I} C(S(f_v)) = \sum_{v \in V_I} \log\left(N_{X_v} + N_{Y_v}\right). \tag{A4.2}$$

Распределение отображений по вершинам графа задается отображением $u_I\colon F_I \to V_I$. Сложность этого отображения по формуле (3.15) имеет значение

$$C(S(u_I)) = \log\left(N_{F_I} + N_{V_I}\right) = \log\left(2\#V_I + 2\right). \tag{A4.3}$$

Сложность итеративной структуры $I$ определим как сумму этих компонент:

$$C(I) = C(A_I) + C(F_I) + C(S(u_I)). \tag{A4.4}$$

Проверим выполнение информационного свойства этого определения. Обозначим $I \oplus I'$ конструкторскую сумму итеративных структур $I$ и $I'$.

$$C(F_{I \oplus I'}) = \sum_{v \in V_I \cup V_{I'}} C(S(f_v)) = \sum_{v \in V_I} C(S(f_v)) + \sum_{v \in V_{I'}} C(S(f_v)) = C(F_I) + C(F_{I'}). \tag{A4.5}$$

Расстановка стрелок на графах двух структур проводится независимыми отображениями ориентированных пар вершин каждого из графов в двоеточие $\{0;1\}$. Если паре соответствует стрелка той же ориентации, то она отображается в 1; иначе она отображается в 0. Поэтому сложность такой генерации графа равна сложности прямого произведения двух отображений, что означает

$$C(A_{I \oplus I'}) = \log\left(\#V_I^{\,2} + 4\right) + \log\left(\#V_{I'}^2 + 4\right) = C(A_I) + C(A_{I'}). \tag{A4.6}$$

Заметим, что синтез двух графов отличен от синтеза одного графа с суммарным числом вершин и стрелок, поскольку запрещены перекрестные стрелки между разными множествами вершин.

Распределение отображений по вершинам графа также проводится независимо для каждой структуры. Запрещены переносы отображения из одной структуры в другую. Поэтому реализуется прямое произведение отображений $u_I$ и $u_{I'}$, что дает

$$C(S(u_{I \oplus I'})) = \log\left(2\#V_I + 2\right) + \log\left(2\#V_{I'} + 2\right) = C(S(u_I)) + C(S(u_{I'})). \qquad \text{(A4.7))}$$

Объединяя (A4.4)–(A4.7), получаем информационное свойство сложности итеративной структуры:

$$C(I \oplus I') = C(I) + C(I'). \tag{A4.8}$$

Тогда верна оценка вероятности спонтанного синтеза итеративной структуры:

$$P(I) = P_*^{-C(I)/C(I_*)}, \tag{A4.9}$$

где $I_*$ — любая итеративная структура, для которой экспериментально получена оценка $P_*$ вероятности спонтанной генерации.

## Приложение B
## Возможные способы определения вероятности спонтанного формирования образа или ассоциации

Параметр $P_1$ в (A2.7), (A2.8) фактически означает вероятность самопроизвольного формирования структуры распознавания образа без целенаправленного обучения. Его значение можно оценить в специальных экспериментах инженерной психологии. Приведем несколько возможных схем таких исследований.

**Пример B1.** Рассмотрим, как оценить значение вероятности $P_1$ спонтанного формирования распознавания одного объекта без какой либо стимуляции к этому. Например, можно проверить, с какой вероятностью испытуемый может узнать объект, который появлялся в форме шумовой информации, при решении серии задач, не включающих распознавание этого объекта. В дополнительной серии человеку последовательно предъявляются различные объекты, и человек должен узнать объекты, которые уже встречались. Среди них будет предъявляться и объект из шума первой серии.

Возможная реализация. Человеку предъявляется серия задач. В каждой задаче предъявляется строка символов, среди которых есть 0 и 1, а также некоторые другие сильно отличные от них знаки из алфавита A1. Испытуемый должен выдать ответ 1, если число единиц в строке нечетное, или ответ 0, когда число единиц четное.

После этой серии предлагается другая серия строк символов из другого алфавита A2, в некоторые из которых добавлен только один символ из A1, общий для всех строк. Этот символ может стоять на нескольких позициях в строке. Человек должен для каждой строки сказать, есть ли в ней символ из предыдущего алфавита A1.

Оценкой вероятности $P_1$ будет доля испытуемых, которые справятся со второй задачей с большой статистической достоверностью. Очевидно, значение этой вероятности будет зависеть от типа алфавитов и от длины предъявленных серий.

**Пример B2.** Оценка вероятности спонтанного формирования образа без обучения, но при наличии некоторой выгоды от такого распознавания. В этом эксперименте схема похожа на пример B1. Но один из символов алфавита A1 подсказывает верный ответ без решения задачи. Заметив это, испытуемый может быстрее и проще решать задачи.

Задача первой серии выглядит так же, как в примере B1. Но если в строке есть некоторый символ (обозначим его как X) — то ответ 1, а если X нет — то ответ 0. Испытуемый этого не знает.

Второй серии нет, но испытуемого спрашивают, как он решал последние задачи серии. Оценкой вероятности $P_1$ будет доля испытуемых, которые сообщат о том, что заметили связь ответа с символом X. Здесь вероятна зависимость оценки вероятности от длины серии задач и от среднего числа символов X в одной задаче.

Оценка, полученная в этом эксперименте, может служить оценкой вероятности $P_j$ формирования простейшей направленной ассоциации, которая характеризует спонтанное формирование отображения (раздел A3).

## 9. Заключение

В статье описана численная мера сложности вычислительных структур, которая обладает энтропийным свойством, позволяющим вычислять вероятность спонтанного формирования произвольной реализации вычислительного алгоритма на основе экспериментальной оценки вероятности некоторой эталонной реализации алгоритма того же класса. Построен упрощенный вариант оценки (внешняя оценка сложности), который учитывает только объемы входной и выходной информации каждой использованной операции. Для учета дополнительных особенностей вычислительной структуры, таких как проверка корректности входной и выходной информации операций или граф передачи данных между операциями, построена более сложная структурная мера сложности.

С помощью внешней оценки сложности проведен анализ результата эксперимента в области инженерной психологии, где был зарегистрирован переход человека на параллельный алгоритм вычислений при возрастании объема вычислений в тестовых задачах. Этот результат показал определенный процент испытуемых. Этот процент зависел от способа кодировки исходных данных. Проведенный анализ показал, что опытные данные хорошо согласованы с гипотезой спонтанного синтеза дополнительной параллельной вычислительной структуры. Расчетные вероятности оказались достоверно близкими к частоте перехода человека на параллельный счет.

Полученный результат показывает эффективность предложенного подхода для проверки гипотез спонтанного синтеза вычислительных структур или кибернетических систем на основе проведенных экспериментов, выявляющих вероятность появления различных модификаций алгоритма. Можно решать и обратную задачу. После оценки вероятности для возникновения простых систем из некоторого класса ее можно использовать для прогноза частот возникновения различных вариантов информационной системы из этого класса.

Наличие двух оценок сложности (внешней и структурной) позволяет использовать данный метод как в случае, когда система (или ее фрагмент) известна только как черный ящик, так и в случае наличия подробной информации о структуре операций в системе.

## Список литературы

*Коганов А. В.* Исследование возможности параллельного выполнения логических операций человеком. Параллельные вычисления и задачи управления // Труды международной конференции PACO-2001, Москва, 2–4 октября 2001 г., на компакт-диске. ИПУ РАН. — М., 2001.

*Koganov A. V.* Issledovanie vozmozgnosti parallel’nogo vypolneniya logicheskih operacij chelovekom. Parallel’nye vychsleniya i zadachi upravleniya [The research of the possibility of the parallel calculations by the man. The parallel calculations and the tasks of the control] // Trudy mezgdunarodnoj konferencii PACO-2001, Moskva, 2–4 oktyabrya 2001 g., na compact-diske [The works of the international conference PACO-2001, Moscow, 2–4 October 2001, on compact-disk]. IPU RAN. — Moscow, 2001 (in Russian).

*Коганов А. В.* Растущие индукторные пространства и анализ параллельных алгоритмов // Программные продукты и системы, приложение к международному журналу «Проблемы теории и практики управления». — 2010. — № 2. — С. 33–38.

*Koganov A. V.* Rastucshie inductornye prostranstva i analis parallelnyh algoritmov [The growing inductor spaces and the analysis of the parallel algorithms] // Programmnye producty i sistemy, prilozgenie k mezgdunarodnomu zgurnalu «Problemy teorii i practiki upravleniya» [The programming products and systems, the application to the international journal «The problems of the theory and practicum of the control»]. — 2010. — No. 2. — P. 33–38 (in Russian).

*Коганов А. В., Злобин А. И., Ракчеева Т. А.* Задача вычисления траектории с равномерным распределением ответов // Компьютерные исследования и моделирование. — 2014. — Т. 6, № 5. — С. 803–828.

*Koganov A. V., Zlobin A. I., Rakcheeva T. A.* Zadacha vychisleniya traectorii s ravnomernym raspredeleniem otvetov [The task of the calculation of the trajectory with homogenous the distribution of solutions] // Computer Research and Modeling. — 2014. — Vol. 6, No. 5. — P. 803–828 (in Russian).

*Коганов А. В., Злобин А. И., Ракчеева Т. А.* Исследование возможности параллельной переработки информации человеком в серии задач высокой сложности // Компьютерные исследования и моделирование. — 2013. — Т. 5, № 5. — С. 845–861.
*Koganov A. V., Zlobin A. I., Rakcheeva T. A.* Issledovanie vozmozgnosti parallel'noj pererabotki informacii cheloveкom v serii zadach vysokoj slozgnosti [The research of the possibility of the parallel processing of the information by man in the series of the tasks of the high complexity] // Computer Research and Modeling. — 2013. — Vol. 5, No. 5. — P. 845–861 (in Russian).

*Коганов А. В., Ракчеева Т. А.* Тесты проверки параллельной организации логических вычислений, основанные на алгебре и автоматах // Компьютерные исследования и моделирование. — 2017. — Т. 9, № 4. — С. 621–638.
*Koganov A. V., Rakcheeva T. A.* Testy proverki parallel'noj organizacii logicheskih vychislenij, osnovannye na algebre i avtomatah [Tests for checking the parallel organization of the logical calculation on the Basis of Algebra and Automata] // Computer Research and Modeling. — 2017. — Vol. 9, No. 4. — P. 621–638 (in Russian).

*Коганов А. В., Ракчеева Т. А., Приходько Д. И.* Экспериментальное выявление организации мысленных вычислений человека на основе алгебр разной ассоциативности // Компьютерные исследования и моделирование. — 2019. — Т. 11, № 2. — С. 311–327.
*Koganov A. V., Rakcheeva T. A., Prihodko D. I.* Eksperimentaljnoe vyyavlenie organizacii myslennyh vychislenij cheloveka na osnove algebr raznoj associativnosti [Experimental Detection of the Mental Calculations organization of Person on the Basis of Two Algebras Having Different Associativity] // Computer Research and Modeling. — 2019. — Vol. 11, No. 2. — P. 311–327 (in Russian).

*Ajay A., Singh P. K.* Novel Digital Image Water Marking Technique Against Geometric Attacks // IJMECS. — 2015. — Vol. 7, No. 8. — P. 61–68.

*Fischer R., Plessow F.* Efficient multitasking: parallel versus serial processing of multiple tasks // Front Psychol. — 2015. — Vol. 6. — P. 1366.

*Kant R.* A Study of Creativity of Secondary School Children as a Correlate of Some Television Viewing Habits // IJMECS. — 2012. — Vol. 4, No. 10. — P. 33–39.

*Karamath A. H., Amalarethinam D. I. G.* Activity Recognition with Multi-tape Fuzzy Finite Automata // IJMECS. — 2013. — Vol. 5, No. 5. — P. 60–65.

*Koganov A. V., Rakcheeva T. A.* Comparative Analysis of Human Adaptation to the Growth of Visual Information in the Problems of Recognition of Formal Symbols and Meaningful Images // Advances in Artificial Systems for Medicine and Education III. — Conference proceedings AIMEE – 2019, Part of the Advances in Intelligent Systems and Computing book series (AISC, Vol. 1126). — Springer Nature Switzerland AG. Part of Springer Nature, 2020. — P. 218–230.

*Koganov A. V., Rakcheeva T. A.* Experimental Detection of the Parallel Organization of Mental Calculations of a Person on the Basis of Two Algebras Having Different Associativity // Advances in Artificial Systems for Medicine and Education II. — Conference proceedings AIMEE – 2018; Part of the Advances in Intelligent Systems and Computing book series (AISC, Vol. 902). — P. 139–149.

*Koganov A. V., Rakcheeva T. A.* Tests of Parallel Information Processing on the Basis of Algebra and Formal Automata // Advances in Intelligent Systems and Computing. — 2017. — Vol. 658. — P. 68–78.

*Marouf A. A., Ashrafi A. F., Ahmed T., Emon T.* A Machine Learning based Approach for Mapping Personality Traits and Perceived Stress Scale of Undergraduate Students // IJMECS. — 2019. — Vol. 11, No. 8. — P. 42–47.

*Nandi D., Saif A. F. M. S., Prottoy P., Zubair K. M., Shubho S. A.* Traffic Sign Detection based on Color Segmentation of Obscure Image Candidates: A Comprehensive Study // IJMECS. — 2018. — Vol. 10, No. 6. — P. 35–46.

*Popov G., Mastorakis N., Mladenov V.* Calculation of the acceleration of parallel programs as a function of the number of threads. — Article January 2010. — https://www.researchgate.net/ publication/228569958

*Tran L. B., Le T. H.* Person Authentication using Relevance Vector Machine (RVM) for Face and Fingerprint // IJMECS. — 2015. — Vol. 7, No. 5. — P. 8–15.