**КОМПЬЮТЕРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ
И МОДЕЛИРОВАНИЕ 2021 Т. 13 № 3 С. 473–486**
DOI: 10.20537/2076-7633-2021-13-3-473-486

Ки&М

УДК: 530.12

Космологические модели Вселенной, не имеющей Начала и сингулярности

В. Г. Кречет[1], В. Б. Ошурко[1,2], А. Э. Киссер[1,a]

[1]Московский государственный технологический университет «СТАНКИН»,
Россия, 127994, г. Москва, Вадковский пер., д. 1
[2]Институт общей физики имени А. М. Прохорова Российской академии наук,
Россия, 119991, г. Москва, ул. Вавилова, д. 38

E-mail: [a] al.baidin@yandex.ru

*Получено 03.02.2021, после доработки — 17.03.2021.
Принято к публикации 07.04.2021.*

Предлагается новый тип космологических моделей, космологических моделей для Вселенной, не имеющей Начала, то есть существовавшей всегда, и эволюционирующей из бесконечно далекого прошлого.

Предлагаемые космологические модели являются альтернативными по отношению к космологическим моделям, основывающимся на так называемой теории Большого взрыва, по которой Вселенная имеет конечный возраст и произошла из начальной сингулярности.

В этой теории, по нашему мнению, есть определенные проблемы, которые в предлагаемых нами космологических моделях мы избегаем.

В наших космологических моделях Вселенная, развиваясь из бесконечно далекого прошлого, сжимаясь, достигает конечного минимума расстояний между объектами порядка комптоновской длины волны λ_C адронов и максимальной плотности вещества, соответствующей адронной эре Вселенной, и затем расширяется, проходя все стадии своей эволюции, установленные астрономическими наблюдениями, вплоть до эры инфляции.

Материальной основой, обеспечивающей принципиальный характер эволюции Вселенной в предлагаемых космологических моделях, является нелинейное дираковское спинорное поле $\psi(x^k)$ с нелинейностью в лагранжиане поля типа $\beta\left(\overline{\psi}\psi\right)^n$ ($\beta = \mathrm{const}$, n — рациональное число), где $\psi(x^k)$ — 4-компонентный дираковский спинор, а $\overline{\psi}$ — сопряженный спинор.

Кроме спинорного поля ψ в космологических моделях у нас присутствуют и другие компоненты материи в виде идеальной жидкости с уравнением состояния $p = w\varepsilon$ ($w = \mathrm{const}$), при различных значениях коэффициента w ($-1 < w < 1$), которые обеспечивают эволюцию Вселенной с надлежащими периодами развития в соответствии с установленными наблюдаемыми данными. Здесь p — давление, $\varepsilon = \rho c^2$ — плотность энергии, ρ — плотность массы, а c — скорость света в вакууме.

Оказалось, что наиболее близкими к реальности являются космологические модели с нелинейным спинорным полем с показателем нелинейности $n = 2$.

В этом случае нелинейное спинорное поле представляется уравнением Дирака с кубической нелинейностью.

Но такое уравнение есть нелинейное спинорное уравнение Иваненко – Гейзенберга, которое В. Гейзенберг взял в качестве основы для построения единой спинорной теории материи.

Удивительное совпадение, что одно и то же нелинейное спинорное уравнение может быть основой для построения теории двух разных фундаментальных объектов природы, эволюционирующей Вселенной и физической материи.

Разработки представляемых космологических моделей дополняются их компьютерными исследованиями, результаты которых в работе представлены графически.

Ключевые слова: космологические модели, гравитация, спинорное поле, нелинейность, эволюция Вселенной, компьютерные исследования

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ, грант № 0707-2020-0025.

COMPUTER RESEARCH AND MODELING
2021 VOL. 13 NO. 3 P. 473–486
DOI: 10.20537/2076-7633-2021-13-3-473-486

Ки&М

MODELS IN PHYSICS AND TECHNOLOGY

UDC: 530.12

Cosmological models of the Universe without a Beginning and without a singularity

V. G. Krechet[1], V. B. Oshurko[1,2], A. E. Kisser[1,a]

[1]Moscow State University of Technology "STANKIN",
1 Vadkovsky lane, Moscow, 127994, Russia
[2]Prokhorov General Physics Institute of the Russian Academy of Sciences,
38 Vavilova st., Moscow, 119991, Russia

E-mail: [a] al.baidin@yandex.ru

Received 03.02.2021, after completion — 17.03.2021.
Accepted for publication 07.04.2021.

A new type of cosmological models for the Universe that has no Beginning and evolves from the infinitely distant past is considered.

These models are alternative to the cosmological models based on the Big Bang theory according to which the Universe has a finite age and was formed from an initial singularity.

In our opinion, there are certain problems in the Big Bang theory that our cosmological models do not have.

In our cosmological models, the Universe evolves by compression from the infinitely distant past tending a finite minimum of distances between objects of the order of the Compton wavelength λ_C of hadrons and the maximum density of matter corresponding to the hadron era of the Universe. Then it expands progressing through all the stages of evolution established by astronomical observations up to the era of inflation.

The material basis that sets the fundamental nature of the evolution of the Universe in the our cosmological models is a nonlinear Dirac spinor field $\psi(x^k)$ with nonlinearity in the Lagrangian of the field of type $\beta(\overline{\psi}\psi)^n$ (β = const, n is a rational number), where $\psi(x^k)$ is the 4-component Dirac spinor, and $\overline{\psi}$ is the conjugate spinor.

In addition to the spinor field ψ in cosmological models, we have other components of matter in the form of an ideal liquid with the equation of state $p = w\varepsilon$ (w = const) at different values of the coefficient w ($-1 < w < 1$). Additional components affect the evolution of the Universe and all stages of evolution occur in accordance with established observation data. Here p is the pressure, $\varepsilon = \rho c^2$ is the energy density, ρ is the mass density, and c is the speed of light in a vacuum.

We have shown that cosmological models with a nonlinear spinor field with a nonlinearity coefficient $n = 2$ are the closest to reality.

In this case, the nonlinear spinor field is described by the Dirac equation with cubic nonlinearity.

But this is the Ivanenko – Heisenberg nonlinear spinor equation which W. Heisenberg used to construct a unified spinor theory of matter.

It is an amazing coincidence that the same nonlinear spinor equation can be the basis for constructing a theory of two different fundamental objects of nature — the evolving Universe and physical matter.

The developments of the cosmological models are supplemented by their computer researches the results of which are presented graphically in the work.

Keywords: cosmological models, gravity, spinor field, nonlinearity, evolution of the Universe, computer research

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2021, vol. 13, no. 3, pp. 473–486 (Russian).

This work was supported in part by Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (Grant No. 0707-2020-0025).

Введение

В данной работе рассматриваются космологические модели непрерывно эволюционирующей Вселенной, не имеющей Начала и развивающейся из бесконечно далекого прошлого, то есть без апелляции к теории Большого взрыва, принятой в современной космологии, так как, по нашему мнению, в этой теории есть некоторые противоречия и определенные проблемы.

В качестве материального субстрата, обеспечивающего указанный характер развития Вселенной, мы используем нелинейное спинорное поле с нелинейностью типа $(\bar{\psi}\psi)^n$, описываемое нелинейным уравнением Дирака с указанной нелинейностью, на классическом уровне.

В этом случае такое спинорное уравнение можно рассматривать как описывающее определенную сплошную среду с внутренними спиновыми степенями свободы. Материю такого типа, определяющую развитие Вселенной без Начала, здесь мы будем называть квинтэссенцией. Такое название ранее применялось в космологии для обозначения материи, индуцирующей ускоренное расширение Вселенной, называемой сейчас темной энергией.

Сначала очень кратко мы изложим ключевые положения сложившейся в современной космологии концепции о происхождении и эволюции Вселенной с целью более конкретно обсуждать эту концепцию, обращаясь к ее основным пунктам, и затем предлагать свою космологическую модель, не противоречащую сложившейся космологической теории, но без ее проблем.

В настоящее время в космологии утвердилась так называемая теория Большого взрыва, в которой полагается, что Вселенная произошла примерно 14 миллиардов лет тому назад из Ничего, то есть из сингулярности (иногда уточняют: из пространственно-временной пены, представляющей собой квантовые флуктуации геометрии пространства-времени), за невообразимо короткое время — около 10^{-43} с. Это был период рождения классического пространства-времени. Об этом образно сказал известный космолог Алан Гус, что Вселенная перешла через потенциальный барьер из Ничего во Время [Сажин, 2002].

Через 10^{-42} с от Начала Вселенная вступила в стадию инфляции и под действием первичного инфлатонного скалярного поля за период времени 10^{-42}–10^{-36} с расширилась до невообразимо огромных размеров (в некоторых космологических моделях Вселенная за время инфляции увеличивается в 10^{1000} раз).

В конце инфляции образовалась горячая плазма, состоящая из элементарных частиц, с температурой около 10^{29} К, то есть образовалась обычная материя.

После рождения вещества Вселенная в процессе дальнейшего расширения и понижения температуры прошла фазу избытка материи над антиматерией, фазу разделения слабого и электромагнитного взаимодействий, в результате чего к моменту времени 10^{-10} с от Начала вещество перешло в состояние кварк-глюонной плазмы.

При дальнейшем расширении и понижении температуры до 10^{12} К наступает конфайнмент кварков — образуются протоны и нейтроны, что соответствует периоду адронной эры в течение времени 10^{-10}–10^{-3} с.

Затем наступает период нуклеосинтеза в интервале времени от 1 до 200 с, когда образуются ядра легких элементов: водорода, дейтерия, гелия и др. с атомным весом $A < 5$ [Вайнберг, 2000].

Затем через несколько сотен лет при температурах 4500–3000 К наступает эпоха рекомбинации, когда электроны объединяются с образовавшимися ядрами легких элементов и образуются легкие элементы: водород, дейтерий, гелий.

В конце этой эпохи через несколько сотен тысяч лет вещество становится прозрачным для фотонов, электромагнитное излучение высвобождается из вещества и в современную эпоху наблюдается в виде реликтового излучения.

Через несколько десятков миллионов лет во Вселенной, вещество которой состояло на 75 % из водорода и 25 % гелия с небольшой примесью дейтерия, начались процессы образования галактик и звезд и формирования крупномасштабной структуры Вселенной.

Процессы образования галактик происходили благодаря наличию еще одной компоненты материи Вселенной (кроме обычного вещества, называемого барионной материей, и излучения), так называемой темной материи, не взаимодействующей с барионной материей и излучением, но она проявляет себя своим гравитационным полем. По массе темная материя более чем в 5 раз превосходит барионную материю. Распределения темной материи обладают свойствами пылевидных распределений.

Вследствие ранних гравитационных флуктуаций темная материя распределялась в масштабах десятков тысяч килопарсек неоднородно, группируясь в отдельные шароподобные образования. В образованные ими гравитационные потенциальные ямы стекалась обычная барионная материя, в результате чего и образовывались галактики и звезды.

По нашему мнению, к темной материи можно также отнести и космические струны, которые также невидимы в оптическом диапазоне. Они обладают огромной плотностью и малыми поперечными размерами, меньше диаметра атомного ядра. Но линейно протяженная космическая струна длиной в несколько десятков килопарсеков может по массе превосходить массу целой галактики.

Ранее мы показали [Коганов, Кречет, 2012], что гравитационное поле подобной космической струны стремится сгруппировать материю в окрестности экваториальной плоскости струны, и в этой окрестности гравитационное поле струны определяет плоский спектр орбитальных скоростей звезд. Отсюда сделан вывод, что дисковидные галактики образованы линейно протяженными космическими струнами.

В конце 1998 г. в астрономии было сделано новое открытие — обнаружено ускоренное расширение Вселенной, то есть расстояние $r(t)$ между космическими объектами увеличивается с положительным ускорением (вторая инфляция). Был сделан вывод, что ускоренное расширение вызывается наличием еще одной компоненты материи во Вселенной, названной темной энергией, однородно распределенной в пространстве Вселенной. Масса этой компоненты составляет около 70 % массы материи Вселенной. Темная энергия имеет отрицательное давление, что и приводит к возникновению сил отталкивания между космическими объектами, пропорциональных расстоянию $r(t)$ между ними.

На роль темной энергии хорошо подходит космологическая постоянная Λ. Ей соответствует тензор энергии-импульса:

$$T_k^i = \frac{1}{æ}\,\mathrm{diag}(\Lambda, \Lambda, \Lambda, \Lambda), \quad æ = \frac{8\pi G}{c^4}. \tag{1}$$

Таким образом, современные астрономические данные свидетельствуют о многокомпонентном составе материи Вселенной: это обычное вещество, то есть барионная материя, излучение, темная материя, темная энергия.

Для описания процесса эволюции Вселенной удобно ввести безразмерную функцию времени $a(t)$ — масштабный фактор, характеризующий изменение расстояния $r(t)$ между космическими объектами:

$$r(t) = r_0 a(t).$$

Здесь r_0 — расстояние в некоторый фиксированный момент времени, принимаемое за эталонный.

Таким образом, выше мы представили в очень сжатом виде установившуюся концепцию в современной космологии о возникновении Вселенной и этапах ее эволюции для того, чтобы, как сказано вначале, более конкретно обсуждать эту концепцию, обращаясь к конкретным ее пунктам, а также представлять к рассмотрению собственные космологические модели Вселенной, не имеющей Начала, но с учетом твердо установленных фактов в современной космологии.

Сразу скажем, что описанная выше картина происхождения и развития Вселенной вызывает определенные вопросы к ней и ставит некоторые проблемы. Во-первых, о времени Большого взрыва, происшедшего, как сказано, около 14 миллиардов лет тому назад. Кто же установил и указал этот момент времени рождения Вселенной? На эту проблему впервые указал Спиноза вопросом о том, где те часы, по которым Бог выбрал момент времени сотворения Мира. Еще вопрос в теории Большого взрыва вызывает сама концепция рождения Вселенной из Ничего. На это естественно спросить: а что Было, когда Ничего не было? В этом и вскрывается противоречие, которое содержится в концепции о рождении Мира из Ничего.

Некоторые современные виднейшие российские физики-теоретики, например акад. В. Л. Гинзбург и проф. Ю. С. Владимиров, видя указанные выше проблемы в современной теории Большого взрыва, полагают, что Вселенная существовала всегда и не было никакого Начала [Владимиров, 2021].

Указанные выше вопросы и проблемы, содержащиеся в теории Большого взрыва, и многие другие побуждают к разработке новых космологических моделей, свободных от указанных выше проблем и противоречий и учитывающих установленные наблюдаемые данные.

Мы здесь и предлагаем космологическую модель вечной Вселенной, бесконечной во времени как в прошлом, так и в будущем, существовавшей всегда и без начальной сингулярности.

Постановка задачи

В качестве основной компоненты в космологической модели, определяющей принципиальные ее свойства, мы взяли, как сказано вначале, нелинейное дираковское спинорное поле, которое здесь иногда мы будем называть квинтэссенцией.

Оно определяется лагранжианом

$$L(\psi) = \frac{\hbar c}{2}\left[\nabla_k\overline{\psi}\gamma^k\psi - \overline{\psi}\gamma^k\nabla_k\psi - 2\mu\overline{\psi}\psi + \beta(\overline{\psi}\psi)^n\right], \quad \mu = \frac{mc}{\hbar}. \tag{2}$$

Здесь $\psi(x^k)$ — 4-компонентная спинорная функция, $\overline{\psi}(x^k)$ — дираковски сопряженный спинор, $\nabla_k\psi$ — ковариантная производная спинорной функции, $\beta(\overline{\psi}\psi)^n$ — нелинейный член самодействия спинорного поля, β — константа взаимодействия, n — рациональное число, $\mu = \dfrac{mc}{\hbar} = \lambda_C^{-1}$, где λ_C — комптоновская длина волны квантовых спинорных частиц, m — их масса.

Далее, γ_k — матрицы Дирака риманова пространства, удовлетворяющие условию фундаментальной связи пространства и спина:

$$\gamma_i\gamma_k + \gamma_k\gamma_i = 2g_{ik}I, \tag{3}$$

где I — 4-рядная единичная матрица.

Ковариантная производная $\nabla_k\psi$ спинорной функции по определению равна

$$\nabla_k\psi = \partial_k\psi - \Gamma_k\psi, \tag{4}$$

где Γ_k — коэффициенты спинорной связности, которые при учете условия связи (3) и условия метричности ($\nabla_k g_{im} = 0$) вычисляются по формуле [Кречет, 1986]

$$\Gamma_i = -\frac{1}{4}\gamma^m\left(\partial_i\gamma_m - \Gamma^k_{im}\gamma_k\right), \tag{5}$$

где Γ^k_{im} — коэффициенты связности аффинно-метрического пространства.

В случае риманова пространства $\Gamma^k_{im} = \left\{{k \atop i,m}\right\}$, где $\left\{{k \atop i,m}\right\}$ — символы Кристоффеля.

На классическом уровне спинорное поле может описывать, как упоминалось выше, сплошную среду с внутренними степенями свободы.

Современные астрономические данные свидетельствуют о том, что в больших масштабах ($l > 200$ Мпк) наблюдаемая Вселенная однородна, и чем ближе к Началу, тем масштаб неоднородности быстрее уменьшается. Поэтому строятся в основном однородные и изотропные космологические модели.

Кроме того, те же астрономические данные свидетельствуют о том, что 3-мерное пространство Вселенной плоское, эвклидово. Поэтому метрика однородной изотропной космологической модели с плоским 3-мерным пространством есть метрика Фридмана – Робертсона – Уокера (ФРУ), которая в сферических координатах имеет вид (в сигнатуре $+++-$)

$$dS^2 = a^2(t)dr^2 + a^2(t)r^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2\right) - dt^2. \tag{6}$$

Здесь масштабный фактор $a(t)$ является метрическим коэффициентом и определяется из решений совместной системы уравнений гравитационного и спинорного полей в пространстве-времени с метрикой (6):

$$R_{ik} - \frac{1}{2}Rg_{ik} = æT_{ik}(\psi), \quad \gamma^k\nabla_k\psi + \mu\psi - \frac{1}{2}n(\overline{\psi}\psi)^{n-1}\psi = 0.$$

Здесь $T_{ik}(\psi)$ — тензор энергии-импульса спинорного поля:

$$T_{ik}(\psi) = \frac{\hbar c}{4}\left[\nabla_i\overline{\psi}\gamma_k\psi + \nabla_k\overline{\psi}\gamma_i\psi - \overline{\psi}\gamma_i\nabla_k\psi - \overline{\psi}\gamma_k\nabla_i\psi\right] + \frac{\hbar c}{2}\beta(n-1)(\overline{\psi}\psi)^n g_{ik}. \tag{7}$$

Матрицы Дирака γ_i в пространстве-времени с метрикой (6) с учетом условия (3) имеют вид

$$\gamma_1 = a(t)\overset{0}{\gamma}_1, \quad \gamma_2 = a(t)r\overset{0}{\gamma}_2, \quad \gamma_3 = a(t)r\sin\theta\overset{0}{\gamma}_3, \quad \gamma_4 = \overset{0}{\gamma}_4, \tag{8}$$

где $\overset{0}{\gamma}_i$ — матрицы Дирака пространства Минковского.

С использованием формул (4), (5), (8) выписываем нелинейное спинорное уравнение в пространстве-времени с метрикой (6):

$$\overset{0}{\gamma}_4\left(\frac{d\psi}{dt} + \frac{3\dot{a}}{a}\psi\right) + \frac{1}{ra}\overset{0}{\gamma}_1\psi - \frac{\cos\theta}{ra\sin\theta}\overset{0}{\gamma}_2\psi - \mu\psi + \frac{\beta}{2}n(\overline{\psi}\psi)^{n-1}\psi = 0. \tag{9}$$

Одним из интегралов этого уравнения является решение для скалярного инварианта $\overline{\psi}\psi$:

$$\overline{\psi}\psi = \frac{s_0}{a^3(t)}, \quad s_0 = \text{const}.$$

Здесь константа s_0 соответствует значению скаляра $\overline{\psi}\psi$ в момент времени, когда $a(t) = 1$, то есть когда расстояния между объектами Вселенной равны эталонному r_0.

Теперь по формуле (7) с использованием уравнения спинорного поля (9) находим компоненты тензора энергии-импульса $T_{ik}(\psi)$:

$$T_1^1 = T_2^2 = T_3^3 = \frac{\hbar c}{2}\beta(1-n)\left(\frac{s_0}{a^3}\right)^n, \quad T_4^4 = \frac{\hbar c}{2}\left[\beta\left(\frac{s_0}{a^3}\right)^n - 2\mu\frac{s_0}{a^3}\right].$$

Как сказано выше, нелинейное спинорное поле (2) является у нас основной компонентой, определяющей характер эволюции вечной Вселенной без начальной сингулярности, но поскольку, как указывают астрономические данные, материя Вселенной многокомпонентна, то и мы будем учитывать в построенных космологических моделях наличие дополнительных компонент.

Известно, что почти все компоненты материи хорошо моделируются идеальной жидкостью с баротропным уравнением состояния $p = w\varepsilon$ ($w = \text{const}$), где коэффициент баротропности w

принимает различные значения для разных компонент: для пылевидной материи, соответствующей свойствам темной материи, $w = 0$; для излучения $w = 1/3$; для темной энергии $w = -1$ или $(-1 < w < 0)$ и т. д.

Для данного типа сплошной среды локальный закон сохранения $T^k_{i;k} = 0$ в рассматриваемой космологической модели имеет вид

$$\dot{\varepsilon} + \frac{3\dot{a}}{a}(w+1)\varepsilon = 0.$$

При интегрировании этого уравнения получим

$$\varepsilon = \varepsilon_0 a^{-3(w+1)}, \quad \varepsilon_0 = \mathrm{const},$$

а компоненты тензора энергии-импульса определяются соотношением

$$T^i_k = \varepsilon\,\mathrm{diag}(1, -w, -w, -w).$$

В результате гравитационные уравнения для рассматриваемой космологической модели запишутся в виде

$$\begin{gathered} 3\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{æ\hbar c}{2}\left[\frac{2\mu s_0}{a^3} - \beta\left(\frac{s_0}{a^3}\right)^n\right] + æ\left[\sum_{i=1}^{k}\frac{\varepsilon_{0i}}{a^{3(w_i+1)}}\right], \\ 2\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{æ\hbar c}{2}\beta\frac{(n-1)s_0^n}{a^{3n}} - æ\left[\sum_{i=1}^{k}\frac{w_i\varepsilon_{0i}}{a^{3(w_i+1)}}\right]. \end{gathered} \tag{10}$$

Здесь i — номер компоненты материи космологической модели, k — число компонент, за исключением нелинейного спинорного поля, w_i — коэффициент баротропности для i-й компоненты, для наших целей следует принять $\beta > 0$.

Левые части уравнений (10) представляют собой компоненты тензора Эйнштейна:

$$G^i_k = R^i_k - \frac{1}{2}R\delta^i_k, \quad G^4_4 = 3\frac{\dot{a}^2}{a^2}, \quad G^1_1 = G^2_2 = G^3_3 = 2\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2}.$$

Для того чтобы наглядно представить принципиальную роль нелинейного спинорного поля, рассмотрим сначала данную космологическую модель с одним этим полем. Поэтому систему уравнений (10) редуцируем, оставляя в правой части только тензор энергии импульса нелинейного спинорного поля:

$$\begin{gathered} 3\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{æ\hbar c}{2}\left[\frac{2\mu s_0}{a^3} - \beta\left(\frac{s_0}{a^3}\right)^n\right], \\ 2\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{æ\hbar c}{2}\beta(n-1)\left(\frac{s_0}{a^3}\right)^n. \end{gathered} \tag{11}$$

Поскольку левая часть в первом уравнении системы (11) положительно определена, то необходимо, чтобы $\dfrac{2\mu}{\beta} \geq \left(\dfrac{s_0}{a^3}\right)^{n-1}$, и $\dot{a} = 0$ при $\dfrac{2\mu}{\beta} = \left(\dfrac{s_0}{a^3}\right)^{n-1}$.

Кроме того, при $\dot{a} = 0$ из (11) имеем

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \beta\frac{æ\hbar c}{4}(n-1)\left(\frac{s_0}{a^3}\right)^n. \tag{12}$$

Поэтому при $n > 1$ $\ddot{a} > 0$, когда $\dot{a} = 0$, то есть при $\dot{a} = 0$ имеем минимум для функции $a(t)$. Из этого следует, что при $n > 1$ масштабный фактор $a(t)$ не может обратиться в нуль. Отсюда можно сделать предположение, что, когда $n > 1$, в космологической модели отсутствует сингулярность, а представленные ниже отдельные космологические модели при условии $n > 1$ подтверждают это предположение.

Кроме того, из системы (11) с учетом (12) получаем еще одно неравенство:

$$\frac{6\ddot{a}}{a} > \frac{æ\hbar c}{2}\beta\left(\frac{s_0}{a^3}\right)^{n-1} 3(n-1).$$

Из этого следует, что при $n > 1$ вторая производная $\ddot{a}$ всегда положительна во всем интервале $(-\infty < t < +\infty)$ и что кривая функции $a(t)$ всюду вогнута и нигде не пересекает и не касается оси абсцисс Ot.

Подтверждает предположение об отсутствии сингулярности в рассматриваемой космологической модели и фазовый портрет уравнения второго порядка в (11) при $n = 2$, полученный путем компьютерного моделирования (рис. 1). Этот фазовый портрет показывает, что фазовые траектории не проходят через точку $a = 0$ и проходят правее этой точки, где $a > 0$.

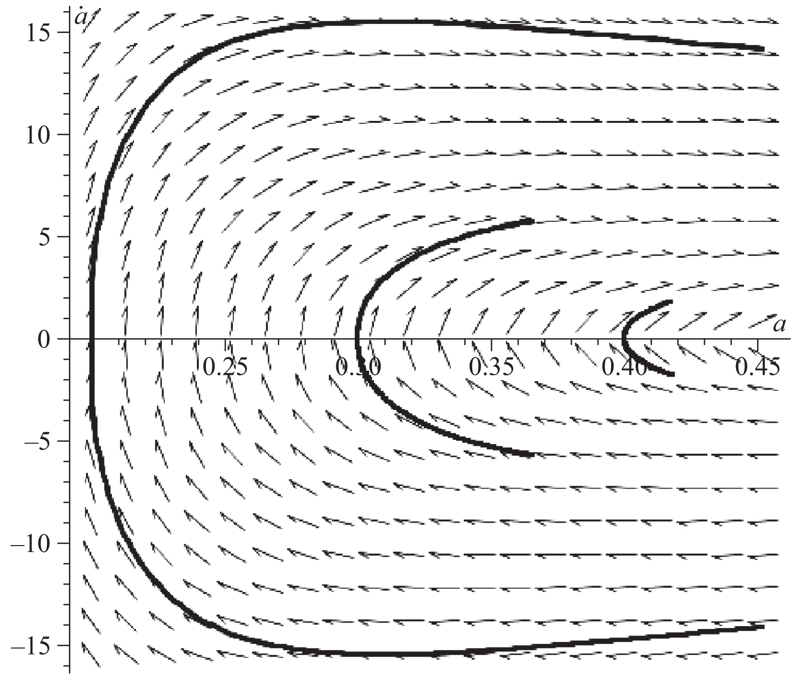

Рис. 1. Фазовый портрет уравнения (11), то есть зависимость da/dt от a при различных начальных условиях (константе интегрирования) $a(0) = 0.2, 0.3, 0.4$ (слева направо), безразмерной константе взаимодействия $\sigma = 2.0$ и степени нелинейности $n = 2$. Видно, что фазовые кривые для любого $a(0) > 0$ не обращаются в ноль (не пересекают вертикальную ось)

Для определения функции $a(t)$ достаточно использовать только 1-е уравнение системы (11) — уравнение 1-го порядка, в котором сначала перейдем к безразмерным величинам — к безразмерному времени $\tau = \sqrt{\frac{æ\hbar c}{6}}\mu^2 ct$ и безразмерной константе взаимодействия $\sigma = \beta s_0/\mu^4$, и при этом должно быть $\sigma \geq 2$. В результате с учетом (12) это уравнение примет вид

$$\left(\frac{1}{a}\frac{da}{d\tau}\right)^2 = \frac{2}{a^3} - \frac{\sigma}{a^{3n}}, \quad -\infty < \tau < +\infty, \quad \sigma \geq 2, \quad n > 1. \tag{13}$$

Результаты и выводы

Пусть $n = 2$. Тогда решение уравнения (13) следующее:

$$a^3 = \frac{\sigma}{2} + \frac{9}{2}\tau^2. \tag{14}$$

Здесь $a_{\min} = a(0) = \left(\frac{\sigma}{2}\right)^{1/3}$. В результате, если $\sigma = 2$, что соответствует условию на σ в (13), $a_{\min} = a(0) = 1$, и в соответствии с 1 масштаб расстояний в этом минимуме совпадает с эталонным r_0, за который мы здесь приняли комптоновскую длину волны λ_C спинорных частиц, равную комптоновской длине нуклонов ($\lambda \approx 10^{-13}$ см). А такие масштабы расстояний соответствуют периоду конфайнмента кварков и образования адронов. После этого, как говорилось выше, при последующем расширении Вселенной начинается уже радиационная эра, то есть эпоха горячей Вселенной.

Таким образом, строящаяся здесь космологическая модель Вселенной при выбранных исходных параметрах близка к реальной, но при этом не имеет Начала.

При малых значениях времени от начала расширения, то есть при $0 < \tau \ll \sigma$, $a(t) \sim \tau^2$, но это соответствует, ввиду соотношения $\tau \sim 10^3 t$, очень малым значениям времени — доли миллисекунды от начала расширения, а затем уже через десятые доли секунды, что соответствует уже большим значениям $\tau \sim 10^2$–10^3, масштабный фактор $a(t) \sim t^{2/3}$, то есть наличествует уже закон расширения фридмановской космологической модели с пылевидной материей.

Вместе с тем, как показывает формула (14), при отрицательных временах из прошлого до момента $\tau = 0$, когда $a(t) = a_{\min}$, шел симметричный процесс сжатия.

Теперь рассмотрим космологическую модель, в которой, кроме управляющего процессом эволюции нелинейного спинорного поля, есть еще одна компонента — темная энергия, определяемая космологической константой Λ при показателе нелинейности $n = 2$. В этом случае решение системы космологических уравнений (10) сводится к интегралу

$$\int \frac{a^2 da}{\sqrt{\lambda^2 a^6 + 2a^3 - \sigma}} = \int d\tau. \tag{15}$$

Здесь λ — обезразмеренная космологическая константа Λ: $\lambda^2 = \frac{2\Lambda}{æ\hbar c\mu^4}$, так что при $\Lambda \approx 10^{-56}$ см$^{-2}$, как дают космологические оценки, $\lambda^2 \approx 10^{-42}$, $\lambda \approx 10^{-21}$.

Решая интеграл (15), получим формулу для масштабного фактора $a(t)$:

$$a^3 = \frac{\sqrt{1 + \sigma\lambda^2}}{\lambda^2}\cosh(3\lambda\tau) - \frac{1}{\lambda^2}. \tag{16}$$

При этом $a(\tau)_{\min} = \left[\frac{1}{\lambda^2}\left(\sqrt{1 + \sigma\lambda^2} - 1\right)\right]^{1/3}$ и $a_{\min} = a(0)$.

Учитывая, что $\lambda^2 \approx 10^{-42}$, с очень высокой точностью получается, что $a_{\min} = \left(\frac{1}{2}\sigma\right)^{1/3}$. Так что при $\sigma = 2$ $a_{\min} = 1$, как и в предыдущем случае.

А такое значение $a(\tau)_{\min}$, как мы показали, соответствует адронной эре в эволюции Вселенной.

Далее при очень малых временах от начала расширения, когда $\lambda\tau \ll 1$, закон расширения будет иметь вид

$$a^3(\tau) = \frac{\sigma}{2} + \frac{9}{2}\tau^2,$$

что совпадает с формулой (14) для закона расширения без наличия темной энергии.

Поэтому, как мы показали выше, при очень малых промежутках времени в течение нескольких миллисекунд $a(\tau) \sim \tau^2$, а затем через десятые доли секунды вплоть до времени, когда $\lambda\tau \sim 1/3$, что соответствует космологическому времени $t \sim 10^{18}$ с, то есть в течение 10 миллиардов лет, расширение шло по закону $a(t) \sim t^{2/3}$, то есть по закону фридмановской модели с пылевидной материей с отрицательным ускорением.

Но затем, когда $\lambda\tau$ превысит значение $1/3$, то есть после 10 миллиардов лет, процесс расширения переходит к экспоненциальному закону $a(\tau) \sim e^{3\lambda\tau}$, то есть начинается период инфляции, что и наблюдается в современную эпоху.

Удивительно то, что в представленной космологической модели переход к инфляции начал происходить после 10 миллиардов лет расширения, то есть около 4-х миллиардов лет тому назад, в полном соответствии с астрономическими оценками! (Напомним, что, по современным астрономическим данным, возраст Вселенной оценивается в 14 миллиардов лет.)

При этом описанному здесь процессу расширения предшествует, как показывает формула (16), процесс сжатия до $a(\tau) = a_{\min} \neq 0$ из бесконечно далекого прошлого при отрицательных по отношению к точке $\tau = 0$ временах, в точно обратном режиме — от экспоненциально быстрого сжатия, сменяющегося степенным, аналогичным с режимом расширения, но при τ, меняющемся от $-\infty$ до нуля, так что кривая зависимости $a(\tau)$ полностью симметрична относительно вертикальной оси $(0, a)$.

Теперь рассмотрим вариант, когда дополнительной компонентой кроме квинтэссенции является ультрарелятивистский газ, или излучение, что соответствует значению коэффициента баротропности $w = 1/3$.

В этом случае уравнение для определения функции $a(\tau)$ будет иметь вид

$$\left(\frac{1}{a}\frac{da}{d\tau}\right)^2 = \frac{2}{a^3} - \frac{\sigma}{a^{3n}} + \frac{\rho}{a^2}. \tag{17}$$

Здесь ρ — обезразмеренная плотность энергии излучения:

$$\rho = \frac{\varepsilon_0}{\mu^4 \hbar c} \approx 3,$$

где ε_0 — плотность излучения при $a(\tau) = 1$, которая, по космологическим оценкам, равна $\varepsilon_0 \approx 3 \times 10^{30}$ эрг/см^3.

В предыдущих двух вариантах мы брали показатель нелинейности $n = 2$. Здесь для интегрирования уравнения (16) в элементарных функциях подходит случай $n = 5/3$, который вместе с тем наиболее близок к $n = 2$.

Тогда решение уравнения (17) сводится к интегралу

$$\int \frac{a^{3/2}da}{\sqrt{2a^2 + \rho a - \sigma}} = \int d\tau, \quad -\infty < \tau < +\infty, \quad a(0) = a_{\min}. \tag{18}$$

Здесь $a_{\min} = \frac{1}{4}\left(\sqrt{\rho^2 + 8\sigma} - \rho\right)$, так что при $\sigma = 2$ $a_{\min} = \frac{1}{2}$.

При выбранных здесь значениях исходных параметров получается, что $a(\tau) \sim \tau^{2/3}$ при $t > 0.1$ с, то есть имеем опять закон расширения фридмановской модели.

Чтобы получить решение этого интеграла в элементарных функциях, сделаем преобразование временной переменной τ: $\frac{d\tau}{dx} = a^{3/2}$, где x — новая временная переменная.

В результате получается следующее решение для функции $a(x)$:

$$a(x) = \sqrt{\frac{\rho^2}{16} + \frac{\sigma}{2}\cosh(\sqrt{2}x)} - \frac{\rho}{4}.$$

Ниже мы приведем графические представления развития предложенных выше космологических моделей, полученных как результаты компьютерных исследований соответствующих космологических уравнений системы (10).

На рис. 2 (как результат компьютерных исследований) графически представлено развитие космологической модели, описываемой интегралом (18), в которой кроме основной компоненты (нелинейного спинорного поля) присутствует излучение, являющееся доминирующей компонентой материи Вселенной в начале периода горячей Вселенной, при различных значениях константы взаимодействия $\sigma > 2$.

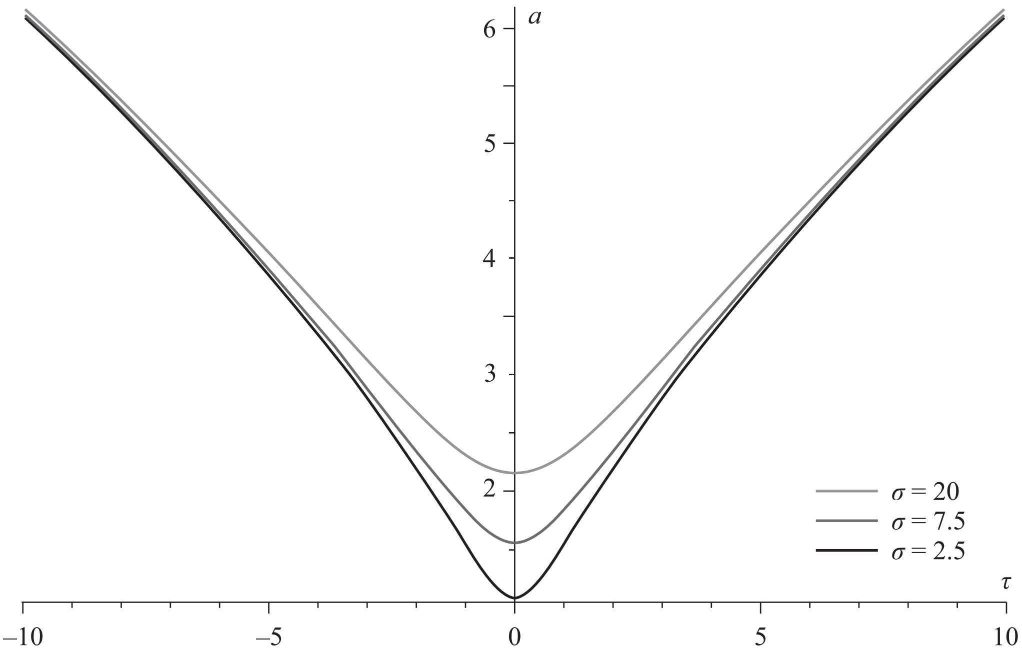

Рис. 2. Зависимость масштабного фактора Вселенной с метрикой (6) a от безразмерного времени τ в космологических моделях, в которых кроме основной компоненты — нелинейного спинорного поля — присутствует излучение при различной величине безразмерной константы взаимодействия $\sigma = \beta s_0/\mu^4$, равной 20, 7.5, 2.5

Видно, что во всех случаях имеется регулярный минимум масштабного фактора $a(\tau)$: $a_{\min} = a(0) > 0$, и значение $a_{\min}$ растет с увеличением константы взаимодействия σ.

В ближайшей окрестности времени от $t = 0$ (-1 с $< t <$ 1 с), то есть от $a_{\min}$, закон изменения $a(\tau)$ квадратичный: $a(\tau) \sim \tau^2$, а затем при $t > 1$ с эволюция космологической модели переходит в режим фридмановских космологических моделей, когда $a(\tau) \sim \tau^{2/3}$, с отрицательным ускорением.

Интересно, что все кривые функции $a(\tau)$ при разных значениях константы взаимодействия $\sigma > 2$ в асимптотике при больших временах сливаются в одну, что снимает вопрос о конкретной величине константы взаимодействия σ.

На рис. 3 (как результат компьютерных исследований) графически представлено развитие космологической модели, описываемой формулой (16), в которой кроме основной компоненты (нелинейного спинорного поля) присутствует еще и темная энергия, определяемая космологической константой Λ, приводящая в асимптотике времени к ускоренному расширению Вселенной.

В этой космологической модели также есть регулярный минимум $a_{\min} > 0$, а начальный режим расширения совпадает с режимом расширения космологической модели, представленной на рис. 2, то есть с фридмановским режимом, который здесь через 10 миллиардов лет сменяется

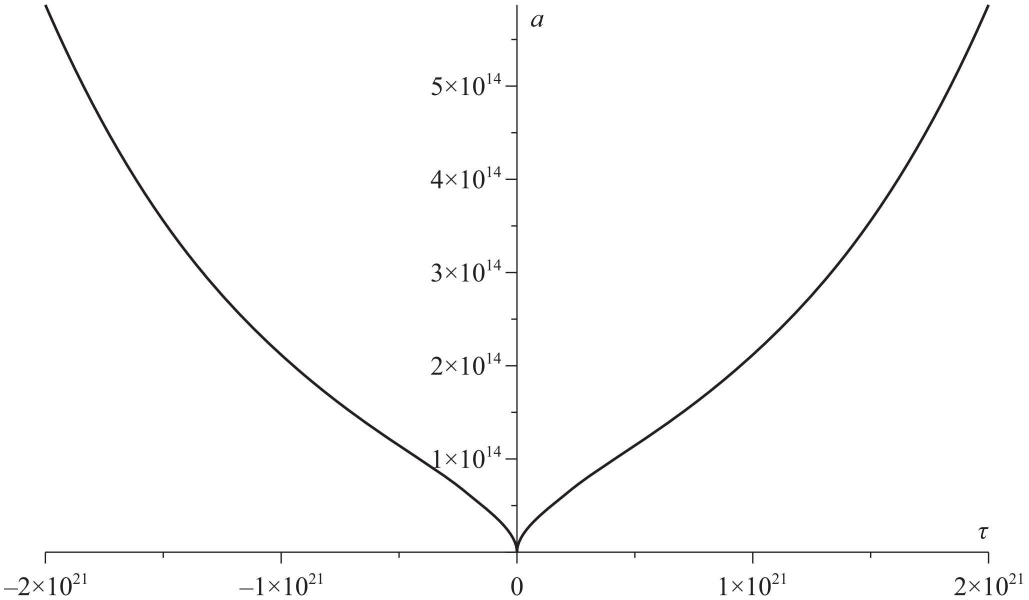

Рис. 3. Зависимость масштабного фактора Вселенной с метрикой (6) a от безразмерного времени τ в космологической модели, в которой присутствует темная энергия, определяемая космологической константой Λ, величина безразмерной константы взаимодействия $\sigma = 2.0$

на ускоренный в полном соответствии с установленными астрономическими данными наблюдений.

Мы можем далее приводить другие варианты космологических моделей Вселенной, существовавшей всегда и развивающейся из бесконечно далекого прошлого при $t < 0$, и которая, проходя через регулярный минимум при $t = 0$, вновь расширяется при $t > 0$.

Но мы считаем, что наилучшей космологической моделью с такими свойствами является предложенная выше, описываемая уравнением (16).

В ней кроме нелинейного дираковского спинорного поля (квинтэссенции), определяющего принципиальные свойства космологической модели с отсутствием начальной сингулярности и развивающейся из бесконечно далекого прошлого, наличествует еще и темная энергия в качестве космологической константы Λ.

Режим расширения в этой модели очень хорошо совпадает с характером расширения реальной Вселенной, как он установлен в результате астрономических наблюдений. В нашей модели, как и в реальности, уже через секунду после начала расширения Вселенная эволюционирует в соответствии с фридмановской моделью с пылевидной материей по закону $a(t) \sim t^{2/3}$ в течение около 10 миллиардов лет, переходя затем к экспоненциальному закону расширения около 4 миллиардов лет назад, то есть в полном соответствии с современными космологическими оценками.

Нам кажется, что такие совпадения не могут быть случайными.

Здесь еще следует отметить, что в нашей модели нелинейное дираковское поле с нелинейностью $\beta\left(\overline{\psi}\psi\right)^n$, определяющее принципиальные свойства модели, имеет показатель нелинейности $n = 2$. Но с таким показателем нелинейности соответствующее спинорное уравнение является уравнением Дирака с кубической нелинейностью и называется уравнением Иваненко–Гейзенберга, по имени авторов — известных физиков-теоретиков, впервые предложивших подобное обобщение линейного уравнения Дирака. Такое уравнение в данном случае будет иметь вид

$$\gamma^k \nabla_k \psi + \mu\psi - \beta\left(\overline{\psi}\psi\right)\psi = 0. \tag{19}$$

Подобное уравнение было использовано В. Гейзенбергом как исходное фундаментальное уравнение для построения единой спинорной теории материи [Гейзенберг, 1968].

Знаменательный факт, что одно и то же уравнение типа (19) явилось фундаментальной основой для построения теории для двух фундаментальных физических объектов — материи и, в данной работе, Вселенной без Начала, развивающейся из бесконечно далекого прошлого.

С физической точки зрения интересен граничный случай, когда $n = 1$. Если рассмотреть потенциальную часть лагранжиана спинорного поля (2):

$$L(\psi)_{pot} = \frac{\hbar c}{2}\left[-2\mu\overline{\psi}\psi + \beta(\overline{\psi}\psi)^n\right], \quad \mu = \frac{mc}{\hbar},$$

то при $n = 1$ этот лагранжиан примет вид

$$L(\psi)_{pot} = \frac{\hbar c}{2}\left[-2\left(\mu - \frac{\beta}{2}\right)\overline{\psi}\psi\right].$$

В результате при $\beta > 0$ получается непосредственно уменьшение массы у спинорного поля на величину $\frac{\hbar}{c}\frac{\beta}{2}$, а само уравнение спинорного поля будет иметь вид

$$\gamma^k\nabla_k\psi + (\mu - \beta/2)\,\overline{\psi} = 0.$$

Возможно, таким механизмом самодействия спинорного поля при $n = 1$ можно объяснить малую массу нейтрино, причем если $\beta/2 = \mu$, то имеем безмассовое спинорное поле.

Впрочем, эффективное изменение массы спинорного поля будет происходить и при $n \neq 1$.

В этом случае потенциальную часть спинорного лагранжиана можно переписать в виде

$$L(\psi)_{pot} = \frac{\hbar c}{2}\left[-2\left(\mu - \frac{\beta}{2}(\overline{\psi}\psi)^{n-1}\right)\overline{\psi}\psi\right].$$

В этом случае изменение массы нейтрино будет коррелировать с расстоянием от источника излучения нейтрино. Возможно, такой эффект может быть и у электрона.

Интересно это было бы проверить экспериментально. Правда, на этот возможный эффект будет накладываться эффект осцилляций нейтрино.

Авторы благодарят рецензента за сделанные ценные замечания и интересные предложения.

Список литературы (References)

Вайнберг С. Первые три минуты: современный взгляд на происхождение Вселенной. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000. — 272 с.

Weinberg S. The first three minutes: a modern view of the origin of the Universe. — New York: Basic Books, 1993. Updated ed. — 224 p. (Russ. ed.: *Vaynberg S.* Pervye tri minuty: sovremennyj vzglyad na proiskhozhdenie Vselennoy. — Izhevsk: NIC “Regulyarnaya i haoticheskaya dinamika”, 2000. — 272 p.)

Владимиров Ю. С. Реляционная картина мира. Книга 1: Реляционная концепция геометрии и классической физики. — М.: УРСС, 2021. — 224 с.

Vladimirov Yu. S. Relyacionnaya koncepciya geometrii i klassicheskoj fiziki [The relational concept of geometry and classical physics]. — Moscow: URSS, 2021. — 224 p. (in Russian).

Гейзенберг В. Введение в единую полевую теорию элементарных частиц. — М.: Мир, 1968. — 239 с.

Heisenberg W. Introduction to the unified field theory of elementary particles. — London, New York and Sydney: Interscience Publishers, a Division of John Wiley & Sons, 1966. — 177 p. (Russ. ed.: *Geizenberg V.* Vvedenie v edinuyu polevuyu teoriyu elementarnyh chastic. — Moscow: Mir, 1968. — 239 p.)

Коганов А. В., Кречет В. Г. Введение барионных струн в модель структуры спиральных галактик // Компьютерные исследования и моделирование. — 2012. — Т. 4, № 3. — С. 597–612.

Koganov A. V., Krechet V. G. Vvedenie barionnyh strun v model struktury spiralnyh galaktik [The introduction of baryon string in the model of spiral galaxies structure] // Computer Research and Modeling. — 2012. — Vol. 4, No. 3. — P. 597–612 (in Russian).

Кречет В. Г. Спинорный анализ и физические свойства фермионов // Известия высших учебных заведений. Физика. — 1986. — Т. 29, № 10. — С. 20–25.

Krechet V. G. Spinornyj analiz i fizicheskie svoystva fermionov [Spinor analysis and physical properties of fermions] // Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Fizika. — 1986. — Vol. 29, No. 10. — P. 20–25 (in Russian).

Сажин М. В. Современная космология в популярном изложении. — М.: Едиториал УРСС, 2002. — 240 с.

Sazhin M. V. Sovremennaya kosmologiya v populyarnom izlozhenii [Modern cosmology in the popular presentation]. — Moscow: Editorial URSS, 2002. — 240 p. (in Russian).