

УДК: 331.5, 517.9

## Моделирование численности занятого, безработного и экономически неактивного населения Дальнего Востока России

М. Ю. Хавинсон<sup>1,a</sup>, А. С. Лосев<sup>2,b</sup>, М. П. Кулаков<sup>1,c</sup>

<sup>1</sup>Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН,  
Россия, 679016, г. Биробиджан, ул. Шолом-Алейхема, д. 4

<sup>2</sup>Институт прикладной математики ДВО РАН,  
Россия, 690041, г. Владивосток, ул. Радио, д. 7

E-mail: <sup>a</sup> havinson@list.ru, <sup>b</sup> a.s.losev@yandex.ru, <sup>c</sup> k\_matvey@mail.ru

*Получено 16.11.2020, после доработки — 12.01.2021.*

*Принято к публикации 02.02.2021.*

Исследования кризисной социально-демографической ситуации на Дальнем Востоке требуют не только применения традиционных статистических методов, но и концептуального анализа возможных сценариев развития, основанного на принципах синергетики. Статья посвящена моделированию численности занятого, безработного и экономически неактивного населения Дальнего Востока на основе нелинейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Рассмотрена базовая нелинейная математическая модель, основанная на принципе парных взаимодействий и являющаяся частным случаем модели борьбы условных информаций по Д. С. Чернавскому. Методом наименьших квадратов, адаптированным для данной модели, найдены точечные оценки параметров, характеризующих динамику численностей занятых, безработных и экономически неактивного населения Дальнего Востока России за 2000–2017 гг. Средняя ошибка аппроксимации составила не более 5.17 %. Полученная точечная оценка параметров в асимптотическом случае соответствует неустойчивому фокусу (расходящимся колебаниям оцениваемых показателей численности), что свидетельствует, в аспекте проведенного моделирования, о постепенном увеличении диспропорций между рассматриваемыми группами населения и обвале их динамики в инерционном сценарии. Обнаружено, что в окрестности инерционного сценария формируется нерегулярная хаотическая динамика, что усложняет возможность эффективного управления. Установлено, что изменение лишь одного параметра в модели (в частности, миграционного) при отсутствии структурных социально-экономических сдвигов может лишь отсрочить обвал динамики в долгосрочной перспективе либо привести к появлению сложно предсказуемых режимов (хаоса). Найдены другие оценки параметров модели, соответствующие устойчивой динамике (устойчивому фокусу), которая неплохо согласуется с реальной динамикой численности рассматриваемых групп населения. Согласно исследованной математической модели бифуркационными являются параметры, характеризующие темпы оттока трудоспособного населения, рождаемость (омоложение населения), а также темп миграционного притока безработных. Показано, что переход к устойчивому сценарию возможен при одновременном воздействии на несколько этих параметров, что требует сложного комплекса мероприятий по закреплению населения Дальнего Востока России и роста уровня их доходов, в пересчете на компенсацию инфраструктурной разреженности. Для разработки конкретных мер в рамках государственной политики необходимы дальнейшие экономические и социологические исследования.

Ключевые слова: занятые, безработные, экономически неактивное население, Дальний Восток России, нелинейная динамика, обыкновенные дифференциальные уравнения

Работа выполнена в рамках государственного задания Института комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН.

UDC: 331.5, 517.9

## Modeling the number of employed, unemployed and economically inactive population in the Russian Far East

M. Yu. Khavinson<sup>1,a</sup>, A. S. Losev<sup>2,b</sup>, M. P. Kulakov<sup>1,c</sup>

<sup>1</sup>Institute for Complex Analysis of Regional Problems, Far Eastern Branch of RAS,  
4 Sholom-Aleikhem st., Birobidzhan, 679016, Russia

<sup>2</sup>Institute for Applied Mathematics, Far Eastern Branch of RAS,  
7 Radio st., Vladivostok, 690041, Russia

E-mail: <sup>a</sup> havinson@list.ru, <sup>b</sup> a.s.losev@yandex.ru, <sup>c</sup> k\_matvey@mail.ru

*Received 16.11.2020, after completion — 12.01.2021.*

*Accepted for publication 02.02.2021.*

Studies of the crisis socio-demographic situation in the Russian Far East require not only the use of traditional statistical methods, but also a conceptual analysis of possible development scenarios based on the synergy principles. The article is devoted to the analysis and modeling of the number of employed, unemployed and economically inactive population using nonlinear autonomous differential equations. We studied a basic mathematical model that takes into account the principle of pair interactions, which is a special case of the model for the struggle between conditional information of D. S. Chernavsky. The point estimates for the parameters are found using least squares method adapted for this model. The average approximation error was no more than 5.17%. The calculated parameter values correspond to the unstable focus and the oscillations with increasing amplitude of population number in the asymptotic case, which indicates a gradual increase in disparities between the employed, unemployed and economically inactive population and a collapse of their dynamics. We found that in the parametric space, not far from the inertial scenario, there are domains of blow-up and chaotic regimes complicating the ability to effectively manage. The numerical study showed that a change in only one model parameter (e.g. migration) without complex structural socio-economic changes can only delay the collapse of the dynamics in the long term or leads to the emergence of unpredictable chaotic regimes. We found an additional set of the model parameters corresponding to sustainable dynamics (stable focus) which approximates well the time series of the considered population groups. In the mathematical model, the bifurcation parameters are the outflow rate of the able-bodied population, the fertility (“rejuvenation of the population”), as well as the migration inflow rate of the unemployed. We found that the transition to stable regimes is possible with the simultaneous impact on several parameters which requires a comprehensive set of measures to consolidate the population in the Russian Far East and increase the level of income in terms of compensation for infrastructure sparseness. Further economic and sociological research is required to develop specific state policy measures.

**Keywords:** employed, unemployed, economically inactive population, Russian Far East, nonlinear dynamics, ordinary differential equations

**Citation:** *Computer Research and Modeling*, 2021, vol. 13, no. 1, pp. 251–264 (Russian).

This work was performed in the framework of the State targets of the Institute of Complex Analysis of Regional Problem FEB RAS.

## Введение

Анализ влияния социально-экономических факторов на региональные процессы, как правило, осуществляют с помощью эконометрических методов [Полтерович, 2011; Минакир, 2014]. Преимуществами этих методов являются относительная простота, значительно развитый инструментарий и высокая степень релевантности при работе со статистическими данными. Основное достоинство статистических методов в ряде случаев является их недостатком, а именно: при анализе и моделировании переходных или неустойчивых процессов всецелая опора на данные не позволяет учесть возможность возникновения качественно иной динамики. Одним из методов анализа переходных или неустойчивых процессов является нелинейное моделирование, основанное на синергетической концепции динамики систем [Watts, Strogatz, 1998; Weidlich, 2000; Романовский, Романовский, 2012; Андреев, Семёнов, 2013; Чернавский, 2016]. В данном исследовании проводится модельный анализ изменения отдельных показателей социально-экономического и демографического развития (численность занятого, безработного и экономически неактивного населения) в контексте общей динамики развития региона с позиций синергетики.

Для моделирования региональной занятости и безработицы представляется немаловажным принять во внимание социальные взаимодействия между группами населения [Weidlich, 2000; Лаврусевич, 2007; Наумова, 2007; Bramoullé, Saint-Paul, 2010], включая и экономически неактивное население как постоянный источник пополнения занятого и безработного населения. В настоящем исследовании под социальными взаимодействиями понимается в первую очередь обмен информацией между представителями разных групп населения, приводящий к изменению занятости и безработицы.

Основным математическим инструментом изучения межличностных сетей в современной науке являются имитационные модели [Watts, Strogatz, 1998; Calvó-Armengol, 2006], с помощью которых пытаются описать всю сложность общественных взаимодействий. Аналитическое и полное численное исследование такого рода моделей практически невозможно. В настоящем исследовании предлагается упростить моделирование социальных сетей, действующих между акторами регионального рынка труда, с целью качественного описания и прогнозирования динамики численности занятого и безработного населения региона. Простые («парные») сетевые взаимодействия являются индикатором развития рынка труда и, надо полагать, мгновенно реагируют на изменение социально-экономической ситуации. Кроме того, сами социальные взаимодействия могут достаточно сильно изменить динамику занятости и безработицы, однако они не отражены в статистике и их оценка — задача социологии и моделирования.

Идея использования простой динамической модели для описания изменения занятости и безработицы в аспекте согласования спроса на рабочую силу и ее предложения реализована у А. Г. Коровкина [Коровкин, 2011], использования социальных сетей — у Y. Bramoullé и G. Saint-Paul [Bramoullé, Saint-Paul, 2010]. В развитие этого подхода в настоящей статье приводится система с тремя фазовыми переменными и более сложными социальными связями, позволяющими описать некоторые нелинейные особенности динамики численности экономически активного населения.

## Описание модели. Содержательный смысл коэффициентов уравнений

Численности занятых  $x$ , безработных  $y$  и экономически неактивного населения  $z$  являются одними из важных индикаторов развития региональной социально-экономической системы. Реализуемые в статье подходы моделирования их динамики базируются на принципе парных взаимодействий, который вышел из химической кинетики и нашел применение, в частности, в моделях живых систем [Вольтерра, 1976; Базыкин, 1985; Рубин и др., 1987; Ризниченко, Рубин, 2004; Фрисман и др., 2019], а в современных исследованиях успешно используется в изучении

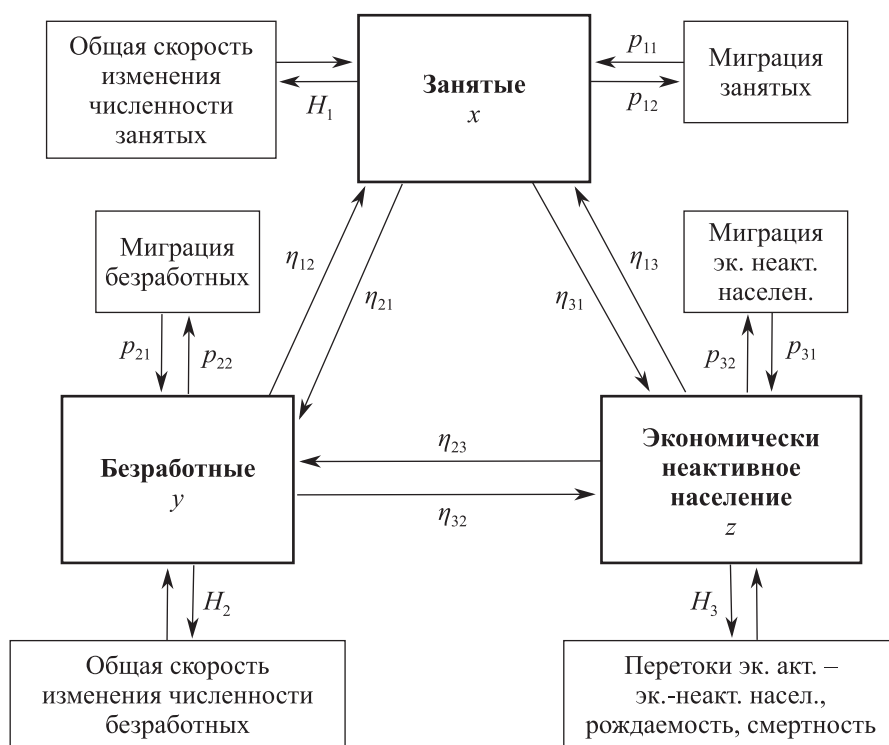


Рис. 1. Схема модели (1)

общества [Романовский, Романовский, 2012; Андреев, Семёнов, 2013; Хавинсон и др., 2013; Хавинсон, Кулаков, 2014; Khavinson, Kulakov, 2017]. В этом подходе парные взаимодействия типа  $xu$ ,  $xz$ ,  $yz$  описывают обмен информацией, во многом обусловленный социально-экономической ситуацией в регионе (коэффициенты  $\eta_{ij}$ ) (рис. 1). Коэффициенты  $\eta_{13}$ ,  $\eta_{23}$  при данных произведениях описывают эффективность (результативность) взаимодействий экономически неактивного населения с занятыми и безработными соответственно. Условно говоря,  $\eta_{13}$ ,  $\eta_{23}$  определяют долю всевозможных парных взаимодействий, которые оказали влияние на изменение занятости и безработицы за счет пополнения из экономически неактивного населения.

В общем виде модель динамики можно записать следующим образом:

$$\begin{cases} dx/dt = f_1(x) + \eta_{12}xy + \eta_{13}xz, \\ dy/dt = f_2(y) + \eta_{21}xy + \eta_{23}yz, \\ dz/dt = f_3(z) + \eta_{31}xz + \eta_{32}yz, \end{cases}$$

где  $x$  — численность занятых,  $y$  — численность безработных,  $z$  — численность экономически неактивного населения,  $f_1(x)$ ,  $f_2(y)$ ,  $f_3(z)$  — функциональные зависимости, обобщенно описывающие динамику групп населения,  $\eta_{ij}$  — коэффициенты взаимовлияния групп населения,  $i, j$  — индексы, принимающие целочисленные значения от 1 до 3,  $i \neq j$ .

Таким образом, общие функциональные зависимости должны в целом описать динамику рассматриваемых групп населения, а структурные взаимодействия населения в аспекте экономической активности моделируются нелинейными членами.

Функциональные зависимости  $f$  в настоящем исследовании имеют следующий вид:

$$du/dt = f(u) = p - Hu,$$

где  $u$  — фазовая переменная,  $t$  — переменная времени,  $p$  — параметр, обобщенно описывающий миграцию,  $H$  — параметр, характеризующий скорость изменения группы населения.

Разумеется, что для каждой группы населения параметр  $H$  будет иметь свой содержательный смысл. Так, для экономически неактивного населения он в большой степени будет отражать естественное движение населения (рождаемость, смертность), а также обобщенно описывать баланс перетоков между экономически активным и неактивным населением. Для численности занятых и безработных параметр  $H$  будет «отслеживать» изменение экономической ситуации. Для дальневосточных регионов в целом при ее улучшении и реализации крупных инвестиционных проектов будут наблюдаться прирост численности занятых и, вероятно, сокращение безработицы. В противном случае, например при постепенной ликвидации предприятий, будет увеличиваться численность безработных и сокращаться численность занятых. При этом в обобщенных параметрах неявно учитываются экономические стимулы занятости населения, например уровень заработной платы. Так, изменения социально-экономической ситуации, потребности предприятий в работниках будут непосредственно связаны с уровнем заработной платы, условиями труда, имиджем профессии и т. д. Из содержательного смысла параметров ясно, что они могут принимать и отрицательные значения.

Выбор такой зависимости для обобщенного описания динамики групп населения подтверждается не только ее простотой, но и относительно хорошей аппроксимацией численности занятых и численности населения для регионов Дальнего Востока [Неверова, Ревуцкая, 2008; Хавинсон и др., 2013; Хавинсон, Кулаков, 2014; Хавинсон, Лосев, 2019].

В итоге получаем следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} dx/dt = p_1 + H_1x + \eta_{12}xy + \eta_{13}xz, \\ dy/dt = p_2 + H_2y + \eta_{21}xy + \eta_{23}yz, \\ dz/dt = p_3 + H_3z + \eta_{31}xz + \eta_{32}yz, \end{cases} \quad (1)$$

где  $p_i$  — коэффициенты миграции,  $H_i$  — общая скорость изменения численности группы населения,  $H_3$  включает также рождаемость,  $\eta_{ij}$  — коэффициенты взаимовлияния групп населения ( $i, j = 1, 2, 3, i \neq j$ ). Схема модели приведена на рис. 1.

Согласно схеме на рис. 1 положительные значения  $\eta_{ij}$  указывает на то, что в результате взаимодействий скорость роста соответствующей части населения увеличивается, при отрицательном значении — уменьшается. При этом если  $\eta_{ij}$  и  $\eta_{ji}$  имеют разные знаки, то прибавки к скоростям от взаимодействия двух этих групп также имеют противоположные знаки, т. е. в этом случае имеет место «переток» населения из одной группы в другую вследствие обмена информацией. В этом смысле содержательно модель (1) допускает только такое соотношение параметров:  $\eta_{ij}\eta_{ji} < 0$ . Именно такие соотношения были получены в ходе параметрической идентификации. Более точное описание смысла этих и других параметров модели (1) проще пояснять, оперируя конкретными их оценками на основе реальной динамики рассматриваемых групп населения.

## Параметрическая идентификация модели на статистических данных Дальнего Востока России

На графиках рис. 2 представлена динамика численности занятых, безработных и экономически неактивного населения Дальнего Востока России с 1997 по 2017 г. [Регионы России. ...]. В целом наблюдается тенденция падения численности во всех рассматриваемых группах. Относительно резкое снижение занятых с 2015 г. и повышение численности безработных в 2007–2011 гг. связаны с кризисными явлениями, которые принципиально не повлияли на общие тенденции. С 2011 г. наблюдается повышение численности экономически неактивного населения как эффект от демографической политики стимулирования рождаемости.

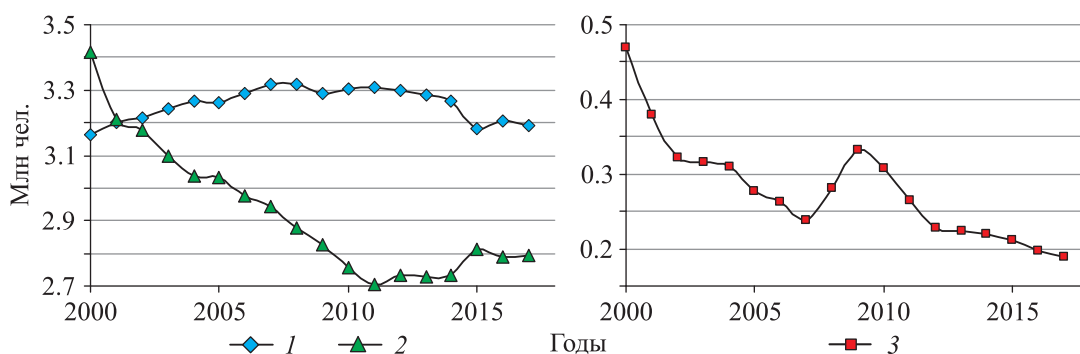


Рис. 2. Динамика численности занятых (1), экономически неактивного населения (2) и безработных (3) на Дальнем Востоке России в 2000–2017 гг.

Параметрическая идентификация модели (1) проведена в среде MathCad методом наименьших квадратов (минимизировалась сумма квадратов отклонений фактических данных от соответствующих координат точек интегральных кривых), т. е. решалась оптимизационная задача вида

$$J(u) = \mu_1 \sum_{j=1}^N (x^*(t_j) - x(t_j, u))^2 + \mu_2 \sum_{j=1}^N (y^*(t_j) - y(t_j, u))^2 + \mu_3 \sum_{j=1}^N (z^*(t_j) - z(t_j, u))^2 \rightarrow \min_{u \in D},$$

где  $u = (p_1, p_2, p_3, H_1, H_2, H_3, \eta_{12}, \eta_{13}, \eta_{21}, \eta_{23}, \eta_{31}, \eta_{32})^T$  — вектор искомых коэффициентов системы (1);  $x(t_j, u)$ ,  $y(t_j, u)$  и  $z(t_j, u)$  — решение системы (1) в момент времени  $t_j$ , полученное адаптивным методом Рунге–Кутты;  $x^*(t_j)$ ,  $y^*(t_j)$  и  $z^*(t_j)$  — фактическая численность занятых, безработных и экономически неактивного населения. Весовые коэффициенты  $\mu_i$  ( $\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 = 1$ ) выражают относительную значимость частных критериев оптимизационной задачи [Хавинсон, Кулаков, 2014; Khavinson, Kulakov, 2017].

Система (1) с набором значений параметров, наиболее хорошо описывающих статистические данные, имеет следующий вид:

$$\begin{cases} dx/dt = -0.6366 + 0.0693x - 0.0492xy + 0.0481xz, \\ dy/dt = 0.1521 - 9.0708y + 2.1059xy + 0.543yz, \\ dz/dt = -0.0016 + 0.2079z - 0.0424xz - 0.2912yz. \end{cases}$$

Как видно из значений параметров  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$ , наиболее сильный миграционный отток наблюдается среди занятого населения, значительно меньший отток — среди экономически неактивного населения. Соотношения параметров  $p_1$  и  $p_3$  косвенно указывают на то, что занятые уезжают с Дальнего Востока, в том числе семьями, имеющими детей (что превосходит миграционный приток занятых с детьми). При этом параметр  $p_2$ , характеризующий сальдо миграции безработных, положителен, что явно свидетельствует о том, что значительная часть прибывших мигрантов, очевидно, имеет финансовую поддержку (например, от работающих родственников или за счет пособий). В целом соотношения параметров  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$  указывают на то, что Дальний Восток во многом является транзитной территорией для кадров: специалисты с опытом работы предпочитают уезжать, в то время как для безработных в условиях дефицита кадров могут предоставляться возможности относительно быстрого карьерного продвижения. Параметры линейного изменения численности групп  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $H_3$  показывают, что скорость прироста численности экономически неактивного населения значительно больше, чем скорость прироста численности занятых. Косвенно это указывает на сложившуюся тенденцию старения населения Дальнего Востока. При этом прирост численности безработных сокращается, что, с одной

стороны, является индикатором дефицита трудовых ресурсов, с другой — может указывать на наличие неофициальной занятости.

Не менее интересны соотношения коэффициентов парных взаимодействий. На рис. 3, а показаны направления парных взаимодействий, построенных с учетом знаков параметров  $\eta_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3, i \neq j$ ). Узлы на схеме соответствуют фазовым переменным системы (1), начало стрелок — это соответствующие отрицательные значения  $\eta_{ij}$ , концы стрелок — положительные значения  $\eta_{ji}$  ( $\eta_{ij}\eta_{ji} < 0$ ). Например, на рис. 3, а стрелка  $xz$ , направленная от  $z$  к  $x$ , показывает, что в третьем уравнении системы коэффициент  $\eta_{31}$  при члене  $xz$  отрицателен, а  $\eta_{13}$  в первом уравнении при  $xz$  положителен. Таким образом, по знакам параметров видно, что в результате социальных взаимодействий происходит преимущественно переток экономически неактивного населения в категорию занятых ( $\eta_{13} = 0.0481$ ,  $\eta_{31} = -0.0424$ ) и безработных ( $\eta_{23} = 0.543$ ,  $\eta_{32} = -0.2912$ ). Причем переток в группу безработных более интенсивен, нежели в категорию занятых, что, возможно, обусловлено, заметным разрывом между образованием и профессиональной деятельностью молодежи. Значения  $\eta_{12}$ ,  $\eta_{21}$  также указывают на переход занятых в безработные в результате социальных взаимодействий. Можно полагать, что часть занятых «информационно» способствует «теневой» занятости, официально отражающейся в статистических показателях безработицы. В противовес отмеченной ситуации на рис. 3, б показана блок-схема предпочтительного варианта социальных взаимодействий: обмен информацией между безработными и занятыми приводит к приросту численности занятых (стрелка  $xy$  направлена от  $y$  к  $x$ ).

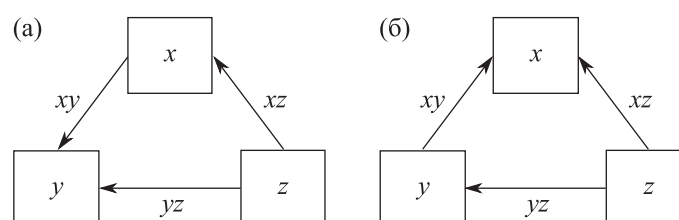


Рис. 3. Схема парных взаимодействий: (а) по коэффициентам модели и (б) предпочтительный вариант

Для оценки качества приближения модельной кривой и фактических данных использованы средняя ошибка аппроксимации  $A_{\text{ср}}$  и коэффициент детерминации  $R^2$  (табл. 1). Средняя ошибка аппроксимации  $A_{\text{ср}}$  вычислена по формуле

$$A_{\text{ср}} = \frac{1}{N} \sum_i \left| \frac{x_i - \hat{x}_i}{x_i} \right| \cdot 100 \%,$$

где  $N$  — длина ряда данных,  $x_i$  — фактическое (по статистическим данным) значение показателя,  $\hat{x}_i$  — расчетное (модельное) значение показателя в  $i$ -м году ( $i = 1, 2, \dots, N$ ). Качество приближения расчетных и статистических данных указано в табл. 1.

Как видно из представленного на рис. 4, а прогноза, численность занятых и безработных относительно 2017 г. почти не изменится, при этом численность экономически неактивного населения увеличится с 2.833 млн чел в 2017 г. до 2.975 млн чел. в 2020 г. С 2020 г. начинается увеличение численности экономически активного населения, с 2030 г. — снижение численности всех рассматриваемых групп.

Таблица 1. Статистические оценки качества модели

Оценка модели	Занятые	Безработные	Экономически неактивное население
$A_{\text{ср}}, \%$	0.37	5.17	0.58
$R^2$	0.893	0.908	0.986

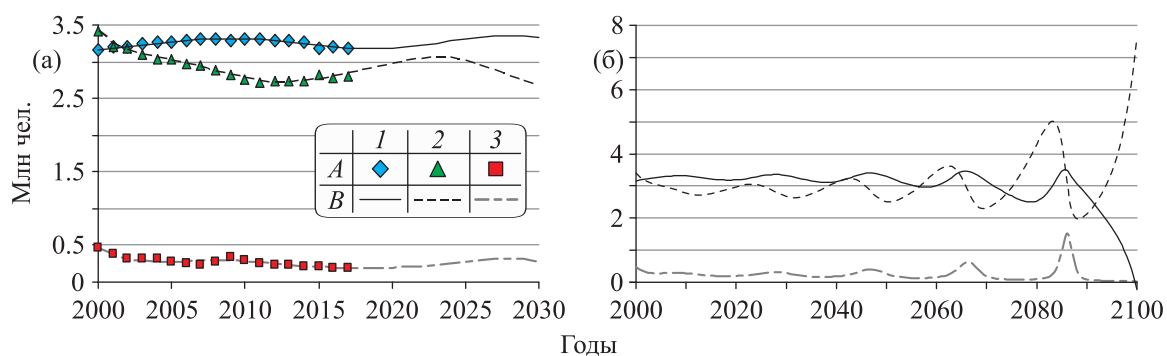


Рис. 4. А — фактические данные и В — модельные расчеты динамики численности занятых (1), экономически неактивного населения (2) и безработных (3) на Дальнем Востоке

Описанный инерционный сценарий характеризуется долгосрочными расходящимися колебаниями численностей, которые при  $t \rightarrow \infty$  соответствуют неустойчивому типу динамики (неустойчивый фокус). Для иллюстрации общего поведения траекторий на рис. 4, б приведены модельные расчеты до 2100 г. Конечно, в реальности никакого стремительного роста или падения, вплоть до отрицательных значений численности, не будет происходить. Поскольку общая численность населения всегда ограничена, то при достижении больших значений численности экономически неактивного населения и минимального числа занятых примерно к 2100 году должен произойти фазовый переход (в реальности намного раньше), который должен кардинально поменять структуру занятости. Важно подчеркнуть, что описанный сценарий развития не является артефактом модели. Он лишь демонстрирует определенную непредсказуемость модельной траектории, которая указывает на столь неутешительный прогноз развития социально-экономической и демографической ситуации на Дальнем Востоке России.

Рассмотрим некоторые механизмы формирования и трансформации неустойчивого инерционного сценария развития.

## Бифуркационный анализ инерционного сценария

Расходящиеся колебания, наблюдаемые в неустойчивом инерционном сценарии (рис. 4), свидетельствуют о том, что при данных значениях параметров имеет место такая топологическая структура фазового пространства модели (1), при которой нет устойчивых состояний равновесия, и любая модельная траектория асимптотически является неограниченной: одна или несколько переменных обращаются в бесконечность за конечное или бесконечное время. Однако при определенной вариации параметров модели с разной силой происходит ряд качественных перестроек (бифуркаций), приводящих к появлению устойчивого предельного множества — аттрактора. В результате траектория оказывается ограниченной, а расходящиеся колебания сменяются колебаниями численности, которые реализуются неограниченно долго. Однако любое такое изменение параметров отдаляет их от полученной точечной оценки и приводит к тому, что модельная динамика все хуже описывает данные наблюдения. Несмотря на это, возникающие в этом случае устойчивые и ограниченные режимы динамики остаются качественно подобными реальной динамике: колебания лежат примерно в тех же диапазонах значений численностей, а «периоды» оказываются сопоставимыми. В результате можно выполнить качественное исследование более или менее реалистичных модельных режимов динамики численности при изменении параметров.

Проследим за изменением динамических режимов и характерными аттракторами при вариации лишь одного-единственного параметра — коэффициента миграции занятого населения  $p_1$ .

В данном случае нет принципиальной разницы, какой конкретно параметр изменять. Во всех случаях, как правило, наблюдается схожая последовательность трансформаций динамических режимов (бифуркаций коразмерности 1). Выбор параметра  $p_1$  связан с тем, что он имеет очевидную интерпретацию и им достаточно легко управлять, например, через соответствующие социально-экономические и демографические механизмы федерального и регионального управления.

В окрестности точечной оценки параметров модели (1), соответствующей инерционному сценарию, обнаружено, что при  $p_1 < \bar{p}_1 \approx -0.421$  траектория остается неограниченной (область 1 на рис. 5). При  $p_1 \geq \bar{p}_1 \approx -0.421$  формируется хаотический аттрактор, который является результатом бифуркации удвоения предельного цикла  $L_1$ . Содержательно это означает, что усиление миграционного оттока приводит к более быстрому обвалу демографической динамики, т. е. значения численностей раньше достигают бесконечно больших (или малых) значений. В то время как снижение миграционной убыли без существенных структурных изменений хоть и приводит к появлению ограниченных модельных траекторий, но с довольно непредсказуемым хаотическим поведением. При существенном снижении убыли динамика оказывается более простой (периодической) и предсказуемой.

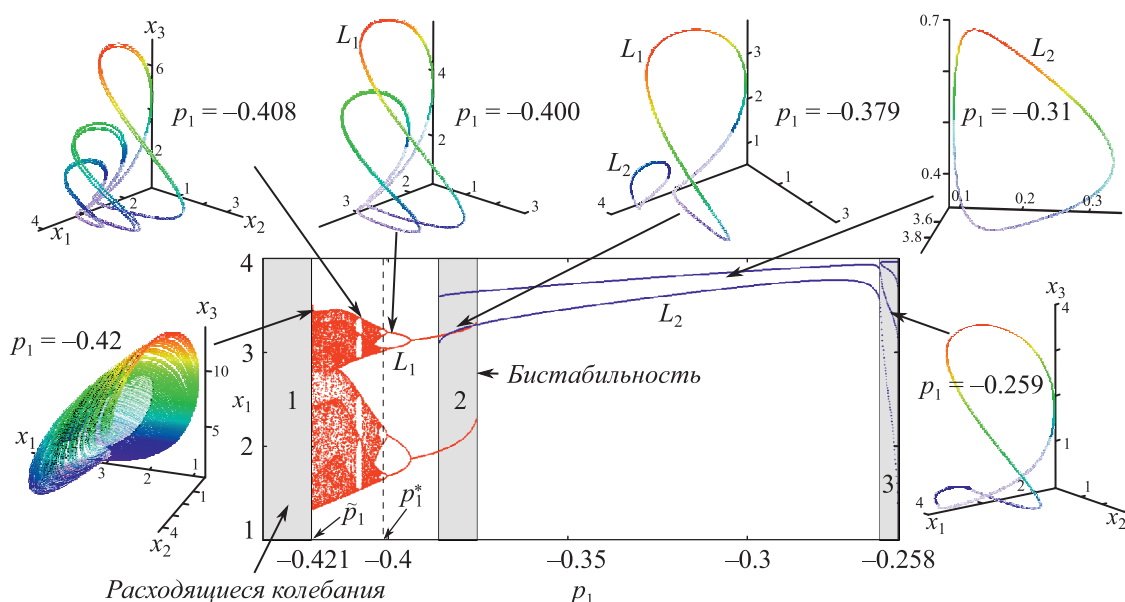


Рис. 5. Периодическая (предельные циклы  $L_1$  и  $L_2$ ) и нерегулярная динамика (хаотический аттрактор в левом нижнем угле) системы (1), а также бифуркационная диаграмма (в центре), описывающая изменение типа динамики при изменении параметра миграции занятого населения  $p_1$  в инерционном сценарии

Для демонстрации сценария, приводящего к появлению аттрактора, характеризуемого нерегулярной динамикой, в центре рис. 5 приведена бифуркационная диаграмма, показывающая эволюцию предельных динамических режимов при вариации параметра  $p_1$ . На диаграмме каждому значению  $p_1$  соответствуют несколько точек, которые показывают координаты ( $x_1$ ) мест пересечения фазовой траектории с некоторой специально подобранной плоскостью (сечение Пуанкаре). Рис. 5 показывает, что при  $p_1 \geq p_1^* \approx -0.4025$  формируются «простые» устойчивые предельные циклы. Если цикл содержит один виток, то на сечении лежат две точки и, соответственно, на диаграмме отмечено две точки; циклу с удвоенным периодом, состоящим из двух витков, соответствует четыре точки на сечении и на диаграмме и т. д. При  $\bar{p}_1 \leq p_1 < p_1^*$  формируется хаотический аттрактор, который пересекает секущую плоскость в бесконечно большом числе точек, и диаграмма содержит одно или два плотно заполненных скопления точек. Кроме

того, рис. 5 показывает примеры типичных аттракторов, возникающих в асимптотическом случае (при  $t \rightarrow \infty$ ) при разных значениях коэффициента миграции занятого населения  $p_1$ , а стрелкой указано расположение этого значения параметра на диаграмме.

Интересной особенностью модели (1) является бистабильность ее динамических режимов в диапазоне параметра миграции  $p_1 \approx$  от  $-0.3855$  до  $-0.3753$  (область 2). В данном интервале обнаружено два устойчивых предельных цикла —  $L_1$  и  $L_2$ , — имеющих различные амплитуды и периоды колебаний и реализуемых в зависимости от начальных численностей. Как видно из бифуркационной диаграммы на рис. 5, цикл  $L_1$  удваивает число своих витков и усложняется по мере снижения коэффициента миграции, а  $L_2$  — по мере роста  $p_1$ . Однако при выходе из области 3 на рис. 5 цикл  $L_2$  разрушается, и модельные траектории вновь оказываются неограниченными.

Содержательно наличие бистабильности в модели (1) указывает на следующие обстоятельства. С одной стороны, существует дополнительная возможность управления динамикой: при определенном сочетании параметров изменение лишь абсолютных значений численностей способно привести к качественному изменению характера динамики. С другой стороны, это указывает на риски при применении «успешных» в других регионах практик: вследствие бистабильности даже при схожих условиях, т. е. примерно равных параметрах социально-экономического развития, возможны качественно разные результаты, поскольку начальные условия в разных регионах могут отличаться принципиально.

Таким образом, в результате исследования инерционного сценария динамики численности занятого, безработного и экономически неактивного населения Дальнего Востока России на основе нелинейной математической модели установлено, что данный сценарий является неустойчивым в широком смысле. Это выражается в усилении колебаний численности и нарастании диспропорций между исследуемыми группами населения. Изменение лишь одного миграционного параметра при отсутствии структурных социально-экономических сдвигов может привести к обвалу социально-экономической и демографической динамики в долгосрочной перспективе либо к тому, что динамика численности рассматриваемых групп населения может стать сложно прогнозируемой и потребует комплекса мероприятий по стабилизации динамики.

Рассмотрим возможные способы стабилизации динамики численности занятых, безработных и экономически неактивного населения.

## Устойчивый модельный сценарий

Поскольку получившиеся оценки параметров модели в долгосрочной перспективе соответствуют расходящимся колебаниям, в окрестности значений параметров произведен поиск оценок, соответствующих устойчивой динамике. В итоге получены оценки, соответствующие устойчивому фокусу, сходящемуся при  $t \rightarrow \infty$  к численности занятых, безработных и экономически неактивного населения 3.402 млн чел., 0.162 млн чел. и 2.227 млн чел. соответственно (рис. 6). Кроме устойчивости данного сценария, при оценке параметров учитывались пропорции между рассматриваемыми группами населения: доля занятого населения в общей численности населения и уровень безработицы (отношение численности безработного населения к численности экономически активного, т. е. суммарно занятых и безработных). Было положено, что они лежат в определенных пределах и в долгосрочной перспективе оказываются лучше, чем в инерционном сценарии. Как видно из рис. 7, для инерционного (прогнозного) сценария доля занятых колеблется в интервале 50.1–52.9 %, уровень безработицы — 5.8–8.7 %. Для устойчивого сценария эти показатели составляют 50.1–60.6 % и 5.2–7.2 % соответственно.

В табл. 2 приведены в сравнении значения параметров, полученные по реальным данным (прогноз) и соответствующие устойчивой динамике (сценарий).

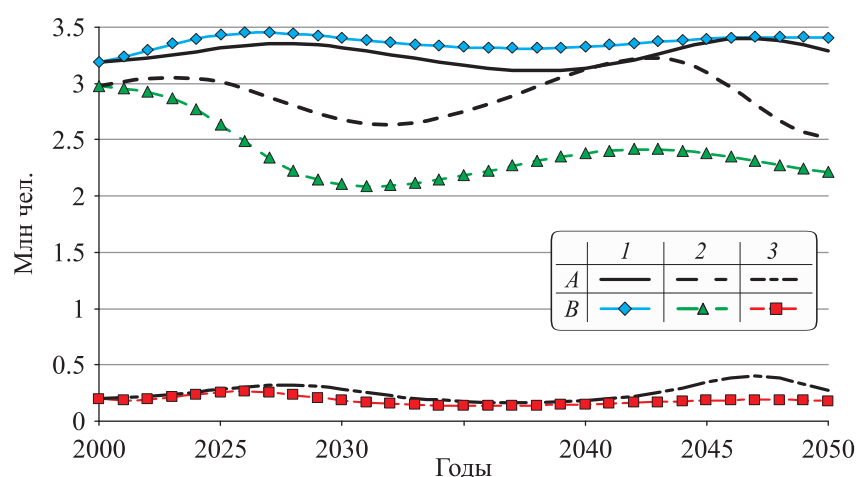


Рис. 6. А — инерционный прогноз и В — устойчивый сценарий динамики численности занятых (1), безработных (3) и экономически неактивного населения (2) на Дальнем Востоке

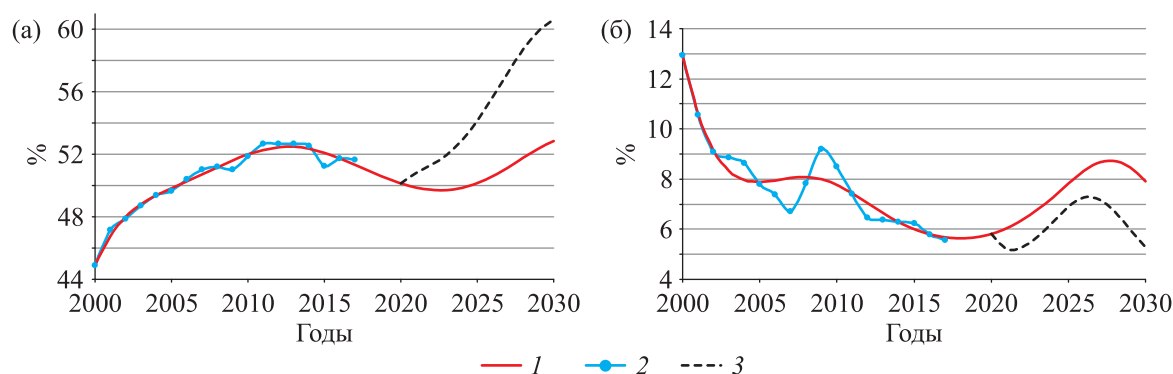


Рис. 7. (а) Доля занятых в общей численности населения и (б) уровень безработицы для прогноза (1), полученного по статистическим данным (2) и устойчивого сценария (3)

Таблица 2. Значения коэффициентов инерционного прогноза и устойчивого сценария динамики

Коэффициенты	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$H_1$	$H_2$	$H_3$
Прогноз	-0.6366	0.1521	-0.00156	0.0693	-9.0708	0.208
Сценарий	-0.4506	0.1201	-0.00156	0.0693	-9.0708	0.241
Коэффициенты	$\eta_{12}$	$\eta_{13}$	$\eta_{21}$	$\eta_{23}$	$\eta_{31}$	$\eta_{32}$
Прогноз	-0.0492	0.0481	2.1059	0.543	-0.0424	-0.291
Сценарий	-0.0792	0.0341	2.1059	0.543	-0.0424	-0.591

Из табл. 2 видно, что в устойчивом сценарии по сравнению с инерционным прогнозом снижен миграционный отток занятых  $p_1$  и миграционный приток безработных  $p_2$ , а показатель  $H_3$  оказывается более высоким, что можно интерпретировать как увеличение рождаемости. Также для устойчивого сценария наблюдается замедление отдельных информационных взаимодействий (снижение значений коэффициентов  $\eta_{12}$ ,  $\eta_{13}$  и  $\eta_{32}$ ). Для параметра  $\eta_{12}$  это означает снижение оттока из категории занятых в безработные, т.е. безработным становится быть менее выгодно, чем в неустойчивом инерционном сценарии. Меньшее значение коэффициента  $\eta_{13}$  означает изменение демографической структуры в аспекте увеличения доли детей, а более низкий отток из экономически неактивного населения  $\eta_{32}$  в устойчивом сценарии направлен и в категорию безработных. Таким образом бифуркационными параметрами, одновременное изменение кото-

рых обеспечит быстрый переход к устойчивому сценарию исследуемой математической модели, являются: снижение оттока трудоспособного населения, увеличение рождаемости («омоложение» населения), снижение миграционного притока безработных (семей, где работает только один член семьи). Очевидно, что изменение этих параметров потребует существенного развития инфраструктуры регионов Дальнего Востока России, а также решения ряда демографических и социально-экономических вопросов. Разработка конкретных мероприятий требует дальнейших исследований.

## Заключение

Проведенное исследование математической модели показало, что социально-демографическая система Дальнего Востока характеризуется значениями параметров, располагающимися в области неустойчивости. Переход системы в устойчивую область может быть осуществлен определенным изменением демографических параметров. Следует отметить, что так или иначе данные параметры были учтены в программах развития Дальнего Востока, но всё же пока не «переключили» социально-демографическую динамику в область устойчивости. Как показано в исследовании, параметры социально-экономической системы Дальнего Востока расположены в многопараметрическом пространстве и их приблизительным минимальным сдвигом попасть в область устойчивости маловероятно. Можно сказать, что переключение сценария возможно при искусном управлении, основанном на глубоком аналитическом расчете и эффективном социологическом анализе и позволяющем изменить значения нужных параметров в пределах заданного интервала.

Одним из ключевых моментов оттока трудоспособного населения является уровень дохода. Культурные, инфраструктурные, социально-экономические условия, которыми располагает Дальний Восток, в целом являются относительно скудными [Ермаков, Шкуркин, 2007; Сидоркина, 2014; Соловченков, 2014; Мищук, 2019]. В итоге, чтобы удовлетворить потребности личностного и профессионального развития, населению необходимо гораздо больше затрат, чем, например, в западной части России. Более глубокие экономические и социологические исследования могут выявить пороговые значения факторов закрепления населения Дальнего Востока с учетом инфраструктурной разреженности и климатических особенностей.

## Список литературы (References)

- Андреев В. В., Семёнов М. И. Математическое моделирование динамики социально-экономической системы России: определение наилучшего пути развития // *Нелинейный мир*. — 2013. — Т. 11, № 1. — С. 58–72.
- Andreev V. V., Semenov M. I. Matematicheskoye modelirovaniye dinamiki sotsialno-ekonomicheskoy sistemy Rossii: opredeleniye nailuchshego puti razvitiya [Mathematical modeling of the socio-economic system dynamics of Russia: the definition of the best way of development] // *Nelineinyi mir* [Nonlinear World]. — 2013. — Vol. 11, No. 1. — P. 58–72 (in Russian).
- Базыкин А. Д. Математическая биофизика взаимодействующих популяций. — М.: Наука, 1985.
- Bazykin A. D. Matematicheskaya biofizika vzaimodeystvuyushchikh populyatsiy [Mathematical biophysics of interacting populations]. — Moscow: Nauka, 1985 (in Russian).
- Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование. — М.: Наука, 1976.
- Volterra V. Leçons sur la théorie mathématique de la Lutte pour la vie. — Paris: Gauthier-Villars, 1931 (in French). (Russ. ed.: *Vol'terra V. Matematicheskaya teoriya bor'by za sushchestvovanie*. — Moscow: Nauka, 1976.)
- Ермаков С. В., Шкуркин А. М. Миграционный трудовой потенциал региона в системе структурных диспропорций рынка труда // *Власть и управление на Востоке России*. — 2007. — № 1. — С. 53–60.
- Ermakov S. V., Shkurkin A. M. Migratsionnyy trudovoy potencial v sisteme strukturnuh dispozitsiy runka tryda [Migration labor potential of the region in the system of structural imbalances in the labor market] // *Vlast' i upravlenie na Vostoke Rossii* [Power and control in the East of Russia]. — 2007. — No. 1. — P. 53–60 (in Russian).

- Коровкин А. Г.* Проблемы согласования спроса на рабочую силу и ее предложения на российском рынке труда // Проблемы прогнозирования. — 2011. — № 2. — С. 103–123.  
*Korovkin A. G.* The problems of labor supply and labor demand adjustment on the Russian labor market // Studies on Russian Economic Development. — 2011. — Vol. 22, No. 2. — P. 177–190. — DOI: 10.1134/S1075700711020079 (Original Russian paper: *Korovkin A. G.* Problemy soglasovaniya sprosa na rabochuyu silu i yeye predlozheniya na rossiyskom rynke truda // Problemy prognozirovaniya. — 2011. — No. 2. — P. 103–123.)
- Лаврушевич П. Е.* Личные связи на российском рынке труда // Регион: экономика и социология. — 2007. — № 2. — С. 136–150.  
*Lavrusevich P. E.* Lichnyye svyazi na rossiyskom rynke truda [Personal relations on labor market and individual's strategies of employment] // Region: economics and sociology [Regional Research of Russia]. — 2007. — No. 2. — P. 136–150 (in Russian).
- Минакир П. А.* Экономический анализ и измерения в пространстве // Пространственная экономика. — 2014. — № 1. — С. 12–39.  
*Minakir P. A.* Ekonomicheskii analiz i izmereniya v prostranstve [Economic analysis and measurements: spatial case] // Prostranstvennaya ekonomika [Spatial Economics]. — 2014. — No. 1. — P. 12–39 (in Russian).
- Мищук С. Н.* Общая характеристика и региональные различия миграционных процессов на Дальнем Востоке России в постсоветский период // Известия Российской академии наук. Сер. географическая. — 2019. — № 6. — С. 53–67. — DOI: 10.31857/S2587-55662019653-67  
*Mishchuk S. N.* Obshchaya kharakteristika i regional'nyye razlichiya migratsionnykh protsessov na Dal'nem Vostoke Rossii v postsovetskiy period [General characteristics and regional differences of migration processes in the far east of Russia in the post-soviet period] // Izvestiya Rossiiskaya Akademii Nauk. Ser. Geograficheskaya. — 2019. — No. 6. — P. 53–67 (in Russian).
- Наумова М. В.* Социальные сети в локальной территориальной общности // Регион: экономика и социология. — 2007. — № 2. — С. 113–120.  
*Naumova M. V.* Sotsial'nyye seti v lokal'noy territorial'noy obshchnosti [Social nets in local community] // Region: ekonomika i sotsiologiya [Regional Research of Russia]. — 2007. — No. 2. — P. 113–120 (in Russian).
- Неверова Г. П., Ревуцкая О. Л.* Модельный анализ региональной демографической ситуации на примере Еврейской автономной области // Региональные проблемы. — 2008. — № 9. — С. 10–15.  
*Neverova G. P., Revutskaya O. L.* Model'nyy analiz regional'noy demograficheskoy situatsii na primere Yevreyskoy avtonomnoy oblasti [Modeling analysis of the regional demographic situation by the example of the Jewish autonomous region] // Regional'nyye problemy [Regional problems] — 2008. — No. 9. — P. 10–15 (in Russian).
- Полтерович В. М.* Становление общего социального анализа // Общественные науки и современность. — 2011. — № 2. — С. 101–111.  
*Polterovich V.* The rise of general social analysis [Formation of the general social analysis] // Obshchestvennyye nauki i sovremennost' [Social sciences and contemporary world]. — 2011. — No. 2. — P. 101–111 (in Russian).
- Регионы России. Социально-экономические показатели. Официальный сайт Федеральной службы государственной статистики [Электронный ресурс]: [www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc\\_1138623506156](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1138623506156) (дата обращения: 29.03.2019).  
 Regions of Russia. Socio-economic indicators. Official website of the Federal State Statistics Service [Electronic resource]: [www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc\\_1138623506156](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1138623506156) (accessed: 29.03.2019).
- Ризниченко Г. Ю., Рубин А. Б.* Биофизическая динамика продукционных процессов. — М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004.  
*Riznichenko G. Yu., Rubin A. B.* Biofizicheskaya dinamika produktsionnykh protsessov [Biophysical dynamics of production processes]. — Moscow–Izhevsk: Institut komp'yuternykh issledovaniy, 2004 (in Russian).
- Романовский М. Ю., Романовский Ю. М.* Введение в эконофизику: статистические и динамические модели. — М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2012.  
*Romanovsky M. Yu., Romanovsky Yu. M.* Vvedeniye v ekonofiziku: statisticheskiye i dinamicheskiye modeli [Introduction to Econophysics: Statistical and Dynamic Models]. — Moscow–Izhevsk: Institut komp'yuternykh issledovaniy, 2012 (in Russian).
- Рубин А. Б., Пытьева Н. Ф., Ризниченко Г. Ю.* Кинетика биологических процессов. — М.: Изд-во МГУ, 1987.  
*Rubin A. B., Pytieva N. F., Riznichenko G. Yu.* Kinetika biologicheskikh protsessov [Kinetics of biological processes]. — Moscow: Izd-vo MGU, 1987 (in Russian).

- Сидоркина З. И.* Территориальная организация и социальная самоорганизация населения в слабозаселенном регионе. — Владивосток: Дальнаука, 2014.  
*Sidorkina Z. I.* Territorial'naya organizatsiya i sotsial'naya samoorganizatsiya naseleniya v slabozaselenom regione [The territorial organization and the social self-organization of population in the underpopulated region]. — Vladivostok: Dal'nauka, 2014 (in Russian).
- Соловченко С. А.* Адаптивные механизмы, задействованные в начальный период экономических преобразований на селе // *Аграрная наука*. — 2014. — № 1. — С. 8–9.  
*Solovchenkov S. A.* Adaptivnyye mekhanizmy, zadeystvovannyye v nachal'nyy period ekonomicheskikh preobrazovaniy na sele [Adaptive mechanisms busy in beginning of economic transformation] // *Agrarnaya nauka* [Agrarian science]. — 2014. — No. 1. — P. 8–9 (in Russian).
- Фрисман Е. Я., Кулаков М. П., Ревуцкая О. Л., Жданова О. Л., Неверова Г. П.* Основные направления и обзор современного состояния исследований динамики структурированных и взаимодействующих популяций // *Компьютерные исследования и моделирование*. — 2019. — Т. 11, № 1. — С. 119–151. — DOI: 10.20537/2076-7633-2019-11-1-119-151  
*Frisman E. Ya., Kulakov M. P., Revutskaya O. L., Zhdanova O. L., Neverova G. P.* Osnovnyye napravleniya i obzor sovremennogo sostoyaniya issledovaniy dinamiki strukturirovannykh i vzaimodeystvuyushchikh populyatsiy [The key approaches and review of current researches on dynamics of structured and interacting populations] // *Computer Research and Modeling*. — 2019. — Vol. 11, No. 1. — P. 119–151 (in Russian).
- Хавинсон М. Ю., Кулаков М. П.* Математическое моделирование динамики численности разновозрастных групп занятых в экономике региона // *Компьютерные исследования и моделирование*. — 2014. — Т. 6, № 3. — С. 441–454. — DOI: 10.20537/2076-7633-2014-6-3-441-454  
*Khavinson M. Yu., Kulakov M. P.* Matematicheskoye modelirovaniye dinamiki chislennosti raznovozrastnykh grupp zanyatykh v ekonomike regiona [Mathematical modeling of the population dynamics of different age-group workers in the regional economy] // *Computer Research and Modeling*. — 2014. — Vol. 6, No. 3. — P. 441–454 (in Russian).
- Хавинсон М. Ю., Кулаков М. П., Мищук С. Н.* Прогнозирование динамики внешней трудовой миграции на региональном уровне // *Проблемы прогнозирования*. — 2013. — № 2. — С. 99–111.  
*Khavinson M. Yu., Kulakov M. P., Mishchuk S. N.* Prediction of foreign labor migration dynamics at the regional level // *Studies on Russian Economic Development*. — 2013. — Vol. 24, No. 2. — P. 170–178. — DOI: 10.1134/S1075700713020068 (Original Russian paper: *Khavinson M. Y., Kulakov M. P., Mishchuk S. N.* Prognozirovaniye dinamiki vneshney trudovoy migratsii na regional'nom urovne // *Problemy prognozirovaniya*. — 2013. — No. 2. — P. 99–111.)
- Хавинсон М. Ю., Лосев А. С.* Демографический прогноз с учетом моделирования нелинейной динамики численности занятого и безработного населения // *Региональные проблемы*. — 2019. — Т. 22, № 3. — С. 88–97. — DOI: 10.31433/2618-9593-2019-22-3-88-97  
*Khavinson M. Yu., Losev A. S.* Demograficheskiy prognoz s uchetom modelirovaniya nelineynoy dinamiki chislennosti zanyatogo i bezrabotnogo naseleniya [Demographic forecast with modeling of nonlinear dynamics of the employed and unemployed population number] // *Regional'nyye problemy* [Regional problems]. — 2019. — Vol. 22, No. 3. — P. 88–97 (in Russian).
- Чернавский Д. С.* Синергетика и информация. Динамическая теория информации. — М.: URSS, 2016.  
*Chernavskii D. S.* Sinergetika i informatsiya. Dinamicheskaya teoriya informatsii [Synergetics and information. Dynamical theory of information]. — Moscow: URSS, 2016 (in Russian).
- Bramoullé Y., Saint-Paul G.* Social networks and labor market transitions // *Labour economics*. — 2010. — Vol. 17, No. 1. — P. 188–195. — DOI: 10.1016/j.labeco.2009.09.011
- Calvó-Armengol A.* Social networks and Labour market outcomes. — *Els Opuscles del CREI*, 2006. — Vol. 17.
- Khavinson M. Yu., Kulakov M. P.* Gravitational model of population dynamics // *Bulletin of the south Ural state university series-mathematical modelling programming & computer software*. — 2017. — Vol. 10, No. 3. — P. 80–93. — DOI: 10.14529/mmp170307
- Watts D. J., Strogatz S. H.* Collective dynamics of “small-world” networks // *Nature*. — 1998. — Vol. 393, No. 6684. — P. 440–442. — DOI: 10.1038/30918
- Weidlich W.* Sociodynamics: A systematic approach to mathematical modelling in the social sciences. — NYC: Dover publications, Inc., 2000.