

УДК: 330.4.51-77

## Исследование динамики структуры олигополистических рынков при нерыночных противодействиях сторон

Л. Е. Варшавский

Центральный экономико-математический институт РАН,  
Россия, 117418, г. Москва, Нахимовский пр., д. 47

E-mail: hodvar@yandex.ru

*Получено 29.09.2020, после доработки — 13.11.2020.*

*Принято к публикации 16.11.2020.*

В статье исследуется влияние нерыночных действий участников олигополистических рынков на рыночную структуру. Анализируются следующие действия одного из участников рынка, направленные на повышение его рыночной доли: 1) манипуляция ценами; 2) блокировка инвестиций более сильных олигополистов; 3) уничтожение производственной продукции и мощностей конкурентов. Для моделирования стратегий олигополистов используются линейные динамические игры с квадратичным критерием. Целесообразность их использования обусловлена возможностью как адекватного описания эволюции рынков, так и реализации двух взаимно дополняющих подходов к определению стратегий олигополистов: 1) подхода, основанного на представлении моделей в пространстве состояний и решении обобщенных уравнений Риккати; 2) подхода, основанного на применении методов операционного исчисления (в частотной области) и обладающего необходимой для экономического анализа наглядностью.

В статье показывается эквивалентность подходов к решению задачи с максиминными критериями олигополистов в пространстве состояний и в частотной области. Рассматриваются результаты расчетов применительно к дуополии, с показателями, близкими к одной из дуополий в микроэлектронной промышленности мира. Второй дуополист является менее эффективным с позиций затрат, хотя и менее инерционным. Его цель состоит в повышении своей рыночной доли путем реализации перечисленных выше нерыночных методов.

На основе расчетов по игровой модели построены зависимости, характеризующие связь относительного увеличения объемов производства за 25-летний период слабого  $dy_2$  и сильного  $dy_1$  дуополистов при манипуляции ценами. Показано, что увеличение цены при принятой линейной функции спроса приводит к весьма незначительному росту производства сильного дуополиста, но вместе с тем — к существенному росту этого показателя у слабого.

В то же время блокировка инвестиций, а также уничтожение продукции сильного дуополиста приводят к росту объемов производства товарной продукции у слабого дуополиста за счет снижения этого показателя у сильного, причем эластичность  $\frac{dy_2}{dy_1}$  превышает по модулю 1.

Ключевые слова: кибератаки, рыночная структура, нерыночные противодействия, олигополистические рынки, динамические игры

UDC: 330.4.51-77

## Study of the dynamics of the structure of oligopolistic markets with non-market opposition parties

L. E. Varshavsky

Central Economics and Mathematics Institute RAS,  
47 Nahimovskii ave., Moscow, 117418, Russia

E-mail: hodvar@yandex.ru

*Received 29.09.2020, after completion — 13.11.2020.  
Accepted for publication 16.11.2020.*

The article examines the impact of non-market actions of participants in oligopolistic markets on the market structure. The following actions of one of the market participants aimed at increasing its market share are analyzed: 1) price manipulation; 2) blocking investments of stronger oligopolists; 3) destruction of produced products and capacities of competitors. Linear dynamic games with a quadratic criterion are used to model the strategies of oligopolists. The expediency of their use is due to the possibility of both an adequate description of the evolution of markets and the implementation of two mutually complementary approaches to determining the strategies of oligopolists: 1) based on the representation of models in the state space and the solution of generalized Riccati equations; 2) based on the application of operational calculus methods (in the frequency domain) which owns the visibility necessary for economic analysis.

The article shows the equivalence of approaches to solving the problem with maximin criteria of oligopolists in the state space and in the frequency domain. The results of calculations are considered in relation to a duopoly, with indicators close to one of the duopolies in the microelectronic industry of the world. The second duopolist is less effective from the standpoint of costs, though more mobile. Its goal is to increase its market share by implementing the non-market methods listed above.

Calculations carried out with help of the game model, made it possible to construct dependencies that characterize the relationship between the relative increase in production volumes over a 25-year period of weak and strong duopolists under price manipulation. Constructed dependencies show that an increase in the price for the accepted linear demand function leads to a very small increase in the production of a strong duopolist, but, simultaneously, to a significant increase in this indicator for a weak one.

Calculations carried out with use of the other variants of the model, show that blocking investments, as well as destroying the products of a strong duopolist, leads to more significant increase in the production of marketable products for a weak duopolist than to a decrease in this indicator for a strong one.

Keywords: cyber attacks, market structure, non-market counteractions, oligopolistic markets, dynamic games

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2021, vol. 13, no. 1, pp. 219–233 (Russian).

## 1. Введение

В связи с усилением международной напряженности и форсированным развитием новых технологий возникают новые риски и угрозы, способные привести к долговременной нестабильности экономического развития стран и рынков. Для сдерживания развития ускоренно развивающихся стран развитые страны вводят разного рода санкции и ограничения международной торговли. В связи с обострением конкуренции, на многих ключевых рынках повышаются риски использования нерыночных методов сдерживания конкурентов. В хозяйственной практике все чаще применяется принцип «Не пытайся стать сильнее соперника; сделай так, чтобы он стал слабее тебя».

Для реализации этого антигуманного принципа появляется все больше возможностей, что во многом связано с «демократизацией» новых форсированно вводимых на рынки технологий, для использования или модификации которых не требуется сложного оборудования, больших затрат и знаний. В первую очередь это относится к информационным технологиям (ИКТ) и биотехнологиям.

Расширяются масштабы киберпреступлений как против населения, так и против хозяйственных объектов, а также объектов государственного значения. Участились киберпреступления, направленные против критически важной инфраструктуры (энергосистем и объектов жизнеобеспечения городов и стран). Этому способствует и то, что многие промышленные объекты оснащены старыми АСУ ТП, при разработке которых не учитывалась возможность масштабных киберпреступлений. Риски, связанные с целенаправленным выведением техники и оборудования из эксплуатации, возрастают по мере расширения масштабов распространения облачных вычислений и интернета вещей, а также ввиду увеличения сложности энергетических объектов и сетей. На риски повреждения своих производственных мощностей в результате кибератак всё более активно указывают в своих отчетах крупнейшие высокотехнологичные компании [Варшавский, 2020]. В целом в настоящее время прямые и косвенные затраты в мире, связанные с киберпреступлениями, по некоторым оценкам, приближаются к 1 трлн долл., а их доля в мировом ВВП — к 1 % [Lau, 2018].

В настоящее время весьма благоприятные условия для киберпреступлений создала текущая пандемия. При этом значительная часть кибератак направлена против финансовых организаций и медицинских учреждений [Vizard, 2020]. Усилились атаки на ИТ-провайдеров, обеспечивающих сетевое взаимодействие хозяйственных объектов. В результате даже при ухудшении экономической ситуации в значительной части бизнес-структур увеличены затраты на кибербезопасность [Conway, 2020].

Становятся регулярными преступления, совершаемые с помощью дронов — беспилотных летательных аппаратов. Так, в сентябре 2019 г. были атакованы 10 дронами два нефтеочистительных комплекса компании Saudi Aramco («Абкайк» и «Хурайс»), что привело к снижению добычи нефти в компании на 50 % и увеличению цены нефти марки Brent почти на 10 % [Леонков, 2020].

Не менее серьезную опасность представляет биотерроризм. Риски возникновения крупномасштабных эпидемий и болезней населения и животных, а также вызываемых ими огромных экономических потерь из-за совершения этого преступления, не обязательно связанного с использованием биологического оружия, значительно повысились. Существенное влияние на величину потерь оказывают повышающаяся взаимосвязанность экономических агентов (отражающая сетевой эффект) и рост концентрации населения в городах. Так, например, прямые и косвенные потери из-за эпидемии ящура в Великобритании в 2001 г. оценивались в 12–14 млрд долл. [Dudley, Woodford, 2002]. Еще более высокие потери возможны при биотеррористической атаке на крупные города (такие оценки при атаке на город с населением 100 тыс. человек приведены в статье [Kaufmann et al., 1997]). В 2020 году падение мирового ВВП, связанное с охватившей всю планету пандемией COVID19, оценивалось не менее чем в 6 % [OECD Economic Outlook, 2020].

Традиционным способом нерыночного сдерживания и вытеснения конкурентов остается и возбуждение судебных процессов с обвинениями в нарушении, например, патентного или антимонопольного законодательства и норм (примером этого являются многочисленные тяжбы между компаниями Intel и AMD, являющимися крупнейшими производителями микропроцессоров).

Таким образом, существует много средств для ограничения конкуренции на рынках и вытеснения конкурентов. В связи с этим представляет актуальность исследование чувствительности экономических систем (в частности, рынков) к нерыночным действиям экономических агентов.

В настоящее время значительные усилия исследователей сосредоточены на решении проблем повышения надежности киберфизических систем и их устойчивости к кибератакам. В то же время недостаточно исследованными остаются экономические проблемы, связанные с функционированием экономических систем и рынков в условиях нерыночного поведения экономических агентов, и особенно с динамическими аспектами развития рынков. Среди небольшого числа теоретических работ, посвященных этой теме, следует отметить статьи [Gordon, Loeb, 2002; Gordon et al., 2016] и связанные с ними работы, а также [Alexeev et al., 2017; Варшавский, 2020].

В настоящей статье анализируется влияние нерыночных действий участников олигополистических рынков на изменение рыночной структуры. Исследуются следующие действия одного из участников рынка, направленные на повышение его рыночной доли: 1) манипуляция ценами; 2) блокировка инвестиций более сильных олигополистов; 3) уничтожение производственной продукции и мощностей конкурентов. Для моделирования стратегий (действий) олигополистов используются линейные динамические игры с квадратичным критерием. Целесообразность их использования обусловлена возможностью как адекватного описания эволюции рынков, так и реализации двух взаимно дополняющих подходов к определению стратегий олигополистов: 1) подхода, основанного на представлении моделей в пространстве состояний и решении обобщенных уравнений Риккати; 2) подхода, основанного на применении методов операционного исчисления (в частотной области).

## 2. Общая модель динамики показателей олигополистических рынков при нерыночных противодействиях сторон

Проводимый в настоящей статье анализ основан на использовании агрегированной динамической модели рационального поведения участников олигополии в виде линейной динамической игры по Нэшу–Курно с квадратичным критерием, в которой участвуют  $N$  фирм-олигополистов (см., например, [Варшавский, 2014, 2019]). Предполагается, что целью одного из участников рынка ( $N$ -го) является повышение своей рыночной доли за счет вытеснения конкурентов путем применения нерыночных воздействий (манипулирование ценами, введение санкций, организация кибератак, направленных на уничтожение производственных мощностей участников рынка).

Динамика связи между объемами товарного производства  $y_{it}$  и входными переменными олигополистов  $u_{it}$  (производственными инвестициями или вводом мощностей) и  $v_{it}$  (интенсивностью нерыночного воздействия на  $i$ -го олигополиста со стороны  $N$ -го участника) описывается следующими матрично-векторными уравнениями в пространстве состояний:

$$X_{it} = AX_{it-1} + B_i u_{it} + D_i v_{it} \quad y_{it} = \eta_i X_{it}, \quad (1)$$

где  $i$  — индекс фирмы,  $i = 1, 2, \dots, N$ ,  $t$  — индекс года.

В случае манипулирования ценами  $N$ -м олигополистом каждый из олигополистов стремится максимизировать свою чистую приведенную стоимость. При других видах нерыночных воздействий олигополисты максимизируют этот показатель эффективности с учетом того, что

$N$ -й олигополист стремится его минимизировать. В этих случаях один из возможных максиминных критериев может иметь следующий вид:

$$J_{\tau i} = \sum_{t=0}^{T_p} \beta^t \left[ (P_t - C_i)y_{it} - q_i u_{it} - \frac{1}{2} \rho_{1i} u_{it}^2 + \frac{1}{2} \rho_{2i} v_{it}^2 \right] \rightarrow \max_{u_{it}} \min_{v_{it}}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2)$$

где  $P_t$  — цена единицы товарной продукции, зависящая от объемов продукции в соответствии с обратной функцией спроса (в модели предполагается баланс суммарного спроса и предложения):

$$P_t = a - b \sum_{i=1}^N y_{it}, \quad (3)$$

$C_i$  — средние производственные издержки (без амортизации),  $q_i$  — стоимость единицы мощностей,  $\frac{1}{2} \rho_{1i} u_{it}^2$ ,  $\frac{1}{2} \rho_{2i} v_{it}^2$  — затраты регулирования, характеризующие соответственно инвестиционные и наступательные возможности олигополистов (см., например, [Варшавский, 2003; Варшавский, 2014]) с коэффициентами  $\rho_{1i} > 0$ ,  $\rho_{2i} > 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ ;  $T_p$  — период скользящего планирования (для упрощения записи формул ставки налогов приняты равными нулю),  $\beta = 1/(1+r)$  — дисконтирующий множитель, соответствующий ставке дисконтирования  $r$ . Управляющими переменными для олигополистов в модели являются  $u_{it}$  и  $v_{it}$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ .

Как отмечалось выше, в данной статье при проведении расчетов и анализе результатов использовано два подхода к расчету оптимальных по Нэшу–Курно разомкнутых (open-loop) стратегий: 1) основанный на представлении модели (1)–(3) в пространстве состояний и использовании обобщенных (generalized) матричных уравнений Риккати (см., например, [Basar, Olsder, 1995; Dockner et al., 2000]); 2) основанный на операционном исчислении (так называемый частотный метод [Варшавский, 2014; Варшавский, 2019]).

В последнем случае используется операторная форма соотношения (1):

$$y_{it} = W_i(z) u_{it} + y_{0it} + W_{0i}(z) v_{it}, \quad (4)$$

где  $W_i(z) = \eta_i(zI - A_i)^{-1} B_i = B_i(z) / A_i(z)$  и  $W_{0i}(z) = \eta_i(zI - A_i)^{-1} D_i = B_{0i}(z) / A_{0i}(z)$  — передаточные функции, причем  $I$  — единичная матрица;  $A_i(z)$ ,  $B_i(z)$ ,  $A_{0i}(z)$ ,  $B_{0i}(z)$  — полиномы относительно переменной  $z$ , представляющей собой оператор сдвига:  $zx_t = x_{t+1}$ ;  $y_{0it}$  — слагаемое, характеризующее начальные условия,  $i = 1, 2, \dots, N$ .

### 3. Эквивалентность подходов к решению задачи в пространстве состояний и в частотной области

Проиллюстрируем эквивалентность двух подходов к исследованию рассматриваемых задач при  $T_p \rightarrow \infty$  в случае, когда критерий оптимальности участников имеет следующий вид:

$$J_{\tau i} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[ (P_t - C_i)y_{it} - q_i(u_{it} + v_{it}) - \frac{1}{2} \rho_{1i} u_{it}^2 + \frac{1}{2} \rho_{2i} v_{it}^2 \right] \rightarrow \max_{u_{it}} \min_{v_{it}}, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (5)$$

Можно показать, что эквивалентной формой (5) является следующая:

$$J_{\tau i} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[ (P_t - PL_i)y_{it} - \frac{1}{2} \rho_{1i} u_{it}^2 + \frac{1}{2} \rho_{2i} v_{it}^2 \right] \rightarrow \max_{u_{it}} \min_{v_{it}}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (5a)$$

где  $PL_i = C_i + q_i / W_i(1+r)$  — приведенные затраты  $i$ -й фирмы.

Ограничения рассматриваемой задачи имеют следующий вид:

$$P_t = a - b \sum_{i=1}^N y_{it}, \quad (3a)$$

$$X_{it} = AX_{it-1} + B_i u_{it} + D_i v_{it}, \quad y_{it} = \eta_i X_{it}. \quad (1a)$$

Гамильтониан задачи записывается следующим образом:

$$H_{it} = \beta_i^t \left[ (P_t - PL_i) y_{it} - \frac{1}{2} \rho_{1i} u_{it}^2 + \frac{1}{2} \rho_{2i} v_{it}^2 + \Psi'_{it} (X_{it} - AX_{it-1} - B_i u_{it-1} - D_i v_{it-1}) \right], \quad (6)$$

где  $\psi_{it}$  — сопряженные переменные,  $i = 1, 2, \dots, N$ .

Приравнявая нулю производные гамильтониана по  $u_{it}$ ,  $v_{it}$  и  $X_{it}$ , имеем

$$u_{it} = -\frac{\beta_i}{\rho_{1i}} B_i' \Psi_{it+1}, \quad v_{it} = \frac{\beta_i}{\rho_{2i}} D_i' \Psi_{it+1}, \quad (7)$$

$$\Psi_{it} = \beta_i A_i' \Psi_{it+1} - \eta_i' (P_t - PL_i) + b \eta_i' \eta_i X_{it}. \quad (8)$$

Таким образом, подставляя (7) в исходное уравнение динамики показателей  $i$ -го участника рынка, имеем

$$X_{it} = AX_{it-1} - (\beta_i B_i B_i' / \rho_{1i} - \beta_i D_i D_i' / \rho_{2i}) \Psi_{it}. \quad (9)$$

Решение системы уравнений (8) и (9) можно получить, используя два подхода: 1) основанный на методе «обратной прогонки»; 2) основанный на использовании операционного исчисления (в частности,  $Z$ -преобразования). В соответствии с первым подходом принимается, что  $\Psi_{it} = S_{it} X_t + g_{it}$ , где  $X_t = (X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{Nt})'$  — вектор состояния расширенной системы, описывающей динамику каждого из участников рынка (1);  $S_{it}$ ,  $g_{it}$  — матрица и вектор,  $i = 1, 2, \dots, N$ . Для определения матриц  $S_{it}$  используются расширенные уравнения Риккати, решения которых, в свою очередь, используются при расчете  $g_{it}$ . В результате в соответствии с (7) находятся разомкнутые (open-loop) стратегии олигополистов. Получаемые оптимальные стратегии участников олигополии  $u_{it}$  линейно связаны с вектором состояния системы (9) соотношением

$$u_{it} = K_{it} X_{t-1} + \eta_{it}, \quad (10)$$

в котором  $K_{it}$  и  $\eta_{it}$  — векторы, зависящие от решений обобщенных уравнений Риккати.

Второй подход основан на том, что, основываясь на соотношениях (8), (9), можно представить выходную переменную  $y_{it} = \eta_i X_{it}$  в операторной форме. Для упрощения выкладок примем, что  $X_{i0} = 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ . Тогда

$$\begin{aligned} y_{it} &= \eta_i X_{it} = \eta_i (zI - A_i)^{-1} \beta_i z (-B_i B_i' / \rho_{1i} + D_i D_i' / \rho_{2i}) \Psi_{it} = \\ &= \{-W_i(z) B_i' / \rho_{1i} + W_{0i}(z) D_i' / \rho_{2i}\} \{((\beta_i z)^{-1} I - A')^{-1} \eta_i' [-(P_t - PL_i) + b \eta_i X_{it}]\} = \\ &= \{-1 / \rho_{1i} W_i(z) W_i((\beta_i z)^{-1}) + 1 / \rho_{2i} W_{0i}(z) W_{0i}((\beta_i z)^{-1})\} [-(P_t - PL_i) + b y_{it}], \end{aligned} \quad (11)$$

откуда окончательно получаем:

$$y_{it} = \frac{\left[ |W_i(z)|^2 - \frac{\rho_{1i}}{\rho_{2i}} |W_{0i}(z)|^2 \right] (P_t - PL_i)}{\rho_{1i} + b \left[ |W_i(z)|^2 - \frac{\rho_{1i}}{\rho_{2i}} |W_{0i}(z)|^2 \right]} = \frac{\Gamma_i(z, (\beta z)^{-1})}{b} (P_t - PL_i), \quad (12)$$

где, как и ранее,  $z$  — оператор сдвига, т. е.  $zx_i = x_{i+1}$ ,

$$W_i(z) = \eta_i(zI - A_i)^{-1} B_i, \quad W_{0i}(z) = \eta_i(zI - A_i)^{-1} D_i, \quad (13)$$

$$|W_i(z)|^2 = W_i(z)W_{0i}((\beta_i z)^{-1}), \quad |W_{0i}(z)|^2 = W_{0i}(z)W_{0i}((\beta_i z)^{-1}), \quad (14)$$

$$\Gamma_i[z, (\beta z)^{-1}] = \frac{b \left[ |W_i(z)|^2 - \frac{\rho_{1i}}{\rho_{2i}} |W_{0i}(z)|^2 \right]}{\rho_{1i} + \left[ |W_i(z)|^2 - \frac{\rho_{1i}}{\rho_{2i}} |W_{0i}(z)|^2 \right]}, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (15)$$

Используя эти соотношения, можно получить формулу для определения цены:

$$P_i = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^N \Gamma_i[z, (\beta z)^{-1}]} \left\{ a + \sum_{i=1}^N \Gamma_i[z, (\beta z)^{-1}] PL_i \right\}. \quad (16)$$

Таким образом, полученные выражения для  $y_{it}$  и для  $P_i$  полностью идентичны выражениям, приведенным в [Варшавский, 2014, 2019], которые получены путем оптимизации в гильбертовом пространстве с использованием операционного исчисления.

#### 4. Анализ исследуемых видов нерыночных стратегий и результаты расчетов

Ниже проводится анализ влияния различных видов нерыночных стратегий на структуру рынков. Рассматриваются результаты расчетов применительно к дуополии, с показателями, близкими к одной из дуополий в микроэлектронной промышленности мира. В расчетах принято, что передаточные функции дуополистов, связывающие объемы производства продукции с производственными инвестициями, имеют следующий вид:  $W_1(z) = \frac{2z}{(z - 0.8)^2}$ ,

$W_2(z) = \frac{14z}{(z - 0.5)^2}$ , удельные операционные издержки составляют соответственно 60 и 90 условных единиц, а коэффициенты  $\rho_i$  в критериях —  $\rho_{11} = 100$ ,  $\rho_{12} = 50$ . Принятая величина дисконт-фактора составляет  $r = 0.05$ . Таким образом, второй дуополист является менее эффективным с позиций затрат, хотя и более мобильным. Его цель состоит в повышении своей рыночной доли, составляющей в начале периода прогнозирования 27 %. Параметры обратной функции спроса составляют:  $a = 160$ ,  $b = 0.15$ .

В базовом варианте расчетов, т. е. при рыночном поведении дуополистов, в максиминных критериях типа (2),  $\rho_{2i} = \infty$ ,  $i = 1, 2$ . При нерыночном поведении второго, более слабого дуополиста  $\rho_{21} < \infty$ ,  $\rho_{22} = \infty$ . Динамика объемов производства дуополистов при принятых в базовом варианте значениях показателей представлена на рис. 1.

В базовом варианте расчетов, т. е. при рыночном поведении дуополистов, в максиминных критериях типа (2),  $\rho_{2i} = \infty$ ,  $i = 1, 2$ . При нерыночном поведении второго, более слабого дуополиста  $\rho_{21} < \infty$ ,  $\rho_{22} = \infty$ . Динамика объемов производства дуополистов при принятых в базовом варианте значениях показателей представлена на рис. 1.

##### 4.1. Манипуляция ценами

Предполагается, что  $N$ -й олигополист имеет возможность изменять цены. Такая ситуация может быть, например, обусловлена его близостью к биржевой торговле продукцией, а также к банковским структурам, принимающим прямое или косвенное участие в рыночных сделках

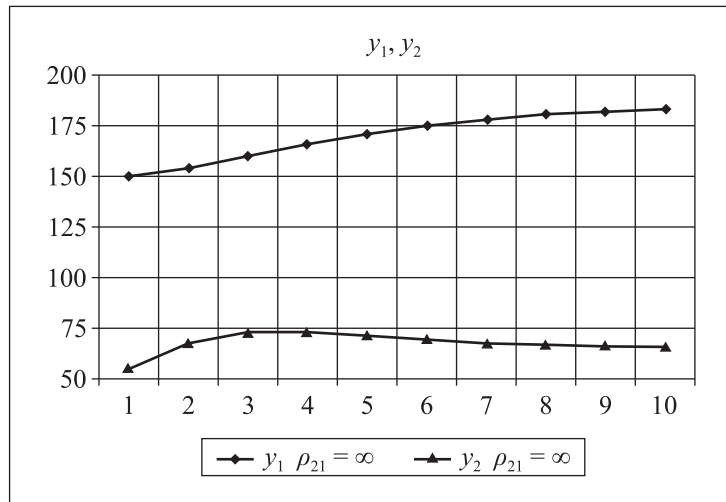


Рис. 1. Динамика объемов производства товарной продукции дуополистов при отсутствии (\$\rho\_{21} = \infty\$) атак на сильного дуополист (усл. ед.)

(подобные конфликты интересов явились одним из факторов Великой рецессии 2008–2009 гг.). Тогда динамика цены на продукцию будет описываться соотношением

$$P_t = a - b \sum_{i=1}^N y_{it} + v_t, \quad (3b)$$

где \$v\_t\$ — изменение цены, формируемое (осуществляемое) \$N\$-м участником рынка, максимизирующим критерий

$$J_{\tau N} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[ (P_t - PL_N) y_{Nt} - \frac{1}{2} \rho_{1N} u_{Nt}^2 - \frac{1}{2} \rho_{2N} v_t^2 \right] \rightarrow \max_{u_{Nt}, v_t}. \quad (2a)$$

Каждый из остальных олигополистов максимизирует чистую приведенную стоимость

$$J_{\tau i} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[ (P_t - PL_i) y_{it} - q_i u_i - \frac{1}{2} \rho_{1i} u_{it}^2 \right] \rightarrow \max_{u_{it}}, \quad i = 1, 2, \dots, N-1, \quad (2a)$$

где \$PL\_i = C\_i + q\_i / W\_i(1 + r\_i)\$, \$i = 1, 2, \dots, N\$. На первом этапе \$N\$-й олигополист максимизирует величину изменения цены \$v\_t\$. При этом

$$v_t = \frac{1}{\rho_{2N}} y_{Nt}. \quad (17)$$

На следующей стадии олигополисты проводят расчет стратегий (оптимальных по Нэшу–Курно), руководствуясь новым соотношением для цены:

$$P_t = a - b \sum_{i=1}^{N-1} y_{it} - b \left( 1 - \frac{1}{\rho_{2N}} \right) y_{Nt}. \quad (18)$$

В этом случае при \$T\_p \rightarrow \infty\$ справедливо

$$y_{it} = \frac{\Gamma_i(z, (\beta z)^{-1})}{b} (P_t - PL_i), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (19)$$



где

$$\Gamma_i [z, (\beta z)^{-1}] = \frac{b |W_i(z)|^2}{\rho_{1i} + b |W_i(z)|^2}, \quad i=1, 2, \dots, N-1; \quad \Gamma_N [z, (\beta z)^{-1}] = \frac{b |W_N(z)|^2}{\rho_{1N} + b \left(1 - \frac{1}{\rho_{2N}}\right) |W_N(z)|^2}. \quad (20)$$

Очевидно, в установившемся состоянии (при  $t \rightarrow \infty$ ) при  $PL_i = PL$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , и при  $\rho_{2N} > 1$  справедливо

$$\frac{y_{N\infty}}{y_{i\infty}} = \frac{\rho_{1i} / (b |W_i|^2) + 1}{\rho_{1N} / (b |W_N|^2) + \left(1 - \frac{1}{\rho_{2N}}\right)} > \frac{\rho_{1i} / (b |W_i|^2) + 1}{\rho_{1N} / (b |W_N|^2) + 1}, \quad i=1, 2, \dots, N, \quad (21)$$

где  $|W_i|^2 = W_i(1)W_i(1+r_i)$ .

На рис. 2 приведен составленный на основе расчетов своего рода фазовый портрет, характеризующий связь относительного увеличения объемов производства за 25-летний период слабого  $dy_2$  и сильного  $dy_1$  дуополистов при манипуляции ценами. Эти показатели здесь и в следующих подпараграфах вычислялись следующим образом:

$$dy_i(\rho_{21}) = \frac{\sum_{t=1}^{25} y_{it}(\rho_{21})}{\sum_{t=1}^{25} y_{it}(\rho_{21} = \infty)} - 1, \quad i=1, 2. \quad (22)$$

Увеличение цены в соответствии с (17) при функции спроса (3b) приводит к весьма незначительному росту производства сильного дуополиста, но вместе с тем — к существенному росту этого показателя у слабого. Так, при приросте объемов производства у сильного олигополиста на 2 % ( $dy_1 = 0.02$ ) прирост этого же показателя у слабого превышает 70%! За счет существенного роста объемов производства слабого дуополиста происходит заметное повышение его рыночной доли (на рис. 3 сопоставлена динамика рыночной доли слабого дуополиста-манипулятора при отсутствии и наличии манипуляции ценами, т. е. при  $\rho_{21} = \infty$  и при  $\rho_{21} = 5$ ). При приведенном варианте достаточно скромной манипуляции имеет место заметное (на 3 %) увеличение рыночной доли дуополиста-манипулятора.

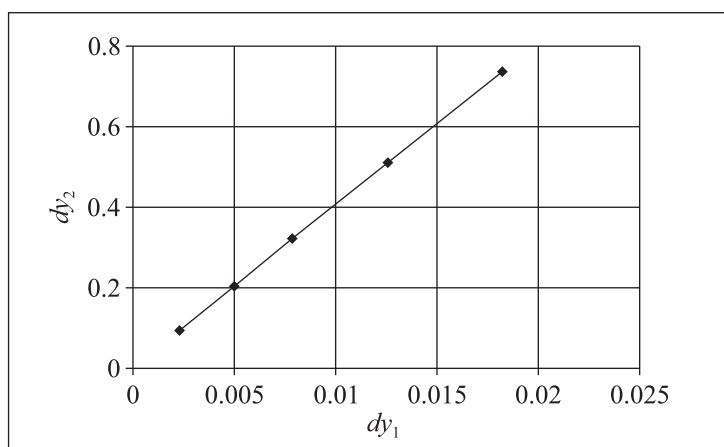


Рис. 2. Связь относительного увеличения объемов производства слабого ( $dy_2$ ) и сильного ( $dy_1$ ) дуополистов при манипуляции ценами

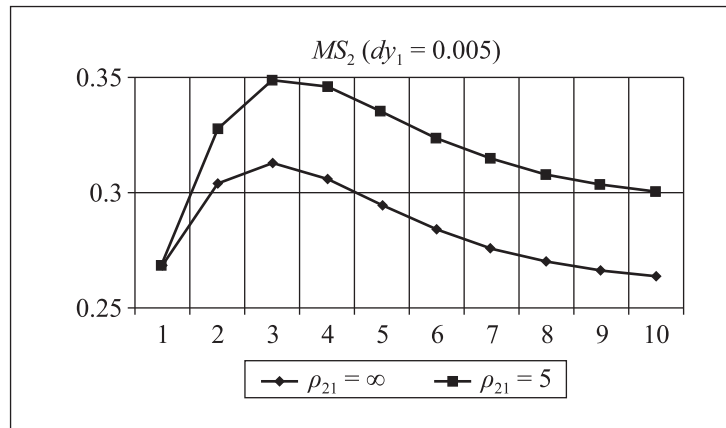


Рис. 3. Динамика рыночной доли слабого дуополиста  $MS_2$  при манипуляции им ценами

#### 4.2. Блокировка инвестиций сильных олигополистов

В этом случае слабый соперник пытается не допустить инвестиции и ввод производственных мощностей более сильных конкурентов. С этой целью может быть, например, использован механизм санкций на поставку оборудования и материалов, необходимых для инвестиций, на предоставление финансовых ресурсов остальных компаний, в частности на непредоставление кредитов и др. Наглядным примером являются санкции США в отношении компаний, задействованных в реализации газопроводного проекта «Северный поток – 2».

В игровой постановке рассматриваемой задачи, как и в § 3, может быть использован следующий критерий участников:

$$J_{ti} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[ (P_t - C_i)y_{it} - q_i(u_{it} + v_{it}) - \frac{1}{2}\rho_{1i}u_{it}^2 + \frac{1}{2}\rho_{2i}v_{it}^2 \right] \rightarrow \max_{u_{it}} \min_{v_{it}}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (5)$$

где  $u_{it}$  — планируемые (желаемые) объемы инвестиций олигополистов,  $v_{it}$  — интенсивность средств, блокирующих инвестиции сильных олигополистов со стороны слабого олигополиста,  $y_{it} = W_i(z)u_{it} + y_{0it} + W_i(z)v_{it}$  ( $\rho_{2N} = \infty$ ).

В этом случае в соотношении (1)  $D_i = B_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , а оптимальные стратегии олигополистов принимают следующий вид (для упрощения выкладок принято, что  $y_{0it} = 0$ ):

$$v_t = -\frac{\rho_{1i}}{\rho_{2i}}u_{it}, \quad (23)$$

$$y_{it} = W_i(z) \left( 1 - \frac{\rho_{1i}}{\rho_{2i}} \right) u_{it} = \frac{\Gamma_i}{b} (P_t - PL_i), \quad i = 1, 2, \dots, N-1, \quad (24)$$

где

$$\Gamma_i [z, (\beta z)^{-1}] = \frac{\left( 1 - \frac{\rho_{1i}}{\rho_{2i}} \right) b |W_i(z)|^2}{\rho_{1i} + b \left( 1 - \frac{\rho_{1i}}{\rho_{2i}} \right) |W_i(z)|^2}, \quad i = 1, 2, \dots, N-1, \quad (25)$$

$$\Gamma_N [z, (\beta z)^{-1}] = \frac{b |W_N(z)|^2}{\rho_{1N} + b |W_N(z)|^2 b}$$

и, как и ранее,  $PL_i = C_i + q_i / W_i(1 + r_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ .

В установившемся состоянии (при  $t \rightarrow \infty$ ) при  $0 < \rho_{1i} < \rho_{2i}$  и  $PL_i = PL$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , справедливо

$$\frac{y_{N\infty}}{y_{i\infty}} = \frac{\Gamma_N(1, 1+r)}{\Gamma_i(1, 1+r)} = \frac{\left\{ 1 + \rho_{1i} / \left[ (b|W_i|^2) * \left( 1 - \frac{\rho_{1i}}{\rho_{2i}} \right) \right] \right\}}{\left[ 1 + \rho_{1N} / (b|W_N|^2) \right]} > \frac{\rho_{1i} / (b|W_i|^2) + 1}{\rho_{1N} / (b|W_N|^2) + 1}, \quad i = 1, 2, \dots, N-1. \quad (26)$$

Очевидно изменение рыночной структуры будет тем более благоприятным для слабого участника, чем выше величина  $|W_N|^2$  и чем меньше величины  $|W_i|^2$ , характеризующие капиталоотдачу олигополистов.

На рис. 4 приведена динамика рыночной доли слабого дуополиста при разных значениях коэффициента  $\rho_{21}$ , а на рис. 5 — фазовый портрет, характеризующий связь относительного увеличения объемов производства за 25-летний период слабого дуополиста  $dy_2$  с уменьшением этого показателя у сильного  $dy_1$  при блокировке инвестиций последнего.

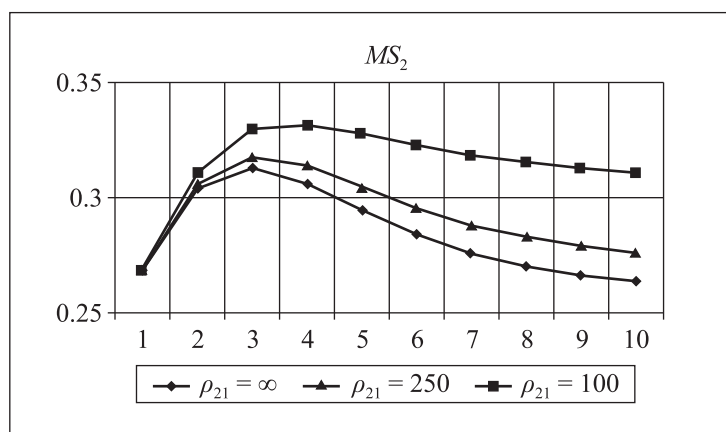


Рис. 4. Динамика рыночной доли слабого дуополиста  $MS_2$  при блокировке инвестиций сильного дуополиста

Блокировка инвестиций сильного дуополиста в соответствии с (23) приводит к росту объемов производства товарной продукции у слабого дуополиста  $dy_2$  за счет падения этого показателя у сильного  $dy_1$ , причем эластичность  $\frac{dy_2}{dy_1}$  превышает по модулю 1. Так, при уменьшении объемов производства у сильного олигополиста на 30 % ( $dy_1 = -0.30$ ) прирост этого же показателя у слабого  $dy_2$  превышает 36 % (рис. 5)!

Как и следовало ожидать, расчеты показывают влияние показателей капиталоотдачи компаний на глубину вытеснения сильного конкурента. Так, представленная на рис. 6 динамика рыночной доли слабого дуополиста  $MS_2$  при разной величине отношения капиталоотдачи олигополистов  $\zeta = W_2(1) / W_1(1)$  свидетельствует о возрастании  $MS_2$  с увеличением  $\zeta$ .

### 4.3. Уничтожение продукции конкурентов

Как отмечалось выше, в последнее время стали регулярными преступления, направленные на уничтожение производственной инфраструктуры и продукции как путем кибератак, так с использованием дронов (наглядный пример — уже упоминавшаяся атака на нефтеочистительные комплексы компании Saudi Aramco).

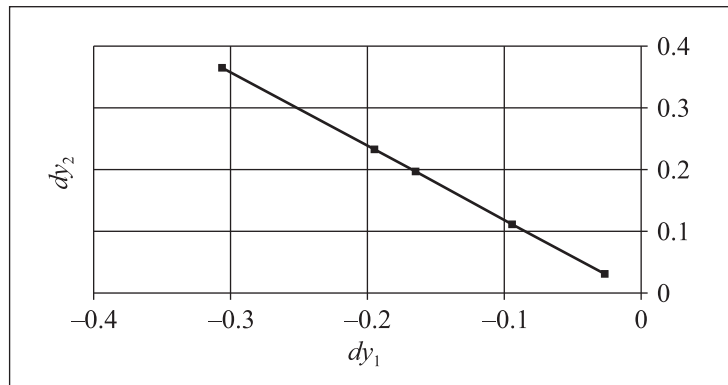


Рис. 5. Связь относительного увеличения объемов производства слабого ( $dy_2$ ) и сильного ( $dy_1$ ) дуополистов при блокировке инвестиций сильного дуополиста

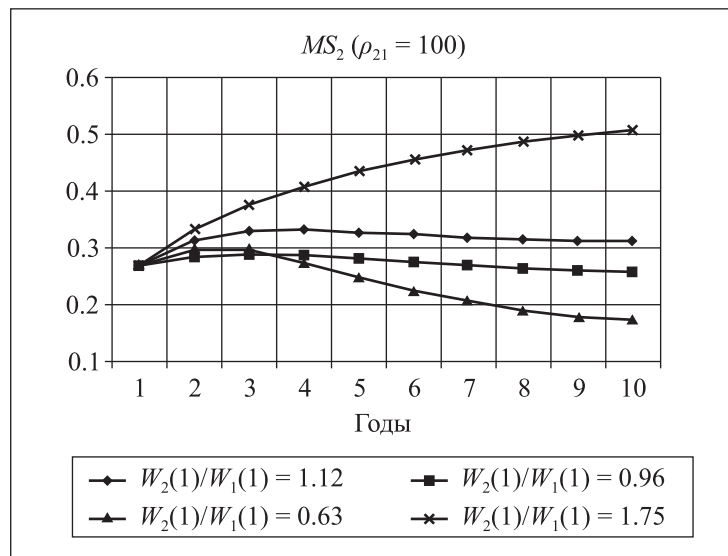


Рис. 6. Влияние величины отношения капиталотдачи дуополистов  $\zeta = W_2(1)/W_1(1)$  на динамику рыночной доли слабого монополиста  $MS_2$  в случае блокировки инвестиций сильного дуополиста

При моделировании стратегии поведения слабого олигополиста, включающей уничтожение произведенной продукции сильных конкурентов, принято, что критерий более сильных олигополистов имеет следующий вид:

$$J_{ti} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[ P_t y_{it} - C_i W_i(z) u_{it} - q_i u_{it} - \frac{1}{2} \rho_{1i} u_{it}^2 + \frac{1}{2} \rho_{2i} v_{it}^2 \right] \rightarrow \max_{u_{it}} \min_{v_{it}}, \quad (2b)$$

а объем товарной продукции —  $y_{it} = W_i(z) u_{it} + y_{0it} + v_{it}$ ,  $i = 1, 2, \dots, N - 1$ . Критерий слабого конкурента совпадает с (2) (при этом  $i = N$ ,  $\rho_{2N} = \infty$ ).

В этом случае можно показать, что

$$v_{it} = -\frac{1}{\rho_{2i}} \left[ PL_i + \frac{\rho_{1i}}{W_i((\beta z)^{-1})} u_{it} \right], \quad y_{it} = \frac{\left( |W_i|^2 - \frac{\rho_{1i}}{\rho_{2i}} \right) (P_t - PL_i) - \frac{\rho_{1i}}{\rho_{2i}} PL_i}{\rho_{1i} + b \left( |W_i|^2 - \frac{\rho_{1i}}{\rho_{2i}} \right)}, \quad i = 1, 2, \dots, N - 1, \quad (27)$$

откуда, с учетом (16), как и в предыдущем случае, следует, что ослабление сильных олигополистов будет тем значительнее, чем меньше величина коэффициентов  $\rho_{2i}$ , операционные издержки и капиталоотдача —  $W_i(1)$  (для упрощения выкладок в (27) также принято, что  $y_{0it} = 0$ ).

Уничтожение продукции сильного дуополиста в соответствии с (27) приводит, как и в предыдущем подпараграфе, к росту объемов производства товарной продукции у слабого дуополиста  $dy_2$  за счет падения этого показателя у сильного  $dy_1$ , причем эластичность  $\frac{dy_1}{dy_2}$  также превышает по модулю 1, однако она несколько ниже, чем в случае блокировки инвестиций (рис. 7).

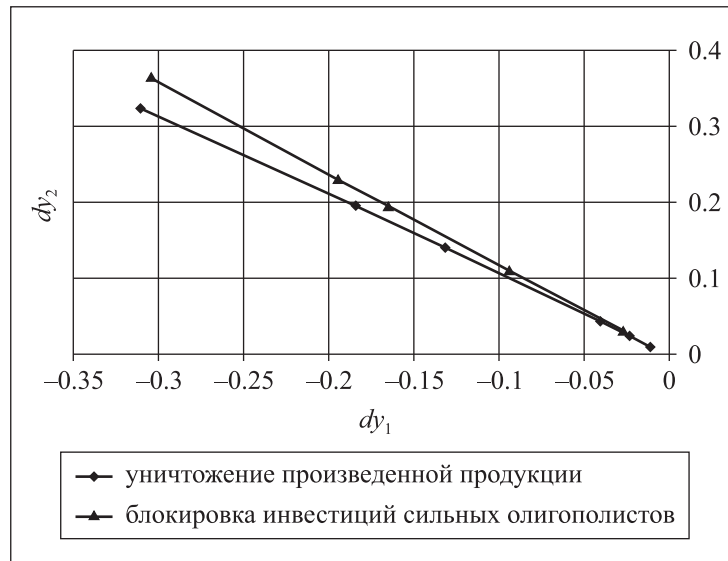


Рис. 7. Связь относительного увеличения объемов производства слабого ( $dy_2$ ) и сильного ( $dy_1$ ) дуополистов при блокировке инвестиций сильного дуополиста, а также при уничтожении его продукции в соответствии с (27)

## 5. Заключение

Рассмотренный игровой подход позволяет провести предварительный количественный анализ влияния некоторых видов нерыночного поведения участников олигополистических рынков на рыночную структуру.

Результаты проведенного моделирования свидетельствуют о возможности значительного изменения рыночной структуры одним из участников рынка. Изменение рыночной структуры будет тем более благоприятным для недобросовестного участника, чем выше показатели его эффективности, в частности, чем выше величина его капиталоотдачи, а также чем ниже соответствующие показатели добросовестных олигополистов.

Применительно к рассмотренной дуополии расчеты показывают, что наиболее эффективным из исследованных способов нерыночного поведения является блокировка производственных инвестиций.

Проведенный анализ лишний раз свидетельствует о необходимости укрепления производственно-инвестиционной базы отдельных компаний и стран (в особенности отрасли машиностроения), а также о необходимости повышения безопасности производств. В то же время следует учитывать, что дополнительные затраты на реализацию этих мероприятий могут повлечь за собой снижение конкурентоспособности добросовестных участников рынка, что, в свою очередь, потребует усиления компетентной государственной поддержки производителей.

## Список литературы (References)

- Варшавский Л. Е.* Моделирование развития олигополистических рынков при наличии киберугроз // Труды Института системного анализа Российской академии наук. — 2020. — Т. 70, № 2. — С. 21–29.  
*Varshavsky L. E.* Modelirovanie razvitiya oligopolisticheskikh rynkov pri nalichii kiberugroz [Analysis of economic indicators of oligopolistic markets under cyberthreats] // Trudy Instituta sistemnogo analiza Rossijskoj akademii nauk [Proceeding of the ISA RAS]. — 2020. — Vol. 70, No. 2. — P. 21–29 (in Russian).
- Варшавский Л. Е.* Прогнозирование динамики показателей рынков высокотехнологичной продукции с использованием методов операционного исчисления // Труды Института системного анализа. — 2019. — Т. 69, вып. 2. — С. 3–16.  
*Varshavsky L. E.* Prognozirovanie dinamiki pokazatelej rynkov vysokotekhnologichnoj produkcii s ispolzovaniem metodov operacionnogo ischisleniya [Forecasting dynamics of indicators of high-tech products markets with the help of operational calculus] // Trudy Instituta sistemnogo analiza Rossijskoj akademii nauk [Proceeding of the ISA RAS]. — 2019. — Vol. 69, No. 2. — P. 3–16 (in Russian).
- Варшавский Л. Е.* Исследование инвестиционных стратегий фирм на рынках капиталомы и наукоемкой продукции (производственные мощности, цены, технологические изменения). — М.: ЦЭМИ РАН, 2003. — 354 с.  
*Varshavsky L. E.* Issledovanie investitsionnykh strategii firm na rynkakh kapitalo- i naukoemkoj produkcii (proizvodstvennye moshchnosti, tseny, tekhnologicheskie izmeneniya) [The Study of investment strategies of firms on the markets of capital and R&D intensive products]. — Moscow: CEMI RAS, 2003. — 354 p. (in Russian).
- Варшавский Л. Е.* Использование методов теории управления для формирования рыночных структур // Компьютерные исследования и моделирование. — 2014. — Т. 6, № 5. — С. 839–859.  
*Varshavsky L. E.* Ispol'zovanie metodov teorii upravleniya dlja formirovaniya rynochnyh struktur [Control theory methods for creating market structures] // Computer Research and Modeling. — 2014. — Vol. 6, No. 5. — P. 839–859 (in Russian).
- Леонков А.* Защита важных объектов. — URL: <https://arsenal-otechestva.ru/article/1315-zashchita-vazhnykh-ob-ektov> (дата обращения: 15.07.2020).  
*Leonkov A.* Zashchita vazhnykh obiektov [Protection of important objects]. — URL: <https://arsenal-otechestva.ru/article/1315-zashchita-vazhnykh-ob-ektov> (accessed: 15.07.2020) (in Russian).
- Alexeev A., Jardine E., Krutilla K.* Optimal investment in cyber attack and resilience: a dynamic differential game. — 2017. — URL: <http://ceur-ws.org/Vol-2040/paper14.pdf> (accessed: 20.01.2020).
- Basar T., Olsder G. J.* Dynamic Noncooperative Game Theory. — London / New York: Academic Press, 1995.
- Conway A.* New data from Microsoft shows how the pandemic is accelerating the digital transformation of cyber-security. — URL: <https://www.microsoft.com/security/blog/2020/08/19/microsoft-shows-pandemic-accelerating-transformation-cyber-security/> (accessed: 15.09.2020).
- Dockner E. J., Jorgenson S. et al.* Differential games in economics and management science. — Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- Dudley J. P., Woodford M. H.* Bioweapons, biodiversity, and ecocide: potential effects of biological weapons on biological diversity // BioScience. — July 2002. — Vol. 52, No. 7. — P. 583–592.
- Gordon L. A., Loeb M. P.* The Economics of Information Security Investment // ACM Transactions on Information and System Security. — 2002. — P. 438–457.
- Gordon L. A., Loeb M. P., Zhou L.* Investing in cybersecurity: insights from the Gordon–Loeb model // Journal of Information Security. — 2016. — No. 7. — P. 49–59.
- Kaufmann A. F., Meltzer M. I., Schmid G. P.* The economic impact of a bioterrorist attack: are prevention and postattack intervention programs justifiable? // Emerging Infectious Diseases. April–June 1997. — Vol. 3, No. 2. — P. 83–94.

---

*Lau L.* Cybercrime ‘pandemic’ may have cost the world \$600 billion last year. — URL: <https://www.cnbc.com/2018/02/22/cybercrime-pandemic-may-have-cost-the-world-600-billion-last-year.html> (accessed: 15.11.2019).

OECD Economic Outlook. June 2020. — URL: <http://www.oecd.org/economic-outlook> (accessed: 26.09.2020).

*Vizard M.* Survey Finds Sluggish Cybersecurity Response to Pandemic. — URL: <https://securityboulevard.com/2020/06/survey-finds-sluggish-cybersecurity-response-to-pandemic> (accessed: 20.09.2020).

