

УДК: 519.6

Математическое моделирование тенсегрити-роботов с жесткими стержнями

С. И. Савин^{1,a}, Л. Ю. Ворочаева^{2,b}, В. В. Куренков^{1,c}

¹ Университет Иннополис,
Россия, 420500, г. Иннополис, ул. Университетская, д. 1
² Юго-Западный государственный университет,
Россия, 305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, д. 94

E-mail: ^a s.savin@innopolis.ru, ^b mila180888@yandex.ru, ^c v.kurenkov@innopolis.ru

*Получено 06.04.2020, после доработки — 10.06.2020.
Принято к публикации 22.06.2020.*

В работе рассматривается вопрос математического моделирования робототехнических структур на основе напряженно-связных конструкций, известных в англоязычных источниках как tensegrity structures (тенсегрити-структуры). Определяющим свойством таких конструкций является то, что образующие их элементы работают только на сжатие или растяжение, что позволяет использовать материалы и конструктивные решения для выполнения этих элементов, минимизирующие вес структуры, сохраняя ее прочность.

Тенсегрити-структуры отличаются рядом свойств, важных для коллаборативной робототехники, задач разведывания и движения в недетерминированных средах: естественной податливостью, компактностью при транспортировке, малым весом при значительной удароустойчивости и жесткости. При этом открытыми остаются многие вопросы управления такими структурами, что в свою очередь связано со сложностью описания их динамики.

В работе предложен подход к описанию и составлению динамических уравнений для таких конструкций, основанный на описании динамики второго порядка декартовых координат элементов структуры (стержней), динамики первого порядка для угловых скоростей стержней и динамики первого порядка для кватернионов, используемых для описания ориентации стержней. Предложен подход к численному решению составленных динамических уравнений. Предложенные методы реализованы в виде свободно распространяемого математического пакета с открытым исходным кодом.

В работе продемонстрировано, как разработанный программный комплекс может использоваться для моделирования динамики и определения режимов работы тенсегрити-структур. Рассмотрен пример тенсегрити-структуры с тремя жесткими стержнями и девятью упругими элементами, работающими на растяжение (тросами), движущейся в невесомости. Показаны особенности динамики структуры в процессе достижения положения равновесия, определены области начальных значений параметров ориентации стержней, при которых структура работает в штатном режиме, и значения, при которых растяжение тросов превышает выбранное критическое значение или происходит провисание тросов. Полученные результаты могут непосредственно использоваться при анализе характера пассивных динамических движений роботов, основанных на трехзвенной тенсегрити-структуре, рассмотренный в работе; предложенные методы моделирования и разработанное программное обеспечение пригодны для моделирования значительного многообразия тенсегрити-роботов.

Ключевые слова: тенсегрити, динамические уравнения, параметризация вращений, кватернионы

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 19-79-10246).

UDC: 519.6

Mathematical modelling of tensegrity robots with rigid rods

S. I. Savin^{1,a}, L. Yu. Vorochaeva^{2,b}, V. V. Kurenkov^{1,c}

¹Innopolis University,
1 Universitetskaya st., Innopolis, 420500, Russia

²Southwest State University,
94, 50 Let Oktyabrya st., Kursk, 305040, Russia

E-mail: ^a s.savin@innopolis.ru, ^b mila180888@yandex.ru, ^c v.kurenkov@innopolis.ru

Received 06.04.2020, after completion — 10.06.2020.

Accepted for publication 22.06.2020.

In this paper, we address the mathematical modeling of robots based on tensegrity structures. The pivotal property of such structures is the forming elements working only for compression or tension, which allows the use of materials and structural solutions that minimize the weight of the structure while maintaining its strength.

Tensegrity structures hold several properties important for collaborative robotics, exploration and motion tasks in non-deterministic environments: natural compliance, compactness for transportation, low weight with significant impact resistance and rigidity. The control of such structures remains an open research problem, which is associated with the complexity of describing the dynamics of such structures.

We formulate an approach for describing the dynamics of such structures, based on second-order dynamics of the Cartesian coordinates of structure elements (rods), first-order dynamics for angular velocities of rods, and first-order dynamics for quaternions that are used to describe the orientation of rods. We propose a numerical method for solving these dynamic equations. The proposed methods are implemented in the form of a freely distributed mathematical package with open source code.

Further, we show how the provided software package can be used for modeling the dynamics and determining the operating modes of tensegrity structures. We present an example of a tensegrity structure moving in zero gravity with three rigid rods and nine elastic elements working in tension (cables), showing the features of the dynamics of the structure in reaching the equilibrium position. The range of initial conditions for which the structure operates in the normal mode is determined. The results can be directly used to analyze the nature of passive dynamic movements of the robots based on a three-link tensegrity structure, considered in the paper; the proposed modeling methods and the developed software are suitable for modeling a significant variety of tensegrity robots.

Keywords: tensegrity, dynamic equations, rotations parametrization, quaternions

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2020, vol. 12, no. 4, pp. 821–830 (Russian).

The research is supported by grant of the Russian Science Foundation (project No. 19-79-10246).

Введение

Напряженно-связные структуры, известные в англоязычной литературе как *tensegrity* (комбинация слов *tensional integrity*, далее в работе будем использовать транслитерацию «тенсегрити»), представляют собой класс механических конструкций и способ их построения. Эти конструкции отличаются высоким соотношением механической жесткости к массе [Caluwaerts et al., 2014; Paul et al., 2006], что делает их привлекательными для архитектурных приложений и как структурные элементы механизмов. Роботы с напряженно-связными структурами начали активное развитие вместе с проектом NASA по созданию спускаемого аппарата для посадки на другие планеты, имеющего структуру шестизвенного тенсегрити-робота [Bruce, 2014]. Структуры, разработанные в рамках этого проекта, включают Reservoir Compliant Tensegrity Robot (ReCTeR) и SUPERball, перемещающиеся путем смещения центра масс структуры в заданном направлении для реализации движения качения [Bruce, 2014; Bruce et al., 2014; Caluwaerts et al., 2014]. В рамках этих работ были предложены способ генерации походок шестистержневой тенсегрити-структуры путем перекатывания, способ настройки параметров походки, разработаны и протестированы прототипы тенсегрити-роботов, продемонстрирована их способность выдерживать удары и столкновения.

Одним из открытых вопросов в области тенсегрити-робототехники является математическое моделирование такого рода роботов. Имеется ряд работ, предлагающих аналитические модели для специальных случаев тенсегрити-роботов, в частности для плоских структур [De Jager et al., 2002; Furet et al., 2018]. В рамках проектов NASA использовался так называемый физический симулятор Bullet — программное обеспечение для приближенного математического моделирования динамического движения механических объектов на основе численных методов составления и решения уравнений динамики, а также приближенных численных методов моделирования контактных взаимодействий и ударов. Разработанный NASA программный пакет NASA Tensegrity Robotics Toolkit (NTRT), основанный на симуляторе Bullet, включает модули для построения тенсегрити-роботов, управления, машинного обучения и коммуникации с другими программными средствами [Mirlatz et al., 2015; Caluwaerts et al., 2014].

Существенным недостатком этого и других средств моделирования тенсегрити-роботов является отсутствие возможности учитывать нелинейные свойства упругих элементов, вводить внешние силы, а также использовать их для составления локальных линеаризованных или полноценных моделей динамики таких роботов. Это, в частности, усложняет применение методов управления, основанных на использовании структуры уравнений механических систем (манипуляторных уравнений), таких как computed torque controller [Middleton, Goodwin, 1986] или feedback linearization [Palli et al., 2008]. В этой работе рассмотрим метод моделирования тенсегрити-систем, позволяющий решить указанные проблемы, используя в качестве примера тенсегрити-робота трехстержневую структуру, известную в англоязычной литературе как *tensegrity 3-prism*: тенсегрити-3-призму.

Кинематическая модель тенсегрити-робота

Тенсегрити-роботы могут рассматриваться как набор звеньев (стержней), работающих на сжатие, и набор упругих элементов, работающих на растяжение. Пусть у тенсегрити-структуры имеется n вершин \mathbf{r}_i и матрица связности R определяет, какие пары этих вершин (заданные их индексами) формируют звенья робота. Каждая строка матрицы задает пару вершин, формирующую звено. Рис. 1 показывает пример трехзвенной тенсегрити-структуры с матрицей связности вида

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 6 & 5 \end{bmatrix}^T.$$

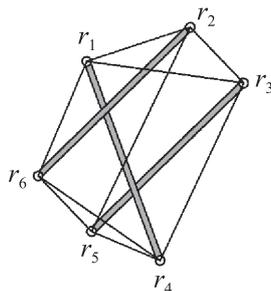


Рис. 1. Пример трехзвенной тенсегрити-структуры (3-призмы, от англ. prism-3); \mathbf{r}_i — вершины структуры

Для определения, какие вершины связаны упругими элементами, можем использовать матрицу связности E , имеющую аналогичную структуру, что и матрица R . Для случая стандартной трехзвенной тенсегрити-призмы [Amendola et al., 2014; Fraternali et al., 2012] и при использовании обозначений, введенных на рис. 1, матрица E примет вид

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 3 & 4 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 6 & 3 & 5 & 4 & 5 & 6 & 6 \end{bmatrix}^T.$$

Тогда выражения для положений центров масс звеньев робота могут быть заданы следующим образом:

$$\mathbf{r}_j^C = \alpha_j \mathbf{r}_{R(j,1)} + (1 - \alpha_j) \mathbf{r}_{R(j,2)}, \quad \alpha_j \in [0 \ 1], \quad (1)$$

где α_j — параметр, задающий расположение центра масс j -го звена. В частном случае $\alpha_j = 0.5 \forall j$, тогда выражение (1) примет вид

$$\mathbf{r}_j^C = \frac{1}{2} (\mathbf{r}_{R(j,1)} + \mathbf{r}_{R(j,2)}).$$

Для задания ориентации j -го стержня присоединим к нему систему координат, задаваемую матрицей \mathbf{T}_j , чьи столбцы — это орты системы координат. Заметим, что механические уравнения системы инвариантны к вращению системы координат \mathbf{T}_j вокруг вектора $\mathbf{e}_j = \mathbf{r}_{R(j,1)} - \mathbf{r}_{R(j,2)}$, что связано с геометрией стержня. Силы, действующие на звено (например, сила тяжести и упругие силы, приложенные со стороны упругих элементов), не приводят к появлению моментов вокруг оси \mathbf{e}_j , так как их линии действия пересекают эту ось.

Для вычисления матрицы \mathbf{T}_j можем использовать конвенцию, что начальное положение каждого стержня, задаваемое вектором \mathbf{e}_j , равно

$$\mathbf{e}_j(0) = [0 \ 0 \ h_j]^T,$$

где h_j — это длина j -го стержня. Тогда \mathbf{T}_j вычисляется следующим образом:

$$\mathbf{T}_j = \mathbf{T}_{a-a} \left(\mathbf{e}_j(0) \times \mathbf{e}_j, \cos^{-1} \frac{\mathbf{e}_j(0) \cdot \mathbf{e}_j}{\|\mathbf{e}_j(0) \cdot \mathbf{e}_j\|} \right),$$

где $\mathbf{T}_{a-a}(\mathbf{a}, b)$ — матрица поворота на угол b вокруг оси \mathbf{a} .

Отдельный интерес представляет параметризация положения и ориентации стержня. Здесь имеют место два принципиально разных подхода. Первый состоит в описании ориентации твердого тела с использованием стандартных подходов, таких как углы Эйлера, матрицы направляющих косинусов или кватернионы [Graf, 2008]. Этот подход подразумевает, что ориентация каждого тела задается минимальным или произвольным числом параметров: 3 в случае углов Эйлера, 4 в случае использования кватернионов и т. д. В случае если для описания ориентации стержня используется не минимальный набор параметров, на значения этих параметров накладываются дополнительные связи; в случае использования кватернионов связь накладывается на норму

кватерниона. Преимуществом такого подхода является возможность использования стандартных численных методов, разработанных для моделирования динамики твердого тела. Недостатком является то, что уравнения динамики вырождаются в случае использования минимального набора параметров или становятся системой дифференциально-алгебраических уравнений в случае использования кватернионов, матриц направляющих косинусов или других не минимальных параметризаций [Gear, 1971].

Второй подход состоит в том, чтобы описывать положения вершин, накладывая связи на их взаимное расположение. Этот подход позволяет производить релаксацию связей, заменяя стержни упругими элементами, работающими на сжатие [Masic et al., 2005]. В этом случае моделирование структуры сводится к моделированию облака точек, соединенных упругими элементами.

В этой работе рассматривается первый подход. В следующем разделе приведены уравнения динамики тенсегрити-структуры и способы их интегрирования для получения текущих положения и ориентации стержней, составляющих эту структуру. Для описания ориентации j -го стержня будем использовать кватернион q_j .

Динамическая модель тенсегрити-робота

Динамика тенсегрити-структуры включает модель упругих элементов. Рассмотрим следующую нелинейную модель упругости:

$$\mathbf{f}_{j,i} = -s_{j,i}(\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j\| - \rho_{j,i}) \frac{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j\|}, \tag{2}$$

где $f_{j,i}$ — сила, создаваемая упругим элементом, $s_{j,i}$ — жесткость упругого элемента, $\rho_{j,i}$ — длина упругого элемента, при которой тот не создает силу.

Диссипация энергии происходит в упругих элементах, а соответствующие диссипативные силы могут быть записаны как

$$\mathbf{f}_{j,i}^d = -\gamma_{j,i}(\dot{\mathbf{r}}_i - \dot{\mathbf{r}}_j), \tag{3}$$

где $f_{j,i}^d$ — диссипативная сила, действующая на стержень со стороны упругого элемента, а $\gamma_{j,i}$ — коэффициент линейной диссипативной силы. Заметим, что полученная эластодинамическая модель линейна в первых производных и коническая — в нулевых производных (2).

Для описания сил упругости удобно ввести матрицы коэффициентов жесткости и длин упругих элементов S , Γ и P . Элементы этих матриц $s_{j,i}$, $\gamma_{j,i}$ и $\rho_{j,i}$ указывают на жесткость, коэффициенты диссипации и длину упругих элементов, соединяющих i -ю и j -ю вершины. Матрицы принимаем симметрическими. Пример матрицы жесткости S для рассмотренного выше случая, когда каждый упругий элемент имеет коэффициент жесткости 10^3 , показан ниже:

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 10^3 & 10^3 & 0 & 0 & 10^3 \\ 10^3 & 0 & 10^3 & 0 & 10^3 & 0 \\ 10^3 & 10^3 & 0 & 10^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^3 & 0 & 10^3 & 10^3 \\ 0 & 10^3 & 0 & 10^3 & 0 & 10^3 \\ 10^3 & 0 & 0 & 10^3 & 10^3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Матрица P будет иметь ту же структуру разреженности, как и матрица S . Такая запись позволяет находить сумму сил \mathbf{f}_j , действующих на j -ю вершину со стороны упругих элементов, следующим образом:

$$\mathbf{f}_j = \sum_{i=1}^n \mathbf{f}_{j,i}.$$

В случае если между двумя вершинами нет упругих элементов, то соответствующий коэффициент s_{ji} будет равен нулю.

Если планируется использовать релаксацию связей (замену стержней упругими элементами, работающими на сжатие), достаточно аугментировать матрицы S и P соответствующим образом.

Найдем сумму моментов, действующих на j -й стержень:

$$\tau_j = (\mathbf{r}_{R(j,1)} - \mathbf{r}_j^C) \times \mathbf{f}_{R(j,1)} + (\mathbf{r}_{R(j,2)} - \mathbf{r}_j^C) \times \mathbf{f}_{R(j,2)}.$$

Для описания динамики тенсегрити-структуры используем уравнения Ньютона–Эйлера, записанные в абсолютной (неподвижной) системе координат:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(\mathbf{I}_j \omega_j) = \tau_j, \\ \frac{d^2}{dt^2}(m_j \mathbf{r}_j^C) = \mathbf{f}_j, \end{cases} \quad (4)$$

где \mathbf{I}_j и m_j — матрица инерции и масса j -го стержня, ω_j — угловая скорость j -го стержня. Интегрируя уравнения (4), получим зависимости от времени $\omega_j = \omega_j(t)$. Для получения ориентации стержней будем использовать следующее выражение для производной кватерниона \dot{q}_j :

$$\dot{q}_j = \frac{1}{2} \omega_j \circ q_j. \quad (5)$$

Выражение 5 позволяет интегрировать производную кватерниона при учете алгебраической связи $\|q_j\| = 1$.

Моделирование движения тенсегрити-структуры с тремя стержнями

Описание объекта моделирования

Объектом моделирования является тенсегрити-3-призма: робот, состоящий из трех стержней, обозначенных как стержень I, II и III, соединенных между собой упругими тросами $i = 0-8$, образующими «тройки»: 0, 3, 6 — верхняя тройка, 1, 4, 7 — нижняя тройка, 2, 5, 8 — боковая тройка (рис. 2). С каждым стержнем соединены по два троса каждой тройки. Стержни обладают массами $m = 1$ кг и длинами $L = 0.3$ м, центры масс являются центрами симметрии. Тросы являются безмассовыми упругими элементами с жесткостью $c = 10$ Н/м и длиной в недеформированном состоянии $l_i^0 = 0.2$. Ориентация стержней в абсолютной системе координат XYZ задается при помощи углов Эйлера φ , ψ и θ или кватернионов \mathbf{q} .

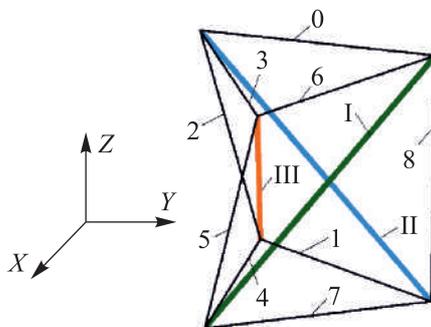


Рис. 2. Схема робота — тенсегрити-3-призмы; 0–8 — номера тросов, I, II и III — номера стержней, XYZ — неподвижная система координат

Полагаем, что устройство работает в штатном режиме, только если ни один из тросов не провисает, а относительная деформация в них не превышает 100%. Под относительной деформацией i -го троса будем понимать следующую величину:

$$\epsilon_i = \frac{l_i - l_i^0}{l_i^0} 100\%,$$

где l_i — текущее значение длины троса, обусловленное конфигурацией робота, а l_i^0 — длина троса в недеформированном состоянии.

Для тестирования работы симулятора проведем эксперименты, моделирующие поведение устройства в невесомости. Для этого будем задавать некоторые начальные положения робота и исследовать переходный процесс до достижения им устойчивых положений. Пусть в начальном положении верхнее и нижнее основания робота параллельны друг другу, варьируемым параметром является угол ψ поворота стержней вокруг оси Y .

Целью проводимых исследований является оценка адекватности работы симулятора, а также определение диапазонов допустимых значений параметров, при которых устройство функционирует в штатном режиме (без провисания тросов и их чрезмерного натяжения). Также критерием оценки адекватности поведения устройства будет отсутствие изменения координат его центра масс во время переходного процесса.

Результаты моделирования

Результаты моделирования поведения устройства в виде графиков временных зависимостей относительных деформаций тросов приведены на рис. 3. По графикам видно, что натяжение всех тросов в каждой из троек в начальный момент времени (индекс n), а также в течение переходного процесса одинаково:

$$\begin{aligned} \epsilon_{0n} = \epsilon_{3n} = \epsilon_{6n}, \quad \epsilon_{1n} = \epsilon_{4n} = \epsilon_{7n}, \quad \epsilon_{2n} = \epsilon_{5n} = \epsilon_{8n}, \\ \epsilon_0(t) = \epsilon_3(t) = \epsilon_6(t), \quad \epsilon_1(t) = \epsilon_4(t) = \epsilon_7(t), \quad \epsilon_2(t) = \epsilon_5(t) = \epsilon_8(t). \end{aligned}$$

На рис. 3 построены графики для пяти значений угла ψ , верхний и нижний графики соответствуют предельным величинам $\psi \in [\psi_{\min}, \psi_{\max}]$, $\psi_{\min} = 36^\circ$, $\psi_{\max} = 68^\circ$. При угле $\psi < \psi_{\min}$ наблюдается провисание тросов верхней тройки, а при $\psi > \psi_{\max}$ относительная деформация в тросах нижней тройки превышает 100% (рис. 4).

Характер изменения величины ϵ в тройках тросов зависит от значения угла ψ . Тросы верхней тройки при $\psi_{\min} \leq \psi \leq \psi^*$, $\psi^* \approx 45^\circ$ вначале растягиваются, достигают наибольшего натяжения, а затем уменьшаются в длине, при диапазоне $\psi^* < \psi \leq \psi_{\max}$ натяжение в верхних тросах возрастает во время всего переходного процесса (рис. 3, а). Характер изменения длины нижней тройки тросов противоположен только что описанному для верхней тройки (рис. 3, б).

В характере изменения деформации боковой тройки тросов можно выделить три диапазона угла ψ (рис. 3, с). При углах $\psi_{\min} \leq \psi < \psi^*$ относительная деформация тросов убывает во время переходного процесса и достигает своего наименьшего значения в устойчивом положении; при углах $\psi^* \leq \psi \leq \psi^{**}$, $\psi^{**} \approx 57^\circ$ относительная деформация тросов вначале убывает, достигает минимума, а затем возрастает до максимального значения в устойчивом положении; при углах $\psi^{**} < \psi \leq \psi_{\max}$ относительная деформация тросов возрастает до максимума в устойчивом положении. Минимальные (min) и максимальные (max) значения относительной деформации показаны на графиках рисунка 3.

Относительная деформация всех тросов плавно изменяется по криволинейным законам. Причем наибольшие значения деформации в тросах верхней и нижней тройки и наименьшие в боковых тросах наблюдаются при угле $\psi = \psi_{\max}$. Также следует отметить, что относительная

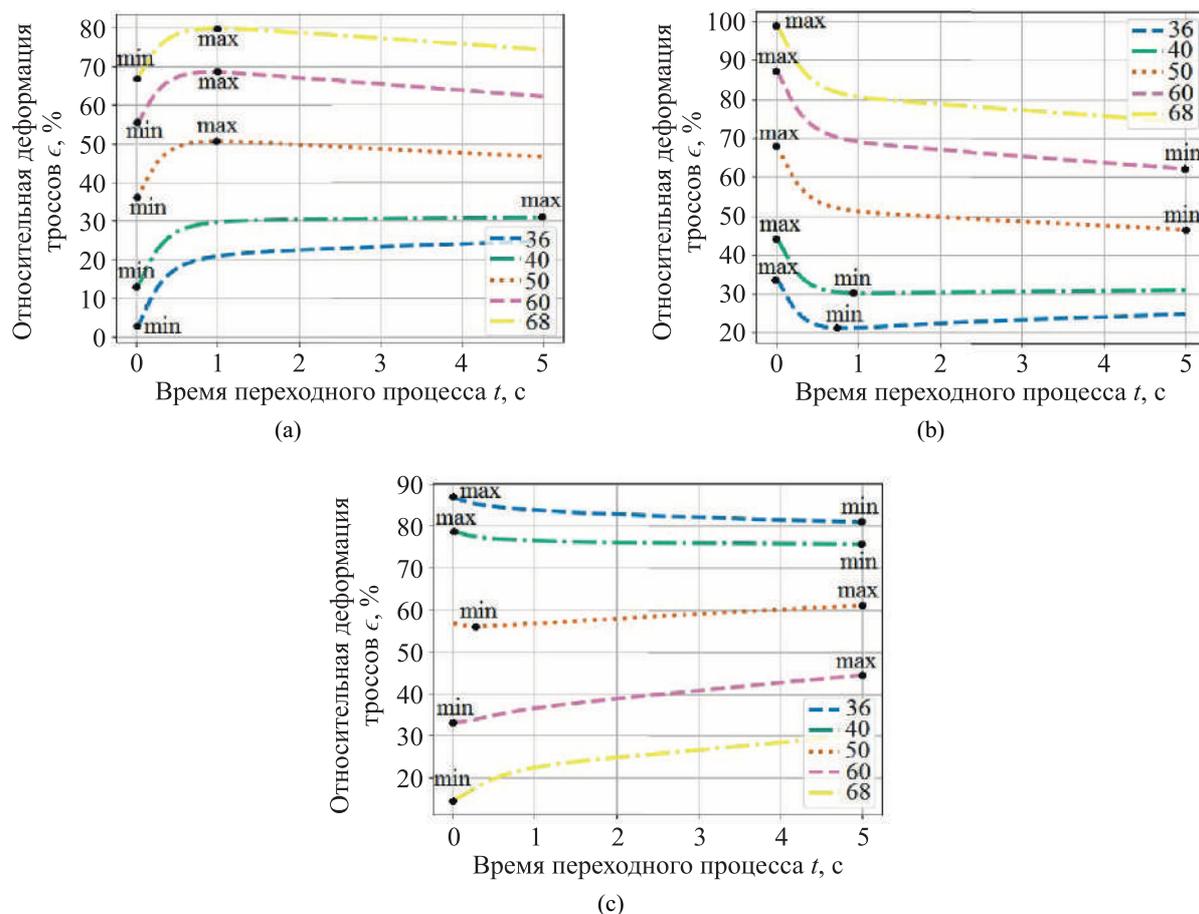


Рис. 3. Графики относительной деформации тросов $\epsilon(t)$, построенные для различных величин угла ψ наклона стержней вокруг оси Y (36, 40, 50, 60 и 68 градусов): а) верхняя тройка тросов; б) нижняя тройка тросов; в) боковая тройка тросов; max — точка наибольшего натяжения, min — точка наименьшего натяжения

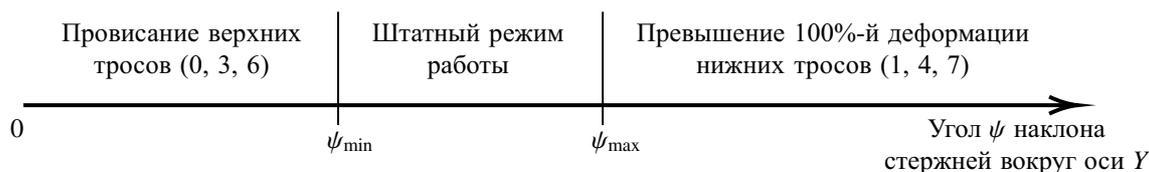


Рис. 4. Диапазоны угла ψ наклона стержней вокруг оси Y ; предельные значения угла ψ : $\psi_{\min} = 36^\circ$, $\psi_{\max} = 68^\circ$

деформация верхних и нижних тросов в момент перехода устройства в устойчивое положение (индекс k) равна между собой при каждом из рассмотренных значений угла ψ :

$$\epsilon_{0k} = \epsilon_{3k} = \epsilon_{6k} = \epsilon_{1k} = \epsilon_{4k} = \epsilon_{7k}.$$

На рис. 5 показаны пиктограммы положений робота в начальный и конечный момент перемещения, цветом выделены тросы с одинаковой деформацией. Следует отметить, что во время переходного процесса верхнее и нижнее основания робота остаются параллельными друг другу.

В качестве еще одной проверки адекватности работы разработанного симулятора необходимо оценить изменение положения центра масс робота во время переходного процесса. Соответствующие графики приведены на рис. 6.

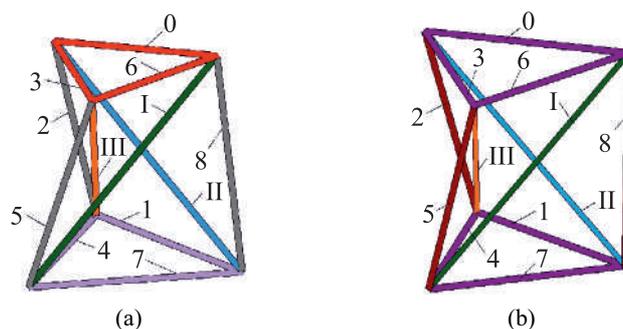


Рис. 5. Пиктограммы робота при значении угла ψ наклона стержней вокруг оси Y , равного $\psi = \psi_{\min}$: а) начальное положение; б) конечное положение; 0–8 — номера тросов, I, II и III — номера стержней

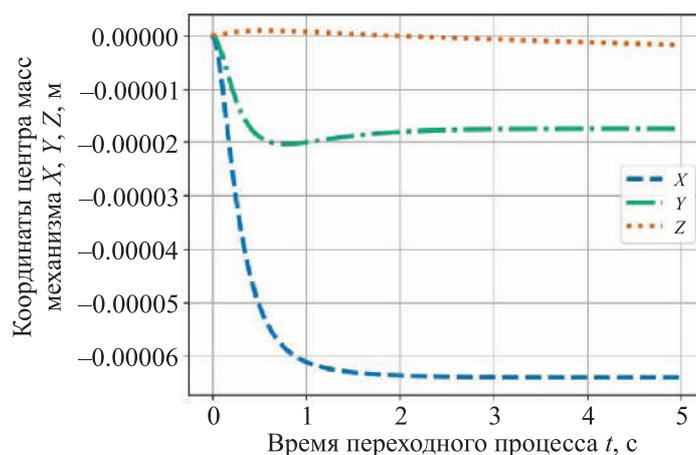


Рис. 6. Графики зависимостей координат центра масс механизма $X(t)$, $Y(t)$, $Z(t)$ при значении угла ψ наклона стержней вокруг оси Y , равного $\psi = \psi_{\min} = 36^\circ$

По ним видно, что абсцисса, ордината и аппликата центра масс робота изменяются во времени в пределах допустимой погрешности, обусловленной погрешностью программных вычислений. Это свидетельствует об адекватности работы симулятора и справедливости полученных в нем результатов.

Заключение

В работе описана работа симулятора, позволяющего исследовать поведение тенсегрити-роботов. Был предложен подход к описанию и составлению моделей такого рода механических систем, а также способ интегрирования получаемых динамических уравнений.

Для демонстрации работы симулятора была использована трехстержневая тенсегрити-структура, известная как тенсегрити-3-призма. Рассматривалась ее динамика во время перехода из некоторого начального положения в устойчивое конечное в невесомости.

Проведенные эксперименты позволили определить допустимые диапазоны угла ψ поворота стержней относительно оси Y , при которых не происходит провисание тросов, а также не наблюдается превышение 100%-й относительной деформации в тросах, т.е. установить допустимые значения параметров, обеспечивающих функционирование робота в штатном режиме. Также для проверки адекватности работы симулятора было установлено, что центр масс устройства во время переходного процесса не меняет своего положения, изменяется только ориентация стержней.

Список литературы (References)

- Amendola A. et al.* Experimental investigation of the softening–stiffening response of tensegrity prisms under compressive loading // Elsevier Composite Structures. — 2014. — Vol. 117. — P. 234–243. — DOI: 10.1016/j.compstruct.2014.06.022
- Bruce J. et al.* Design and evolution of a modular tensegrity robot platform // IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). — 2014. — P. 3483–3489. — DOI: 10.1109/ICRA.2014.6907361
- Bruce J. et al.* SUPERball: Exploring tensegrities for planetary probes // 12th International Symposium on Artificial Intelligence, Robotics, and Automation in Space (i-SAIRAS). — 2014.
- Caluwaerts K. et al.* Design and control of compliant tensegrity robots through simulation and hardware validation // Journal of the royal society interface. — 2014. — Vol. 11, No. 98. — DOI: 10.1098/rsif.2014.0520
- De Jager B., Skelton R. E., Masic M.* Integrated control/structure design for planar tensegrity models // IEEE Proceedings of the International Conference on Control Applications. — 2002. — Vol. 2. — P. 862–867. — DOI: 10.1109/CCA.2002.1038715
- Fraternali F., Senatore L., Daraio C.* Solitary waves on tensegrity lattices // Elsevier Journal of the Mechanics and Physics of Solids. — 2012. — Vol. 60, No. 6. — P. 1137–1144. — DOI: 10.1016/j.jmps.2012.02.007
- Furet M. et al.* Kinematic analysis of planar tensegrity 2-X manipulators // Springer International Symposium on Advances in Robot Kinematics. — 2018. — P. 153–160. — DOI: 10.1007/978-3-319-93188-3_18
- Gear C.* Simultaneous numerical solution of differential-algebraic equations // IEEE Transaction on Circuit Theory. — 1971. — Vol. 18, No. 1. — P. 89–95. — DOI: 10.1109/TCT.1971.1083221
- Graf B.* Quaternions and dynamics // arXiv preprint arXiv:0811.2889. — 2008. — DOI: 10.1109/TCT.1971.1083221
- Masic M. et al.* Algebraic tensegrity form-finding // Elsevier International Journal of Solids and Structures. — 2005. — Vol. 42, No. 16–17. — P. 4833–4858. — DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2005.01.014
- Middleton R. H., Goodwin G. C.* Adaptive computed torque control for rigid link manipulators // 25th IEEE Conference on Decision and Control. — 1986. — P. 68–73. — DOI: 10.1109/CDC.1986.267156
- Mirletz B. T. et al.* Towards bridging the reality gap between tensegrity simulation and robotic hardware // IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). — 2015. — P. 5357–5363. — DOI: 10.1109/IROS.2015.7354134
- Palli G. et al.* On the feedback linearization of robots with variable joint stiffness // IEEE International Conference on Robotics and Automation. — 2008. — P. 1753–1759. — DOI: 10.1109/ROBOT.2008.4543454
- Paul C. et al.* Design and control of tensegrity robots for locomotion // IEEE Transactions on Robotics. — 2006. — Vol. 22, No. 5. — P. 944–957. — DOI: 10.1109/TRO.2006.878980