

УДК: 532.516

Моделирование течения тонкого слоя жидкости с учетом разрывов и шероховатости границ

В. А. Бруйка

Самарский государственный технический университет,
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 244

E-mail: vbroyaka@gmail.com

*Получено 04.09.2019, после доработки — 14.01.2020.
Принято к публикации 25.03.2020.*

Рассматривается задача о течении жидкости в тонком слое между шероховатыми поверхностями с учетом их сближения и разрывов слоя в местах гребневого контакта микронеровностей. Пространство между поверхностями рассматривается как пористая среда с переменной проницаемостью, зависящей от микропрофиля шероховатости и степени сближения поверхностей. Для получения зависимости проницаемости от сближения поверхностей выполняется расчет течения жидкости на малом участке слоя (100 мкм), для которого микропрофиль шероховатости моделируется с помощью фрактальной функции Вейерштрасса–Мандельброта. Расчетной является трехмерная область, заполняющая пустоты между выступами и впадинами микропрофилей поверхностей, расположенных на некотором расстоянии друг от друга. Сближение поверхностей приводит к тому, что в местах пересечения гребней микронеровностей появляются разрывы расчетной области. При заданном сближении и граничных условиях рассчитывается расход жидкости и перепад давления, на основании которых вычисляется проницаемость эквивалентной пористой среды. Результаты расчетов проницаемости, полученные для различных сближений шероховатых поверхностей, аппроксимированы степенной функцией. Это позволяет рассчитывать характеристики течения в тонком слое переменной толщины, имеющем характерную длину на несколько порядков больше масштабов шероховатости. В качестве примера, иллюстрирующего практическое применение данной методики, получено решение задачи о течении жидкости в зазоре между заготовкой и матрицей при гидропрессовании в трехмерной постановке при условии линейного уменьшения проницаемости эквивалентного пористого слоя.

Ключевые слова: фрактальная поверхность, течение в тонком слое, моделирование шероховатости, проницаемость пористой среды, моделирование гидропрессования

UDC: 532.516

Flow of liquid in a thin layer simulation with taking into account the discontinuities and roughness of the boundaries

V. A. BruyakaSamara State Technical University,
244 Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russia

E-mail: vbruyaka@gmail.com

*Received 04.09.2019, after completion – 14.01.2020.**Accepted for publication 25.03.2020.*

In this paper a fluid flow between two close located rough surfaces depending on their location and discontinuity in contact areas is investigated. The area between surfaces is considered as the porous layer with the variable permeability, depending on roughness and closure of surfaces. For obtaining closure-permeability function, the flow on the small region of surfaces ($100\ \mu\text{m}$) is modeled, for which the surfaces roughness profile created by fractal function of Weierstrass–Mandelbrot. The 3D-domain for this calculation fill out the area between valleys and peaks of two surfaces, located at some distance from each other. If the surfaces get closer, a contacts between roughness peaks will appears and it leads to the local discontinuities in the domain. For the assumed surfaces closure and boundary conditions the mass flow and pressure drop is calculated and based on that, permeability of the equivalent porous layer is evaluated. The calculation results of permeability obtained for set of surfaces closure were approximated by a polynom. This allows us to calculate the actual flow parameters in a thin layer of variable thickness, the length of which is much larger than the scale of the surface roughness. As an example, showing the application of this technique, flow in the gap between the billet and conical die in 3D-formulation is modeled. In this problem the permeability of an equivalent porous layer calculated for the condition of a linear decreased gap.

Keywords: fractal surface, flow in thin layer, roughness modelling, permeability of porous layer, hydrostatic extrusion modelling

Citation: *Computer Research and Modeling*, 2020, vol. 12, no. 4, pp. 795–806 (Russian).

Введение

Для исследования характеристик смазочного слоя в контактных парах высоконагруженных узлов механизмов, гидропрессовании металлов, теплопереноса во внутренних контурах и микроканалах теплообменных аппаратов большое значение имеет задача о течении жидкости в тонком слое между твердыми или деформируемыми стенками. Для случая гладких границ расчетной области исходные уравнения движения упрощаются до известных уравнений Рейнольдса, описывающих течение жидкости в смазочном слое, которые можно решать аналитически или численно. Когда толщина слоя становится сравнимой с высотами микронеровностей, влияние шероховатости на гидродинамику потока существенно возрастает, поэтому использование решений для гладких границ может приводить к большим ошибкам. Одним из простых способов моделирования реального профиля шероховатой поверхности является рассмотрение на ней выступов заданной формы, распределенных по поверхности определенным образом. Такой способ использовался в [Горячева, Добычин, 1988] для решения контактных задач, а в [Rawool et al., 2016] — для решения задачи о течении жидкости в микроканале. При этом размеры расчетной области были сопоставимы с размерами геометрических отклонений на границе; таким образом, для областей на несколько порядков больше масштабов шероховатости число ячеек расчетной сетки даже в двумерном случае может стать чрезмерно большим.

Учет повышенное гидравлическое сопротивление вблизи шероховатых границ можно за счет корректировки существующих или добавления новых слагаемых в уравнения движения. В [Цыганков, 2004] используется уравнение Рейнольдса для смазочного слоя, записанное в форме баланса расходов жидкости через «гладкие» и «шероховатые» узлы конечно-разностной сетки, прилегающие к границам расчетной области. В [Busse, Sandham, 2012; Busse et al., 2015] для расчета турбулентного течения жидкости используется уравнение Навье–Стокса, в которое добавлена дополнительная массовая сила, отличная от нуля только вблизи границы области. Выражение для массовой силы определяет влияние шероховатости на течение в зависимости от расстояния до гладкой границы. В расчетах используется несколько типов такой функции, однако не указана их связь с реальными параметрами шероховатости. В [Ferooghi et al., 2018] проведено исследование вышеуказанной связи и отмечено хорошее совпадение результатов с прямым моделированием потока между шероховатыми границами на малом участке. Похожий метод предложен в работе [Kleinstreuer, Koo, 2004], где область вблизи шероховатой границы рассматривается как пористый слой, толщина и проницаемость которого определяется параметрами шероховатости. Это дает возможность использовать закон Дарси для расчета характеристик течения, а для оценки проницаемости — известные зависимости, связывающие ее с пористостью среды (см. краткий обзор зависимостей в [Ma, 2015]). Однако установить связь между пористостью и параметрами шероховатости можно лишь на основе общих соображений, а проницаемость пористого слоя должна зависеть также и от степени сближения шероховатых границ. В отдельных случаях при сильном сближении поверхностей течение может прекратиться, в этом случае проницаемость эквивалентного слоя должна уменьшаться до нуля.

Таким образом, если между шероховатыми поверхностями допускается контакт, то указанными способами нельзя получить удовлетворительного решения задачи о течении жидкости в зазоре между ними. Тем не менее идея о замене шероховатой подобласти на эквивалентный пористый слой представляется достаточно перспективной для решения различных упругогидродинамических контактных задач при условии адекватного расчета проницаемости слоя в зависимости от шероховатости границ и их сближения. Получение и анализ подобных соотношений на основе прямого математического моделирования течения жидкости между шероховатыми границами и являются целью настоящей работы.

Математическая модель течения жидкости на малом участке между шероховатыми границами

Совокупность отклонений поверхности от номинальной формы включает волнистость, шероховатость и субмикрощероховатость. Волнистость представляет собой периодические, а шероховатость — непериодические отклонения, причем волнистость характеризуется большими длинами волн, чем шероховатость. Наименьшее влияние на гидродинамику жидкости оказывает субмикрощероховатость, поэтому ей часто пренебрегают. Для моделирования шероховатой границы удобно использовать фрактальный подход, согласно которому она представляется двумерным или трехмерным фрактальным объектом с заданными характеристиками. Такой объект можно создать, например, методом фильтрации Фурье, случайных сложений или с помощью специальной фрактальной функции. В результате создается линия или поверхность со случайным распределением высот и частот микронеровностей из заданного интервала, которая при адекватном подборе параметров метода достаточно хорошо описывает реальную шероховатость. Данный подход успешно применяется, например, к решению задачи об оценке проницаемости стыка металлических поверхностей [Горохов, 2015], расчета жесткости стыка и контактных параметров шероховатых поверхностей [Тихомиров и др., 2014; Огар, Горохов, 2010; Chatterjee, Sahoo, 2013; Yan, Komvopoulos, 1998].

В настоящей работе шероховатая поверхность моделируется фрактальной функцией Вейерштрасса – Мандельброта, которая после некоторой модификации записывается в следующем виде [Yan, Komvopoulos, 1998; Огар, Горохов, 2010]:

$$z(x, y) = L \left(\frac{G}{L} \right)^{Ds-2} \left(\frac{\ln \gamma}{M} \right)^{0,5} \times \sum_{m=1}^M \sum_{n=2}^N (-1)^n \gamma^{n(Ds-3)} \left(\cos \varphi_{mn} - \cos \left[\frac{2\pi \gamma^n \sqrt{x^2 + y^2}}{L} \cos \left(\arctan \left(\frac{y}{x} \right) - \frac{\pi m}{M} \right) + \varphi_{mn} \right] \right), \quad (1)$$

где L — характерная длина, m, γ — параметр частотного спектра, G — масштабный коэффициент, Ds — фрактальная размерность, N, M — число гармоник, φ_{mn} — случайная фаза, равномерно распределенная в интервале $[-\pi, \pi]$.

Варьируя параметрами функции Вейерштрасса – Мандельброта можно получать различные профили шероховатой поверхности, отличающиеся высотой неровностей и частотой их реализации. В расчетах приняты следующие значения: $L = 3$, $\gamma = 1.3$, $G = 2.0$, $Ds = 2.9$, $N = 16$, $M = 4$.

Полученная фрактальная поверхность используется для построения трехмерного геометрического объекта, моделирующего квадратный участок твердой шероховатой стенки с размерами 100 мкм. Располагая два таких объекта друг напротив друга на некотором расстоянии, выделяется объем, заполняющий внутренние пустоты между шероховатыми поверхностями. Таким образом, формируется геометрическая модель расчетной области, в которой будет рассматриваться течение жидкости (см. рис. 1). Расстояние между поверхностями может быть выбрано таким, что в некоторых местах возникнет гребневой контакт и при выделении внутреннего объема в геометрической модели появятся «дыры», то есть области, куда не проникает жидкость. Это позволяет моделировать разрывы тонкого слоя при вступлении шероховатых поверхностей в контакт.

В расчетной области рассматривается медленное изотермическое течение вязкой несжимаемой жидкости. Ось y координатной системы ориентирована по потоку, движение жидкости в вертикальном направлении отсутствует, шероховатые границы неподвижны. Модельными уравнениями являются уравнения баланса массы и количества движения, которые с учетом

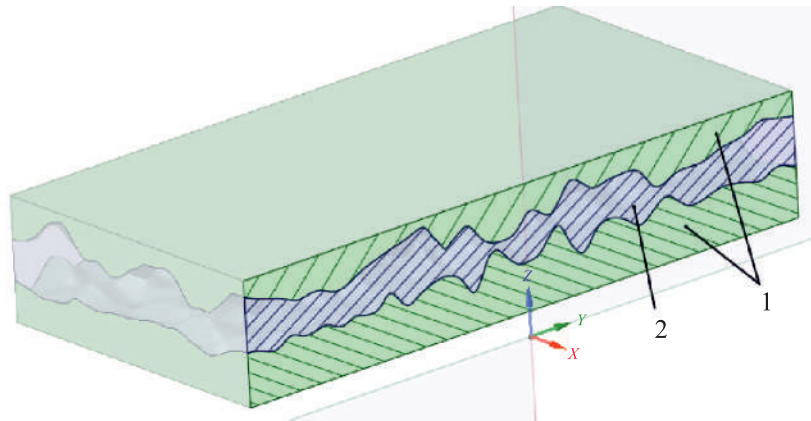


Рис. 1. Геометрические модели шероховатых границ и тонкого слоя: 1 — твердые стенки с фрактальными поверхностями, 2 — расчетная область

сделанных допущений записываются в виде

$$\frac{\partial V_i}{\partial x_i} = 0, \quad -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\mu \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_k} + \frac{\partial V_k}{\partial x_i} \right) \right] = 0, \quad (2)$$

где V_i — i -я компонента вектора скорости, p — давление, μ — коэффициент динамической вязкости жидкости, $i = 1, 2, k = 1, 2$.

При небольших давлениях вязкость в уравнении (2) можно считать постоянной, в ином случае необходимо учитывать зависимость вязкости от давления и температуры. В задачах контактной гидродинамики для расчета вязкости в зависимости от давления без учета температуры часто используется соотношение Роланда (Roeland) [Gustafsson et al., 2014]:

$$\mu = \mu_0 \exp \left[\ln \frac{\mu_0}{\mu_\infty} \left(\left(1 + \frac{p}{p_r} \right)^n - 1 \right) \right], \quad (3)$$

где μ_0 — вязкость жидкости при атмосферном давлении, Па·с, $\mu_\infty = 6.315 \cdot 10^{-5}$ Па·с, $p_r = 198$ МПа, $n = ap_r / (\ln \mu_0 - \ln \mu_\infty)$, a — пьезокоэффициент вязкости, Па⁻¹.

Таким образом, для моделирования расчета вязкости жидкости по уравнению (3) достаточно задать μ_0 и a . При рассмотрении изотермических течений пьезокоэффициент вязкости a можно считать постоянным. В расчетах приняты следующие значения: $\mu_0 = 1.48$ Па·с, $a = 5.8 \cdot 10^{-9}$ Па⁻¹, $n = 1.14 \cdot 10^{-7}$.

Для задания граничных условий на входе и выходе из расчетной области в данной задаче можно выбрать любую из двух пар противоположных плоских границ. При этом две оставшиеся границы можно считать непроницаемыми либо задавать на них условие симметрии. В расчете принимается, что жидкость движется в положительном направлении оси y (см. рис. 1), соответственно, вход и выход потока рассматриваются через границы, перпендикулярные этой оси, на которых задается давление. Реальные значения давления зависят от конкретных физических условий, в которых находится тонкий слой жидкости, и, учитывая масштабы рассматриваемой области, неизвестны. Например, в работе [Цыганков, 2004] градиент давления в продольном и поперечном направлении принимался равным 0.1 МПа/мм. Для целей настоящей работы имеет значение лишь перепад давления, который должен обеспечивать достаточно медленное течение жидкости в слое, поэтому в расчетах задавалось давление на входе, а перепад давления выбирался таким, чтобы порядок скорости в выходном сечении расчетной области не превосходил 10^{-4} м/с. На остальных границах принимается условие равенства нулю скорости потока.

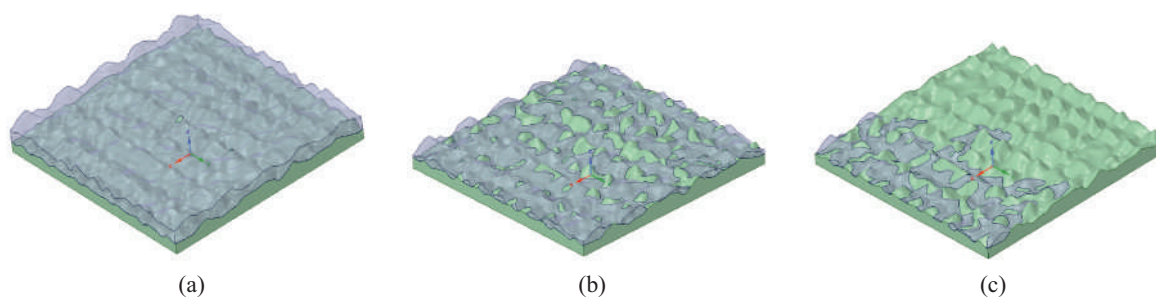


Рис. 2. Геометрическая модель расчетной области между шероховатыми границами при различном сближении (верхняя граница скрыта): а) $\bar{\delta} = 0$; б) $\bar{\delta} = 0.6$; в) $\bar{\delta} > 1$

Для оценки зависимости проницаемости от сближения границ $\bar{\delta}$ создавалось несколько расчетных областей с различным расстоянием между шероховатыми поверхностями. Начальное положение шероховатых границ определяется по возникновению гребневого контакта на одном или нескольких малых участках (см. рис. 2, а), при сближении границ расчетная область в местах гребневого контакта становится все более разрывной (см. рис. 2, б). Конечное положение границ таково, что при их дальнейшем сближении наступает порог перколяции, т. е. выделенный внутренний объем не содержит связной подобласти, соединяющей входное и выходное сечения (см. рис. 2, в). Изменение формы и размеров выступов, входящих в контакт при сближении границ, не учитывается. Определение начального и конечного положений границ дает возможность перейти к безразмерным сближениям $\bar{\delta}$ в интервале от 0 до 1, причем $\bar{\delta} = 1$ соответствует ситуации, когда протекание еще возможно. Аналогичным образом формируются расчетные области для случаев отсутствия контактов между поверхностями, при этом безразмерное сближение считается отрицательным и изменяется в интервале от 0 до -1 .

Решение модельных уравнений выполняется численно методом контрольного объема. Для этого область моделирования разбивается на расчетные ячейки в форме тетраэдров, линейные размеры которых подбираются сеточным генератором автоматически на основе локальной геометрии. Дифференциальные уравнения (2) дискретизируются в узлах расчетных ячеек и решаются отдельно для компонент скорости и давления. Связь между давлением и компонентами вектора скорости выполняется по схеме SIMPLE [Патанкар, 1984], невязки для массы и компонент вектора скорости не превосходят 10^{-4} . Генерация расчетной сетки и получение численного решения выполнены в ANSYS с использованием CFD-модуля Fluent. Некоторые результаты численного моделирования течения показаны на рис. 3, а и 3, б.

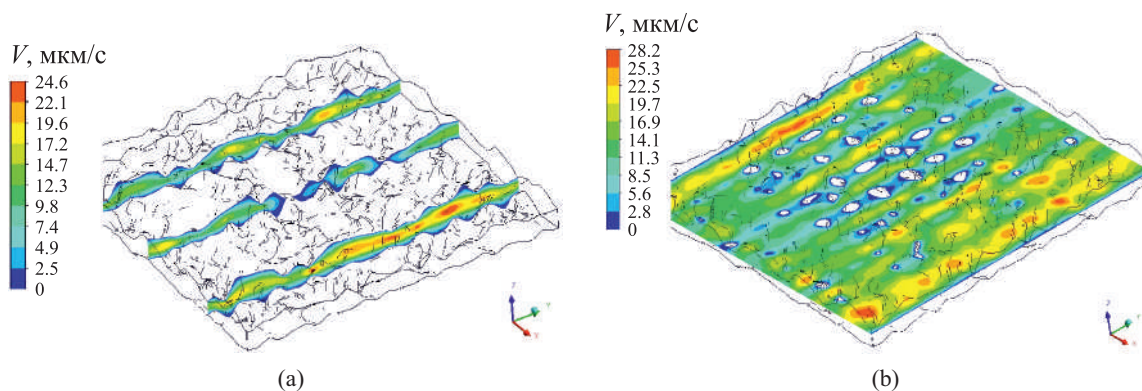


Рис. 3. Результаты расчета поля скорости сплошной среды V для сближения границ $\bar{\delta} = 0$: а) в трех продольных сечениях; б) в среднем сечении области плоскостью xOy

Модель эквивалентного пористого слоя

Результаты численного решения дают возможность определить расход жидкости через выходное сечение области, а ее длина определяется по геометрической модели. Это позволяет рассчитать проницаемость эквивалентного пористого слоя по формуле

$$\alpha = \frac{Q\mu L}{\Delta p S}, \quad (4)$$

где α — проницаемость, м^2 , Q — объемный расход жидкости через выходное сечение, $\text{м}^3/\text{с}$, L — длина моделируемого участка, м , S — площадь выходного сечения расчетной области, м^2 , Δp — перепад давления между входным и выходным сечениями, Па .

Расчеты проводились для разных значений давления на входе в интервале от 0.2 МПа до 100 МПа, при этом оказалось, что проницаемость почти не зависит от величины давления на входе. Это согласуется с физическим смыслом проницаемости как суммарной площади пор в поперечном сечении области, через которые может протекать сплошная среда. Результаты расчетов проницаемости в зависимости от сближения (рис. 4) для удобства дальнейшего использования были аппроксимированы методом наименьших квадратов следующей функцией:

$$\alpha = a_1 \bar{\delta}^4 + a_2 \bar{\delta}^3 + a_3 \bar{\delta}^2 + a_4 \bar{\delta} + a_5, \quad (5)$$

где α — проницаемость пористого слоя, 10^{-13}м^2 , коэффициенты $a_1 \dots a_5$ соответственно равны: $a_1 = 13.40$, $a_2 = -109.93$, $a_3 = 307.44$, $a_4 = -356.83$, $a_5 = 146.01$.

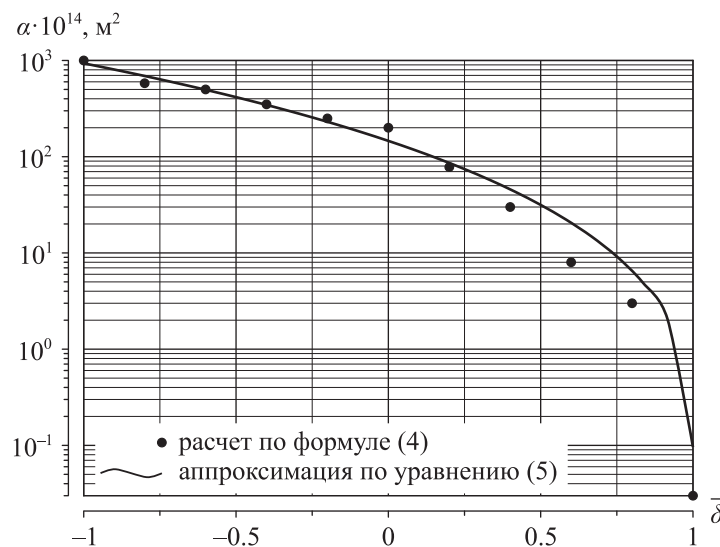


Рис. 4. Зависимость проницаемости эквивалентного пористого слоя α от сближения границ $\bar{\delta}$

Таким образом, вместо исходной области со сложным микропрофилем шероховатых границ можно рассматривать пористую область аналогичных размеров с гладкими границами, проницаемость которой при известном сближении определяется по уравнению (5). Так как градиент давления по толщине слоя пренебрежимо мал, то жидкость течет только вдоль границ, и ее движение описывается уравнениями (2), в которые добавляется источниковое слагаемое, определяющее потери количества движения жидкости при течении в пористой области:

$$S_i = -\frac{\mu}{\alpha} V_i + C_2 \frac{\rho |V| V_i}{2}, \quad (6)$$

где ρ — плотность, $\text{кг}/\text{м}^3$, C_2 — безразмерная константа.

Так как в задаче рассматривается медленное течение жидкости, то вторым слагаемым в (6) можно пренебречь. На рис. 5 представлены результаты расчета объемного расхода жидкости через выходное сечение, полученное для области с шероховатыми границами и для эквивалентного пористого слоя. Незначительное расхождение графиков можно объяснить различиями в площади выходного сечения, которая остается постоянной для модели с пористым слоем.

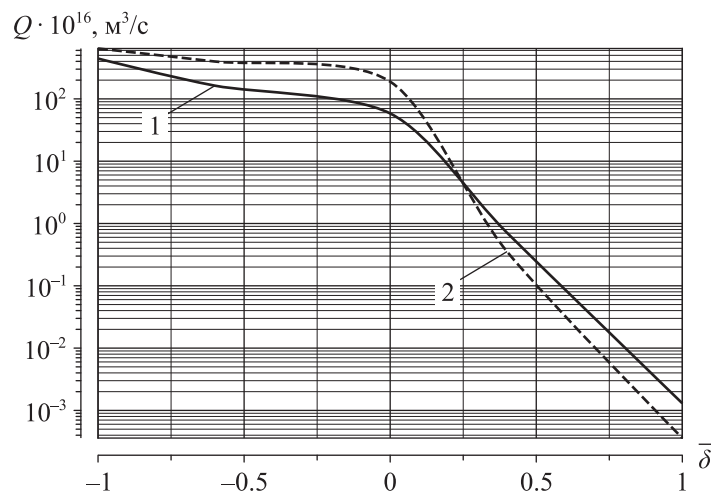


Рис. 5. Зависимость объемного расхода жидкости Q от сближения границ $\bar{\delta}$: 1 — расчет по математической модели (2)–(3), 2 — расчет для эквивалентного пористого слоя

Таким образом, переход к модели эквивалентного пористого слоя позволяет решать задачи о течении тонкого слоя жидкости с учетом его разрывов на масштабе длины, значительно превышающем рассмотренный. Пространство между близко расположенными шероховатыми поверхностями, заполняемое жидкостью, рассматривается как пористый слой постоянной толщины, проницаемость которого является функцией координат и определяется величиной сближения границ на локальном участке. Выбор фиксированной толщины слоя приводит к тому, что расчетное значение расхода жидкости будет некорректным, однако в ряде практических задач этим можно пренебречь. В результате численного решения уравнений движения определяются скорости и давления в расчетных ячейках, что дает возможность рассчитывать напряжение трения на границах области с учетом вязкости, зависящей от давления. При этом можно учитывать изменения гидравлического сопротивления, вызванного значительным сближением шероховатых границ.

Эквивалентный пористый слой в задаче моделирования гидропрессования

В качестве примера рассмотрим задачу о течении жидкости в зазоре между стенкой конического контейнера и заготовкой при гидропрессовании (см. рис. 6, *a*). Несмотря на то что данная задача является осесимметричной, будем рассматривать ее в трехмерной постановке, так как программные макросы, задающие переменную проницаемость эквивалентного пористого слоя целесообразно разрабатывать сразу для объемной геометрической модели, которая может не обладать свойством симметрии. В данной задаче расчетной областью является конический слой толщиной 1 мм (см. рис. 6, *b*). В реальности толщина слоя непостоянна и может быть много меньше принятого значения, но в данной постановке задачи это не имеет значения, поскольку изменение давления по толщине слоя мало, а сближение шероховатых поверхностей учитывается переменной проницаемостью эквивалентного пористого слоя.

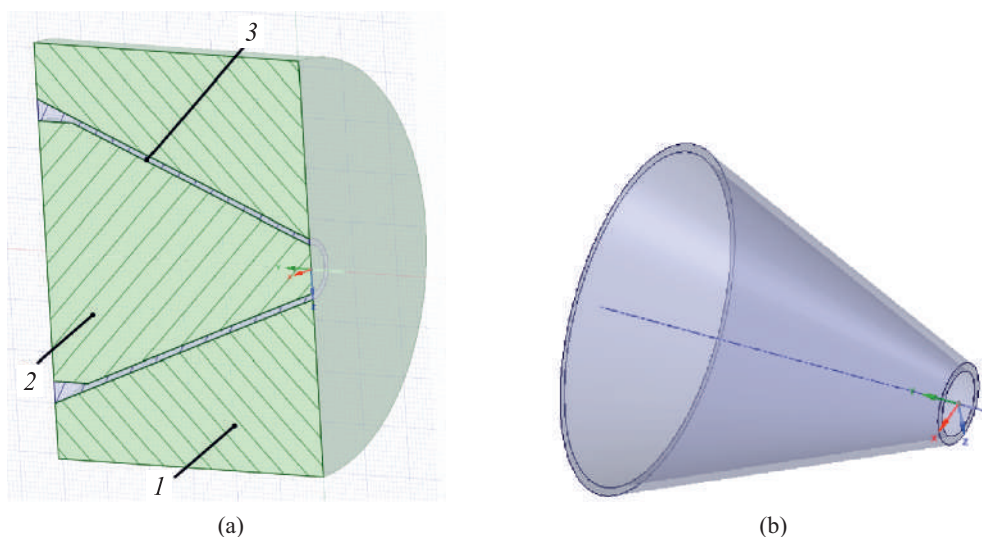


Рис. 6. Геометрические модели в задаче гидропрессования: а) модель контейнера (1), заготовки (2) и тонкого слоя жидкости (3); б) модель эквивалентного пористого слоя

В рассматриваемой области создана расчетная сетка с призматическими ячейками. Для получения адекватных результатов численного моделирования необходимо иметь не менее двух ячеек сетки по толщине слоя, используемая призматическая сетка содержит три ячейки по толщине. Генерация расчетной сетки выполнена с помощью специального программного модуля ANSYS Meshing.

Повышение давления жидкости в процессе гидропрессования приводит к тому, что заготовка сначала упруго, а затем пластически деформируется, продавливаясь через матрицу на выходе из контейнера. В этих условиях толщина жидкого слоя определяется давлением жидкости и деформацией границы заготовки и уменьшается вследствие падения давления по длине контейнера. На практике может возникнуть ситуация, когда слой жидкости становится разрывным, что приводит к локальному изменению режима трения в контакте между заготовкой и контейнером с гидродинамического на смешанный или граничный режим. Расчет толщины слоя в данном случае является отдельной задачей контактной гидродинамики, в данном примере ограничимся рассмотрением линейного уменьшения толщины. Таким образом, принимается, что на входе в контейнер безразмерное сближение $\bar{\delta} = -1$ и уменьшается по длине слоя. В некоторой точке y^* сближение становится максимальным ($\bar{\delta} = 1$) и остается таковым до выходного сечения контейнера (см. рис. 7, а).

Для каждой ячейки эквивалентного пористого слоя по значению $\bar{\delta}$ определяется проницаемость α из уравнения (5) и численно решаются модельные уравнения (2) с учетом источников слагаемого (6). Задание переменной проницаемости для пористого слоя выполняется на этапе инициализации численного метода с помощью специального программного макроса. В качестве граничных условий задаются давление на входе (от 1 до 100 МПа), нулевое избыточное давление на выходе и условие непроницаемой неподвижной стенки на остальных границах области. Результаты расчета изменения давления вдоль образующей конического пористого слоя показывают, что заметное падение давления начинается от координаты $\bar{y} = y^*$, после которой проницаемость эквивалентного пористого слоя минимальна, что соответствует наименьшей толщине слоя. В этой области можно говорить о реализации граничного режима трения в контакте между заготовкой и контейнером.

Если контейнер не обладает осевой симметрией, то в некоторых местах слоя жидкости могут возникать области повышенного давления и вязкости, что в свою очередь приводит к ло-

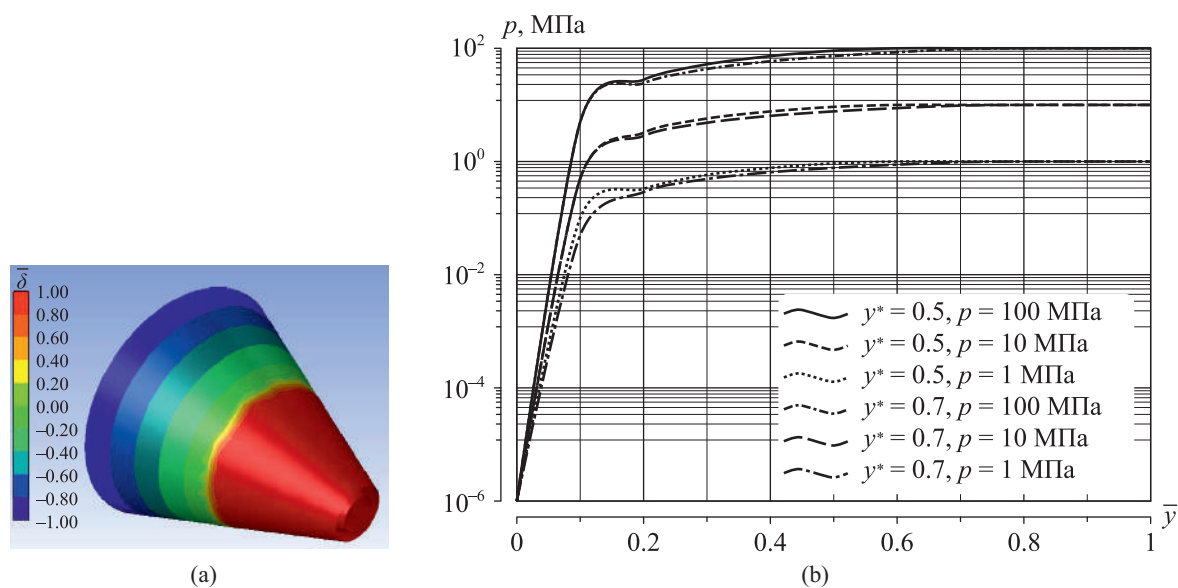


Рис. 7. Результаты расчета проницаемости и давления в эквивалентном пористом слое: а) распределение безразмерных сближений $\bar{\delta}$ при $y^* = 0.5$; б) распределение давления p по длине слоя $\bar{y} = y/L$, где L — длина слоя

кальной смене режима трения на отдельных участках контакта. Использование модели эквивалентного пористого слоя в этом случае позволяет более точно рассчитывать силу сопротивления, действующую на заготовку, и тем самым повысить валидность математической модели гидропрессования.

Заключение

Проведенные исследования показывают эффективность применения модели эквивалентного пористого слоя для расчета течения жидкости в зазоре переменной ширины между шероховатыми поверхностями. Моделирование течения жидкости на малом участке позволяет оценить влияние гребневых контактов, возникающих при сближении шероховатых поверхностей, на гидравлическое сопротивление зазора и рассчитать проницаемость эквивалентного пористого слоя. Обработка результатов моделирования течения жидкости при различном сближении поверхностей позволила получить аналитическую зависимость (5), которую можно использовать в дальнейшем для расчета переменной проницаемости.

Представленная методика моделирования дает возможность рассматривать течение в зазоре между поверхностями, размеры которых на несколько порядков больше масштабов их шероховатости. Необходимо подчеркнуть, что переход к модели пористого слоя исключает корректное определение реальной толщины жидкого слоя и расхода жидкости, но при этом позволяет рассчитывать потери давления вдоль слоя в условиях переменного гидравлического сопротивления со стороны шероховатых границ. Последнее обстоятельство актуально для задач моделирования прессования со смазкой или гидропрессования, так как при высоких давлениях большая вязкость жидкости и сильное сближение шероховатых границ на отдельных участках могут приводить к значительным разрывам слоя вплоть до наступления порога перколяции и, как следствие, повышенному трению между заготовкой и контейнером. Использование в указанных задачах модели эквивалентного пористого слоя позволяет более точно рассчитывать трение между заготовкой и контейнером в двумерных осесимметричных или трехмерных математических моделях,

включая несимметричные постановки задач. Кроме вышеназванного класса задач данная методика также может применяться при моделировании облитерации микроканалов, происходящей вследствие значительного роста вязкости среды при высоком давлении.

Зависимость проницаемости слоя от сближения поверхностей, представленная на рис. 4, получена для микропрофиля, который смоделирован функцией Вейерштрасса – Мандельброта при фиксированном выборе ее параметров. Изменяя значения этих параметров, можно получать разные микропрофили шероховатых поверхностей, для которых аналогичным путем может быть получено уравнение (5) с другими значениями входящих в него коэффициентов. Отметим, что вопрос о количественных соотношениях между параметрами функции Вейерштрасса – Мандельброта и характеристиками шероховатости, принятыми в отечественных и зарубежных стандартах, по-видимому, требует более глубокого изучения.

Список литературы (References)

- Горохов Д. Б. Влияние фрактальных параметров шероховатых поверхностей на функционал проницаемости // Труды Братского государственного университета. Сер. Естественные и инженерные науки. — 2015. — Т. 2, № 2. — С. 28–35.
 Gorokhov D. B. Vliyanie fraktal'nykh parametrov sherokhovatykh poverkhnostei na funktsional pronitsaemosti [The influence of rough surfaces fractal parameters on the permeability functional] // Trudy Bratskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Estestvennye i inzhenernye nauki — 2015. — Vol. 2, No. 2. — P. 28–35 (in Russian).
- Горячева И. Г., Добычин М. Н. Контактные задачи в трибологии. — М.: Машиностроение, 1988. — 253 с.
 Goryacheva I. G., Dobychin M. N. Kontaktnye zadachi v tribologii [Contact Problems In Tribology]. — Moscow: Mashinostroenie, 1988. — 253 p. (in Russian).
- Огар П. М., Горохов Д. Б. Контактное взаимодействие шероховатых поверхностей: фрактальный подход // Системы. Методы. Технологии. — 2010. — № 6. — С. 30–38.
 Ogar P. M., Gorokhov D. B. Kontaktnoe vzaimodeistvie sherokhovatykh poverkhnostei: fraktal'nyi podkhod [Contact interaction of rough surfaces: the fractal approach] // Sistemy. Metody. Tekhnologii. — 2014. — No. 3. — P. 72–80 (in Russian).
- Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. — М.: Энергоатомиздат, 1984. — 152 с.
 Patankar S. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. — CRC Press, 1980. (Russ. ed.: Patankar S. Chislennye metody resheniya zadach teploobmena i dinamiki zhidkosti. — Moscow: Energoatomizdat, 1984. — 214 p.)
- Тихомиров В. П., Измеров М. А., Тихомиров П. В. Фрактальные модели инженерных поверхностей // Вестник Брянского государственного технического университета. — 2014. — № 3. — С. 72–80.
 Tikhomirov V. P., Izmerov M. A., Tikhomirov P. V. Fraktal'nye modeli inzhenernykh poverkhnostei [Fractal models of engineering surfaces] // Vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. — 2014. — No. 3. — P. 72–80 (in Russian).
- Цыганков А. В. Моделирование течения гидродинамической смазки в узлах трения приборов точной механики с учетом шероховатости рабочих поверхностей // Известия вузов. Приборостроение. — 2004. — Т. 47, № 2. — С. 43–48.
 Tsygankov A. V. Modeling of flow of hydrodynamic lubrication in friction units of precision mechanics devices taking into account roughness of working surfaces [Modeling of flow of hydrodynamic lubrication in friction units of precision mechanics devices provided roughness of working surfaces] // Izvestiya vuzov. Priborostroenie. — 2004. — Vol. 47, No. 2. — P. 20–25 (in Russian).
- Busse A., Lützner M., Sandham N. D. Direct numerical simulation of turbulent flow over a rough surface based on a surface scan // Computers & Fluids. — 2015. — Vol. 116. — P. 129–147. — DOI: 10.1016/j.compfluid.2015.04.008
- Busse A., Sandham N. D. Parametric forcing approach to rough-wall turbulent channel flow // Journal of Fluid Mechanics. — 2012. — Vol. 712. — P. 169–202. — DOI: 10.1017/jfm.2012.408

- Chatterjee B., Sahoo P.* Finite Element based Parametric Study of Elastic-Plastic Contact of Fractal Surfaces // *Procedia Engineering*. — 2013. — Vol. 64. — P. 552–561. — DOI: 10.1016/j.proeng.2013.09.130
- Forooghi P., Frohnappfel B., Magagnato F., Busse A.* A modified Parametric Forcing Approach for modelling of roughness // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. — 2018. — Vol. 71. — P. 200–209. — DOI: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2018.03.019
- Gustaffson T., Rajapogal K. R., Stenberg R., Videman J.* Nonlinear Reynolds equation for hydrodynamic lubrication // *Applied Mathematical Modelling*. — 2014. — Vol. 39. — DOI: 10.1016/j.apm.2015.03.028
- Kleinstreuer C., Koo J.* Computational Analysis of Wall Roughness Effects for Liquid Flow in Micro-Conduits // *Journal of Fluids Engineering*. — 2004. — Vol. 126. — P. 1–9.
- Ma J.* Review of permeability evolution model for fractured porous media // *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*. — 2015. — Vol. 3, No. 7. — P. 351–357. — DOI: 10.1016/j.jrmge.2014.12.003
- Rawool A. S., Mitra S. K., Kandlikar S. G.* Numerical simulation of flow through microchannels with designed roughness // *Microfluidics and Nanofluidics*. — 2016. — Vol. 2. — P. 215–221. — DOI: 10.1007/s10404-005-0064-5
- Yan W., Komvopoulos K.* Contact analysis of elastic-plastic fractal surfaces // *J. Appl. Phys.* — 1998. — Vol. 84, No. 7. — P. 3617–3624. — DOI: 10.1063/1.368536